



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

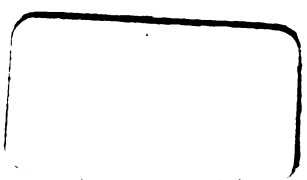
About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

L Soc 3983.6

LSoc3983.6

9468
8



NOVI
COMMENTARII
ACADEMIAE SCIENTIARVM
IMPERIALIS
PETROPOLITANAE

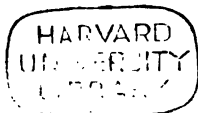
TOM. XII.

pro Anno MDCCLXVI et MDCCLXVII.



PETROPOLI
TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM
e. MDCCLXVIII.

LSoc 3983.6



9468
53-43
8.13

**SVMMARIVM
DISSERTATIONVM,
QVAS CONTINET
NOVORVM COMMENTARIORVM
TOMVS XII**

MATHEMATICA

I.

Integratio aequationis differentialis.

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Bx+Cx^2+Dx^3+Ex^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+By+Cy^2+Dy^3+Ey^4)}}$$

Auctore L. Eulero pag. 3.

Calculus integralis, ad tantam hodie summorum Geometrarum studio perfectionem euectus, insignibus incrementis et subsidiis nunquam non ditatus fuit, quando ii aequationes differentiales solutu difficiliores, quarum integralia casu quasi vel per ambages et indirecte inuenire ipsis licuerat, data opera meditationi subiecerunt methodos scrutaturi directas, ad eadem, de quibus aliunde iam constitit, integralia perueniendi. Aequationis propositae integrale idque algebraicum et completum via admodum obliqua, cum in corporis ad duo centra virium fixa attracti motum inquireret, Ill. *Eulero* inuenire licuit, qua is excitatus occasione istam integrationem data opera est aggressus eamque suis meditationibus eo censuit digniorem, quo plura et praecleariora analyseos artificia difficultatum,
Tom. XII. Nou. Comm. a 3 quibus

quibus ea implicari videtur, evolutio, cum neutram partem seorsim ne ad arcus quidem circulares vel logarithmos reuocare liceat, polliceri merito videbatur. En igitur directam methodum eamque substitutionibus et subsidijs analyticis notatu maxime dignis fundatam, qua propositae aequationis integrale eruitur cum priori perfecte congruens, quae cum, sublatis difficultatibus potioribus, dubium non sit, quin excoli possit vberius et ad breuitatem magis concinnam reduci, ad promouendos analyseos fines plurimum momenti continere merito est censenda.

II.

De Arcubus curuarum aequae amplitudinis eorumque comparatione.

Auctore L. Eulero pag. 17.

Amplitudo curuarum essentialis, maximeque idoneum ad exprimendam curuarum naturam characterem suppeditat; vocatur autem curuae amplitudo iste arcus, quem ductae ad utramque dati arcus extremitatem tangentes et ad mutuam usque intersectionem continuatae inter se constituunt. Data scilicet inter arcum s et hunc angulum Φ aequatione differentiali, tota curuae natura commensurabilissime

diffime exprimitur, cum ea non ab arbitrariis solum positionibus, quae in methodo coordinatarum locum habent, sit immunis, sed ex ea etiam aequatio inter coordinatas et radius osculi $= r$ facillime opera eliciantur. Cum iam hac methodo inveniatur $r = \frac{a^2}{2\phi}$; facta ad circulum adplicatione, in quo r aequatur quantitati constanti $= a$, fit $s = a\phi$; unde consequitur, angulum ϕ ; ubicunque peripheriae applicetur, ita, ut suis curvis eam tangat, semper aequales esse arcus intercepturum. Quae adfectio cum sub ea certe conditione, qua angulus ϕ est indefinitus et pro lubitu assumi potest, sit circulo propria: ad theoriam curvigrum penitus perspicendam, perquam utilis supponatur quaestio, utrum aliae insuper dentur curvae, quae, non quidem pro arbitrario quouis, sed pro certo quodam et determinato, ipsius ϕ valore, quem ponamus $= \alpha$, eadem gaudeant proprietate; ut, qui sunt eius amplitudinis α , arcus omnes inter se sint aequales. De quo quidem cum dubitari non possit, cum, si fiat $\alpha = 180^\circ$, ellipsis et omnes curvae in se redeuntes centro praeditae huc sint referendae: praecipuum quaestiois momentum in eo versatur, ut omnes huius naturae curvas inveniendi methodus indagetur; atque huius problematis, maxime sane ardui, completam solutionem haec ipsa sistit III. *Euleri* dissertatio. Primo scilicet formulae exhibentur generales ex ipsa amplitudinis natura deductae, omnes curvas complexae, in quibus singuli eiusdem ampli-

amplitudinis arcus inter se sunt aequales. Quae tamen cum sint differentiales, ipsae curvae algebraicae; praecipue simpliciores, quae problemati satisfaciant, satis difficulter inde definiuntur. Peropportune autem et ad insigne analyseos incrementum accidit, ut Ill. Auctor radios osculi harum curvarum contemplatus obseruaret, arcus in hisce curuis, quorum eadem est amplitudo, non aequales modo; sed et similes esse; quae noua proprietates generalem suppeditauit methodum, ad aequationes vniuersales pro omnibus eius naturae curuis algebraicis expedite perueniendi. Cum vero in ipsa argumenti euolutione appareat, amplitudinem α ita assumi debere, ut eius mensura ad angulum rectum rationalem rationem teneat; methodus proposita per adplicationes ad casus particulares, ponendo $\alpha = 2\pi; \pi; \frac{2}{3}\pi; \frac{3}{4}\pi; \frac{4}{5}\pi; \dots \frac{m}{n} \cdot 2\pi$ ita est illustrata, ut nihil amplius in ardua hac quaestione possit desiderari. Denique ut moneatur operae pretium est, etiam hoc exemplo declarari, quantum ex considerationibus Geometricis in Analysin emolumenti redundet, quamque idonea pateat Geometris ad hoc quoque artificium attentis Analysin nouis inuentis amplificandi occasio.

III.

Euolutio generalior formularum comparationi curuarum inferuentium.

Auct. L. Eulero p. 42.

Insignia sunt et miro cum ingenii acumine excogitata, quae Ill. Comes *Fagnanus* de comparatione arcuum curuae lemniscatae elicit, quaeque non minori sagacitate circa arcus ellipticos atque etiam hyperbolicos inter se comparandos est commentatus. Methodum illius, Geometrarum attentione dignissimam, iam pridem in hisce Commentariis Ill. *Eulerus* suis meditationibus non illustravit modo, sed longe etiam reddidit generaliore methodum exponendo planam, a substitutionibus admodum molestis, quibus *Fagnanus* usus est, et quarum ratio inventionis prorsus est obscura, liberam, atque generalissime omnes istorum arcuum comparationes in se complexam, cuius ideo beneficio ipsi in grauissimo hoc negotio multo longius progredi licuit. Ad duo vero potissimum capita arduam sane hanc quaestionem reuocare licet, dum scilicet demonstravit *Ces. Eulerus* primo quidem, omnium curuarum, quarum rectificatio hac integrali formula contineatur $\int \frac{dx}{\sqrt{(A + Cx^2 + Ex^4)}}$, arcus perinde atque circulares inter se comparari posse, ita, vt, sumpto in istis Tom. XII. Nou. Comm. b curuis

curvis arcu quocunque, ab alio quouis puncto arcus geometricè abscindi possit, qui ad illam rationem quamcunque rationalem teneat; deinde vero in curvis, quarum rectificatio ab ista formula $\int \frac{dx(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}z^2 + \mathfrak{C}z^4 + \mathfrak{D}z^6 + \mathfrak{E}z^8)}{\sqrt{(\mathfrak{A} + \mathfrak{C}z^2 + \mathfrak{E}z^4)}}$ pendeat, omnia ea acque felici successu expediri, quae iam pridem circa comparisonem arcuum parabolicorum praeclara sunt inventa ita, ut in modo memoratis curvis sumto arcu quocunque ab alio quouis puncto arcus abscindi possit, qui ab illo vel a quouis eius multiplo quantitate differat vel geometricè assignabili vel a circuli hyperbolaeue quadratura pendente.

Insigne vero III. Auctor profundissimae huic inuestigationi incrementum attulit, methodum suam ad istas quoque formulas extendendo, qui expressionem surdam magis complicatam $\sqrt{(\mathfrak{A} + 2\mathfrak{B}z + \mathfrak{C}z^2 + 2\mathfrak{D}z^3 + \mathfrak{E}z^4)}$ inuoluunt; quo ipso latissimus aperitur campus, in aliis pluribus curvis similes comparationes instituendi. Quod argumentum cum non ad curuarum modo naturam profundius scrutandam summum praestet usum, sed largissimam quoque grauissimarum ad Analysin perficiendam obseruationum messem sistat, in praesenti dissertatione plene euoluitur; cui si addantur ea, quae III. *Eulerus* in Calculi sui integralis typis in Academia nostra exscripti Vol. I. Sect. II. Cap. V et VI. de istis formulis integralibus est commentatus; grauissimam quaestionem ad insignem Analyseos incrementum in plene luce positam esse, est, quod laetentur Geometrae.

IV.

IV.

De usu algorithmi infinitesimalis in arte coniectandi.

Auct. Daniele Bernoulli pag. 87.

Calculi probabilium quisquis ad complura vitae negotia late patentem perpendit usum; nobilissimam hanc scientiam non eo, quod ipsius meretur dignitas, studio nostris temporibus excoli, est, quod iure miretur. Ars enim coniectandi non de acumine solum ingenii humani praeclara sistit specimina, sed eo se potissimum nomine commendat, quod, quae ad actiones prouide utiliterque dirigendas et ad varias, easque summi nonnunquam ad ciuitatis salutem momenti, quaestiones politicas et morales dirimendas pertinent regulae, eae sepe numero inde sint repetendae.

Hospes tamen in rerum mathematicarum historia sit, quem praeclara lateant studia, a summo Geometra, *Daniele Bernoulli*, dudum in ea excolenda nouisque adaugenda methodis posita, qui simul multiplicem eius usum inter complura specimina in granissima inprimis atque ad totius fere generis humani salutem pertinente disquisitione, de variolarum insertione, insolita Analyseos specie usus abunde comprobauit. Noua vero sunt et a nemine adhuc in

b a

hoc

hoc calculi genere adhibita principia, quorum in amplificanda hac scientia vsum Cel. Vir in hac dissertatione exponit, dum, quantum et in problematibus coniecturalibus Analysis infinitorum utilitatis praestet, facili methodo demonstrat. Observauit nempe, quotiescunque quæuis in circumstantiis rei, de qua quaeritur, variatio tanquam infinite parua spectari potest, ita, vt quantitatis fluentis notionem ad eam applicari conueniat, calculum infinitesimalem ad expediendas quæstiones difficillimas felici successu in subsidium vocari; quæ quidem hypothesis eo magis est admittenda, cum ante calculi differentialis inuentionem veterum arithmetica infinitorum optime eidem fuerit superstructa. Quo igitur nouæ huius methodi vis pateat euidentius; duplex quæstionis cuiusdam propositæ suppeditatur solutio, ex Analysis vulgari vna, altera ex infinitesimali calculo deducta cum priori perfecte consentiens. Cuius quidem problematis licet et ex aliis principiis obuia sit solutio; id tamen ad probandam nouæ methodi præstantiam maxime est accommodatum, cum, adiectis nouis quibusdam conditionibus, eius resolutio vix aliter, quam nouis his integralis methodi subsidiis obtineri posse videatur.

En igitur præclarissimam coniectandi scientiam nouis incrementis auctam, quæ Geometrarum attentione eo sunt digniora, quo feliciorum eius ad grauissimas quæstiones applicationem ab acutissimi

ad

c d

Auctoris

Auctoris meditationibus merito sperare licet; id quod in sequente dissertatione illustri comprobatur specimen.

V.

De duratione matrimoniorum media pro quacunque coniugum aetate, aliisque quaestionibus affinis.

Auctore Daniele Bernoulli p. 99.

In omnibus rerum humanarum variationibus ac vicissitudinibus, quantumvis in se incertis ac quasi fortuitis, pro magna tamen hominum indiscriminatim collectorum multitudine, in qua incertitudo fortis singulorum, habita ratione totius, tanquam evanescentes spectari possit, statum medium constantes fere sequi leges, multiplicibus observationibus dudum est confirmatum. Ita per longam tabularum natalium seriem fuit exploratum, singulis annis numerum filiorum natorum non superare modo numerum filiarum natarum, sed hanc ipsam quoque inaequalitatem ad numerum omnium natorum in eadem regione constantem fere servare proportionem. Ita etiam tabulae mortuales, pathologicis praesertim notis instructae, definiendae mediae durationi vitae a quacunque aetate insuper expectandae inferunt, multisque aliis egregiis usibus, siue ad medicinam

spectes siue ad politicam ob nouarum veritatum
 solo ratiocinio inde eliciendarum copiam minime
 destituuntur. Neque minor tabularum matrimonia-
 lium, praesertim si accuratius conderentur, ad il-
 lustrandam oeconomiam politicam vsus est, licet ex
 iis de matrimoniorum duratione media difficillimum
 sit iudicium. Haec scilicet intricatissima quaestio
 Analysin requirit ex scientia coniecturali petitam,
 qua comubiorum duratio media pro quacunque con-
 iugum aetate eaque vel dispari vterius expectanda
 definiatur, huiusque ope, dubium non est, quin
 multo determinetur exactius, quam quidem longis-
 sima obseruationum serie adhuc fieri potuit. Facile
 vero patet, hoc problema alia niti quaestione, pa-
 riter ex calculo probabilium petenda, quot nimirum
 ex dato magno aliquo conubiorum eodem tempore
 initiorum numero pro data vtriusque coniugis aetate
 post singulos annos matrimonia integra probabiliter
 sint superfutura; vbi quidem duos casus distingui
 oportet, prout vtriusque coniugis vel aequalis fue-
 rit aetas vel inaequalis; admissa insuper hac vna
 hypothese, vt vterque sexus aequali mortis periculo
 subiecti supponatur, quamuis sequioris sexus vitam a
 morte tutiorem esse, tabulae mortuales ostendant.
 Vtriusque casus solutio in superiori dissertazione a
 Ccl. *Bernouillio* iam est data, adhibitis ibi terminis
 in arte coniecturali vsitatis. Si epim in vna col-
 ligantur in paria schedularum, suo quaeque a reli-
 quis colore distincta, omnesque schedulas pari facili-
 tate

tate extrahi posse supponantur; tum, si post repetitam aliquoties vnus schedulae extractionem numero in vna residuarum sit $=r$, ex calculis Cel. Auctoris numerus partium integrorum in vna superstitum probabiliter erit $x = \frac{r(r-1)}{2}$. Quodsi vero vna schedularum classis sit altera ad egressum ex vna procliuior, sitque numerus ex vna classe in vna residuarum $=s$, ex altera $=t$; partium integrorum in vna residuorum erit numerus $x = \frac{st}{n}$, quarum iam formularum facilis est ad praesentem quaestionem applicatio; ita, vt tabulae construi potuerint, in quibus, quot ex 500. matrimoniis primitiuis pro quacunque vtriusque coniugis aetate post singulos annos superfutura sint integra, indicetur; quo problema e soluto de connubiorum duratione mediâ pro quavis connuptorum aetate facili ratiocinio iudicari potest. Alter casus, vbi dispar est coniugum aetas, quam sit complicatus, nemo non videt; sed in eo imprimis tam feliciter soluto nouae methodi coniecturalis a Cel. Auctore explicatae vis et praestantia luculentissime cernitur, cum eius solutionem ad aequationem differentialem trium variabilium perduxerit, quae non a permixtione solum variabilium liberari, sed penitus integrari potuerit.

PHYSI-

PHYSICO - MATHEMATICA.

I.

Methodus facilis motus corporum coelestium vtcunque perturbatos ad rationem calculi astronomici reuocandi.

Auctore L. Eulero pag. 129.

Cum dudum sit ex ipsa attractionis theoria euetum, corpora coelestia ad sua virium centra secundum *Newtoni* leges attracta in sectionibus conicis ferri areasque circa alterutrum focum temporibus proportionales describere debere: omnes, qui ab hac lege discrepant, planetarum motus pro irregularibus habent astronomi. Neque vero vnam vim e sole profectam planetae sustinent, cum singuli singulos secundum directiones diuersas viribusque continue mutatis attrahant; vnde insignes in illorum motibus inaequalitates et continuæ a *Newtoniana* lege aberrationes oriantur necessè est. A quarum exacta cognitione cum omnis pendeat astronomiae perfectio, summi dudum Geometrae in iis ad calculos reuocandis omnem intenderunt ingenii vim; plerumque tamen in formulas delapsi sunt, tanta elementorum multi-

multitudine obrutas, vt pro ipsa motus perturbati determinatione parum inde lucis affulserit.

Quas cum molestas ambages Illustris *Eulerus* post multa tentamina felici tandem compendio superauerit; methodum in praesenti dissertatione exponit planetarum motus a quibuscunque viribus perturbatos expedite et sine omni elementorum confusione ad calculi astronomici rationem reuocandi. Duas nempe intricati huius negotii partes facit, mechanicam vnam, alteram geometricam, quarum illa locum corporis, de cuius motu quaeritur, ad quoduis tempus per tres coordinatas ad se inuicem normales definire, haec vero loca modo inuenta per longitudes et latitudes more inter astronomos recepto exprimere docet. Definito scilicet per tres coordinatas corporis motu, noua iis elementa, longitudo nempe lineae nodorum, inclinatio orbitae et argumentum latitudinis, substituuntur; quorum ad tres istas coordinatas relatio in parte geometrica traditur.

Resoluta igitur vi perturbatrice secundum directiones trium coordinatarum; cum tribus istis viribus ita inuentis accelerationes corporis secundum easdem directiones sint proportionales: principia mechanica tres praebent aequationes differentio-differentiales, quae totidem motus determinationes continent, in quibus commode inde deriuandis omne consistit artificium. Cum igitur planetarum motus

irregulares ad orbitam variabilem reduci soleant, ut positio lineae absidum, semiparameter orbitae et excentricitas pro variabilibus assumtae ad quoduis momentum ex datis viribus perturbantibus determinentur; Cel. Auctor facilem ostendit methodum, ex aequationibus fundamentalibus modo inuentis quinque alias primi gradus deducendi, quae totum corporis motum omniumque istorum elementorum variationes momentaneas exprimunt; quarum quidem formularum integratio cum Analyseos adhuc exultae vires superet, approximationibus uti conueniet, ita, ut pro temporum interuallis satis exiguis singulae variationes ex ipsis aequationibus differentialibus inuestigentur iisque in summam colligendis integrationis negotium compensetur.

II.

Disquisitio de vera lege refractionis radiatorum diuersicolorum.

Auctore L. Eulero pag. 166.

Postquam diuersa radiatorum lucis refrangibilitas a Newtono primum detecta est, duas radiatorum solis simplicium classes distinguimus, heterogeneorum unam, id est magis aut minus refrangibilem, et alteram homogeneorum, qui sub iisdem circumstantiis tandem quoque subeunt refractionem; quae ipsa refra-

refractionis diuersitas cum diuersis quoque coloribus coniungitur, ita, vt singuli radii, prout magis aut minus refringuntur, colore sibi proprio et profus immutabili gaudeant. Quanquam vero principalis totius dioptricae lex dudum sit et experimentis et ratiociniis confirmata, quibus compertum est, radios eiusdem naturae, dum ex vno medio in aliud diuersae densitatis transeunt, ita semper refringi, vt sinus angulorum incidentiae et refractionis constantem inter se rationem feruent; tamen multo obscurior illa disquisitio est, qua de vera lege, quam refractiones radiorum diuersae indolis seu diuersicolorum sequantur, quaeritur, vtrum scilicet constans quaedam et perpetua inter eas proportio obtineat, ita, vt cognita pro datis duobus mediis refractiones radiorum mediae naturae ex hac sola sine respectu ad illa media habito refractione radiorum rubrorum et violaceorum definiri possit, an vero haec determinatio a mediis natura quodammodo pendeat, ita, vt eidem refractioni mediae non eadem semper refractiones extremae respondeant; quae quidem investigatio non subtilissima solum et summa cum cautione euoluenda, sed in Dioptrica quoque gravissimi omnino momenti est. Quanquam igitur non sine ratione verosimillimum et constantiae naturae maxime conforme videatur, refractiones extremas a media pendere, ita, vt cognita refractione media $m : 1$ per eam solam refractione rubra $r : 1$ et violacea $v : 1$ definiatur, et quantitates r et v tanquam

c 2

quam certae quaedam functiones ipsius *m* spectari queant: dudum tamen ab acutissimo Geometra *Clairaut* in Commentariis Academ. Parisinae fuit ostensum, eam neququam necessariam esse naturae legem, sed innumeras dari alias, quae pariter in natura locum habere posse videantur. Harum igitur hypothesium potiores aliquot in hac dissertatione III. *Eulerus* accuratiori subiecit examini, earumque demonstrata possibilitate, quaenam earum phaenomenis maxime satisfaciatur, disquisiuit, quae una est in tam recondita quaestione ad veritatem perueniendi methodus. Inprimis vero ex diligentiori in oculi structuram indagine firmissimum de harum hypothesium pretio iudicandi argumentum Cel. Auctor depromsit, quae cum absolutissimum opus sit et omni humana arte sublimius, quaecunque eius legi contrariatur, refractionis theoria merito erat exploranda. Stabilita igitur vera refractionis radorum diuersicolorum lege III. Auctor tabulam subiungit, in qua pro singulis refractionibus mediis refractiones extremae computantur, si nimirum radii ex aëre in aliud quodcunque medium transire supponantur; unde facili negotio refractionis radorum diuersicolorum ex quocunque medio in quodcunque aliud transeuntium definitur, si modo refractionis media ex aëre in singula ista media fuerit cognita.

Quanti vero huius legis exacta determinatio vsus sit, ex eo facile colligitur, quod lentium obiectiuarum ex duplici materia pellucidarum

rum

rum constructio, vnde insignis instrumentorum dioptricarum perfectio dependet, huic sit potissimum principio superstruenda.

III.

De nouo microscopiorum genere ex sex lentibus composito p. 195.

IV.

De Telescopiis quatuor plüribusque lentibus instructis eorumque perfectione.

Auctore L. Eulero pag. 224.

Microscopiis compositis insignes dudum perfectiones in variis passim cum erudito orbe communicatis dissertationibus, III. *Eulerus* conciliauit, dum veram et genuinis dioptricae principiis fundatam proposuit methodum, qua non campus solum visionis maximus obtineri isque multiplicando lentium oclarium numerum subinde amplificari, sed ipsa quoque repraesentatio a margine colorato ex diuersa radiorum indole oriundo feliciter liberari possit. In hac vero dissertatione Cel. Auctor novam prorsus eorundem constructionem tradit, qua

alii cuidam insigni incommo-
 di occurritur in vulga-
 ri constructione non euitando, quod ex radiis pere-
 grinis obiecti repraesentationem non mediocriter in-
 quinantibus oritur. Quemadmodum scilicet in te-
 lescopiis anglicanis ex quinque vel sex lentibus com-
 positis repraesentationis distinctio eo etiam egregie
 augetur, quod lens in his occurrat, quae ob mini-
 mam, quam admittit, aperturam diaphragmatis
 quasi vices sustinens radios peregrinos felicissime ex-
 cludit, neque tamen vel claritati vel campi conspi-
 cui amplitudini ullam diminutionem adfert: ita idem
 artificium in microscopiorum constructione optimo
 cum successu adhibere licet; quae quidem structura
 ad obtinendum campi augmentum sex omnino len-
 tibus absoluitur, vnde totum huius dissertationis
 argumentum in eo versatur, vt singularum harum
 lentium tam distantiae focales quam interualla defi-
 niantur, quo microscopium in suo genere perfectis-
 simum reddatur. Cum vero infinitae eiusmodi mi-
 croscopiorum formae ex diuersis formularum, quas
 III. Auctor dudum iam pro instrumentorum dioptri-
 corum constructione omnibusque ad eorum perfectio-
 nem necessariis momentis in T. XIII. Acad. Berol.
 dedit, determinationibus deduci queant; eas, quae
 sunt ad praxin accommodatissimae, plene hic euolu-
 tas proponit, quae his insignibus gaudent praeroga-
 tiuis, vt pro praegrandibus etiam multiplicationibus,
 veluti $m=2480$, satis modica longitudine conti-
 neantur neque tamen lenticulam obiectivam requi-
 rant

rant minintam, vnde artificis labor egregie suble-
vatur. Eodem et studio et successu in perficiendis
telescopiis plurium lentium in altera dissertatiōe
versatur; cum enim artifices angli sola experientia
ducti et post innumera tentamina multiplicationē
lentium haec instrumenta ad eum, quo hodie illa
exhibent, perfectionis gradum perduxerint; dubita-
ri nequit, quia ipsam theoriam genuinaque di-
optrices principia in subsidium vocando haec eadem
commodā mirifice augeri immo ad summum,
quem quidem admittunt, gradum euehi queant.
Ex insigni igitur telescopiorum pluribus lenti-
bus instructorum varietate Ill. Auctor eas potissi-
mum species, quae ceteris praestant et ad praxin
potissimum sunt accommodatae, evoluit earumque
totam structuram in subiunctis tabulis ad artificum
vſus exposuit.

Quae dum tradimus erudito orbi, non possu-
mus, quin eidem absolutissimum *Euleri* de vniuersa
dioptrica opus annunciemus, quod in Academia no-
stra typis exscribi coeptum est, in cuius primo vo-
lumine omnia, quae ad summam instrumentorum
dioptricarum perfectionem pertinent, momenta ex-
ponuntur, in secundo autem et tertio eorundem ad
telescopia et microscopia applicatio traditur, annexo
sub finem de telescopiis catadioptriciis appendice; cu-
ius eo magis vrgemus editionem, quo, nobilissimam
haec scientiam, separatis hucusque dissertationibus
ab

ab Ill. Viro passim illustratam, in plena iam luce positam esse, peritissimos quosque eius amatores impensius lætaturos esse confidimus.

V.

De rotatione solis circa axem ex motu macularum apparente determinanda.

Auct. Ioh. Alb. Eulero pag. 273

Macularum heliacarum detectio, quae ex plurimorum Astronomorum sententia *Scheinero*, Suevo, eas anno 1611. primum Ingolstadii obseruanti debetur, memoratu dignam in astronomia epocham constituit. Ex eo enim tempore non de atmosphaera modo solis, quam iam antea sagacissimus *Keplerus* ex aliis principiis fuerat suspicatus, sed de eius quoque circa axem suum conuersione magni omnino momenti quaestio fere penitus confici potuerat. Inter varia scilicet ab astronomis ab eo inde tempore ad maculas solares maxime attentis obseruata phaenomena id inprimis notatu dignum est, quod non regularem modo in disco solis percurrant orbitam, sed statis quoque redeant periodis; vt ex obseruationibus *Cassini* tempus earum periodicum 27 propemodum dierum spatio contineri sit statuendum; vnde,

vnde, siue eas ipsi solis superficiei, siue atmosphaerae tantum solari inhaerere statuamus, solem in centro systematis planetarum immobilem circa suum tamen axem motu vertiginis ferri, quod ante ratione fuerat assertum, ipso iam sensu fuit comprobatum. Quanquam vero motus huius rotatorii existentia extra dubium posita est; ipsa tamen eum definiendi ratio, quae passim apud Auctores traditur, tam est complicatissimis figuris intricata, ut nisi singulari adhibita imaginationis vi parum inde lucis hauriri posse videatur. Rem igitur astronomiae perfectioni maxime proficuum fecisse Cel. Auctor censendus est, qui in hac dissertatione gravissimi huius argumenti explicationem ab isto insigni incommodo penitus liberavit, dum non omnia modo, quae ad genuinam motus solis rotatorii cognitionem pertinent, momenta dilucide explicavit, sed ipsum quoque pro definiendo solis circa axem tempore periodico calculum facili et perspicua methodo expediuit; cuius ope si plures plurium macularum observationes sub examen reuocentur; de axis solaris positione et gyrationis celeritate tutissimum ex plurium conclusionum consensu iudicium ferri poterit.

P H Y S I C A.

I.

De caloris communicationis exceptione, Phaenomena noua, experimentis elicita, et explicationes.

Auctore I. A. Braunio pag. 289.

Quum in gradibus frigoris, sub quibus fluida in statum firmitatis transeunt, et caloris, sub quibus ebulliant, determinandis, Celeberrimus huius Dissertationis Auctor occupatus esset; phaenomenon obseruauit, singulare, licet non plane nouum, quum Clarissimus *Riebmannus*, primus, sine dubio eius inventor, in his Comment. eiusdem iam mentionem fecerit, quod a regula vulgari, qua scimus, calorem inter corpora contigua communicari, notabilem producit exceptionem; atque hoc phaenomenon in praesenti dissertatione exponit explicatque.

Vas, aqua ad duas tertias repletum, alii maiori, itidem aqua repleto, imponit, eaque vasa igni exponit, adeo, vt aqua, in maiori vase contenta, ebullire incipiat, posteaque gradum caloris ignis continuo auget. Expectares, breui fore, vt calor aquae bullientis, in maiori vase contentae, in aquam, in minori contentam, transeat, eandemque

5

in similem ebullitionem excitet. Verum hoc non factum est. Quia potius adhibito thermometro Cel. Auctor vidit, calorem in aqua bulliente exteriori ultra eum gradum, qui ad ebullitionem requiritur, augeri non posse, aquam vero in vase minori contentam, calore inferiorem esse aqua, in maiori contenta, gradibus novem, tantoque inferiorem perpetuo manere, ideoque ad ebullitionem nunquam pervenire.

Idem experimentum cum spiritu vini rectificatissimo instituit, eademque phaenomena observavit. Verum cum vino, cum oleis aliisque fluidis idem non successit. Transfit calor ex fluido exteriori in in erius, donec hoc aequae ac illud ebullire ceperit. Caeterum notandum est, haec phaenomena supradicta contingere, dum vasa aperta sunt; si clausa fuerint, calor itidem ad ebullitionem requisitus communicatur.

Post haec phaenomenorum relatorum explicationem Auctor subiungit, quam in eo invenit, quod aqua ad ebullitionem certum caloris gradum requirat, eumque, dum semel bullit, porro transcendere nequeat. Cum enim calor ex aqua vasis maioris in aquam, in minori contentam, adeo usque transire non possit, quin semper differentia novem graduum inter utriusque aquae calorem maneat; patet, hoc modo calorem aquae in vase minori semper inferiorem manere eo, qui ad ebullitionem requiritur. Quoniam vero aqua in vasis clausis super eum gradum, qui ad ebullitionem requiritur, calefieri potest; ratio simul constat, qua-

re in vasis clausis fluidum interius aequè ac exterius ebullire ceperit. Denique cum fluida reliqua, in quibus phaenomenon non successit, constantem itidem ebulliendo calorem haud seruent, sed is, qui ad bullitionem requiritur, longe augeri in iis possit, causa quoque manifesta est, cur in his phaenomenon similiter non successerit.

II.

De Electricitate barometrorum disquisitio.

Auct. F. V. T. Aepino pag. 303.

Barometrorum quorundam singularis illa proprietates, ante hos fere centum annos a *Picardo* detecta, qua mercurii noctu agitati summa superficies in descensu lucem aliquam ipsi adhaerentem conspiciendam praebet, ab eo inde tempore mirifice exercuit physicorum ingenia, in detegenda singularis huius phaenomeni ratione atque conficiendi barometra lucentia methodo frustra laborantium, donec summo tandem nostri aevi *Geometrae*, *Iob. Bernouillio*, genuinam eorum constructionem inuenire licuerit. Barometris hisce lucentibus miranda quaedam adfectio propria est, cuius ignotus est primus inuentor, prima vero in elementis physices *Hambergeri* publica mentio fit; qua scilicet, si ad summita-

mitatem barometri, mercurio vacuum, seu aliquod pendulum admouetur, id, descendente mercurio, attrahi, ascendente repelli fuit obseruatum. Post varias pro vtriusque huius phaenomeni explicatione effictas hypotheses anno demum 1733, electricitatis theoria Ill. *du Fay* aliorumque experimentis amplificata, vtrumque per vires electricas a physicorum aliquibus explicari coeptum est, aliis tamen minime consentientibus. Cum igitur manca sit de electricitate barometrorum theoria, quamdiu leges, quas vires attractiuae barometrorum sequuntur, non sint penitus exploratae atque experimentis tanquam totidem ipsius naturae testimoniis comprobatae: dignum sane argumentum hoc ea opera fuit, quam Celeberrimus Auctor in eo nouis experimentis illustrando collocavit, quae cum genuina vtriusque phaenomeni explicatione iis solide superstructa in praesenti dissertatione recensentur. Praemissa scilicet eorum experimentorum, quae circa barometrorum lucem instituta sunt, historia, quomodo ea phaenomena ab electrica vi orientur, Cel. Auctor distincte exponit. In altera de vi attractiua barometrorum lucentium disquisitione experimentis non aequae abundamus, neque talia adhuc instituta sunt, ex quibus appareat, num ista vis ex iis legibus, quas vis electrica sequi solet, possit explicari; quod quidem experimentandi genus, quam sit difficile, quamque artificiose instituentium, facile intelligitur; atque in eiusmodi experimentorum ad explorandos singulares hos naturae

d 3 effectus

effectus a Cel. Auctore pro ea, qua est, experimentandi dexteritate institutorum explicatione potissimum huius dissertationis caput versatur. Cum scilicet attractionis huius effectus, quales sese in iis barometris offerunt, debiliores sint, quam ut inde quicquam possit, concludi; Cel. Auctor, exemplo a lagena *Lugdunensi* deprompto, summitatem barometri mercurio vacuum exterius foliis metallicis tenuioribus obtegit, eoque id effecit, ut tubi istius vitrei electricitas omnis in metallum colligeretur, quae ad hunc statum redacta satis fuit efficax, ut, institutis circa eam experimentis, manifesto ostendi potuerit, vis istius attractricis explicationem utique esse ab electricitate repetendam. Interior scilicet tubi superficies mercurii frictione positivam electricitatem nanscitur; vnde repulsionem suam materiam electricam in vitri substantia latentem versus exteriorem vitri superficiem cedere cogit, quae ibi accumulata, superficiem et metallum positivae electricae reddit.

Quibus felici cum successu expeditis ad theoriam hanc omnibus numeris absoluendam Cel. Auctor electricitatem quoque negativam producere tentavit, idque singulari artificio feliciter praestitit; descendente scilicet mercurio, adeoque fluido electrico intus accumulato, summitatem tubi foliis metallicis obtectam corpore non per se electrico attingit; vnde materia electrica in substantia vitri contenta, quanquam a vi interioris repulsa, tamen in exteriori super-

superficie accumulari non potuit, sed in id ipsum corpus ipsi admotum transiens tubi superficiem externam negativae electricae reliquit.

En igitur omnem de luce et vi attractivae barometrorum theoriam egregiis Cel. Auctoris experimentis et meditationibus ita illustratam, ut nihil iam in subtilissima hac quaestione ulterius desiderari posse videatur.

III.

Examen theoriae magneticae a Cel. *Tob. Mayero* propositae.

Auct. F. V. T. Aepino p. 325.

Grauiſſimum in tota theoria magnetica problema, quo vis quaeritur, qua corpus magneticum in aliud in quacunque distantia ab ipſo remotum agit, reſolui non poteſt; niſi aliis binis quaestionibus antea expeditis, vna ſcilicet, quamnam distantiae functionem ſequatur vis, quam particula quaedam infinite parua, vi magnetica imbuta, in aliam itidem infinite paruam exerit; altera vero, quamnam lege vis magnetica per corpus datae figurae diffundatur, vnde illius intensitas in quouis corporis puncto poſſit determinari; de his enim ſi conſtet, problematis completa ſolutio ex calculo integrali vniſce eſt
repe-

repetenda. Pro utroque hoc momento Celeberrimus Vir, *Tob. Mayeras*, in dissertatione quadam, de cuius contentis in nouis litterariis Goettingensibus fide digna occurrit recensio, eam legem stabiluit, vt sollicitationis intensitatem in duplicata ratione distantiarum decrefcere; intensitatem vero in quouis puncto, siquidem magnes prismaticaе figurae supponatur, directam rationem distantiae a medio prismatis puncto sequi assereret. Quarum legum cum examen exactius nostram de magnete cognitionem non possit non plurimum illustrare, Cel. huius dissertationis Auctor earum omnium veritate consensum repetitis experimentis explorare constituit, quae vna cum coniectariis inde deductis in praesenti dissertatione ordine et solide explicantur. Ac primo quidem quod ad situm centri magnetici attinet, seu illius loci, qui partem boreali magnetismo praeditam ab altera australi magnetismi separat et transitum quasi illius ad hanc constituit; valde lubricam hanc esse inuestigationem facile patet, cum iste transitus non subito, sed legi continuitatis, quam natura, saltu inimica, constanter seruat, conformiter fiat. Ex multis tamen experimentis ea methodo, quam Cel. Auctor hic exponit, institutis abunde apparuit, superficiem, qua vtraque magnetismi species discernitur, irregulariter curuam esse posse, neque vnquam fere prismatis longitudinem bisariam secare, ita, vt *Mayeri* regula, qui id centrum cum centro longitudinis idem statuit, vix vnquam locum habeat,

beat, nisi in parallelepipedis chalybeis, quae per methodum duplicis contactus vi magnetica imbuuntur, et communiter magnetum artificialium nomine veniunt.

Ad alteram de distributione vis magneticae per magnetem cuiuscunque figurae quaestionem primo notamus, eam ad solas virgas parallelepipedas duplici contactu magnetificatas pertinere, cum in reliquis magnetibus, naturalibus seu artificialibus, vis ista vel irregulariter sit diffusa vel adeo ab artificis quodammodo arbitrio pendeat. Cum igitur eiusmodi virgae, si magnetificantur, eo maiorem polorum alterno ordine se excipientium numerum adipiscuntur, quae sunt longiores; facile intelligitur, eisdem quoque in iis centra magnetica dari, in quibus omnibus, magnetismi nimirum expertibus, cum adplicatae scalae intensitatum evanescere debeant, eam scalam curvam altioris-ordinis esse liquet, neque vero rectam, ut *Mayerus* statuit, nisi forte in virgis modice longis, quae solae eo reduci possunt, ut plures, quam binos polos, non nantiscantur; quamvis et hoc, in casu fatendum sit, constantiae naturae parum convenienter statui, scalam intensitatum, quae in virgis longioribus est curva ordinis altioris, subito, imminuta virgae longitudine, in rectam abire. Longe autem magis ardua de functione attractionum et repulsionum magneticarum quaestio est; ac *Mayerianam* quidem hypothesin quod attinet, eam non multis solum dubiis esse obnoxiam

noxiam, Cæl. Auctor experimentis comprobatis, sed varia quoque contra experimentorum rationes a Cæl. *Mayero* pro stabilienda hac hypothese institutorum solide monenda inuenit. Olim quidem ipse in euoluenda theoria electricitatis et magnetismi occupatus in suspensionem incidit, electricas actiones, eam sequi legem, ut in distantiarum ratione inuersa decrescant, unde coniecturam aliquam deduxit, an forte magneticarum actionum eadem lex sit, quae electricarum; nunquam tamen ex experimentis certi aliquid colligere licuit. Subtilissima ergo hæc investigatio tantum abest ut pro confecta sit habenda, ut potius summam physicorum attentionem et circumspectionem exigat, cum peritissimos naturæ scrutatores vel in dubio reliquerit vel falsa adeo veritatis specie deluserit.

IV.

Descriptio noui phaenomeni electrici
detecti in Chrysolitho siue Sma-
ragdo Brasiliensi.

Auctore F. V. T. Aepino p. 351.

Quamquam post publicatas a Cæl. Auctore mirabiles *Tourmalini* proprietates variæ variorum colorum gemmae *Topazio* analogæ a Viro magnis
in

in phyl. natural. meritis conspicuo, *Wilsono*, sine detectae, quae in experimentis electricis *Tourmalino* prorsus similes sunt deprehensae; earum tamen fere omnes etiam in reliquis proprietatibus tam cum *Tourmalino* conueniunt, ut eiusdem speciei varietates potius, quam diuersum quoddam lapidum genus constituere videantur. Vnus est Chrysolithus Americanus, a *Wilsono* in lucem productus, qui praeter electricas proprietates in omnibus a *Tourmalino* penitus discrepat, ita, ut eae lapidi huic Ceylonensi non iam propriae sint censendae. Huius igitur memoratu digni lapidis in praesenti dissertatione traditus descriptio una cum experimentis, quae Cels. Auctor circa eum instituit, quibus miranda sane in sphyllis huius et magnetum indole similitudo illustri specimine fuit comprobata.

V.

De vitro fossili naturali siue de Achate Islandico.

Auct. I. G. Lehmanno pag. 356.

A similitudine, quam inter artefactum vitrum et Islandicum Achatem intercedere chymica experimenta beati *Lehmannum* docuerunt, notum huic lapidi, *fossile* scil. *vitri* nomen facere non dubitauit. Affinitatis illius vincula, praecipue in natura et indole

dole lapidis quaerenda sunt, aliqua tamen momenta addit quoque ipsius origo, nec contraria denique est nouo nomini, externa lapidis facies. Ex hac enim, si fida sit *Obsidiani lapidis* a PLINIO data descriptio, facile cum Auctore nostro concludimus, non modo Islandico huic, aethiopicum illum lapidem plane esse similem, sed et nouam denominationem ex antiquitate haustam et *Plini* auctoritate esse probatam; quae nempe productum illud fossile, iam olim vitris annumerauerat. Origo lapidis, propiorum paulo eius nexum cum vitro indicat: patet nimirum ex *Horrebowii* aliorumque peregrinatorum indubitatis testimoniis, igniuomum olim fuisse montem, qui hodie lapidis nostri locus natalis est et in eius superficie magna copia reperiri solet; nonne itaque licet ex hoc concludere, originem eius actionem et vehementiae subterranei ignis esse adscribendam? nonne omnes, aliorum quoque igniuomorum montium *Lavas*, vitreae sunt naturae? nonne ergo hic lapis verum vitrum a natura, vulcani vehementer afluantis ope productum? omnino id ex dictis verosimillimum esse videtur, maxime ubi simul ponderauerimus, quae de natura lapidis, nunc brevibus recensenda experimenta docebunt. Calcinatione leni nullo modo mutatur, nec de pondere suo amittit quidquam, fortiori autem, sponte in fluorem abii. Menstruorum fluidorum, acidorum aequae ac alcaliorum actionem, immutatus pariter sustinuit; unde cum natura sua propius ab aliis vitris tinctoribus quam

quam a reliquis lapidibus vitrescibilibus abesse appa-
 ret, quod quidem illa quoque plane nihil, hi vero
 vel aliquod partium ferarum metallicarum, vel et
 plurimas, in concentratissimis acidis deponere illisque
 privati soleant. Fusiones denique institutas variae;
 per se fusus lapis, abiit in fluorem spongiosum et
 porosum, sed ut pristino colore, sic quoque priore
 sui duritie ita donatum, ut non minus quam antea,
 chalybe percussus, scintillas daret; simile etiam vi-
 trum, lapis cum pulvere carbonum commixtus lar-
 giebatur; cum sale tartari vero igni fusorio exposi-
 tus, vitrum dedit elegans subviride; cum borace
 cocta, vitrum diaphanum nigrum; cum Misio, vi-
 trum obscure hyacinthinum; denique cum viridi
 acrio, in vitrum turbatum obscure plumbeum. Ex
 hisce fusionibus duas potissimum sequelas deduxit
 beat. Auctor, quarum altera docet: partes metalli-
 cas easque martiales huic lapidi inesse, quippe sine
 quibus, nulla hoc modo mixta, vitra oriri possis-
 sent; altera vero eo redit, non lapidibus, sed veris
 vitris annumerandum esse hocce, productum fragile,
 quod sponte quasi, nempe sine aliis additamentis,
 idque moderato satis igne, in vitreum fluorem abie-
 rit; euentu sine de aliis vitris artefactis denuo suspi-
 citissimo eisque communi, sed quem teste expe-
 rientia, nunquam a lapidibus cornuis vulgaribus,
 neque a Quarzis, multo minus a gemmis expectare
 licet. Ne vero lapidis cum chalybe scintillas exci-
 tandi facultas, cuiquam scrupulum moueat, monet
 post

post haec Auctor; duriora vitra, ea scilicet quae absque calcibus saturninis, ex mera terra silicea et ex paucis partibus salino alcalinis fixis parata sunt, idem plane exhibere phaenomenon; stringit hoc modo vinculum inter fossile vitrum et hanc factitiū vitri speciem et denique sub finem dissertationis suam adhuc, de materia, ex qua illud olim fuerit conflatum, sententiam addit; eo illa redit: amygdalinos et asbestinos lapides heic praepromissis in conspectum venire, id enim lapidum genus, fortissimo ignis gradu fufum, prae reliquis in huiusmodi vitrum mutari atque huius rei luculentum haberi testimonium in scoriis illis probe vitrificatis, quae variis locis, vbi minerae metallicae ex matricibus asbestinis vel amyanthinis excoquantur, e fusoriis furnis effluere solent.

VI.

De Cupro et Orichalco magnetico.

Auctore I. G. Lehmanno p. 368.

Cum magnetica quarundam orichalci specierum virtus, non sua tantum novitate, sed et sua quoque utilitate, mechanicis praesertim artibus sese commendare queat, dignam illam iudicavit, beatus Auctor, ut et in eius inquireret originem, et varias eius exploraret ac per experimenta definiere gradus.

gradus. Hoc itaque scopo, quum statim vidcrit, causam istius phaenomeni non in modo componendi orichalcum, quippe qui omnibus speciebus fere idem; nec in cupro puro, quod pariter eiusdem semper sit naturae, sed maxime in diversa zinci indole esse quaerendam, varias huius semimetalli species, lapides scilicet calaminares varii generis, cadmias fornicurib, et diuerfas Pseudogalenas, primo loco examini chymico subiecit. Docuerunt haec tentamina, varias ex istis mineris martialis esse indolis, alias contra, nullis ferri particulis inquinatas esse; docuerunt, calaminares lapides, quo maiorem a calcinatione contraxerint ruborem, eo magis quoque eos esse martiales; porro, quo fortius et diutius lapides isti calaminares, cum vel absque phlogisto fuerint calcinati, eo maiorem eos acquirere magnetismum, praeterea, mineras et cadmias zinci plurimas ex parte vel ferro destitutas, vel parum tantum eius continentas, aut nullum plane, aut debilissimum saltem monstrare magnetismum; ultimo denique, extinguit istam magneticam vim minerarum zincinarum, ubi eo usque processerit calcinatio, ut in vitrum abierint. His ita peractis atque cognita cuiusuis istarum zinci specierum indole, secundo loco, variae eandem miscelae cum cupro, anatica plerumque quantitate institutae, additoque ut fieri solet carbonum puluere, variae exinde orichalci species productae fuerunt. Non licet haec, singulae compositionis, magneticas proprietates vel

CLXXX-

earundem inertiam recensere, aut per singula ire experimenta, sequelas tantum ex eis deducas, breviter indicasse sufficiat, nimirum 1°. orichalcum ex cupro et zinco, purissimis, elaboratum, nullum erga magnetem monstrare obsequium, neque hinc in acum magneticam vlllo agere modo; 2°. quo magis vero minerae zincinae partibus abundant martialibus, eo maiorem et fortiozem nasci in Orichalco magnetismum; hinc, quoque a partibus illis martialibus lapidi, calaminari, cadmiis, fornacum et Pseudogalenis admixtis et in praeparatione orichalci per phlogiston reductis, vnicè pendere originem et causam magnetismi, diuersarum orichalci specierum. Explicata sic, et ab omni dubio liberata phaenomeni istius causa, vltimo denique loco, agitur de quantitate ferri, ad producendum in cupro magnetismum sufficiente. Vario itaque pondere inter se miscbantur ista metalla et varia, quoque inde cupro magnetica accessit virtus: minima, si ratio ferri ad cuprum fuerit vti 1:32, maior gradatim, prout istius augebatur quantitas, maxima denique in atriisque metalli aequipondio constitit. Intermedios gradus, exhibet tabula ad calcem dissertationis adiecta, ex qua insuper omnium hunc in finem institutorum, tantummodo ratio vno intuitu cognosci potest.

VII.

Specimen Oryctographiae Stara - Ruf-
siensis et Lacus Ilmen.

Auctore I. G. Lehmanno pag. 391.

Vltima haec, quam proponimus, b. Auctoris dis-
sertatio, itinæris quod Stara - Russam, ex man-
dato AVGVSTISSIMAE suscepit, relationem, varias-
que hac occasione institutas observationes, praesertim
oryctologicas exhibet. Huc pertinent strata illa ho-
rizontalia schisti albi calcarei, quae prope pagum
Tschedowam b. Auctor observavit; porro minera
martialis lacustris, quae ibidem in fluvii cognominis
fundo reperta est, et crebra denique vestigia lapidis
calcarei, quae vbiq̄ue circa Nouogrodum occurre-
bant. Pariter huc referendi sunt calcarei lapides,
ex quibus Nouogrodensis castelli moenia exstructa
sunt, vario conchyliorum petresactorum genere,
Pectunculis nempe, Mytulis, Strombis etc. refer-
tissimi, quorum non circa istam urbem, sed ad lit-
tora Ilmenis lacus, natalem locum esse b. Auctor
ostendit. Accedunt quoque porro, strata schisti cal-
carei albi, reperti prope pagum Vgla dictum, et
scaturigo aquae falsae ibidem in campis obuia. Ma-
xime vero Salinae ipsae Stara - Russienses eo spectant,
vtpote praecipua et notatu dignissima pars minera-
lium istius regionis. Hinc quoque omni cura eas
Tom. XII. Nou. Comm. f inue-

inuestigauit b. Auctor, quae ad historiam earundem faciunt allegauit; scaturiginum situm, numerum conditionem explicauit; denique aquarum ipsarum indolem ita exposuit, ut appareat, illas praeter sallem communem, sal quoddam medium, mirabili sali analogum, sed impurum, continere. His factis, ad reliquorum fossilium agri Stara - Russiensis, fluminum Polissae ac Lowat, et denique lacus Ilmensis investigationem se se contulit. Merentur ex illis haec annotari sequentia, et quidem 1°. Terra nigra, pinguis ubique circa locum salsum oppidi Stara - Russiae reperiunda; penetrantissimum illa spirat hepatis sulphuris odorem et hinc confirmare videtur opinionem: inueniri scilicet nullam salis natui sodinam aut muriae scaturiginem, quae non vestigia sulphuris et acidi vitriolici exhibeat. 2°. Terra martialis ochracea, et alia pinguis nigra, ad ripas fluuiorum Polissae et Lowat, in stratis sub humo vegetabili latentes, quarum prior, parum ferro diues, altera vero mere argillosa est. 3°. Lapis calcareus, ad superiorem partem Polissae fluuii repertus, ideo praesertim notabilis, quod conchyliis testa sua naturali ex parte adhuc donatis, totus refertus sit; in stratis ille occurrit horizontalibus, quae intertextae sunt ubique aliis stratis argillosis varii coloris et praeter micam albam, vera quoque terra calcarea remixtis. 4°. Denique schisti rubri strata, Calcarei-petrificatis condecorati et martiales lapides in omni littore Ilmensis lacus obuii, qui horum fossilium agmen claudunt.

dunt. De veritate conclusionis, quam ex ingenti, hisce in regionibus, petrificatorum copia et ex praesentia modo dicti schisti rubri, in sine huius differentiationis deduxit b. Auctor, nemo facile dubitabit, nempe omnes istas regiones, Novogrodiensem principatum, Estoniam, Ingriamque olim fuisse inundatas et aquis marinis submersas.

VIII.

De Formatione Intestinorum Observationes in ovis incubatis institutae.

Auctore C. F. Wolff. pag. 403.

Oua incubata fontem nobis suppeditare, unde multa praeclara et vtilissima, tam generatim ad uniuersam physiologiam, quam in specie ad theoriam generationis spectantia dogmata hauriri possent, vna cum *Haruaeo*, *Malpighio*, *Hallero*, summis in obseruanda natura viris, Auctor merito credidit; ideoque a quouis physiologo nunquam satis scrutari posse has animantium volatilium officinas, recte persuasus est.

Nunc iam seriem obseruationum, inde petitarum offert, quarum primarius finis est, ut, quomodo intestina in corpore animali formentur, inde
 f 2 elu-

elucescat, simulque adeo exemplum existet alicuius partis; manifesto formatae, quo sua de generatione theoria magis corroboretur; et amplificetur; deinde ut variae in ouis incubatis partes, quae aut nondum obseruatae, aut tamen non satis, quid vere sint; et cuiusmodi vsui inseruiant; cognitae sunt atque perspectae, innotescant. Ad illas praecipue singulare embryonis inuolucrum pertinet, quod, dum magnam cum amnio similitudinem habet, eidemque exterius circumducitur, amnium spurium Auctor vocauit. Ad hasce areola pellucida spectat, peculiare interstitium inter utramque areae vasculosae membranam, in quo embryo continetur, et quod primo tempore vnicum eius habitaculum est. Die incubationis secundo finito intra hoc interstitium amnium spurium formari incipit, et quando hoc nouum embryonis habitaculum perfectum est, areola pellucida euanescit. Simili modo intra amnium spurium amnium verum oritur, quo plane perfecto et confirmato, ipsum quoque amnium spurium adeo resoluitur, ut nullum eius vestigium remaneat, quod post diem sextum incubationis fieri solet.

Cum ipsa haec embryonis inuolucra, inprimis amnium spurium eiusque in specie partes interiores, quae intra embryonem continuantur, formandis intestinis ansam praebent; horumque igitur modus formationis haud intelligi queat, nisi prius natura et fabrica inuolucrorum perspecta habeatur; idcirco necesse fuit, ut descriptio harum partium et

et quae ad eas pertinent, explicationi formationis intestinorum praemittatur. Postquam igitur de differentia inter formationem partium, quae animalibus prae plantis propriae sunt, veluti intestina sunt, et earum partium formationem, quae vtrisque communes sunt, nonnulla generatim praefatus est Auctor; aream vasculosam, imprimis eius constructionem et distributionem vasorum in ea describere incipit. Inde areolam pellucidam, quae interior areae vasulosae pars est, eius phaenomena, figuram, mutationes, veramque constructionem et usum explicat. Denique amnium spurium exponit secundum figuram, varias, quibus componitur, partes et constructionem.

Haec constituunt partem theoriae formationis intestinorum primam. In parte secunda ad interiores illas amnii spurii partes transit, quae intra embryonem producuntur, et quae ipsa iam intestinorum primordia sunt. In regione amnii spurii, quae regioni embryonis cardiacaе respondet, fovea est, valde exigua, a membranae amnii spurii parte, intra embryonem producta, formata. Foveata est orificium speluncae, quae sursum in embryone continuatur. Haec spelunca microscopica ventriculum refert, adeo, ut eius cavitates ventriculi sit cavitates; membranae pars, qua spelunca formatur, ipsa membrana ventriculi sit, et ventriculus igitur sub primo hoc suo initio anterieus apertus existat. A fovea illa cardiaca deorsum rima continuatur, ante

spinam dorsalem posita, eique parallela, simili modo a membranae amnii spurii media parte, quae utrinque ad spinam dorsalem se applicat, formata. Haec rima tubum intestinorum refert, qui primo tempora rectilineus est, et nonnisi successive, dum crescit, longitudinemque abdominis superare incipit, curuaturus et conuolutiones illas producit. Rimae cavitates est cavitates intestini, et membranae pars, qua rima formatur, est intestini membrana villosa, adeo, ut intestinum aequae ac ventriculus anterieus apertum sit, et plane singulari ac miro spectaculo in exteriori embryonis inuolucro, in amnio spurio nempe, cavitates intestini appareat. Denique rima ad finem inferiorem terminatur foveola, quae superiori foveae similis est, atque eodem prorsus modo, quo illa ventriculum, intestinum rectum exhibet. Haec phaenomena singula, quae tertio scilicet incubationis die finito in ouis apparent, Auctor vberius describit, et deinde eorum aequae ac amnii spurii, in quo illa apparent, ipsius prima initia, mutationesque, quos ad diem tertium vsque subeunt, repetit. Denique illas mutationes eorum subiungit, quae a die tertio contingunt, donec vel prorsus euanescent, vel in alia phaenomena transeunt.

Supereft, ut haec intestinorum primordia, quae hactenus exterius tantum in integro amnio spurio considerata sunt, interius quoque in amnio spurio aperto et in eorum superficie posteriori con-
side-

siderentur, quae, quod vera intestinorum primordia sint, evidentius appareat; atque hoc in tertiae theoriae parte Auctor se praestitutum esse promittit.

IX.

Descriptiones et observationes botanicae.

Auctore S. G. Gmelin pag. 508.

Novas aliquas, aliquas vero iam cognitae, sed vterioribus observationibus illustratas plantas, Cl. Auctor in hac dissertatione proponit. Prioribus annumeranda, primo venit planta aegyptiaca, Scandix *infecta* Cl. Auctori dicta. Ex eius descriptione discimus, illam a reliquis huius generis speciebus, in eo maxime differre, quod umbellarum semina exteriora hirsutissima, intima autem glabra sint, caeterum vero, propter eorundem feminum figuram, hanc magis quam ullam aliam ad Scandicem Anthriscum accedere, licet non leue in foliis et in dispositione umbellarum, inter utramque discrimen sit. Altera nouarum plantarum, Buniadis species est, cui a patria sua, *aegyptiacae* nomen fecit noster: externo equidem habitu haud multum a Buniade orientali distare videtur, verum pro noua specie habendam esse, non tantum foliorum diuersa non-

nonnihil figura, sed praesertim filiculae structura suadet, quae in *orientali* tantum verrucosa, in *aegyptiaca* vero mollibus spinis evidentius muricata est. Has sequitur Piperis *longi arborei* species, inter ficcas plantas ditissimi Academiae thesauri herbarii reperta et ab Ill. SLOANEO iam olim, sed minus accurate delineata; huius itaque et nouam Cl. Auctor concinnauit descriptionem et nouam quoque fieri curauit iconem, ut rite hoc modo determinata, reliquis speciebus Piperis addi, inferique possit. Triumfettae genus, post haec, Cl. Auctor examini subiicit atque in plures species, quam ab Ill. von LINNE factum, distinguendum esse censet; hinc, quae sub Triumf. *Bartramiae* signis apud Ill. LINNAEVM hucusque militauit Agrimonia maderaspatana PETIV. Gaz. t. 32. f. 10. in nouam speciem mutat et Triumfettae *spicatae* nomine proponit; *rhomboidalem* et *semitrilobam* praecedente JACQVINIO a Triumfetta *Lappula* separat, denique *laciniatam* dicit Triumfettam, quae RVMPHII Lappago amboinica est, et ab Ill. von LINNE pariter pro varietate Triumf. *Lappulae* habetur. Ex cryptogamiis plantis, ad quas cum Auctore progredimur, primo occurrit Asplenium iamaicense PLVKNETII Phytogr. t. 53. f. 1. cuius mentio, cum nec a BRAWNIO, nec a JACQVINIO, nec denique ab Ill. von LINNE facta sit, non superuacaneum fore duxit noster, accuratam eius exarare descriptionem, ex qua haec planta ab aliis Adianti speciebus, praesertim

sertim ab Adianto cristato SLOANEI, cui multum analogo est, distingui possit; hac itaque data; duas Osmundae species proponit Cl. Auctor, perperam, ut ipsi videtur, pro Lunariae vulgaris varietatibus ab aliis habitas, maualt ergo hac in re sequi BREYNIUM, qui illas quoque a *communi* distinxit, atque alteram Lunariam *racemosam minorem*, alteram vero *racemosam multifido folio* dixit; priori Auctor Osmundae *lancoelatae* et posteriori Osmundae *multifidae* nomen fecit. Denique ex eadem plantarum tria, duas quoque Pteridis species addit, a beat. STELLERO olim ex Sibiria missas, hinc quoque alteri nomen Pteridis *Stelleri*, quas Filiculae montanae, folio vario TOVRN. similis, alteri autem Pteridis *argenteae*, datum est, atque hanc posteriorem cum Hemionitide profunde laciniosa et ad oras pulverulenta convenire Cl. Auctor asserit. Claudit denique agmen Liquidambar *apple-nifolium*, cuius notabilis varietatis exemplum in fine dissertationis descriptum exhibetur.

X.

De Proprietatibus plantarum ex caractere botanico cognoscendis.

Auctore S. G. Gmelin pag. 522.

Scopus est Cl. Auctoris, in hac dissertatione exemplis probare, evidentes illos characteres quos

Tom XII. Nou. Comm.

g

natura

natura plurimis plantis impressit, et ex quibus species, genera, familias, classes denique earum primo sepe intuitu cognoscimus, non solum tantum botanico vsui esse dicatos, sed ex iis, vtilissimam quoque proprietatum plantarum cognitionem hauriri atque deduci posse.

Antequam ad probationem huius assertionis accedat Cl. Auctor, monet primo, non de *artificialibus* plantarum characteribus, quippe ad hunc scopum parum aut nihil facientibus, hic esse sermonem, sed de *naturalibus*, qui in complexu partium omnium ad plantas spectantium consistunt; secundo, quasdam virtutes, determinatæ cuidam plantarum familiae esse *proprias*, quasdam vero et aliis *communes*. His praemissis, ipsa proponit exempla demonstrationi inferuentia. Desumpta illa sunt a familiis quibusdam naturalibus plantarum, quibus singulis breuem virtutum medicatarum, nam de aliis alio tempore aget, explicationem Cl. Auctor addit. Ab Algis facit initium, speciatim a *Buflis*, *Conferuis* et *Fucis*, quibus omnino adeo evidentes a natura impressas esse notas patet, vt ab omnibus facile agnoscantur; his quoque omnibus adscribit noster, vim saponaceam et deobstruentem, in aliis magis euentem, in aliis minus, at confirmatam et probatam, per chymicam analysin atque per experimenta cum *Fuco sargasso*, *Quercu marina*, et *Lactuca marina*, instituta. Post has, *Licenes* citat, atque vti omnibus eadem fere facies eademque structura

tura est, sic quoque omnibus materiem quandam acrem, salino-resinolam, fixam, cum phlogisto ita intime coniunctam, inesse docet ut vis emergat. incens, calida, irritans, stimulans. Sequuntur *Musci*; austeros omnes esse; acidum terrae iunctum in se fouere atque hinc adstringendi vim ipsis competere asserit. *Filices* quarto loco in scenam prouocat, omnibus idem character botanicus, sic quoque omnibus, virtutem roborantem, incidentem, aperitiuam, adscribit noster, natam ex gummosis partibus, cum resinosis mixtis, quibus terra et martiales atomi per magnetem extrahendae, pro basi inseruiant. Ad *Gramina* porro procedit: ac seminum illorum, notissimam, farinaceam, mucilaginoso-oleosam et nutrientem, foliorum et radicum vero saponaceam, aperitiuam demulcentem virtutem confirmat. *Leguminosas* graminibus proximas facit, propter seminum pariter nutrientem facultatem, abstergentem vero, resoluentem et diureticam, radicibus, foliis et floribus earundem adscribit. *Liliis* vim aperitiuam varie modificatam tribuit. *Scitamina*, aethereo oleo stipata, omnia aromatica esse concludit. *Umbelliferas* omnes calidas atque sudoriferas praedicat. *Compositas*, salutare, aperientes, resoluentes laudat, et speciatim *Radiatas*, blandissime, *Capitatas*, intensius, *Corymbosas* vero, propter innatum calidum vehementissime agere asserit. *Cucurbitaceis*, secundum Cl. Auctorem, mucilago et periculosa frigiditas inest; *Orchidibus* contra, calor, et cum nutrien-

te, aphrodisiaca quoque virtus. *Malvae* omnes, emollientes sunt *Solana*, veneno narcotico scatent, atque his *Asclepiadeae*, propter eandem qualitatem similes sunt censendae. In *Oleraceis* digestivam, emollientem et temperantem facultatem, quotidianus earundam probat usus, ad quas etiam *Asperifolae* accedunt, nisi quod sint magis mucilaginosae. *Geusianas* porro laudat, propter virtutem tonicam et aromaticam; *Anagallides* propter analepticam, reficientem, et excitantem; *Ringentes verticillatas*, propter aromaticam et restaurantem. Personatis tribuit resolventem, abstergentem, diureticam atque tonicam; denique *Nasturcinis*, quas ultimo loco proponit notissimam illam et omnibus huius familiae plantis competentem facultatem antiscorbuticam. Exceptiones nonnullas, a variis partium plantas constitutionum modificationibus proficiscentes ipse Cl. Auctor, suis locis indicavit, hinc missis aliis, properabimus ad conclusionem quam ipse quoque ex antecedentibus deduxit, et quae eo redit: innuere scilicet botanicam faciem, qualis oblatae plantae competat virtus generaliter, reliqua vero ex usu atque experientia esse discenda.

XI.

De Glacie Mariae Ruthenica.

Auctore S. G. Gmelin pag. 549

Exhibet Cl. Auctor in hac dissertatione, historiam utilissimi producti fossilis, Glaciei scilicet Mariae ruthenicae, ex observationibus et relationibus itinerariis beat. GMELINI atque STELLERI excerptam. Primo, de natali eius loco refert noster, illam et copiosè satis et optimae notae, in ea Sibirica regione reperiri, quae ad Widmannum fluvium sita est; infra hunc vero, illam prorsus exspirare, ut neque ad Occidentem septentrionalem usque, neque abhinc orientem versus, vllum eius appareat vestigium. Varia deinde, quae Glaciei huic data fuerunt nomina recenset; genus fossilium, ad quod referenda sit, docet, et modum denique in illam inquirendi eamque effodiendi, ruthenis Glaciei M. fossilibus usitatum, dilucide exponit. His deinceps addit Cl. Auctor, varias observationes ad cognoscendum crescendi modum huius Micae spectantes, et ex quibus discimus, rupes ingentes, umbrosas et irriguas esse; in quibus crescere soleat; versus omnes plagas illam quidem occurrere, sed quae septentrioni obversa sit, gignere meliorem copiosioremq; in meridionali autem plerumque reperiri rubiginosam et viliozem; non in venis illam crescere, sed



haberi in nidis sparsis, quibus euacuatis nulla amplius succreant; signum proximum inuenienti Glaciem istam, materiam quandam esse inter micam et talcum mediam, frabilem, *Barga* a fossoribus dictam, hac enim remota, Glaciei strata in conspectum venire, atque his ablatis, iterum *Bargam* sequi, sub qua rursus alia Micae strata sint; situm stratorum variis esse, nunc perpendicularem, nunc varie ad horizontem inclinatum; denique in vertice montium illam rarissime reperiri, sed copiosam et optimam aut in medio, aut circa radices rupium crescere. His expositis diuersas species atque varietates Glaciei, varia nempe pelluciditate, magnitudine et colore differentis, Cl. Auctor recenset et dari pellucidissimam, albam, viridem, nigram, rubiginosam, maculatam, striatam, dari denique tactu in frustra acuta collabentem, refert: addit quoque remedium vetustam et rubiginosam purificandi, ac ultimo loco suam de genesi huius Micae explicat sententiam: consistere nimirum materiam illius proximam in substantia terrea, a gypsea non multum abluente, atque hanc ab humiditate subterranea ita emolliiri, solui et elutriiri censet, ut leuiore deinde partes cum portione sua acido salina, cremoris instar, sursum egerant atque hac ratione successiue et post longum tempus in laminas illas concreuant, glaciemque constituent.

XII.

Descriptio Tubulariae Fungosae prope
Wolodimerum mense Iulio 1768.
obseruatae.

Auctore P. S. Pallas pag. 565.

Noua est Tubulariae species, quam Cl. Auctor in hac dissertatione proponit, estque illa eo magis notatu digna, quod omnia reliqua aquarum dulcium hucusque cognita Zoophyta, sua mole, suaque consistencia ita superet, ut marini potius producti, quam mediterranei fluminis incolae prae se ferat speciem. Descriptio, quam Cl. Auctor de illa dedit ita perspicua, concinna et omnibus numeris absoluta est, ut omnino labore, eam heic explicandi vel in compendium redigendi supersedere queamus, id ergo unicum ex obseruationibus Cl. Auctoris heic addidisse sufficiat: intercedere quidem affinitatem quandam inter nouam hanc atque illam Tubulariam, quam in Flencho suo *gelatinosam* aut *coralloideam* dixit, sed priorem, ab hac, in eo maxime differre, quod in maius volumen excrecere solet, quod multo sit solidior, et denique quod nunquam reptantibus tubulis, sed semper in glomeres collecta, fungoidea crusta conchyliis obuolutes, sit reperta.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

I. Animaduersiones in supplementum Cel. *Pingre* ad dissertationem eius de Parallaxi Solis.

Auctore Steph. Rumovski pag. 575.

Ansam huic lucubrationi praebuit supplementum Cel. *Pingre* ad dissertationem de parallaxi Solis Vol. LIV. Transactionum Societatis Londinensis insertum. Ibi cum Cl. Auctor videret Cel. *Pingre*, posita Longitudine vrbis Selenginsk $6^b. 57'. 50''$, ex combinatione observationum Selenginski et in Insula Rodrigues super Venere habitatum parallaxin Solis elicere $10''$, r, constituit penitus inquirere, vtrum assumpta a Cel. *Pingre* Longitudo vrbis Selenginsk cum observationibus ibi habitis consistere possit? Idcirco breuibus commemorat; ex observationibus Satellitum Iouis, vnica excepta, nec non ex occultatione Φ Sagittarii a Luna, eandem ferè se inuenire Longitudinem vrbis Selenginsk, ac Cel. *Pingre* reperit.

Praecipuum autem argumentum assumptae a Cel. *Pingre* Longitudinis in eo positum est, quod in computo Longitudinis ex observatione Eclipsos Solis
Selen-

MATHEMATICA.

Tom. XII. Nou. Comm.

A

INTE-

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

1911

A

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

INTEGRATIO AEQVATIONIS.

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Bx+Cx^2+Dx^3+Ex^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+By+Cy^2+Dy^3+Ey^4)}}$$

Auctore

L. EULERI.

I.

Methodo admodum singulari atque obliqua perueneram olim ad integrationem huius aequationis, cuius integrale idque adeo completum aequatione algebraica inter x et y contineri deprehendi. Quod eo magis mirum videtur, quod utriusque formulae forsimum integrale non solum non algebraice, sed ne per circuli quidem hyperbolaeue quadraturam exprimi potest. Tum vero id imprimis notatu dignum occurrebat, quod nulla methodus directa patebat, istud integrale algebraicum eruendi. Nulla autem occasio magis idonea videtur, fines Analysis proferendi, quam si, quod methodo obliqua quasi per ambages elicuerimus, idem methodo directa inuestigare annitamur. Cum igitur nuper curuas definiuerim, quas corpus ad duo centra virium fixa attractum percurrit, easque ad similem aequationem perduxerim, inde vicissim hu-

4 INTEGRATIO AEQVATIONIS

ius aequationis integrationem petere licebit; quod quomodo sit praestandum, hic explicare constitui.

2. Ac primo quidem obseruo aequationem propositam semper in eiusmodi formam transfundi posse, in qua coefficientes B et D euanescent, quod quidem de alterutro ex elementis satis est notum. Vt autem ambo simul ad nihilum redigi queant, id talis formae est proprium: posito enim $x = \frac{mz+a}{nz+b}$, prior forma, cuiquidem altera est similis, abit in hanc:

$$\frac{(mb - na) dx}{\sqrt{(A(nz+b)^2 + B(nz+b)(mz+a) + C(mz+a)^2 + D(nz+b)(mz+a) + E(mz+a)^2)}}$$

in cuius denominatore terminos tam ipsa quantitate z quam eius cubo z^3 affectos destruere licebit. Prior conditio praebet hanc aequationem:

$$4Anb^3 + Bmb^3 + 3Bnabb + 2Cmabb + 2Cnaab + 3Dmaab + Dna^3 + 4Em a^3 = 0$$

posterior vero hanc:

$$4An^3b + Bn^3a + 3Bmnnb + 2Cmnaa + 2Cmmnb + 3Dmmna + Dm^3b + 4Em^3a = 0$$

unde tam ratio $a : b$ quam ratio $m : n$ elici potest.

3. Ponamus enim $a = bp$ et $m = nq$, vt habeamus has aequationes:

$$4A + Bq + 3Bp + 2Cpq + 2Cpq + 3Dppq + Dp^3 + 4Ep^3q = 0$$

$$4A + Bp + 3Bq + 2Cpq + 2Cpq + 3Dppq + Dq^3 + 4Epq^3 = 0$$

quarum

CVIVSDAM DIFFERENTIALIS.

quarum differentia per $p-q$ diuisa praebet

$$2B + 2C(p+q) + D(pp+4pq+qq) + 4Eppq(p+q) = 0.$$

Tum vero prior per q demta posteriore per p multiplicata dat diuisione per $p-q$ facta :

$$-4A - B(p+q) + Dpq(p+q) + 4Eppqq = 0$$

statuamus nunc $p+q=r$ et $pq=s$, et ex aequationibus

$$2B + 2Cr + Drr + 2Ds + 4Err = 0$$

$$-4A - Br + Drs + 4Ess = 0$$

elidendo $r = \frac{2(A-Es)}{Ds-B}$ adipiscimur hanc aequationem cubicam :

$$\begin{aligned} & +D^3 \quad \left. \begin{array}{l} -BDD \\ -4CDE \end{array} \right\} s^3 + 4BCE \left. \begin{array}{l} -BBD \\ -8ADE \end{array} \right\} s^2 + 4ACD \left. \begin{array}{l} +B^3 \\ -8ABE \end{array} \right\} s - 4ABC = 0 \\ & +8BEE \quad \left. \begin{array}{l} -8ADE \\ -8ABE \end{array} \right\} s + 8AAD \end{aligned}$$

vnde incognita s definitur, quod igitur triplici modo fieri poterit.

4. Cum igitur sine detrimento scopi praefixi coefficients B et D nihilo aequales assumere liceat, quaestio nostra in integrali huius aequationis inueniendo versatur

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Cxx+Dx^2)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+Cy^2+Dy^2)}}$$

quam hoc modo repraesentemus :

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{A+Cxx+Dx^2}{A+Cy^2+Dy^2}}$$

vnde relationem inter variables x et y generatim elici oportet, id quod sequenti modo praestare conabor:

♣ INTEGRATIO AEQVATIONIS

5. Ponamus primo $x = n\sqrt{pq}$ et $y = n\sqrt{\frac{q}{p}}$,
erit:

$$dx = \frac{n(qdp - pdq)}{2\sqrt{pq}} \text{ et } dy = \frac{n(qdp - pdq)}{2q\sqrt{pq}}, \text{ hincque}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{q(qdp + pdq)}{qdp - pdq}. \text{ Porro autem est}$$

$$\frac{A + Cx^2 + Dx^3}{A + Cy^2 + Dy^3} = \frac{qq(\Lambda + nCpq + nDppq)}{\Lambda qq + nCpq + nDpp}, \text{ vnde}$$

$$\text{fit: } \frac{qdp + pdq}{qdp - pdq} = \sqrt{\frac{\Lambda + nCpq + nDppq}{\Lambda qq + nCpq + nDpp}}$$

vbi nunc numerus n ad commodum nostrum assumi potest.

6. Sit breuitatis gratia

$$\frac{\Lambda + nCpq + nDppq}{\Lambda qq + nCpq + nDpp} = \frac{P + Q}{P - Q}$$

$$\text{erit } \frac{P}{Q} = \frac{\Lambda(1+qq) + nCpq + nDpp(1+qq)}{\Lambda(1-qq) - nDpp(1-qq)} = \frac{(\Lambda + nDpp)(1+qq) + nCpq}{(\Lambda - nDpp)(1-qq)}$$

Tum vero ob $\frac{qdp + pdq}{qdp - pdq} = \sqrt{\frac{P+Q}{P-Q}}$ obtinebimus

$$\frac{qdp}{pdq} = \frac{\sqrt{P+Q} + \sqrt{P-Q}}{\sqrt{P+Q} - \sqrt{P-Q}} = \frac{P + \sqrt{(P+Q)(P-Q)}}{Q}$$

$$\text{et } \frac{pdq}{qdp} = \frac{P - \sqrt{(P+Q)(P-Q)}}{Q}$$

7. Omne iam momentum versatur in idonea substitutione; atque equidem hac vtendum obseruari:

$$q = u + \sqrt{uu - 1}, \text{ vnde fit } \frac{dq}{q} = \frac{du}{\sqrt{uu - 1}}, \text{ et porro}$$

$$x + qq = 2qu; \quad x - qq = -2q\sqrt{uu - 1}, \text{ ex quo}$$

$$\text{conficitur } \frac{P}{Q} = \frac{(\Lambda + nDpp)u + nCp}{(nDpp - \Lambda)\sqrt{uu - 1}}$$

ac nunc quidem pro n vnitatem commodissime assumi euidentis est. Cum ergo fit $\frac{P}{Q} = \frac{(\Lambda + Dpp)u + Cp}{(Dpp - \Lambda)\sqrt{uu - 1}}$

$$\text{erit } \frac{\sqrt{(P+Q)(P-Q)}}{Q} = \frac{\sqrt{(\Lambda + Dpp)u + Cp}(\Lambda + Dpp)u + Cp + (Dpp - \Lambda)^2}{(Dpp - \Lambda)\sqrt{uu - 1}}$$

ita

ita vt nostra aequatio integranda fit :

$$\frac{p \, du}{d p} = \frac{(A + Dpp)u + Cp - \sqrt{(A + Dpp)u + Cp} + Cpu(A + Dpp) + CCpp + (Dpp - A)^2}{Dpp - A}$$

8. Ista formula irrationalis hoc modo repraesentetur :

$$\sqrt{\left(2pu\sqrt{AD} + \frac{C(A + Dpp)}{2\sqrt{AD}}\right)^2 + \frac{(A + Dpp)(Dpp - A)^2}{AD}}$$

ac ponatur

$$2pu\sqrt{AD} + \frac{C(A + Dpp)}{2\sqrt{AD}} = \frac{(Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{2\sqrt{AD}}$$

vnde fit ipsa formula surda = $\frac{(Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}(1 + u)}{2\sqrt{AD}}$

et

$$u = -\frac{C(A + Dpp)}{ADp} + \frac{(Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADp}$$

hincque

$$(A + Dpp)u + Cp = \frac{C(Dpp - A)^2 + (A + Dpp)(Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADp}$$

ita vt iam nostra aequatio fit :

$$\frac{p \, du}{d p} = \frac{-C(Dpp - A) + (A + Dpp)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADp} - \frac{\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{2\sqrt{AD}}$$

9. Inde vero colligimus :

$$du = \frac{-Cdp(Dpp - A)}{ADpp} + \frac{dp(A + Dpp)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADpp} + \frac{d((Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp})}{ADp}$$

ita vt obtineamus

$$\frac{p \, du}{d p} = \frac{-C(Dpp - A)}{ADp} + \frac{(A + Dpp)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADp} + \frac{(Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADdp}$$

qua formula praecedenti aequata commodissime vsu venit, vt plerique termini sponte se tollant, indeque exurgat haec aequatio :

$$\frac{(Dpp - A)\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}}{ADdp} = \frac{-\sqrt{(A + Dpp)u + Cp}(1 + u)}{2\sqrt{AD}}$$

vnde

vnde nascitur $\frac{ds}{\sqrt{(1+ss)}} = \frac{-2dp\sqrt{AD}}{Dpp-A} = \frac{2dp\sqrt{AD}}{A-Dpp}$

cuius integrale in logarithmis est

$$l(s + \sqrt{1+ss}) = l\frac{\sqrt{A+p\sqrt{D}}}{\sqrt{A-p\sqrt{D}}} + l\alpha$$

ita vt habemus

$$s + \sqrt{1+ss} = \frac{\alpha\sqrt{A+p\sqrt{D}}}{\sqrt{A-p\sqrt{D}}} \text{ hincque}$$

$$s = \frac{\alpha\alpha(\sqrt{A+p\sqrt{D}})^2 - (\sqrt{A-p\sqrt{D}})^2}{2\alpha(A-Dpp)}$$

10. Quodsi hinc regrediamur, reperiemus

$$u = \frac{-C(A+Dpp)}{+ADp} + \frac{(\sqrt{A-p\sqrt{D}})^2 - \alpha\alpha(\sqrt{A+p\sqrt{D}})^2}{2\alpha ADp} \sqrt{4AD-CC}$$

vnde definiri oportet $q = u + \sqrt{uu-1}$. Sed quia hinc fit $u = \frac{1+qq}{2q}$, restituendo $p = xy$ et $q = \frac{x}{y}$, aequatio nostra integralis completa est

$$\frac{xx+yy}{2xy} = \frac{-C(A+Dxxyy)}{+ADxy} + \frac{(\sqrt{A-xy\sqrt{D}})^2 - \alpha\alpha(\sqrt{A+xy\sqrt{D}})^2}{2\alpha ADxy} \sqrt{4AD-CC}$$

seu

$$4AD(xx+yy) + 2C(A+Dxxyy) = \frac{\sqrt{4AD-CC}}{\alpha} ((\sqrt{A-xy\sqrt{D}})^2 - \alpha\alpha(\sqrt{A+xy\sqrt{D}})^2)$$

quae euoluitur in hanc

$$\frac{4AD(xx+yy) + 2C(A+Dxxyy)}{\sqrt{4AD-CC}} = \frac{(1-\alpha\alpha)A - 2(1+\alpha\alpha)xy\sqrt{AD} + (1-\alpha\alpha)Dxxyy}{\alpha}$$

et ponendo $\alpha = \frac{\sqrt{4AD-CC}}{mC}$ prodit

$$4AD(xx+yy) + 2C(A+Dxxyy) = \frac{((1+mm)CC - 4AD)(A+Dxxyy) - 2((mm-1)CC + 4AD)xy\sqrt{AD}}{mC}$$

11. Ne casus, vbi \sqrt{AD} fit quantitas imaginaria, turbent, iuuabit integrationem alia via, quae ipsa destructione terminorum §. 9. obseruata

ta innitatur, inuestigare. Scilicet proposita aequatione :

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{A + Cxx + Ex^4}{A + Cyy + Ey^4}}$$

fiat $x = \sqrt{pq}$ et $q = \sqrt{\frac{p}{q}}$, vt hinc obtineatur

$$\frac{pdq}{qd p} = \frac{P - \sqrt{(PP - QQ)}}{Q}$$

existente $\frac{P}{Q} = \frac{(A + Epp)(1 + qq) + 2Cpq}{(A - Epp)(1 - qq)}$.

Ponatur nunc $q = u + \sqrt{(uu - 1)}$, vt fit $1 + qq = 2qu$
 $1 - qq = 2qu - 2qq = -2q\sqrt{(uu - 1)}$, erit $\frac{dq}{q} = \frac{du}{\sqrt{(uu - 1)}}$ et
 $\frac{P}{Q} = \frac{u(A + Epp) + Cp}{(Epp - A)\sqrt{(uu - 1)}}$, vnde resultat haec aequatio
 r^{ans}formata :

$$\frac{p du}{dp} = \frac{u(A + Epp) + Cp - \sqrt{(A + Epp)u + 2Cpu(A + Epp) + CCpp + (Epp - A)^2}}{Epp - A}$$

12. Hac aequatione in ordinem redacta et posito breuitatis gratia membro irrationali $= \sqrt{M}$ fiet :

$$u dp(A + Epp) + Cp dp - p du(Epp - A) = dp \sqrt{M}$$

ac reiecto primum hoc membro irrationali; reperitur integrale $\frac{C + 2Epu}{Epp - A} = \text{Const.}$ cuius constantis loco autem sumatur quantitas variabilis s , vt fit

$$2Epu + C = s(Epp - A) \text{ et } u = \frac{s(Epp - A) - C}{2Ep}$$

atque hinc membrum rationale fit :

$$\frac{-ds(Epp - A)^2}{2E} \text{ et formula irrationalis}$$

$$(Epp - A) \sqrt{\frac{Ass + Cs + E}{E}}$$

ita vt nunc fit $\frac{ds}{2}(Epp - A) = dp \sqrt{E(Ass + Cs + E)}$

seu $\frac{ds}{\sqrt{E(Ass + Cs + E)}} + \frac{2dp}{Epp - A} = 0$ cuius integrale est

$$\frac{1}{\sqrt{AE}} \int \frac{p \sqrt{E - \sqrt{A}}}{p \sqrt{E - \sqrt{A}}} + \frac{1}{\sqrt{AE}} \int (Ass + Cs + E) = \text{Const.}$$

13. Haec aequatio ergo redit ad hanc formam:

$$As + \frac{1}{2}C + \sqrt{A}(As + Cs + E) = \alpha \frac{p\sqrt{E} + \sqrt{A}}{p\sqrt{E} - \sqrt{A}} = T$$

vnde elicitur

$$AE = TT - T(2As + C) + \frac{1}{2}CC \text{ seu}$$

$$2As + C = \frac{TT + \frac{1}{2}CC - AE}{T} = \frac{\alpha\alpha'p\sqrt{E} + \sqrt{A}^2 + (\frac{1}{2}CC - AE)(p\sqrt{E} - \sqrt{A})^2}{\alpha(Epp - A)}$$

Cum nunc fit $p = xy$ et $q = \frac{x}{y}$ erit $u = \frac{xx + yy}{2xy}$ et $s = \frac{E(xx + yy) + C}{Exxyy - A}$, ex quo efficitur

$$\frac{2AE(xx + yy) + CExxyy + AC}{Exxyy - A} = T + \frac{CC - 4AE}{4T}$$

existente $T = \alpha \frac{xy\sqrt{E} + \sqrt{A}}{xy\sqrt{E} - \sqrt{A}} = \alpha \frac{Exxyy + A + 2xy\sqrt{AE}}{Exxyy - A}$

et $\frac{1}{T} = \frac{1}{\alpha} \frac{Exxyy + A - 2xy\sqrt{AE}}{Exxyy - A}$ ideoque

$$2AE(xx + yy) + CExxyy + AC - \alpha(Exxyy + A) + 2axy\sqrt{AE} + \frac{CC - 4AE}{4\alpha}(Exxyy + A) - \frac{2(CC - 4AE)}{4\alpha}xy\sqrt{AE}.$$

14. Ne vnquam haec expressio inuoluat imaginaria, constantis α formam ita immutemus vt fit

$$\alpha + \frac{CC - 4AE}{4\alpha} = F \text{ seu } 4\alpha\alpha = 4\alpha F - CC + 4AE$$

hincque $2\alpha = F + \sqrt{FF + 4AE - CC}$ et

$$\frac{1}{2\alpha} = \frac{F - \sqrt{FF + 4AE - CC}}{CC - 4AE}$$

vnde fit $2\alpha - \frac{(CC - 4AE)}{2\alpha} = 2\sqrt{FF + 4AE - CC}$ et

$$2AE(xx + yy) = (F - C)(Exxyy + A) + 2xy\sqrt{AE}(FF + 4AE - CC)$$

fit nunc $F - C = 2G$ erit

$$AE(xx + yy) = G(A + Exxyy) + 2xy\sqrt{AE}(AE + CG + GG)$$

quae

CVIVSDAM DIFFERENTIALIS. 11

quae est aequatio integralis completa huius differentialis :

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Cxx+Ex^2)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+Cy^2+Ey^2)}}$$

vbi constans G ita accipi debet, vt formula irrationalis $\sqrt{AE(AE+CG+GG)}$ non fiat imaginaria.

15. Forma haec integralis adhuc commodior reddi potest ponendo $G=Eff$, ficque fiet aequatio integralis :

$$A(xx+yy) = ff(A+Exxyy) + 2xy\sqrt{A(A+Cff+Ef^2)}$$

vbi f est constans arbitraria. Hinc autem elicitur

$$y = \frac{x\sqrt{A(A+Cff+Ef^2)} + f\sqrt{A(A+Cxx+Ex^2)}}{A - Effxx}$$

similique modo

$$x = \frac{y\sqrt{A(A+Cff+Ef^2)} + f\sqrt{A(A+Cy^2+Ey^2)}}{A - Effyy}$$

Quae formulae cum iis, quas olim dederam, perfecte consentiant.

16. Integrale hic quidem aequationis differentialis propositae methodo directa sum consecutus, verumtamen diffiteri non possum, hoc per multas ambages esse praestitum, ita vt vix sit expectandum, cuiquam has operationes in mentem venire potuisse. Ex quo haec ipsa methodus, qua hic sum vsus, plurimum in recessu habere videtur, neque vllum est dubium, quin eam diligentius scrutando aditus ad multa alia praeclara aperiat, ac fortasse alia noua methodus idem praestandi detegatur,

12 INTEGRATIO AEQVATIONIS

tur, vnde non contemnenda subsidia ad Analyfin perficiendam hauriri queant.

17. Operationes hic adhibitae aliquantum variari possunt, quod probe perpendisse vsu non carebit. Propositam scilicet aequationem differentialem ita refero :

$$\frac{y dx}{x dy} = \sqrt{\frac{Ayy + Cxxyy + Ex^4yy}{Ax^2x + Cxxyy + Exxy^2}} = \sqrt{\frac{P+Q}{P-Q}}$$

vt fit $\frac{P}{Q} = \frac{(A+Exxyy)(xx+yy) + Cxxyy}{(A-Exxyy)(yy-xx)}$ eritque

$$\frac{y dx + x dy}{y dx - x dy} = \frac{\sqrt{P+Q} + \sqrt{P-Q}}{\sqrt{P+Q} - \sqrt{P-Q}} = \frac{P + \sqrt{PP-QQ}}{Q}$$

tum etiam $\frac{y dx - x dy}{y dx + x dy} = \frac{P - \sqrt{PP-QQ}}{Q}$.

Faciamus nunc hanc substitutionem :

$$x = p(\sqrt{\frac{q+1}{2}} - \sqrt{\frac{q-1}{2}}) \text{ et } y = p(\sqrt{\frac{q+1}{2}} + \sqrt{\frac{q-1}{2}})$$

erit $xy = pp$; $xx + yy = 2ppq$; $yy - xx = 2pp\sqrt{qq-1}$

deinde $\frac{dx}{x} = \frac{dp}{p} - \frac{dq}{2\sqrt{qq-1}}$ et $\frac{dy}{y} = \frac{dp}{p} + \frac{dq}{2\sqrt{qq-1}}$; vnde fit

$$\frac{y dx}{x dy} = \frac{\frac{dp}{p} - \frac{dq}{2\sqrt{qq-1}}}{\frac{dp}{p} + \frac{dq}{2\sqrt{qq-1}}} \text{ et } \frac{y dx - x dy}{y dx + x dy} = \frac{-p dq}{2dp\sqrt{qq-1}}$$

atque $\frac{P}{Q} = \frac{2(A+Ep^4)ppq + Cp^4}{2(A-Ep^4)pp\sqrt{qq-1}} = \frac{(A+Ep^4)q + Cpp}{(A-Ep^4)\sqrt{qq-1}}$

vnde fit $\frac{\sqrt{PP-QQ}}{Q} = \frac{\sqrt{(A+Ep^4)q + Cpp}}{(A-Ep^4)\sqrt{qq-1}}$

18. Sit $pp = r$ eritque ob $\frac{dp}{p} = \frac{dr}{2r}$

$$0 = \frac{rdq}{dr} + \frac{(A+Err)r + Cr - \sqrt{(A+Err)q + Cpp} + Crq(A+Err) + CCrr + (A-Err)^2}{A-Err}$$

siue

$$r dq (A-Err) + q dr (A+Err) + Cr dr = dr \sqrt{(A+Err)q + Cpp} + Crq(A+Err) + CCrr + (A-Err)^2$$

Quan-

Quantitas vinculo radicali implicata ita exhibeatur

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{AE}}(16AAEErrqq + 8ACErq(A + Err) + 4ACCErr \\ & \quad + 4AE(A - Err)^2) \\ & = \frac{1}{\sqrt{AE}}((4AErq + C(A + Err))^2 + (4AE - CC)(A - Err)^2). \end{aligned}$$

Ponamus ergo $4AErq + C(A + Err) = s(A - Err)$
 $\sqrt{4AE - CC}$

eritque formula surda $= \frac{(A - Err)\sqrt{(4AE - CC)(1 + ss)}}{2\sqrt{AE}}$, et ob
 $s\sqrt{4AE - CC} = \frac{4AErq - C(A + Err)}{A - Err}$

erit differentiando:

$$ds\sqrt{4AE - CC} = \frac{4AAE(rdq + qdr) - 4AEEr^2dq + 4AEErrqdr + 4ACErdr}{(A - Err)^2}$$

ideoque

$$rdq(A - Err) + qdr(A + Err) + Crdr = \frac{ds(A - Err)^2\sqrt{(4AE - CC)}}{4AE}$$

quod cum fit ipsum prius membrum nostrae aequationis, cui aequalis est $\frac{dr(A - Err)\sqrt{(4AE - CC)(1 + ss)}}{2\sqrt{AE}}$ habebimus

$$\frac{ds(A - Err)}{2\sqrt{AE}} = dr\sqrt{(1 + ss)} \text{ et } \frac{2dr\sqrt{AE}}{A - Err} = \frac{ds}{\sqrt{(1 + ss)}} \text{ cuius}$$

integrale est $(s + \sqrt{(1 + ss)}) = a \cdot \frac{\sqrt{A + r\sqrt{E}}}{\sqrt{A - r\sqrt{E}}}$ vnde fit

$$1 = a\alpha \left(\frac{\sqrt{A + r\sqrt{E}}}{\sqrt{A - r\sqrt{E}}} \right)^2 - 2\alpha s \cdot \frac{\sqrt{A + r\sqrt{E}}}{\sqrt{A - r\sqrt{E}}}$$

$$\text{Est vero } s = \frac{4AErq + C(A + Err)}{(A - Err)\sqrt{(4AE - CC)}}$$

atque $r = pp = xy$ et $q = \frac{xx + yy}{2xy}$, hincque

$$s = \frac{2AE(xx + yy) + C(A + E\frac{xx + yy}{xy})}{(A - E\frac{xy}{xy})\sqrt{(4AE - CC)}}$$

19. Idem expedire possumus sine substitutione noua; statim enim ac peruenimus ad hanc aequationem:

$$rdq(A - Err) + qdr(A + Err) + Crdr = \\ dr\sqrt{\frac{+AErq + C(A + Err)^2 + (+AE - CC)(A - Err)^2}{+AE}}$$

notetur esse membrum prius $= \frac{(A - Err)^2}{+AE} d. \frac{+AErq + C(A + Err)}{A - Err}$
posteriori vero ita exprimi posse

$$\frac{dr(A - Err)}{2\sqrt{AE}} \sqrt{(4AE - CC + \frac{(+AErq + C(A + Err))^2}{A - Err})^2}$$

vnde posito breuitatis gratia $\frac{+AErq + C(A + Err)}{A - Err} = v$

$$\text{erit } \frac{(A - Err)^2}{+AE} dv = \frac{dr(A - Err)}{2\sqrt{AE}} \sqrt{(4AE - CC + vv)}$$

$$\text{ideoque } \frac{dv}{\sqrt{(4AE - CC + vv)}} = \frac{2dr\sqrt{AE}}{A - Err}$$

20. Aliud specimen huius reductionis daturus, considerabo hanc aequationem:

$$\frac{dx}{\sqrt{(Bx + Cxx + Dx^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(By + Cy^2 + Dy^3)}}$$

quam ita repraesento

$$\frac{y dx}{x dy} = \sqrt{\frac{Bxy + Cxxy + Dx^2yy}{Bxy + Cxxy + Dxxy^2}} = \sqrt{\frac{P + Q}{P - Q}}$$

$$\text{vt sit } \frac{P}{Q} = \frac{Bxy(y+x) + 2Cxxy + Dxxyy(x+y)}{Bxy(y-x) + Dxxyy(x-y)}$$

$$\text{feu } \frac{P}{Q} = \frac{(B + Dx^2y)(x+y) + Cxy}{(B - Dx^2y)(y-x)}$$

$$\text{eritque } \frac{y dx - x dy}{y dx + x dy} = \frac{P + \sqrt{(PP - QQ)}}{Q}$$

21. Statuatur nunc $x = p(u + \sqrt{uu - 1})$ et $y = p(u - \sqrt{uu - 1})$ erit $\frac{dx}{x} = \frac{dp}{p} + \frac{du}{\sqrt{uu - 1}}$ et $\frac{dy}{y} = \frac{dp}{p} - \frac{du}{\sqrt{uu - 1}}$, hincque $\frac{y dx - x dy}{y dx + x dy} = \frac{p du}{dp \sqrt{uu - 1}}$. Deinde

inde ob $xy = pp$, et $x + y = 2pu$; $y - x = -2p\sqrt{(uu - 1)}$

erit $\frac{P}{Q} = \frac{(B + Dpp)u + Cp}{(B - Dpp)\sqrt{(uu - 1)}}$ ideoque

$$\frac{p du}{dp} = \frac{(B + Dpp)u + Cp - \sqrt{(4BDppuu + 2Cpu(B + Dpp) + CCpp + (B - Dpp)^2)}}{Dpp - B}$$

vnde fit

$$u dp (B + Dpp) - p du (Dpp - B) + Cp dp = dp \sqrt{(\dots)}$$

Prius membrum est $(B - Dpp)^2 d \frac{pu + \frac{C}{BD} (B + Dpp)}{B - Dpp}$ seu

$$\frac{(B - Dpp)^2}{4BD} d. \frac{4BDpu + C(B + Dpp)}{B - Dpp}$$

at quantitas signo radicali inuoluta ita scribi potest

$$\frac{1}{4BD} (16BBDDppuu + 8BCDpu(B + Dpp) + 4BCCDpp + 4BD(B - Dpp)^2)$$

$$= \frac{1}{4BD} ((4BDpu + C(B + Dpp))^2 + (4BD - CC)(B - Dpp)^2)$$

vnde membrum irrationale erit

$$\frac{B - Dpp}{2\sqrt{BD}} \sqrt{(4BD - CC + (\frac{4BDpu + C(B + Dpp)}{B - Dpp})^2)}$$

Quare posito breuitatis gratia $\frac{4BDpu + C(B + Dpp)}{B - Dpp} = s$ erit

$$\frac{(B - Dpp)^2}{4BD} ds = \frac{(B - Dpp) dp}{2\sqrt{BD}} \sqrt{(4BD - CC + ss)} \text{ vnde fit}$$

$$\frac{ds}{\sqrt{(4BD - CC + ss)}} = \frac{2 dp \sqrt{BD}}{B - Dpp} \text{ et integrando}$$

$$s + \sqrt{(4BD - CC + ss)} = \alpha \cdot \frac{\sqrt{B + p\sqrt{D}}}{\sqrt{B - p\sqrt{D}}} \text{ ideoque}$$

$$4BD - CC = \alpha \alpha \left(\frac{\sqrt{B + p\sqrt{D}}}{\sqrt{B - p\sqrt{D}}} \right)^2 - 2\alpha s \cdot \frac{\sqrt{B + p\sqrt{D}}}{\sqrt{B - p\sqrt{D}}}$$

22. Fundamentum ergo harum reductionum in hoc consistit, vt primo ponatur $x = pq$ et $y = \frac{p}{q}$, tum vero pro q eiusmodi formula accipiatur, qua partes $x + y$, $xx + yy$, etc. quae in formula $\frac{P}{Q}$ in-

funt,

sunt, quam simplicissimae reddantur. Veluti in casu §. 17. sumimus $q = \sqrt{\frac{u+1}{2}} + \sqrt{\frac{u-1}{2}}$, seu $qq = u + \sqrt{uu-1}$, in ultimo vero $q = u + \sqrt{uu-1}$: ibi nempe opus non erat, ut $x+y$ rationaliter exprimatur, vnde sufficiebat ipsi qq formam $u + \sqrt{uu-1}$ tribui, hic vero necesse erat, ut $x+y$ rationalem consequatur valorem.

23. Denique casum simpliciolem praetermittere non possum, quo proponitur haec aequatio

$$\frac{dx}{\sqrt{(\Lambda + Cxx)}} = \frac{dy}{\sqrt{(\Lambda + Cyy)}}, \text{ quam ita refero } \frac{ydx}{xdy} = \sqrt{\frac{\Lambda yy + Cxxy}{\Lambda xx + Cxyy}}$$

$$= \sqrt{\frac{P+Q}{P-Q}}; \text{ posito ergo } x = p(\sqrt{\frac{q+1}{2}} - \sqrt{\frac{q-1}{2}}) \text{ et}$$

$$y = p(\sqrt{\frac{q+1}{2}} + \sqrt{\frac{q-1}{2}}) \text{ fiet } \frac{-pdq}{2dp\sqrt{(qq-1)}} = \frac{P - \sqrt{(P^2 - QQ)}}{Q}$$

existente

$$\frac{P}{Q} = \frac{\Lambda q + Cpp}{\Lambda \sqrt{(qq-1)}} \text{ et } \frac{\sqrt{(PP-QQ)}}{Q} = \frac{\sqrt{(2ACppq + CCp^2 + \Lambda\Lambda)}}{\Lambda \sqrt{(qq-1)}}$$

vnde sumto $pp = r = xy$ erit

$$0 = \frac{rdq}{\Lambda r} + \frac{\Lambda q + C - \sqrt{(2ACrq + CCrr + \Lambda\Lambda)}}{\Lambda} \text{ hincque}$$

$$\frac{\Lambda(rdq + qdr) + Crdr}{\sqrt{(2ACrq + CCrr + \Lambda\Lambda)}} = dr \text{ cuius integrale est}$$

$$Cr + F = \sqrt{(2ACrq + CCrr + \Lambda\Lambda)} \text{ seu}$$

$$FF + 2CFr = 2ACrq + \Lambda\Lambda$$

est vero $r = xy$ et $q = \frac{x+y}{2xy}$ vnde aequatio integralis est $FF + 2CFxy = \Lambda\Lambda + AC(xx+yy)$.

Sicque haec comparatio inter x et y , quae alias per logarithmos vel arcus circulares ostendi solet, hic algebraice est eruta.

DE

DE
ARCUBVS CVRVARVM
AEQVE AMPLIS EORVMQVE
COMPARATIONE.

Auctore

L. E V L E R O.

I.

Amplitudinem arcus cuiuscunque lineae curuae Tab. I.
 cum Celeb. *Iob. Bernoullio* b. m. voco angu- Fig. I.
 lum, quem rectae ad eius terminos normales inter
 se constituunt. Ita si fuerit *AM* arcus lineae cu-
 iuscunque curvae, atque ad eius terminos *A* et *M*
 rectae normales ducantur *AO* et *MO* in *O* concur-
 rentes, angulus *AOM* erit amplitudo arcus *AM*.
 Haec amplitudinis idea perquam ingeniose ad curvas
 dimetiendas est introducta, propterea quod non vti
 ceterae relationes, quibus natura curvarum per
 coordinatas exprimi solet, ab hypothefibus arbitra-
 riis pendet; dum enim relatio inter coordinatas,
 prouti axis eiusque initium diuersimode accipitur,
 plurimum variare potest manente eadem linea cur-
 va, notio amplitudinis nulli huiusmodi varietati est
 obnoxia, nisi forte quod alio atque alio puncto
 curuae *A* pro initio assumpto angulus *AOM* quan-
 titate constante augeri diminuiue queat, vnde ta-
 Tom. XII. Nou. Comm. C men

men vix fenfibilis mutatio in calculum redundat. Ex quo amplitudo essentialiter ad naturam curvae pertinere est confenda, dum coordinatae aliaeque relationes extrinsecus pro arbitrio nostro eo traducuntur.

2. Aequae essentialis autem notio amplitudinis lineis curuis est statuenda atque notio curuedinis, cuius mensura per radium osculi exhiberi solet quippe qui ex amplitudine expedite definitur. Posito enim arcu ipso $AM = s$, eiusque amplitudine seu angulo $AOM = \Phi$, sit MR radius osculi curvae in M , quo scilicet elementum curvae $Mm = ds$, tanquam arcus circuli centro R describi est putandum: et cum arcus infinite parum aucti AMm amplitudo sit angulus $Aom = \Phi + d\Phi$, fiet angulus $MRm = d\Phi$, hincque $RM \cdot d\Phi = Mm = ds$; vnde prodit radius osculi $MR = \frac{ds}{d\Phi}$. Vicissim igitur si radius osculi MR vocetur $= r$, ob $r = \frac{ds}{d\Phi}$ habebitur $d\Phi = \frac{ds}{r}$, qua formula ex curua s et radio osculi r eius amplitudo definitur; ac denique ex amplitudine Φ et radio osculi r ipsa curuae longitudo ita definitur, vt sit $ds = r d\Phi$ seu $s = \int r d\Phi$.

3. Ponamus igitur dari pro curua AM aequationem inter ipsum eius arcum $AM = s$, eiusque amplitudinem seu angulum $AOM = \Phi$, quae aequatio sit saltem differentialis; atque tali aequatione naturam curvae ita essentialiter exprimetur, vt eius vera curuatura vbique quasi sponte se offerat, nullumque discrimen a positionibus arbitrariis oriundum

dum locum inueniat; nisi quod dum longitudo arcus ab alio principio A computatur, quo quantitas s augmentum vel decrementum constans accipit, simul angulus Φ quantitate constante siue augeatur, siue diminuatur. Atque ex tali aequatione facili negotio aequatio inter coordinatas consuetas elicietur; si enim recta AO pro axe assumatur, in eumque ex M perpendiculum MP demittatur, vt habeantur coordinatae orthogonales $AP = x$, $PM = y$, ob angulum $AMP = AOM = \Phi$, erit $dx = ds \sin. \Phi$ et $dy = ds \cos. \Phi$; vnde ob aequationem datam inter ds et angulum Φ habebuntur ipsae coordinatae:

$$AP = x = \int ds \sin. \Phi \quad \text{et} \quad PM = y = \int ds \cos. \Phi.$$

Vel si in aequatione inter s et Φ scribatur $\frac{dx}{ds}$ pro $\sin. \Phi$ et $\frac{dy}{ds}$ pro $\cos. \Phi$, oriatur aequatio differentialis inter coordinatas x et y ob $ds^2 = dx^2 + dy^2$.

4. Hinc etiam facillime radius osculi per coordinatas x et y exprimitur; cum enim sit radius osculi $r = \frac{ds}{d\Phi}$, ob $\sin. \Phi = \frac{dx}{ds}$, habebimus differentiendo $d\Phi \cos. \Phi = d. \frac{dx}{ds}$; at est $\cos. \Phi = \frac{dy}{ds}$, ex quo obtinebitur:

$$d\Phi = \frac{ds}{dy} d. \frac{dx}{ds} \quad \text{et} \quad r = \frac{dy}{d. \frac{dx}{ds}},$$

quae est formula nulli ambiguitati obnoxia. Simili autem modo differentiendo formulam $\cos. \Phi = \frac{dy}{ds}$ habebit

habebimus $d\Phi \sin. \Phi = -d. \frac{dy}{ds}$ hincque ob $\sin \Phi = \frac{dx}{ds}$ erit

$$d\Phi = -\frac{ds}{dx} d. \frac{dy}{ds} \text{ et } r = \frac{-dx}{d. \frac{dy}{ds}}$$

quae binae formulae inter se conueniunt. Posito enim $dy = p dx$, erit $\frac{dx}{ds} = \frac{1}{\sqrt{(1+p^2)}}$ et $\frac{dy}{ds} = \frac{p}{\sqrt{(1+p^2)}}$; sicque vtrunque elicitur: $r = \frac{-dx(1+p^2)\sqrt{(1+p^2)}}{d p}$.

5. Pro circulo igitur, quoniam eius radius osculi r vbique est constans quippe radio, qui fit $= a$ aequalis, habebitur statim $a = \frac{ds}{d\Phi}$, hincque $s = a\Phi$; seu quilibet circuli arcus suae amplitudini est aequalis. Ex hac scilicet notissima circuli proprietate sequitur, omnes circuli arcus aequae amplitudines simul inter se esse aequales; neque vlla alia existit linea curua, in qua omnes arcus aequae amplitudines inter se essent aequales. Quae proprietas etiam, cum angulus a tangentibus extremis AT et MT ad T formatus fit complementum amplitudinis $AOM = \Phi$ ad duos rectos, ita enunciari potest, ut datus angulus ATM , vtcunque peripheriae circuli applicetur, ita ut suis cruribus eam tangat, semper aequales arcus intercipiat. Probe autem notetur, circulum hac proprietate gaudere, quantuscunque angulus ATM accipiatur: nam si huic angulo ATM determinata quaedam quantitas tribuatur, aliae fortasse quoque existent lineae curuae, ad quas hic angulus applicatus etiam perpetuo aequales arcus intercipiat.

6. Hanc

6. Hanc igitur quaestionem hic potissimum tractandam suscepi, vtrum praeter circulum aliae dentur lineae curvae, ad quas datus angulus ATM ita applicatus, vt cruribus suis curuam tangat, continuo arcus aequales intercipiat? tum vero si tales dentur, quomodo eae inuestigari queant? Vel vt hanc quaestionem ad amplitudinis notionem reuocemus, sit data amplitudo $=\alpha$, quaeriturque, num praeter circulum aliae dentur lineae curvae, quarum omnes arcus eandem amplitudinem α habentes sint inter se aequales? Nisi enim curuae tractus cuspidibus vel ramis in infinitum porrectis perturbetur, ab eius quouis puncto arcus abscindi potest, cuius amplitudo sit $=\alpha$; sicque in eadem curua exhiberi poterunt infiniti arcus eiusdem amplitudinis α , qui an omnes inter se, nisi curua fuerit circulus, aequales esse queant? hic primum quaeritur.

7. Hanc autem quaestionem affirmadam esse ex casu quo amplitudo $\alpha = 180^\circ$ assumitur, statim liquet, quippe quo tangentes AT et MT inter se fiunt parallelae; aequalitas enim talium arcuum aequae amplitudinum adeo in ellipsi manifesto habet locum. Nam cum omnes diametri perimetrum ellipsis bifariam diuidant, quoniam tangentes ad terminos cuiusque diametri ductae sunt inter se parallelae, omnium semissium ellipticarum eadem est amplitudo 180° ; ex quo perspicuum est ellipsim eiusmodi esse lineam curuam, cuius omnes arcus,

C 3

quorum

quorum amplitudo est 180° sint inter se aequales. Eadem proprietate quoque erunt praeditae omnes aliae curvae in se redeuntes centro gaudentes, ex quo concludo etiam praeter circulum innumerabiles alias dari curvas, quarum omnes arcus aliam quandam datam amplitudinem habentes sint inter se aequales. Verum, mox patebit mensuram huius amplitudinis datae rationem rationalem ad angulam rectum tenere oportere.

Problema Generale.

Tab. 1. 8. *Invenio lineam curvam AMN, cuius omnes*
 Fig. 2. *arcus AF, MN, quorum eadem est amplitudo = a*
sint inter se aequales.

Solutio.

Sit arcus quicumque a puncto fixo A computatus $AM = s$ eiusque amplitudo $AOM = \Phi$, atque aequatio inter s et Φ eiusmodi esse debet, ut si loco Φ capiatur $\Phi + a$, arcus s augmentum datum, quod sit $= a$, accipiat; scilicet si a puncto indefinito M abscindatur arcus MN isti augmento a aequalis, ut eius amplitudo MLN futura sit $= a$, ideoque totius arcus $AMN = s + a$ amplitudo $= \Phi + a$. Primum igitur patet huic conditioni satisfieri, si statuatur $s = \frac{a\Phi}{\alpha}$, tum enim posito $\Phi + a$ loco Φ , arcus s abit in $s + a$; hac autem positione curva quaesita fit circulus; propterea quod
 radius

radius osculi $r = \frac{d^2 s}{d\phi^2}$ praeedit constans $= \frac{a}{\alpha}$. Verum hic nobis est propositum praeter circulum eas investigare lineas curvas, quae huic problemati satisficiant, atque adeo eius solutionem generalem adornare.

9. Concipio igitur eiusmodi functionem anguli Φ , quae invariata maneat, etiamsi pro Φ scribatur $\Phi + \alpha$, cuiusmodi functiones per sinus, tangentibus exprimi posse intelliguntur, siquidem novimus infinitorum angulorum communes esse sinus vel tangentes. Quodsi igitur V sit talis functio anguli Φ , manifestum est, et huiusmodi aequationem $s = \frac{a}{\alpha} \Phi + V$ conditiones problematis adimplere: nam si pro Φ scribatur $\Phi + \alpha$, prius membrum $\frac{a}{\alpha} \Phi$ abit in $\frac{a}{\alpha} \Phi + a$, alterum vero V manet invariatum, unde aucta amplitudine Φ angulo α , arcus amplitudini $\Phi + \alpha$ respondens erit $= \frac{a}{\alpha} \Phi + a + V$, ideoque priorem arcum s superat quantitate constanter a . Quare cuiuscunque arcus MN cuius amplitudo est $= \alpha$, longitudo erit constans $= a$, omnino uti problema postulat. Totae ergo huius problematis solutio huc redit, ut huiusmodi functiones idoneae V exquirantur, quae angulo $\Phi + \alpha$ aequae conveniant atque angulo Φ , seu quae nullam mutationem subeant, etiamsi pro Φ scribatur $\Phi + \alpha$.

10. Novimus autem, si π denotet angulum duorum rectorum, angulum quemcumque ω tri-
sinum quam cosinum et tangentem communes habere

bere cum omnibus his angulis innumerabilibus $2\pi + \omega$; $4\pi + \omega$; $6\pi + \omega$; $8\pi + \omega$; etc. qui in hac formula generali $2n\pi + \omega$ continentur, denotante n numerum quemcunque integrum, eumque tam negatiuum quam positium. Cum igitur anguli ω et $2n\pi + \omega$ communes habeant sinum, cosinum, et tangentem; etiam anguli $m\Phi$ et $m\Phi + m\alpha$ tam sinum quam cosinum habebunt communem, si fuerit $m\alpha = 2n\pi$, ideoque $m = \frac{2n\pi}{\alpha}$. Ex quo tam sinus quam cosinus anguli $\frac{2n\pi\Phi}{\alpha}$ eiuſmodi erunt functiones, quae nullam mutationem patiuntur, etiamsi pro Φ scribatur $\Phi + \alpha$. Pro n ergo successiue ponendo 1, 2, 3, 4 etc. tales functiones pro V adhibendae erunt:

$$\begin{aligned} & \sin. \frac{2\pi\Phi}{\alpha}; \sin. \frac{4\pi\Phi}{\alpha}; \sin. \frac{6\pi\Phi}{\alpha}; \sin. \frac{8\pi\Phi}{\alpha} \text{ etc.} \\ & \cos. \frac{2\pi\Phi}{\alpha}; \cos. \frac{4\pi\Phi}{\alpha}; \cos. \frac{6\pi\Phi}{\alpha}; \cos. \frac{8\pi\Phi}{\alpha} \text{ etc.} \end{aligned}$$

11. Quia vero sinus et cosinus angulorum multiplorum per sinum et cosinum anguli simplicis rationaliter exprimuntur, eiusque functiones uniformes sunt censendae, patet functionem quamcunque rationalem tam sinus quam cosinus anguli $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ pro V vsurpari posse, quoniam istius anguli tam sinus quam cosinus idem manet, etiamsi pro Φ scribatur $\Phi + \alpha$. Functionem autem hanc rationalem esse oportet, ut pro eodem angulo Φ unicum valorem recipiat; ex quo functiones irrationales excluduntur; si enim tales admittere vellemus, ex
angulo

angulo $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ etiam sinus et cosinus angulorum submultiplicorum deriuare possemus, qui tamen nullo modo satisfacerent. Pro V itaque assumi debet functio quaecunque rationalis quantitatum $\sin.\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ et $\cos.\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$, vnde perspicuum est, nisi angulus α ad 2π rationem teneat rationalem, has quantitates ne quidem ex angulo Φ assignari posse. Assumpta autem pro V tali functione quacunque, aequatio generalis pro curuis problemati satis facientibus erit $s = \frac{a\Phi}{\alpha} + V$.

12. Ex hac aequatione statim aequatio inter coordinatas solitas, elici potest, si enim rectam AE ad curuam in A normalem pro axe assumamus, ad eumque ex M applicatam MP normaliter ducamus, positis AP=x et PM=y, ob $ds = \frac{ad\Phi}{\alpha} + dV$ habebimus:

$$x = \frac{a}{\alpha} (1 - \cos.\Phi) + \int dV \sin.\Phi \quad \text{et} \quad y = \frac{a}{\alpha} \sin.\Phi + \int dV \cos.\Phi$$

vnde si formulae $\int dV \sin.\Phi$ et $\int dV \cos.\Phi$ integrari, ac per sinus et cosinus anguli Φ , eiusue multiplicorum exprimi queant, curuae prodibunt algebraicæ problemati satisficientes. Verum ex natura differentiationis constat, differentiale functionis V semper habiturum esse huiusmodi formam $Ud\Phi$, in qua etiam U futura sit functio rationalis quantitatum $\sin.\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ et $\cos.\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$. Neque vero hinc vicissim concludere licet, si U fuerit talis functio, etiam integrale

Fom. XII. Nou. Comm. D grale

grale $V = \int U d\Phi$ huiusmodi fore functionem, quod tamen natura problematis postulat.

13. Quo nunc in indolem harum curvarum accuratius inquiremus, earum radium osculi contemplemur, qui in M fit $= r$. Cum igitur inuenimus $r = \frac{ds}{d\Phi}$, ob $ds = \frac{ad\Phi}{\alpha} + dV = \frac{ad\Phi}{\alpha} + U d\Phi$ posito $dV = U d\Phi$, erit $r = \frac{a}{\alpha} + U$. Hic igitur statim liquet, radios osculi in M et N inter se fore aequales, quia enim posito $\Phi + \alpha$ loco Φ quantitas U non mutatur, radius quoque osculi eundem retinebit valorem. Sumto ergo quoque ab principio A arcu AF amplitudinis $= \alpha$, ut fit ipse arcus $AF = a$, radius osculi in F aequalis erit radio osculi in A , et cum fit arcus $MN = AF = a$, erit arcus $FN =$ arcui AM . Quare cum radius osculi in N aequalis fit radio osculi in M , arcus FN non solum aequalis, sed etiam similis erit arcui AM , ex quo curua ita erit comparata, ut ex pluribus partibus similibus in eandem plagam se insequentibus componatur. Tot scilicet huiusmodi portiones similes habebit, quoties angulus α continetur in quatuor angulis rectis.

14. Haec consideratio similitudinis, si eam debita attentione tractemus, generalem nobis methodum suppeditabit omnes curuas algebraicas, quae quidem problemati satisfaciant, inueniendi; quae eo magis videtur notatu digna, quod non tam facile ex formulis principalibus supra exhibitis deriuari possit,

possit, vnde non contemnenda subsidia, quae per vniuersam Analysin eximiam vtilitatem sint habitura, hauriri poterunt. Quam ob causam hoc problema imprimis dignum existimaui, quod accuratius euolueretur. Verum ante, quam insignem hunc similitudinis vsu ostendam, haud abs re erit quasdam curuas algebraicas ex formulis primo inuentis elicere, quo simul pateat, quam restricta sit ista via ad curuas algebraicas nobis patefaciendas; hincque praestantia alterius methodi post declarandae eo magis elucescat. Hunc in finem pono breuitatis gratia $\frac{2\pi}{a} = n$, vt V denotet functionem quamcunque vniuniformem binarum quantitatum $\sin.n\Phi$ et $\cos.n\Phi$: tum igitur erit vt vidimus:

$$x = \frac{a}{2} (1 - \cos.\Phi) + \int dV \sin.\Phi \quad \text{et} \quad y = \frac{a}{2} \sin.\Phi + \int dV \cos.\Phi.$$

15. Vt iam hinc curuas algebraicas eruamus, pro V sumere poterimus huiusmodi formam:

$$V = +A \sin.n\Phi + B \sin.2n\Phi + C \sin.3n\Phi + D \sin.4n\Phi + \text{etc.} \\ + \mathfrak{A} \cos.n\Phi + \mathfrak{B} \cos.2n\Phi + \mathfrak{C} \cos.3n\Phi + \mathfrak{D} \cos.4n\Phi + \text{etc.}$$

atque hinc casum simplicissimum obtinebimus ponendo

$$V = \frac{2b}{n} \sin.n\Phi, \quad \text{vnde fit} \quad dV = 2bd\Phi \cos.n\Phi.$$

Quo valore assumto erit

$$dV \sin \Phi = bd\Phi (\sin.(n+1)\Phi - \sin.(n-1)\Phi)$$

$$dV \cos.\Phi = bd\Phi (\cos.(n+1)\Phi + \cos.(n-1)\Phi)$$

quae formulae cum sint integrabiles, habebimus:

$$x = \frac{a}{\alpha} (1 - \cos. \Phi) + b \left(\frac{1 - \cos. (n+1)\Phi}{n+1} - \frac{1 + \cos. (n-1)\Phi}{n-1} \right)$$

$$y = \frac{a}{\alpha} \sin. \Phi + b \left(\frac{\sin. (n+1)\Phi}{n+1} + \frac{\sin. (n-1)\Phi}{n-1} \right)$$

adiectis scilicet eiusmodi constantibus, vt euanescen-
te angulo Φ simul coordinatae x et y euanescant,
vti earum assumptio postulat.

16. Consideremus casum, quo omnes arcus,
quorum amplitudo est 180° , seu $\alpha = \pi$; inter se
debent esse aequales; fiet igitur $\frac{2\pi}{\alpha} = n = 2$, et coor-
dinatae curvae satisfaciens erunt:

$$x = \frac{a}{\alpha} (1 - \cos. \Phi) + \frac{1}{3} b (1 - \cos. 3\Phi) - b (1 - \cos. \Phi)$$

$$y = \frac{a}{\alpha} \sin. \Phi + \frac{1}{3} b \sin. 3\Phi + b \sin. \Phi$$

Sumatur alia abscissa t vt sit $x = \frac{a}{\alpha} - \frac{1}{3} b - t$, erit

$$t = \left(\frac{a}{\alpha} - b \right) \cos. \Phi + \frac{1}{3} b \cos. 3\Phi$$

$$y = \left(\frac{a}{\alpha} + b \right) \sin. \Phi + \frac{1}{3} b \sin. 3\Phi$$

sit porro $\frac{a}{\alpha} - b = f$; $\frac{a}{\alpha} + b = g$, erit $b = \frac{g-f}{2}$, ideoque

$$t = f \cos. \Phi + \frac{g-f}{6} \cos. 3\Phi; y = g \sin. \Phi + \frac{g-f}{6} \sin. 3\Phi$$

seu ob $\cos. 3\Phi = -3 \cos. \Phi + 4 \cos. \Phi^3$ et $\sin. 3\Phi = 3 \sin. \Phi - 4 \sin. \Phi^3$

$$t = \frac{2f-g}{2} \cos. \Phi + \frac{2g-2f}{3} \cos. \Phi^3; y = \frac{2g-f}{2} \sin. \Phi + \frac{2f-2g}{3} \sin. \Phi^3$$

Vnde eliminando angulo Φ inter coordinatas t et y
oritur aequatio sex dimensionum.

17. Quoniam igitur nouimus huic casui elli-
psin satisfacere, quae vtique post circulum est curua
sim-

simplicissima, evidens est, hanc methodum non esse aptam ad curvas algebraicas simpliciores exhibendas; atque multo minus ad hunc scopum pertingere poterimus, si angulus α fuerit minor pars aliquota totius peripheriae 2π . Ratio huius defectus in hoc est sita, quod dum pro V functionem algebraicam quantitatum $\sin.n\Phi$ et $\cos.n\Phi$ assumimus, alias lineas curvas non inueniamus, nisi quarum rectificatio a quadratura circuli pendeat; cum enim habeamus $s = \frac{\alpha\Phi}{\alpha} + V$, quilibet arcus harum curvarum erit aggregatum ex arcu circulari $\frac{\alpha\Phi}{\alpha}$ et linea recta V algebraice assignabili. Quare ut curvae algebraicae simpliciores inde elici possent, pro V functio transcendens accipi deberet, quae tamen ita esset comparata, ut formulae $dV \sin.\Phi$ et $dV \cos.\Phi$ integrationem admitterent: Verum his casibus iudicium, utrum functio V debita gaudeat proprietate, difficilius videtur quam ut ei in calculo fidere queamus. Hinc eo magis e re erit ut tradatur

Methodus magis idonea curvas algebraicas huic quaestioni satisfaciens inueniendi.

18. Talem autem methodum consideratio similitudinis arcuum AM et FN largitur. Cum enim natura problematis hanc similitudinem inuoluet; etiam vicissim concludere licet omnes curvas, in quibus haec similitudo locum habeat, simul problemati satisfacere. Namque si arcus AMF habeat

D 3 ampli-

amplitudinem propositam $=\alpha$, atque curua ultra F ita protendatur, vt arcus FN similis et aequalis fit arcui AM, tum sumto arcu FN aequali arcui AM, tam eius longitudo MFN aequalis erit arcui AMF, quam eius amplitudo MLN aequalis amplitudini AEF $=\alpha$. Quare ad problema resolendum sufficit eiusmodi curuas inuestigare, quae ultra arcum AF cuius amplitudo est $=\alpha$ ita continuentur, vt portio continuata FN similis et aequalis fit ipsi curuae AM.

19. Siue igitur curua ad axem AE siue ad axem FE referatur eadem prodire debet aequatio inter coordinatas; verum si recta FE inaequalis fuerit rectae AE hinc quaedam disparitas nascitur, vt arcus FN non aequae ad punctum E referatur, atque arcus AM eo refertur: commoditas autem analyseos postulat, vt punctum in calculum introducatur, ad quod arcus similes AM et FN aequaliter referantur. Vt igitur tale punctum inueniamus, per data tria puncta A, E et F circulum describamus AEF, eiusque arcu AEF bisecto in C, erit C hoc punctum quod desideramus. Cum enim anguli CAE et CFE sint aequales, arcus AM et FN aequaliter referuntur ad rectas AC et FC, et quia $FC=AC$, horum arcuum quoque par est relatio ad punctum C, quod idcirco centrum similitudinis appellari potest. Quin etiam angulus ACF, etsi lineae CA et CF in curuam non sunt normales, sed quia similiter ad eam sunt incli-

Tab. I.
Fig. 3.

inclinatae, ipsi amplitudini propositae α erit aequalis; hoc ergo puncto C tanquam centro similitudinis arcuum AM et FN ad nostrum institutum vti poterimus.

20. Sumtis ergo a punctis A et F arcibus aequalibus AM et FN ductisque ad C rectis MC et NC, tam ipsae quam anguli ACM et FCN erunt aequales, et cum sit $\widehat{MFN} = \widehat{AMF}$ etiam amplitudo arcus MFN erit $= \alpha$, tantumque angulum rectae MC et NC, etiamsi ad curvam non fuerint normales, constituunt scilicet $\widehat{MCN} = \alpha$. Hoc modo consideratio normalium vel tangentium prorsus ex calculo exiit, et quaestio iam huc est reducta, vt eiusmodi quaeratur linea curva AMFN circa punctum fixum C describenda, vt si angulo ACM respondeat radius CM, idem quoque radius CN conueniat angulo $ACM + \alpha$. Siue posito angulo $ACM = \omega$ et recta $CM = z$, eiusmodi aequatio inter z et ω est quaerenda, quae eadem sit mensura, etiamsi pro ω statuatur $\omega + \alpha$. Quare ratiocinium vt supra instituendo, recta z exprimi debet functione quapiam rationali quantitatum $\sin. \frac{2\pi\omega}{\alpha}$ et $\cos. \frac{2\pi\omega}{\alpha}$, quippe quae suos valores, dum $\omega + \alpha$ pro ω scribitur, non mutant.

21. Haec conditio ita est comparata, vt statim sine vlla praevia integratione ad curvas algebraicas deducatur, atque adeo inde aequatio generalis pro omnibus curuis algebraicis problemati satisfaciendibus

tibus exhiberi possit. Si enim Ω denotet functionem quamcunque rationalem binarum quantitatum $\sin. \frac{z\pi\omega}{\alpha}$ et $\cos. \frac{z\pi\omega}{\alpha}$, aequatio haec $z = c\Omega$ omnes curvas algebraicas problemati satisfaciens in se complectetur: indeque etiam facile aequatio inter coordinatas consuetas deduci poterit. Sumpta namque recta CA pro axe in eamque ex M demisso perpendicularo MP, si vocentur CP = x et PM = y , erit primo $z = \sqrt{xx + yy}$ tum vero $\sin. \omega = \frac{y}{z}$ et $\cos. \omega = \frac{x}{z}$; ex quibus formulis si secundum praecepta cognita sinus et cosinus anguli multipli $\frac{z\pi\omega}{\alpha}$ definiantur, aequatio inter coordinatas x et y obtinebitur. Ad hoc autem necesse est, ut angulus α , quo amplitudo proposita designatur, rationem teneat rationalem ad angulum rectum; nam si $\frac{z\pi}{\alpha}$ esset numerus irrationalis, evidens est nullam curvam algebraicam esse satisfacturam.

22. Si ergo talis aequatio inter radium z et angulum ω assumatur; necesse est, ut etiam primae conditioni, qua esse debet $z = \frac{a\Phi}{\alpha} + \sqrt{V}$ existente V functione quacunque rationali, seu uniformi quantitate $\sin. \frac{z\pi\Phi}{\alpha}$ et $\cos. \frac{z\pi\Phi}{\alpha}$, satisfiat. Prodit autem elementum arcus curvae $ds = \sqrt{dz^2 + zzd\omega^2}$, et cum Φ denotet amplitudinem arcus AM, si angulus constans CAE ponatur = γ , reperitur $\frac{dz}{z} = d\omega \tan(\omega - \Phi + \gamma)$ et $ds = \frac{z d\omega}{\cos(\omega - \Phi + \gamma)} = \frac{dz}{\sin(\omega - \Phi + \gamma)}$ unde non patet, quemadmodum conditioni $z = \frac{a\Phi}{\alpha} + \sqrt{V}$ satis-

fatisfiat. Quo magis notatu digna est haec altera solutio, quod introducendo nouo angulo ω , multo facilior relatio inter variables z et ω fit inuenta, quae neque ipsum arcum s neque eius amplitudinem Φ , circa quas quantitates tamen problema proprie versatur, contineat. Ad quod compendium cum nos consideratio geometrica perduxisset, insigni hoc problema nobis est exemplo, quantum per considerationes geometricas saepe numero solutiones problematum Analyticorum promoueri queant; et quanta subsidia inde in Analyfi sint expectanda.

Quaestio I.

23. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum amplitudo est 360° , sint eiusdem magnitudinis.*

Patet, huic quaestioni omnes curuas in se redeuntentes satisfacere, atque adeo certo respectu omnes plane curuas, siquidem arcus in infinitum excurrentes in censum admittere velimus. Hoc etiam nostra solutio indicat; nam ob $a = 2\pi$, pro z capi oportet functionem quamcunque binarum quantitatum $\sin \omega$ et $\cos \omega$. Cum igitur sit $\sin \omega = \frac{y}{z}$ et $\cos \omega = \frac{x}{z}$, quaecunque aequatio inter x et y fingatur ponendo $x = z \cos \omega$ et $y = z \sin \omega$, resultabit aequatio inter z et ω ex qua z aequabitur functioni cuiquam ipsarum $\sin \omega$ et $\cos \omega$, quae etsi forte

Tom. XII. Nou. Comm. E non

non est rationalis, curuaque ideo variis plexibus constare potest, tamen ad solutionem problematis accommodari potest. Vnde affirmare licebit, si Z fuerit functio quaecunque ipsius $xx + yy$ et quantitatum x et y , tum aequationem $Z = 0$ fore pro curua satisfaciante. Interdum quidem fieri potest, si z sit functio irrationalis ipsorum $\sin \omega$ et $\cos \omega$, ut duo pluresue arcus existant, quorum eadem sit amplitudo $= 360^\circ$, quorum non omnes satisfaciant, sed inter eos semper erit vnus adaequate satisfaciens, quem a reliquis facile erit discernere.

Quaestio 2.

24. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem est amplitudo $\alpha = 180^\circ$, sint inter se aequales.*

Misso igitur problemate praecedente, cui omnes plane curuae algebraicae satisfaciant, sit $\alpha = \pi$, et $\frac{2\pi}{\alpha} = 2$, atque pro z sumi debet functio quaecunque binarum quantitatum $\sin 2\omega$ et $\cos 2\omega$. Cum ergo sit $\sin 2\omega = \frac{2xy}{z^2}$ et $\cos 2\omega = \frac{xx - yy}{z^2}$, si Z denotet functionem quamcunque rationalem harum quantitatum:

$$xx + yy; \quad xy \quad \text{et} \quad xx - yy$$

seu quod eodem redit harum quantitatum:

$$xx, \quad xy \quad \text{et} \quad yy$$

tum

tum aequatio $Z=0$, problemati generaliter satisfaciet.

25. Ex ordine igitur secundo huic quaestioni in genere satisficient omnes lineae hac aequatione contentae :

$$Axx + Bxy + Cyy = aa$$

quae complectitur omnes sectiones conicas, per quarum centrum hic axis transire, et abscissae a centro computari assumuntur. Non solum igitur Ellipses, ut supra notauimus, hic locum habent, sed etiam hyperbolae, ubi quidem arcus, quorum amplitudo est 180° sunt infiniti. Quae aequatio quomodo satisficiat, ut appareat, ponatur $x = z \cos. \omega$ et $y = z \sin. \omega$, ex eaque elicietur :

$$z = \frac{a}{\sqrt{(A \cos^2 \omega + B \sin \omega \cos \omega + C \sin^2 \omega)}}$$

quae ob $\cos^2 \omega = \frac{1 + \cos. 2\omega}{2}$; $\sin^2 \omega = \frac{1 - \cos. 2\omega}{2}$ et $\sin. \omega \cos. \omega = \frac{1}{2} \sin. 2\omega$ reducitur ad hanc formam :

$$z = \frac{a}{\sqrt{(A + C + (A - C) \cos. 2\omega + B \sin. 2\omega)}}$$

vnde patet valorem ipsius z eundem manere, etiam si pro ω scribatur $\omega + \pi$; ita ut irrationalitas huius functionis negotium non turbet, quod etiam in reliquis casibus est notandum.

26. Ex ordine tertio nulla curva proprie satisfacit; verum ex ordine quarto habemus hanc aequationem generalem

$$Ax^2 + Bxy + Cyy + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx + Hy + I = 0$$

E 2 in

in qua tamen, si curua proprie satisfacere debeat, cauendum est, ne curua habitura sit ramos in infinitum extensos; siquidem eorum ratio mi us perspicue ad propositum transferri potest, que nadmodum hoc incommodum etiam in hyperbola habet locum. Atque haec est ratio, quod ord^o tertius nullarum huiusmodi sit capax, etiam si haec aequatio forte per diuisionem in ordinem tertium migrare possit: si enim esset $E=0$, $H=0$, et $I=0$ diuisione per x facta haberetur aequatio tertii ordinis. Maximum autem incommodum, quod his casibus vsu venit, in hoc consistit, quod arcuum, postquam in infinitum excurrerint, continuationes difficilius perspiciantur, haeque ipsae interdum pro negatiuis sint habendae, id quod scopo, cui propositio problematis est accommodata, plurimum aduersatur.

Quaestio 3.

27. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem amplitudo est $\alpha=120^\circ$, sint eiusdem magnitudinis.*

Hoc ergo casu est $\frac{3\pi}{2}=3$, et z denotabit functionem quamcunque binarum quantitatum $\sin. 3\omega$ et $\cos. 3\omega$: cum ergo sit

$$\sin. 3\omega = \frac{3xxy - y^3}{x^3} \quad \text{et} \quad \cos. 3\omega = \frac{x^3 - 3xyy}{x^3}$$

patet, si pro Z capiatur functio utcunque composita ex his tribus formulis:

$$xx + yy; \quad 3xxy - y^3, \quad \text{et} \quad x^3 - 3xyy$$

tum

tum aequationem $Z=0$ complecti omnes curvas algebraicas quaestioni satisficientes. Vnde si excludamus in infinitum extensas, post circulum simplicissimae erunt ordinis quarti hac aequatione contentae :

$$(xx+yy)^2 + fy(3xx-yy) + gx(xx-3yy) + bb(xx+yy) + k^2 = 0.$$

Cum in hac curua omnes arcus amplitudinis 120° sint aequales, etiam eorum dupli, quorum amplitudo est 240° inter se erunt aequales. In genere autem valet, si in curua quapiam arcus amplitudinis α sint aequales, in eadem quoque arcus amplitudinis 2α , 3α , 4α etc. respectiue inter se aequales fore.

Quaestio 4.

28. *Inuenire omnes curvas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem est amplitudo $\alpha=90^\circ$, sint inter se aequales.*

Quia hoc casu est $\frac{\pi}{\alpha}=4$, pro x sumi debet functio quaecunq; binarum quantitatum $\sin.4\omega$ et $\cos.4\omega$, vnde cum ob $\sin.\omega=\frac{y}{x}$ et $\cos.\omega=\frac{x}{z}$ sit

$$\sin.4\omega = \frac{4x^2y^2 - y^4}{z^4} \text{ et } \cos.4\omega = \frac{x^4 - 6x^2yz + y^2}{z^4}$$

si Z denotet functionem vtcunq; constatam ex his tribus formulis

$$xx+yy; \quad xy(xx-yy) \text{ et } x^2-6xxy+y^2$$

E 3

su

Itu ob $x^4 - 6xxyy + y^4 = (xx + yy)^2 - 8xxyy$ ex his tribus

$$xx + yy; \quad xy(xx - yy) \quad \text{et} \quad x^2xy$$

aequatio $Z = 0$ complectetur omnes curvas algebraicas quaestioni satisfaciētes. Post circulum igitur simplicissimae erunt ex ordine quarto hac aequatione contentae:

$$x^4 + mx^2y - nxxyy - my^2 + y^4 \pm ff(xx + yy) \pm g^2 = 0$$

quarum seae, quae vno tractu simplici in se redeunt, modo maxime naturali satisfaciunt, cuiusmodi est $x^4 + y^4 = g^4$; hoc sensu enim non solum ramos in infinitum extensos, sed etiam plexus plurimum tractuum evitari convenit.

Quaestio 3.

29. Invenire omnes curvas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem est amplitudo $\alpha = 72^\circ$ sint inter se aequales.

Hoc casu habemus $\frac{2\pi}{\alpha} = 5$, et pro z sumenda est functio quaecumque binarum quantatum $\sin. 5\omega$ et $\cos. 5\omega$. Cum vero sit

$$\sin. 5\omega = \frac{5x^2y - 10x^2y^3 + y^5}{z^5} \quad \text{et} \quad \cos. 5\omega = \frac{z^5 - 10x^2y^2 + 5xy^4}{z^5}$$

si Z denotet functionem utcumque compositam ex his tribus formulis:

$$xx + yy; \quad 5x^2y - 10x^2y^3 + y^5 \quad \text{et} \quad x^5 - 10x^2y^2 + 5xy^4$$

aequatio $Z = 0$ complectetur omnes curvas algebraicas problemati satisfaciētes. Vnde si ramos in infinitum

finitum extensos evitare velimus, post circulum simplicissimae curvae ad ordinem sextum pertinebunt, hac aequatione contentae:

$$(xx+yy)^3 + fx(5x^2-10xy+3y^2) + gx(x^2-10xy+5y^2) + hb(xx+yy)^2 + k'(xx+yy) + l = 0.$$

In his autem curvis non solum arcus, quorum amplitudo est 72° seu $\frac{2\pi}{5}$, sed etiam ii, quorum amplitudo est vel $2 \cdot \frac{2\pi}{5}$ vel $3 \cdot \frac{2\pi}{5}$, vel $4 \cdot \frac{2\pi}{5}$, inter se erunt aequales.

Quaestio 6.

30. Invenire omnes curvas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem est amplitudo $\alpha = 60^\circ$, sint inter se aequales.

Erit igitur $\frac{2\pi}{\alpha} = 6$, et pro z capienda est functio quaecunque harum quantitatum $\sin. 6\omega$ et $\cos 6\omega$. Cum igitur sit

$$\sin. 6\omega = \frac{6x^5y - 20x^3y^3 + 6xy^5}{z^6} \text{ et } \cos. 6\omega = \frac{x^6 - 15x^4y^2 + 15x^2y^4 - y^6}{z^6}$$

si Z denotet functionem vtcunque compositam ex his tribus formulis:

$$xx+yy; xy(3x^2-10xy+3y^2); x^6-15x^4y^2+15x^2y^4-y^6$$

aequatio $Z=0$ continebit omnes curvas algebraicas quaesito satisficientes. Tales ergo praeter circulum infra ordinem sextum non dantur, quae autem sunt

ex

ex hoc ordine ista aequatione generali comprehenduntur :

$$(xx + yy)^2 + mxy(3x^2 - 10xy + 3y^2) + n(x^6 - 15x^4yy + 15xxy^2 - y^6) + ff(xx + yy)^2 + g^2(xx + yy) + b^2 = 0.$$

Atque in his curuis non solum arcus amplitudinem 60° , sed etiam amplitudinem 120° , 180° , 240° , et 300° habentes sunt inter se aequales.

Quaestio generalis.

31. *Inuenire curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum amplitudo datam ad 360° tenet rationem, sint inter se aequales.*

Sit ergo amplitudo proposita ad 360° vti m ad n seu $\alpha = \frac{m}{n} \cdot 2\pi$ ideoque $\frac{2\pi}{\alpha} = \frac{n}{m}$: atque iam satis notauimus, si arcus amplitudinis $\frac{2\pi}{n}$ fuerint aequales, etiam arcus amplitudinis $\frac{m}{n} \cdot 2\pi$ fore inter se aequales, vnde sufficit pro x sumfisse functionem binarum quantitatum $\sin.n\omega$ et $\cos.n\omega$, ita vt numerus m non in computum ingrediatur. Cum autem sit

$$\sin.n\omega = \frac{(x+y\sqrt{-1})^n - (x-y\sqrt{-1})^n}{2z^n\sqrt{-1}} \text{ et } \cos.n\omega = \frac{(x+y\sqrt{-1})^n + (x-y\sqrt{-1})^n}{2z^n}$$

aequatio $Z = 0$ continebit omnes curuas algebraicas quaesito satisfaciens, si fuerit Z functio vtcunque ex his tribus formulis conflata :

$$xx + yy; \frac{(x+y\sqrt{-1})^n - (x-y\sqrt{-1})^n}{2\sqrt{-1}} \text{ et } \frac{(x+y\sqrt{-1})^n + (x-y\sqrt{-1})^n}{2}$$

Vel

Vel evolutis his potestatibus, ut imaginaria se destruant, functio Z formata esse debet ex his tribus formulis:

I. $xx + yy$

II. $n x^{n-1} y - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{n-3} y^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} x^{n-5} y^5 - \text{etc.}$

III. $x^n - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^{n-2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^{n-4} y^4 - \text{etc.}$

32. Cum mihi igitur fuisset propositum, omnes curvas inuestigare, quae hanc habeant proprietatem, ut omnes earum arcus, qui amplitudinem quandam datam habent, sint inter se aequales; hoc problema equidem ita perfecte solutum dedisse mihi videor, ut nihil praeterea desiderari possit. Primum enim ex natura amplitudinis formulam generalem pro huiusmodi curvis exhibui, quae autem cum in differentialibus subsisteret, et curvas algebraicas difficulter proderet, imprimis simpliciores; similitudinis arcuum ratio, quam indidem observare sicut, eximiam patefecit methodum, omnes adeo curvas algebraicas expedite inveniendi. Quod negotium cum primo intuitu maxime arduum esset visum, istud artificium ex natura similitudinis petatum vti-que omnem attentionem meretur, neque vllum est dubium, quin inde alia insignia subsidia in Analysis hauriri queant.

EVOLVTIO GENERALIOR FORMVLARVM COMPARATIONI CVRVA- RVM INSERVIENTIVM.

Auctore

L. EFLERO.

Quae de comparatione arcuum circularium ex
elementis sunt cognita, et quae Illustr. Co-
mes Fagnanus de simili comparatione arcuum cur-
vae Lemniscatae mira sagacitate elicuit, ea, uti
iam aliquoties ostendi, ita generalius enunciari pos-
sunt, ut si cuiuspiam lineae curvae arcus indefi-
nite per hanc formulam integram exprimat: $\int \frac{dz}{\sqrt{(A + Czz + Ezz^2)}}$, tum in ea curva, sumto arcu quo-
cunque, ab alio quouis puncto arcum geometricè
abscindi posse illi arcui aequalem. Atque hinc et-
iam proposito arcu quocunque ab alio quouis pun-
cto arcus abscindi poterit, qui illius arcus sit du-
plus seu triplus, seu qui in genere ad eum ratio-
nem quamcunque rationalem teneat. Vnde conse-
quitur omnium curvarum, quarum quidem rectifi-
catio ista formula contineatur, arcus perinde atque
arcus circulares inter se comparari posse.

2. Deinde quae de comparatione arcuum pa-
rabolicorum iam pridem sunt inuenta, et quae si-
mili

mili modo III. Comes Fagnanus circa arcus ellipticos et hyperbolicos summo acumine praestitit, ea deinceps tam late patere demonstraui, vt pari successu ad omnes curuas, quarum arcus indefinite per hanc formulam integram: $\int \frac{dz(A + Bzz + Cz^2 + Dz^3 + etc.)}{\sqrt{(A + Czz + Dz^2)}}$ exprimatur, extendi queant. Sumto scilicet in tali curua arcu quocunque, ab alio quouis puncto arcus abscindi poterit, qui ab illo arcu differat quantitate geometricae assignabili. Tum vero etiam abscindi poterunt eiusmodi arcus, qui ab arcu propositi duplo, triplo, vel quouis multiplo differant quantitate geometricae assignabili. Quin etiam illud punctum, vnde arcus abscindi oportet, ita capi poterit, vt haec differentia plane in nihilum abeat.

3. Quaecunque ergo circa arcus parabolicos iam olim sunt praestita, eadem quoque in omnibus curuis, quarum rectificatio ad istam formulam integram est reductibilis, pari successu expediri poterunt. Cum autem Comes Fagnanus ad has mirabiles comparationes per substitutiones admodum molestas, et quarum ratio inuentionis ne quidem perspiciatur, peruenerit; ego methodum planam aperui, quae quasi sponte ad easdem comparationes manuducat. Atque ista methodus etiam multo vberius hoc negotium conficit, quod generalissime omnes comparationes in se complectitur; aequiualeat enim integrationi completae, quae simul constantem arbitrariam inuoluit, dum illae substitutiones tan-

tum integrationes particulares referre sunt censendae, quam ob causam mihi quidem huius methodi beneficio multo longius progredi liquit, vti ex aliquot specimenibus, quae iam dedi, luculenter apparet.

4. Quemadmodum autem in his formulis, quas pertractavi, ista expressio surda $\sqrt{(A + Cxz + Ez^2)}$ implicatur, quae quidem iam casus solutus difficillimos complectitur, ita eadem ad expressionem surdam magis complicatam hanc: $\sqrt{(A + 2Bz + Cxz + zDz^2 + Ez^3)}$ extendi posse observavi; quae multo amplior campus aperitur similes comparationes in pluribus aliis lineis curvis instituendi. Neque vero haec investigatio tantum in lineis curvis tam eximium praestat usum, sed etiam in Analyfi et calculo integrali gravissima incrementa largiri videtur, ad quae plenius excolenda ut viam sternam, evolutiones ad hanc formulam generaliozem pertinentes diligentius exponam. Hunc in finem proposita sit sequens aequatio relationem inter binas variables x et y exprimens.

Aequatio Canonica expendenda

$$0 = \alpha + 2\beta(x+y) + \gamma(xx+yy) + 2\delta xy + 2\epsilon xy(x+y) + \zeta xxyy.$$

5. Haec aequatio praeter binas variables x et y continet sex quantitates constantes, quae autem cum tantum earum ratio spectetur, ad quinque reducuntur, ita ut quinque determinationes ab arbitrio

trio nostro recipere sit censenda. Deinde etsi hæc æquatione variabilium ad quatuor dimensiones exsurgit, tamen vtraque seorsim nusquam ultra duas ascendit, ita vt vtriusque valor per resolutionem æquationis quadraticæ exhiberi queat: id quod præsens institutum necessario postulat. Denique ambæ variabiles x et y in hanc æquationem æqualiter ingrediuntur, et etiamsi permutentur nullam mutationem inducunt, vt vtraque per alteram formula omnino simili exprimatur. Atque ob has rationes membra $x^2 + y^2$, $x^4 + y^4$; et $xy(xx + yy)$, vti et altiores dimensiones omitti oportuit.

6. Quodsi iam ex hac æquatione tam valorem ipsius x quam ipsius y extrahamus, reperiemus:

$$x = \frac{-\xi - \delta y - \epsilon y y + \sqrt{(\xi + \delta y + \epsilon y y)^2 - (\alpha + 2\xi y + \gamma y y)(\gamma + 2\epsilon y + \zeta y y)}}{\gamma + 2\epsilon y + \zeta y y}$$

$$y = \frac{-\xi - \delta x - \epsilon x x + \sqrt{(\xi + \delta x + \epsilon x x)^2 - (\alpha + 2\xi x + \gamma x x)(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x)}}{\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x}$$

Ponamus breuitatis gratia:

$$+ \sqrt{(\xi + \delta y + \epsilon y y)^2 - (\alpha + 2\xi y + \gamma y y)(\gamma + 2\epsilon y + \zeta y y)} = Y$$

$$+ \sqrt{(\xi + \delta x + \epsilon x x)^2 - (\alpha + 2\xi x + \gamma x x)(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x)} = X$$

vt habeamus:

$$x = \frac{-\xi - \delta y - \epsilon y y + Y}{\gamma + 2\epsilon y + \zeta y y} \quad \text{et} \quad y = \frac{-\xi - \delta x - \epsilon x x + X}{\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x}$$

ideoque:

$$Y = \xi + \delta y + \epsilon y y + x(\gamma + 2\epsilon y + \zeta y y)$$

$$X = \xi + \delta x + \epsilon x x + y(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x)$$

8

7. Hunc

7. Hanc aequationem canonicam differentie-
mus, ac prodibit aequatio differentialis per bina-
rium diuisa:

$$0 = \frac{+\zeta dx + \gamma x dx + \delta y dx + 2\varepsilon xy dx + \varepsilon y y dx + \zeta xy dx}{+\zeta dy + \gamma y dy + \delta x dy + 2\varepsilon xy dy + \varepsilon x x dy + \zeta x xy dy}$$

quae cum reducatur ad hanc formam

$$0 = \frac{+dx(\zeta + \delta y + \varepsilon y y) + x dx(\gamma + 2\varepsilon y + \zeta y y)}{+dy(\zeta + \delta x + \varepsilon x x) + y dy(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta x x)}$$

quoniam coefficientes ipsorum dx et dy sunt eae
ipsae quantitates, quas modo pro formulis radicali-
bus X et Y exhibuimus, ista aequatio differentialis
erit

$$0 = Y dx + X dy \text{ seu } \frac{dx}{X} + \frac{dy}{Y} = 0$$

in qua cum variables x et y sint separatae, si qui-
dem pro X et Y valores illos surdos substituamus,
per integrationem inde hanc aequationem finitam
obtinemus

$$\int \frac{dx}{X} + \int \frac{dy}{Y} = \text{Const.}$$

8 Cum igitur haec aequatio integralis cer-
tam quandam relationem inter variables x et y ex-
primat, ea a relatione in aequatione contenta di-
versa esse non potest, sicque ipsa aequatio canonica
continebit istam aequationem integram. Etsi ergo
in aequatione differentiali $\frac{dx}{X} + \frac{dy}{Y} = 0$, neutra pars
est integrabilis, atque adeo neque per circuli qua-
draturam neque logarithmos expediri potest, tamen
inte-

integratio algebraicam relationem inter ambas variables x et y praebet, propterea quod haec aequatio integrata cum ipsa aequatione canonica conuenit. Quin etiam dico, aequationem canonicam non solum casum particularem integralis praebere, cuiusmodi casus saepe aequationibus maxime complicatis satisfaciunt, sed eam adeo integrale completum secundum omnem extensionem exhibere.

9. Ad hoc ostendendum, in quo sine dubio summa vis huius integrationis agnosci debet, notasse sufficit in aequatione canonica vna constante plus contineri quam in aequatione differentiali. Vidimus enim aequationem canonicam quinque inuolueri constantes arbitrarias; unde examinemus, quot huiusmodi constantes aequatio differentialis complectatur. Manifestum autem est eam huiusmodi habere formam:

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cx^2+2Dx^3+Ex^4)}} + \frac{dy}{\sqrt{(A+2By+Cy^2+2Dy^3+Ey^4)}} = 0$$

in qua quidem etiam quinque constantes A, B, C, D, E inesse videntur: verum euidens est, vnamquamque per diuisionem tolli posse, ita vt re vera quatuor tantum inesse fiat censendae. Quare cum aequatio integralis quinque contineat, vna arbitrario nostro relinquatur, quod est manifestum indicium integralis completi.

10. Vtcutique autem isti quinque coefficientes A, B, C, D, E se habeant, semper coefficientes aequationis canonicae iis conformiter ita defini possunt,

possunt, ut vnus maneat indeterminatus. Diuidamus enim aequationem differentialem per quantitatem indefinitam p , quae iam sublata est censenda, ut re vera fuerit:

$$X = \sqrt{(Ap + 2Bpx + Cpxx + 2Dpx^2 + Ep^2x^3)}.$$

Iam euoluamus quoque secundum potestates ipsius x valorem primitiuum ipsius X , qui erit

$$X = \sqrt{\left(\begin{array}{c} \beta\beta + 2\beta\delta \\ -\alpha\gamma - 2\beta\gamma \end{array} \right) x - \left(\begin{array}{c} + 2\beta\epsilon \\ \delta\delta \\ -4\beta\epsilon \\ -\gamma\gamma \end{array} \right) x^2 - \left(\begin{array}{c} + 2\delta\epsilon \\ -2\beta\zeta \\ -2\gamma\epsilon \end{array} \right) x^3 + \left(\begin{array}{c} +\epsilon\epsilon \\ -\gamma\zeta \end{array} \right) x^4 }.$$

atque istae literae α , β , γ , δ , ϵ , ζ ita definiantur, ut haec forma cum priori congruens reddatur, sic enim patebit vnam determinationem adhuc arbitrio nostro relinqui.

11. Satisfieri igitur oportet sequentibus quinque aequationibus:

$$I. \beta\beta - \alpha\gamma = Ap$$

$$II. \beta\delta - \alpha\epsilon - \beta\gamma = Bp$$

$$III. \delta\delta - \alpha\zeta - 2\beta\epsilon - \gamma\gamma = Cp$$

$$IV. \delta\epsilon - \beta\zeta - \gamma\epsilon = Dp$$

$$V. \epsilon\epsilon - \gamma\zeta = Ep.$$

Ponamus ad abbreviandum $\delta - \gamma = \lambda$ seu $\delta = \gamma + \lambda$ et incipiamus a II et IV,

$$II. \beta\lambda - \alpha\epsilon = Bp \text{ et } IV. \epsilon\lambda - \beta\zeta = Dp.$$

vnde

vnde definiturus ξ et ε ita ut sit :

$$\xi = \frac{D\alpha + B\lambda}{\lambda\lambda - a\zeta} p \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{B\zeta + D\lambda}{\lambda\lambda - a\zeta} p.$$

At I et V. coniunctae dant :

$$\xi\xi\zeta - a\varepsilon\varepsilon = A p \zeta - E p a = \frac{B B \zeta - D D a}{\lambda\lambda - a\zeta} p p$$

vnde eruitur $p = \frac{(\lambda\lambda - a\zeta)(A\zeta - E a)}{B B \zeta - D D a}$,

qui valor in alterutra substitutus praebet

$$\gamma = \frac{(A\zeta - E a)((ADD - BBE)\lambda + BD(A\zeta - E a)\lambda + ABB\zeta - DDEaa)}{(B B \zeta - D D a)^2}.$$

12. Superest igitur III. aequatio, quae ob $\delta = \gamma + \lambda$ transit in

$$2\gamma\lambda + \lambda\lambda - a\zeta - 2\xi\varepsilon = Cp.$$

Cum nunc substituto valore ipsius p sit

$$\xi = \frac{(A\zeta - E a)(D\alpha + B\lambda)}{B B \zeta - D D a} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{(A\zeta - E a)(B\zeta + D\lambda)}{B B \zeta - D D a}$$

si isti valores pro γ , ξ , ε et p substituuntur, tota aequatio per $\lambda\lambda - a\zeta$ diuidi poterit, quo facto reperietur

$$\lambda = \frac{C(A\zeta - E a)(B B \zeta - D D a) - 2BD(A\zeta - E a)^2 - (B B \zeta - D D a)^2}{2(A\zeta - E a)(ADD - BBE)}.$$

Quoniam igitur nunc omnibus conditionibus est satisfactum, arbitrio nostro adhuc relinquuntur duo coefficientes a et ζ , seu potius eorum ratio mutua, quam ergo pro lubitu definire licet. Ex quo manifestum est, in aequatione integrali seu ipsa canonica inesse constantem arbitrariam ab aequatione differentiali non pendentem.

Alia resolutio earundem formularum.

13. Quia istorum valorum applicatio fieri nequit casibus, quibus $ADD - BBE = 0$, aliam resolutionem huic incommodo non obnoxiam tradam. Posito autem $\delta = \gamma + \lambda$, statuo porro: $\lambda\lambda - a\zeta = \mu$ seu $\lambda\lambda = \mu + a\zeta$, atque ut ante ex aequationibus II et IV habebimus:

$$\epsilon = \frac{p}{\mu}(D\alpha + B\lambda); \quad \epsilon = \frac{p}{\mu}(B\zeta + D\lambda).$$

Tum vero quia I et V coniunctae dant

$$A\zeta - E\alpha = (BB\zeta - DD\alpha)\frac{p}{\mu}$$

hinc definitio rationem inter α et ζ , seu quoniam alterutram pro lubitu accipere licet, utramque hoc modo ut sit:

$$\alpha = \mu A - BBp \quad \text{et} \quad \zeta = \mu E - DDp$$

hincque $\lambda\lambda = \mu + (\mu A - BBp)(\mu E - DDp)$. At alterutra I et V, valoribus hactenus inuentis substitutis, praebebit:

$$\gamma = \frac{p}{\mu} \frac{p}{\mu} (2BD\lambda + (ADD + BBE)\mu) - \frac{BBDDp^2}{\mu\mu} - \frac{p}{\mu}.$$

14. Quodsi iam hi valores in aequatione III substituantur, ea ad formam quidem admodum prolixam reducitur: verum negotium commodius absoluetur, si valores pro α et ζ inuenti in formula ultima praecedentis resolutionis substituantur, tum enim prodibit:

$$\lambda = \frac{\mu\mu}{2p} + BDp - \frac{1}{2}C\mu$$

cuius

cuius quadratum cum superiori ipsius $\lambda\lambda$ valore
coaequatum praebet:

$$\mu(\mu - Cp)^2 + 4(BD - AE)p\mu + 4(ADD - BCD + BBE)p^2 = 4pp$$

ad quam resoluendam ponamus $\mu = pM$ eritque

$$p = \frac{M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD-BCD+BBE)}{4M}$$

$$\text{et } \mu = \frac{M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD-BCD+BBE)}{4M}$$

atque iam M est constans illa arbitraria integrale
reddens completum.

15. Hoc modo omnes coefficientes α , ξ , γ ,
 δ etc. eodem denominatore affecti prodibunt, qui
ergo si per eundem multiplicentur sequenti modo
sefe habebunt:

$$\alpha = 4(AM - BB); \xi = 2B(M - C) + 4AD; \gamma = 4AE - (M - C)^2$$

$$\zeta = 4(EM - DD); \epsilon = 2D(M - C) + 4BE; \delta = MM - CC + 4(AE + BD)$$

ac si illum denominatorem breuitatis gratia statua-
mus:

$$M(M - C)^2 + 4M(BD - AE) + 4(ADD - BCD + BBE) = \Delta$$

aequatio nostra canonica.

$$0 = \alpha + 2\xi(x + y) + \gamma(xx + yy) + 2\delta xy + 2\epsilon xy(x + y) + \zeta xxyy$$

resoluta dabit:

$$\xi + \delta x + \epsilon xx + y(\gamma + 2\epsilon x + \zeta xx) = \sqrt{\Delta}(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^2 + Ex^3)$$

$$\xi + \delta y + \epsilon yy + x(\gamma + 2\epsilon y + \zeta yy) = \sqrt{\Delta}(A + 2By + Cyy + 2Dy^2 + Ey^3)$$

G 2

simul-

simulque est integrale completum huius aequationis differentialis :

$$0 = \frac{dx}{\pm \sqrt{(A+2Bx+Cx^2+2Dx^3+Ex^4)}} + \frac{dy}{\pm \sqrt{(A+2By+Cy^2+2Dy^3+Ey^4)}}$$

quia constantem arbitrariam M inuoluit, quae in aequationem differentialem non ingreditur.

Inuestigatio casuum, quibus formula
 $\frac{Pdx}{x} + \frac{Qdy}{y}$ fit integrabilis.

16. Designat hic P functionem ipsius x et Q similem functionem ipsius y , et quia haec formula integrabilis esse debet, fit V eius integrale, vt habeamus :

$$\frac{Pdx}{x} + \frac{Qdy}{y} = dV \text{ et } \int \frac{Pdx}{x} + \int \frac{Qdy}{y} = V.$$

Cum autem fit $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$, ideoque $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$, erit

$$dV = \frac{(P-Q)dx}{x} = \frac{(P-Q)dx}{\xi + \delta x + \varepsilon x^2 + \gamma(\gamma + 2\xi x + \zeta x^2)}$$

Casus ergo inuestigari oportet, quibus haec formula integrationem admittit.

17. Quoniam vero nulla est ratio, cur hic differentiale dx potius insit, quam dy , tertiam variabilem introducamus, quae ad vtramque aequaliter referatur, siquidem quantitas V vtramque aequaliter inuoluere debet. Statuamus ergo $x+y=s$, et in aequatione differentiali (§. 7.) pro dy scribamus $ds-dx$; sicque prodibit :

0 =

$$0 = +dx(\delta + \delta y + \epsilon y y) + x dx(\gamma + 2\epsilon y + \zeta y y) - dx(\delta + \delta x + \epsilon x x) - y dx(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x) + ds(\delta + \delta x + \epsilon x x) + y ds(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x)$$

vnde dx per ds ita definitur, vt fit:

$$dx = \frac{ds(\delta + \delta x + \epsilon x x) + \gamma ds(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x)}{\delta(x-y) + \epsilon(x x - y y) - \gamma(x-y) + \zeta x y(x-y)} \text{ siue}$$

$$dx = \frac{ds}{x-y} \cdot \frac{\delta + \delta x + \epsilon x x + \gamma(\gamma + 2\epsilon x + \zeta x x)}{\delta - \gamma + \epsilon(x+y) + \zeta x y}$$

quo valore substituto fiet:

$$dV = \frac{(P-Q) ds}{(x-y)(\delta - \gamma + \epsilon(x+y) + \zeta x y)}$$

18. Cum P et Q sint similes functiones ipsarum x et y , manifestum est $P-Q$ per $x-y$ fore diuisibile, et fractionem $\frac{P-Q}{x-y}$ vtramque variabilem x et y aequaliter esse complexuram. Quia vero posuimus $x+y=s$, ponamus insuper $xy=t$, vt fit:

$$dV = \frac{P-Q}{x-y} \cdot \frac{ds}{\delta - \gamma + \epsilon s + \zeta t}$$

At ob $xx+yy=ss-2t$ aequatio canonica inducet hanc formam:

$$0 = a + 2\delta s + \gamma ss + 2(\delta - \gamma)t + 2\epsilon st + \zeta tt$$

ex qua elicitur:

$$t = \frac{-\delta + \gamma - \epsilon s + \sqrt{(\delta - \gamma)^2 - a\zeta + 2(\delta - \gamma)\epsilon t - 2\delta\zeta s + \epsilon\epsilon ss - \gamma\zeta ss}}{\zeta}$$

ita vt fit:

$$\delta - \gamma + \epsilon s + \zeta t = \sqrt{(\delta - \gamma)^2 - a\zeta + 2((\delta - \gamma)\epsilon - \delta\zeta)s + (\epsilon\epsilon - \gamma\zeta)ss}$$

Statuamus hanc formulam irrationalem:

$$\sqrt{(\delta - \gamma)^2 - a\zeta + 2((\delta - \gamma)\epsilon - \delta\zeta)s + (\epsilon\epsilon - \gamma\zeta)ss} = S$$

G 3

vt

vt fit

$$t = \frac{-(\delta - \gamma) - \epsilon s + s}{\zeta} \text{ et } dV = \frac{P - Q}{x - y} \cdot \frac{ds}{s}$$

19. Vt hinc iam casus integrabilitatis eruamus, ponamus:

$$P = a + bx + cxx + dx^3 + ex^4$$

$$Q = a + by + cyy + dy^3 + ey^4$$

eritque

$$\frac{P - Q}{x - y} = b + c(x - y) + d(xx + xy + yy) + e(x^3 + xxy + xyy + y^3)$$

sive introductis nouis variabilibus s et t

$$\frac{P - Q}{x - y} = b + cs + d(ss - t) + es(ss - 2t)$$

At pro t valore substituto habebimus ob $\lambda = \delta - \gamma$

$$\frac{P - Q}{x - y} = \frac{b + \lambda d}{\zeta} + \frac{\epsilon ds}{\zeta} + \frac{2\epsilon es}{\zeta} + \frac{es^2}{\zeta} - \frac{(d + 2es)s}{\zeta}$$

vnde consequimur:

$$dV = \frac{\zeta^2 b + \lambda d + (\zeta c + \epsilon d + 2\lambda e)s + (\zeta d + 2\epsilon e)ss + \zeta es^2}{\zeta^2 s} ds - \frac{(d + 2es)s}{\zeta} ds$$

quam formulam integrabilem esse oportet.

20. Quo hoc facilius praestemus, recordemur ex § §. 13 et 14. esse $(\delta - \gamma)^2 - a\zeta = \lambda\lambda - a\zeta = \mu$; $(\delta - \gamma)\epsilon - \epsilon\zeta = Dp$; et $\epsilon\epsilon - \gamma\zeta = Ep$ vnde fit $S = V(\mu + 2Dps + Eps^2)$; sive ex §. 14 et 15.

$$S = \frac{2\sqrt{(\mu + 2Dps + Eps^2)}}{\sqrt{\Delta}}$$

Ponamus porro breuitatis gratia:

$$b + \frac{\lambda d}{\zeta} = b; \quad c + \frac{\epsilon d + 2\lambda e}{\zeta} = g; \quad d + \frac{2\epsilon e}{\zeta} = f$$

vt

vt. fit

$$dV = \frac{(b+gs+fs+es^2)ds\sqrt{\Delta}}{2\sqrt{(M+2Ds+Ess)}} - \frac{(d+2es)ds}{2}$$

statuatur partis prioris integrale :

$$(\mathfrak{F} + \mathfrak{G}s + \mathfrak{H}ss)V\Delta(M+2Ds+Ess)$$

eritque differentialium comparatione instituta :

$$b = 2\mathfrak{G}M + \mathfrak{F}D; \quad g = 4\mathfrak{H}M + 6\mathfrak{G}D + 2\mathfrak{F}E$$

$$f = 10\mathfrak{H}D + 4\mathfrak{G}E; \quad e = 6\mathfrak{H}E$$

vnde pro integrabilitate requiritur vt fit :

$$0 = eD(3EM - 5DD) + fE(3DD - EM) - 2gDEF + 2bE^2$$

21. Hac autem conditione impleta, erit :

$$\mathfrak{F} = \frac{b}{2D} - \frac{fM}{4DE} + \frac{seM}{12EE}; \quad \mathfrak{G} = \frac{f}{4E} - \frac{seD}{12EE}; \quad \mathfrak{H} = \frac{e}{6E}$$

et integrale quaesitum reperietur :

$$V = (\mathfrak{F} + \mathfrak{G}s + \mathfrak{H}ss)V\Delta(M+2Ds+Ess) - \frac{(d+es)s}{2}, \text{ vel}$$

$$V = \frac{1}{2}(\mathfrak{F} + \mathfrak{G}s + \mathfrak{H}ss)\Delta S - \frac{(d+es)s}{2}$$

Cum nunc fit $S = \lambda + \varepsilon(x+y) + \zeta xy$, si pro s scribamus $x+y$, valor integralis V ita per x et y exprimetur, vt fit

$$V = \frac{1}{2}\Delta(\mathfrak{F} + \mathfrak{G}(x+y) + \mathfrak{H}(x+y)^2)(\lambda + \varepsilon(x+y) + \zeta xy) - \frac{d(x+y) - e(x+y)^2}{2}$$

Quare vt pro V prodeat quantitas algebraica, coefficients b, c, d et e nou pro lubita assumere licet, sed certam quandam relationem inter eos statui oportet, quae vltima aequalitate §. praec. exprimitur. Ceterum hic assumi, non esse $E = 0$, si enim esset

effet $E=0$, valor ipsius V semper algebraice exhiberi possit, vti ex elementis integrationis est manifestum.

22. Verum si coefficientes b, c, d, e etc. vt cunque assumamus, tum expressio $\int \frac{P dx}{X} + \int \frac{Q dy}{Y}$ non quidem semper algebraice exhiberi poterit; attamen eius valor altiolem quadraturam non inuoluet, quam in formula $\int \frac{d s}{\sqrt{(M+2Ds+Ess)}}$ contentam, quae propter ea semper vel per logarithmos vel per arcus circulares exhiberi poterit. Cum igitur sit:

$$X = \sqrt{p}(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^2 + Ex^3)$$

et $\sqrt{p} = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}$ erit $X = \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \sqrt{(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^2 + Ex^3)}$ vnde inuento valore ipsius V habebitur sequens integratio:

$$\int \frac{dx (a + bx + cxx + dx^2 + ex^3)}{\sqrt{(A + 2Bx + Cx^2 + 2Dx^3 + Ex^4)}} + \int \frac{dy (a + by + cyy + dy^2 + ey^3)}{\sqrt{(A + 2By + Cy^2 + 2Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}$$

At substitutis superioribus valoribus erit:

$$\frac{2}{\sqrt{\Delta}} = \int \frac{\zeta b + \lambda d + (\zeta e + \epsilon d + 2\lambda e)s + (\zeta d + 2\epsilon e)ss + \zeta es^3}{\zeta \sqrt{(M + 2Ds + Ess)}} ds - \frac{(d + es)s \sqrt{\Delta}}{2(EM - DD)}$$

Existente $s = x + y$. Atque hinc sequentia problema resolui poterunt.

Problema I.

23. Inuenire integrale completum huius aequationis differentialis:

$$\frac{d y}{\sqrt{(A + 2By + Cy^2 + 2Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{d x}{\sqrt{(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^3 + Ex^4)}}$$

Solutio.

Solutio.

Statim apparet huic aequationi differentiali satisfacere casum $y = x$, qui autem non nisi integrale particulare largitur. Verum ad integrale completum inueniendum, quod praeter constantes A, B, C, D, E nouam constantem arbitrariam M inuoluat, ponamus secundum §. 15 breuitatis gratia:

$$\alpha = 4(AM - BB); \beta = 2B(M - C) + 4AD; \gamma = 4AE - (M - C)^2$$

$$\zeta = 4(EM - DD); \varepsilon = 2D(M - C) + 4BE; \delta = MM - CC + 4(AE - BD)$$

atque aequatio integralis completa erit

$$0 = \alpha + 2\beta(x+y) + \gamma(xx+yy) + 2\delta xy + 2\varepsilon xy(x+y) + \zeta xxyy$$

quae ergo est algebraica. Hinc autem siue y per x , siue vicissim x per y sequenti modo definitur, posito item breuitatis ergo:

$$\Delta = M(M - C)^2 + 4M(BD - AE) + 4(ADD + BBE) - 4BCD$$

vt sit

$$\text{vel } y = \frac{-\beta - \delta x - \varepsilon x^2 + \sqrt{\Delta(A + 2Bx + Cx^2 + Dx^3 + x^4)}}{\gamma + 2\varepsilon x + \zeta x^2}$$

$$\text{vel } x = \frac{-\beta - \delta y - \varepsilon y^2 + \sqrt{\Delta(A + 2By + Cy^2 + Dy^3 + Ey^4)}}{\gamma + 2\varepsilon y + \zeta y^2}$$

scilicet ratione signorum ambiguum in vtraque expressione vel signa superiora vel inferiora capi debent, ita vt si in altera formulae surdae tribuitur signum +, in altera formulae surdae signum - tribui debeat. Quae ratio ex §. 15. intelligitur, vbi in aequatione differentiali formulis surdis signa ambigua sunt adiuncta.

18. DE COMPARATIONE

Coroll. 1.

24. Quoniam igitur aequationis differentialis propositae, in qua ambae variables x et y a se inuicem sunt separatae, neutrum membrum integrationem absolutam admittit, atque adeo neque per logarithmos neque arcus circulares in genere exprimi potest, tamen vera ratio inter variables x et y aequatione algebraica exhiberi potest.

Coroll. 2.

25. Quemadmodum scilicet si duo arcus quantitate constante differunt, etsi neuter algebraice exprimitur, tamen eorum sinus inter se algebraicam tenent rationem, quae satisfacit aequationi differentiali $\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}}$, ita quoque aequationis differentialis propositae multoque latius patentis integrale completum algebraice exhiberi potest.

Scholion.

26. Vis huius solutionis facilius percipietur, si eam ad casus magis restrictos applicemus, inter quos ii praecipue sunt notatu digni, ubi signum radicale vel unico vel duobus tantum terminis praefigitur ac si vnicus tantum terminus reperiatur, ratio per se est manifesta.

I. Sit enim $B=0$; $C=0$; $D=0$, et $E=1$ ut integranda sit aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{A}} = \frac{dx}{\sqrt{A}} \text{ siue } dy = dx \text{ erit}$$

$a=4AM$; $b=0$; $\gamma=-MM$; $\delta=MM$; $\epsilon=0$; $\zeta=0$;
ideoque

ideoque aequatio integralis :

$$0 = 4AM - MM(xx + yy) + 2MMxy$$

seu $x - y = 2\sqrt{\frac{A}{M}}$ vel $y = x \pm \text{Const.}$

II. Sit $A = 0$; $C = 0$; $D = 0$; et $E = 0$, vt integranda fit aequatio :

$$\frac{dy}{\sqrt{2By}} = \frac{dx}{\sqrt{2Bx}} \text{ seu } \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} \text{ erit}$$

$$\alpha = -4BB; \quad \beta = 2BM; \quad \gamma = -MM; \quad \delta = MM; \quad \epsilon = 0 \text{ et } \zeta = 0$$

ideoque aequatio integralis, ob $\Delta = M^2$

$$0 = -4BB + 4BM(x + y) - MM(xx + yy) + 2MMxy$$

seu $y = \frac{-2BM - MMx \pm \sqrt{2BM^2x}}{-MM} = x \pm \frac{2B}{M} \pm 2\sqrt{\frac{2B}{M}}x$

hincque $\sqrt{y} = \sqrt{x} + \text{Const.}$ vti est perspicuum.

III. Sit $A = 0$; $B = 0$; $D = 0$; $E = 0$, vt integranda fit haec aequatio :

$$\frac{dy}{\sqrt{Cy}} = \frac{dx}{\sqrt{Cx}} \text{ seu } \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} \text{ erit}$$

$$\alpha = 0; \quad \beta = 0; \quad \gamma = -(M - C)^2; \quad \delta = MM - CC; \quad \epsilon = 0, \text{ et } \zeta = 0$$

ideoque aequatio integralis

$$0 = -(M - C)^2(xx + yy) + 2(MM - CC)xy \text{ seu } y = nx.$$

IV. Sit $A = 0$; $B = 0$; $C = 0$; et $E = 0$ vt integranda fit haec aequatio :

$$\frac{dy}{\sqrt{2Dy^2}} = \frac{dx}{\sqrt{2Dx^2}} \text{ seu } \frac{dy}{y\sqrt{y}} = \frac{dx}{x\sqrt{x}}; \text{ erit}$$

$$\alpha = 0; \quad \beta = 0; \quad \gamma = -MM; \quad \delta = MM; \quad \epsilon = 2DM; \quad \zeta = -4DD$$

ideoque aequatio integralis:

$$0 = -MM(x^2 + y^2) + 2MMxy + 4DMxy(x+y) + 4DDxxyy$$

quae ob $\Delta = M^2$ datur

$$y = \frac{-MMx - 4DMx^2 \pm \sqrt{4DM^2x^3}}{-MM + 4DMx + 4DDx^2}$$

seu $Vy = \frac{M + \sqrt{4DMx}}{M - 4Dx} Vx = \frac{\sqrt{Mx}}{\sqrt{M - 4Dx}}$

vel $\frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \pm \sqrt{\frac{4D}{M}}$, vti rei natura postulat.

V. Sit $A=0$; $B=0$; $C=0$; et $D=0$ vt integranda fit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{Ey^2}} = \frac{dx}{\sqrt{Ex^2}} \text{ seu } \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}; \text{ erit}$$

$\alpha=0$; $\beta=0$; $\gamma=-MM$; $\delta=MM$; $\epsilon=0$; et $\zeta=4EM$
ideoque aequatio integralis:

$$0 = -MM(x^2 + y^2) + 2MMxy + 4EMxxyy$$

hincque $y - x = 2xy\sqrt{\frac{E}{M}}$ seu $\frac{y}{x} = \frac{1}{2} \pm 2\sqrt{\frac{E}{M}}$

Quando autem signum radicale complectitur duos terminos, varios casus, qui huc pertinent, sequentibus exemplis euoluemus.

Exemplum I.

27. Si fit $C=0$; $D=0$ et $E=0$, vt integranda fit aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A - 2xy)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A + 2xy)}}$$

inuenire aequationem integram completam.

Erit

Erit ergo $\alpha = 4(AM - BB)$; $\beta = 2BM$; $\gamma = -MM$;
 $\delta = MM$; $\epsilon = 0$; $\zeta = 0$; vnde aequatio integralis :

$$0 = 4(AM - BB) + 4BM(x + y) - MM(xx + yy) + 2MMxy$$

et ob $\Delta = M^2$

$$y = \frac{-2BM - MMx \pm \sqrt{M^2(A + 2Bx)}}{M} = \frac{-B \pm \sqrt{A + 2Bx}}{M} + 2\sqrt{\frac{A + 2Bx}{M}}$$

Vnde ponendo $A = f$; $2B = g$; et $M = x$ sequitur

Theorema I.

28. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{f + gx}}$
 $= \frac{dx}{\sqrt{f + gx}}$; integrale completum est :

$$0 = 4cf - gg + 2cg(x + y) - cc(xx + yy) + 2ccxy$$

vnde fit :

$$y = x + \frac{c}{g} \pm 2\sqrt{\frac{f + gx}{g}} \text{ et } x = y + \frac{c}{g} \pm 2\sqrt{\frac{f + gy}{g}}$$

Exemplum 2.

29. Si fit $B = 0$, $D = 0$ et $E = 0$, vt integranda sit aequatio :

$$\frac{dy}{\sqrt{A + Cy}} = \frac{dx}{\sqrt{A + Cx}}$$

inuenire aequationem integram completam.

Erit ergo: $\alpha = 4AM$, $\beta = 0$, $\gamma = -(M - C)^2$, $\delta = MM - CC$,
 $\epsilon = 0$ et $\zeta = 0$, vnde aequatio integralis quaesita
 erit :

$$0 = 4AM - (M - C)^2(xx + yy) + x(MM - CC)xy$$

H 3

et

62 DE COMPARATIONE

et ob $\Delta = M(M-C)^2$ erit

$$y = \frac{-(MM-CC)x + 2(M-C)\sqrt{M(A+Cxx)}}{(M-C)^2} = \frac{(M+C)x - 2\sqrt{M(A+Cxx)}}{M-C}$$

Quare ponendo $A=f$; $C=g$; et $M=c$, sequitur

Theorema 2.

30. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gxx)}}$
 $= \frac{dx}{\sqrt{(f+gxx)}}$ integrale completum est:

$$0 = 4cf - (c-g)^2(xx+yy) + 2(cc-gg)xy$$

unde fit:

$$y = \frac{(c+g)x \pm 2\sqrt{c(f+gxx)}}{c-g} \quad \text{et} \quad x = \frac{(c+g)y \mp 2\sqrt{c(f+gyy)}}{c-g}$$

Exemplum 3.

31. Si fit $B=0$; $C=0$; et $E=0$, ut integra
 granda fit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+2Dy^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A+2Dx^2)}}$$

inuenire aequationem integram completam.

Erit ergo $\alpha = 4AM$; $\beta = 4AD$; $\gamma = -M^2$; $\delta = M^2$;
 $\epsilon = 2DM$ et $\zeta = -4DD$; unde aequatio integralis
 quaesita est

$$0 = 4AM + 8AD(x+y) - M^2(xx+yy) + 2M^2xy \\ + 4DMxy(x+y) - 4DDxxyy$$

et cum fit $\Delta = M^2 + 4ADD$ erit

$$y = \frac{-4AD - MMx - 2DMxx + 2\sqrt{(M^2 + 4ADD)(A + 2Dx^2)}}{-MM + 4DMx - 4DDxx}$$

sive:

hinc:

$$y = \frac{+AD + MMx + 2DMxx + 2\sqrt{(M^2 + ADD)(A + 2Dx)}}{(M - 2Dx)^2}$$

Quare si ponatur $A=f$; $2D=g$ et $M=c$ sequitur

Theorema 3.

32. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^2)}}$
 $= \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^2)}}$ integrale completum est:

$$0 = 4cf + 4fg(x+y) - cc(xx+yy) + 2ccxy + 2cgy(x+y) - ggxyy$$

vnde fit:

$$y = \frac{2fg + ccx + cgyx + 2\sqrt{(c^2 + fgg)(f+gx^2)}}{(c-gx)^2} \text{ et}$$

$$x = \frac{2fg + ccy + cgyy + 2\sqrt{(c^2 + fgg)(f+gy^2)}}{(c-gy)^2}$$

Exemplum 4.

33. Si fit $B=0$; $C=0$; $D=0$ vt aequatio integranda fit:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+By^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A+Bx^2)}}$$

inuenire aequationem integram completam.

Erit ergo: $\alpha = 4AM$; $\beta = 0$; $\gamma = 4AE - MM$;

$\delta = MM + 4AE$; $\epsilon = 0$ et $\zeta = 4EM$, vnde aequatio integralis quaesita est:

$$0 = 4AM + (4AE - MM)(xx + yy) + 2(4AE - MM)xy + 4EMxyy$$

et cum fit $\Delta = M^2 - 4AEM$ erit

$$y = \frac{-(MM + 4AE)x + 2\sqrt{M(MM - 4AE)(A + Bx^2)}}{4AE - MM + 4EMxx}$$

Quare

Quare si ponatur $A=f$; $E=g$; et $M=2c$ sequitur

Theorema 4.

34. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gx^2)}}$
 $= \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^2)}}$ integrale completum est:

$$0 = 2cf - (cc - fg)(xx + yy) + 2(cc + fg)xy + 2cgyxy$$

unde fit

$$y = \frac{+ (cc + fg)x + \sqrt{2c(cc - fg)(f + gx^2)}}{cc - fg - 2cgyx}$$

$$x = \frac{+ (cc + fg)y + \sqrt{2c(cc - fg)(f + gx^2)}}{cc - fg - 2cgyx}$$

Exemplum 5.

35. Si fit $A=0$, $C=0$ et $D=0$ et integranda fit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(2By + Ey^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(2Bx + Ex^2)}}$$

inuenire aequationem integram completam.

Erit ergo: $\alpha = -4BB$; $\beta = 2BM$; $\gamma = -MM$;
 $\delta = MM$, $\epsilon = 4BE$ et $\zeta = 4EM$, hincque aequatio integralis quaesita:

$$0 = -4BB + 4BM(x+y) - MM(xx+yy) + 2MMyx$$

$$+ 8BEyx(x+y) + 4EMxxxy$$

et cum fit $\Delta = M^2 + 4BBE$ erit

$$y = \frac{2BM + MMx + 4BEyx + \sqrt{(M^2 + 4BBE)(2Bx + Ex^2)}}{MM - 4BEy - 4EMx}$$

Quare si ponatur $2B=f$; $E=g$; $M=c$; $x=xx$
 et $y=yy$ sequitur

Theore-

Theorema 5.

36. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^2)}}$
 $= \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^2)}}$ integrale completum est :

$$0 = -ff + 2cf(xx+yy) - cc(x^2+y^2) + 2ccxxyy + 4fgxxyy$$

$$(xx+yy) + 4cgy^2$$

unde fit

$$yy = \frac{cf + ccyx + 2fgx^2 + 2x\sqrt{(c^2 + ffg)(f+gx^2)}}{cc - 4fgxx - 4cgy^2}$$

$$\text{et } xx = \frac{cf + ccyx + 2fgx^2 + 2x\sqrt{(c^2 + ffg)(f+gx^2)}}{cc - 4fgxx - 4cgy^2}$$

Scholion I.

37. Probabile hinc videtur etiam huius aequationis differentialis :

$$\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^2)}}$$

atque adeo huius latissime patentis :

$$\frac{dy}{\sqrt{(a+by+cy^2+dy^3+ey^4+fy^5+etc)}} = \frac{dx}{\sqrt{(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+etc)}}$$

ad quocunque dimensiones variables x et y in vinculis radicalibus affurgant, aequationem dari integram completam algebraicam. Hoc enim assertum non solum verum est ostensum, quando potestates ipsarum x et y quartum ordinem non superant, sed etiam casu $n=6$, vti vidimus, priorum formularum integratio completa algebraice succedit. Interim tamen nullus adhuc modus patet pro casu

$n=5$ integrale completum aequationis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^5)}}$
 $= \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^5)}}$ exhibendi, multo minus id ad casus,
 Tom. XII. Nou. Comm. I quibus

quibus n fenarium superat extendere licet, etiam si pro casibus $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$, et $n=6$ sit in promptu. Et si autem de successu in reliquis casibus vix dubitare licet, tamen restrictio necessaria videtur, ut exponens n sit numerus integer, nisi forte et eos casus fractionum adiacere lubuerit, quibus utraque formula per se fit integrabilis, uti evenit si n sit fractio unitatem pro numeratore habens. Praeterea vero certum est, veritatem non nisi pro signo radicali quadrato subsistere posse; ne-

que enim haec aequatio
$$\frac{dy}{\sqrt{(f+gx^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^2)}}$$

neque haec
$$\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^2)}}$$
 aliaque ha-

rum similes integralia completa algebraica admittunt; quia hae formulae, ad rationalitatem perductae, tam logarithmos quam quadraturam circuli mixtim inuoluunt, atque ex talium quantitatum heterogearum comparatione aequatio algebraica resultare nequit. Haec eadem vero ratio dubitationem superiorem quoque decedit; ac iam audacter pronuntiare possumus hanc aequationem differentialem:

$$\frac{dy}{\sqrt{(a+by+cy^2+dy^3+ey^4+fy^5+gy^6)}} = \frac{dx}{\sqrt{(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6)}}$$

generaliter per aequationem algebraicam integrari non posse; inde enim sequeretur integratio algebraica huius aequationis.

$$\frac{dy}{A+By+Cy^2+Dy^3} = \frac{dx}{A+Bx+Cx^2+Dx^3}$$

quod

quod utique esset absurdum; multo minus igitur integratio in aequationibus magis compositis succedet. Verum nequidem integrabilitas ad potestatem quintam usque extendi potest; nam posito $g=0$ si etiam statuatur $a=0$, et pro y et x scribatur yy et xx , prodit haec aequatio differentialis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(b+cy^2+dy^4+ey^6+fy^8)}} = \frac{dx}{\sqrt{(b+cx^2+dx^4+ex^6+fx^8)}}$$

in qua si radice extractio succedat, continebitur haec:

$$\frac{dy}{A+By^2+Cy^4} = \frac{dx}{A+Bx^2+Cx^4}$$

quam ingenere integrationem algebraicam non admittere est manifestum.

Scholion 2.

38. Nunc igitur pro certo affirmare licet, ex hoc genere aequationem differentialem latissime patentem, quae quidem generaliter algebraice integrari queat, esse eam ipsam, quam haecenus tractavimus:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+2By+Cy^2+2Dy^3+Ey^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cx^2+2Dx^3+Ex^4)}}$$

et cuius aequationem integram completam assignavimus. Quam ob causam haec aequatio multo magis est notatu digna, quod in hoc genere est generalissima, quae integrationem algebraicam admittat. Quoniam igitur eius integrationem iam exposui, operae pretium erit eius usum in comparatione li-

I 2

nearum

nearum curvarum, quarum elementa per huiusmodi formulas exprimuntur, vberius ostendere, si quidem in iis omnia continentur, quae in hoc genere praestari possunt. Atque hac ipsa consideratio nos quoque integrationem huiusmodi aequationum

$$\frac{u dy}{\sqrt{(A + 2Bx + Cy^2 + 2Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{m dx}{\sqrt{(A + 2Bx + Cx^2 + 2Dx^3 + Ex^4)}}$$

manuducet, si quidem m et n fuerint numeri integri.

Problema 2.

Tab. I. 39. Si linea curva habeatur, cuius arcus si-
 Fig. 4. ve abscissae, siue applicatae, siue cordae, siue alii cui-
 cunque rectae variabili z ad curuam relatae respon-
 dens sit $= \int \frac{u dz}{\sqrt{(A + 2Bz + Cz^2 + 2Dz^3 + Ez^4)}}$; deturque in
 hac curva arcus quicumque AB , ab alio quouis
 puncto P arcum abscindere PQ , qui aequalis sit illi
 arcui AB .

Solutio.

Ex coefficientibus datis A, B, C, D, E quac-
 rantur hi alii:

$$\begin{aligned} \alpha &= 4(AM - BB); \quad \beta = 2B(M - C) + 4AD; \quad \gamma = 4AE \\ &\quad - (M - C)^2 \\ \zeta &= 4(EM - DD); \quad \epsilon = 2D(M - C) + 4BE; \quad \delta = MM - CC \\ &\quad + 4(AE + BD) \end{aligned}$$

vbi M denotat nouam constantem arbitrariam, at-
 que vidimus hanc aequationem algebraicam:

$$\begin{aligned} 0 &= \alpha + 2\beta(x+y) + \gamma(xx+yy) + 2\delta xy + 2\epsilon xy(x+y) \\ &\quad + \zeta xxyy \\ &\quad \text{con-} \end{aligned}$$

congruere cum hac transcendente :

$$\int \frac{u dy}{\sqrt{(A+2By+Cy^2+2Dy^3+Ey^4)}} - \int \frac{u dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}} = \text{Const.}$$

vbi quantitas constans ita definiri debet, vt illi M fit consentanea. Si iam ponamus in curua proposita variabilem z puncto Z respondere, curuaeque initium in puncto Δ statui, atque ad abbeuiandum hunc arcum ΔZ ita indicemus $\Pi : z$ vt sit

$$\int \frac{u dz}{\sqrt{(A+2Bz+Czz+2Dz^3+Ex^4)}} = \Pi : z$$

erit ex aequatione superiori

$$\Pi : y - \Pi : x = \text{Const.}$$

Respondeant nunc punctis A et B rectae a et b , punctis vero P et Q rectae p et q , vt sint arcus

$$\Delta A = \Pi : a; \Delta B = \Pi : b; \Delta P = \Pi : p \text{ et } \Delta Q = \Pi : q$$

ideoque

arcus $AB = \Pi : b - \Pi : a$ et arcus $PQ = \Pi : q - \Pi : p$
 ac loco x et y scribamus p et q vt sit

$$0 = a + 2\epsilon(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\epsilon pq(p+q) + \zeta ppqq$$

erit $\Pi : q - \Pi : p = \text{Const.}$ Quodsi ergo constantem M ita assumamus, vt facto $p = a$ prodeat $q = b$, habebimus :

$$\Pi : q - \Pi : p = \Pi : b - \Pi : a$$

ideoque arcum $PQ =$ arcui AB vti requiritur. Constans igitur M , vel si ponamus $M - C = L$ vt

fit $M=C+L$, constans L ex sequenti aequatione debet definiri :

$$0 = 4AC - 4BB + 4AL + 2(2BL + 4AD)(a+b) + (4AE - LL)(aa + bb) + 2(LL + 2CL + 4AE + 4BD)ab + 2(2DL + 4BE)ab(a+b) + 4(CE - DD + EL)aabb$$

vnde fit :

$$LL = \frac{4L(A+B(a+b) + Cab + Dab(a+b) + Eaabb) + 4AC + 4AD(a+b) + 4(AE + ED)ab + 4CEab}{(b-a)^2} - \frac{4BB + 4AE(aa + bb) + 4BEab(a+b) + 4DDaabb}{(b-a)^2}$$

et radice extracta :

$$L = \frac{2(A+B(a+b) + Cab + Dab(a+b) + Eaabb) + 2\sqrt{(A+2Ba + Caa + 2Da^2 + Ea^4)(A+2Bb + Cbb + 2Db^2 + Eb^4)}}{(b-a)^2}$$

sicque erit

$$M = \frac{2A + 2B(a+b) + C(aa + bb) + 2Dab(a+b) + 2Eaabb}{(b-a)^2}$$

$$\pm \frac{2}{(b-a)^2} \sqrt{(A+2Ba + Caa + 2Da^2 + Ea^4)(A+2Bb + Cbb + 2Db^2 + Eb^4)}$$

Quo valore inuento si iam definiantur valores coefficientium $\alpha, \xi, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$, quoniam ex dato curvae puncto P datur variabilis p , ex ea valor idoneus variabilis q , cui curvae punctum Q respondet, determinabitur per hanc aequationem

$$0 = \alpha + \xi(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\epsilon pq(p+q) + \zeta pppq$$

ex qua si breuitatis gratia ponamus :

$$\Delta = M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD+BBE) - 4BCD$$

habebitur :

$$q = \frac{-\xi - \delta p - \epsilon p^2 + 2\sqrt{\Delta(A+2Bp + Cp^2 + 2Dp^3 + Ep^4)}}{\gamma + 2\epsilon p + \zeta p^2}$$

ficque

ficque dato arcu AB et puncto P assignabitur punctum Q vt arcus PQ aequalis fiat arcui AB. Reperientur autem ob signum ambiguum bina puncta Q, quorum alterum citra alterum ultra punctum P erit situm.

Coroll. 1.

40. Inuento valore q simili modo a puncto Q vterius abscindi poterit arcus QR arcui AB aequalis. Posita enim variabili puncto R respondente $=r$, capiatur:

$$r = \frac{-e - \delta q - \epsilon q q + 2\sqrt{\Delta(A + 2Bq + Cq^2 + 2Dq^3 + Eq^4)}}{\gamma + 2\epsilon q + \zeta q q}$$

ficque a puncto P simul abscindetur arcus PR duplus arcus dati AB.

Coroll. 2.

41. Quoniam r hinc duplicem obtinet valorem, notandum est alterum iterum in p abire, quia ante animaduertimus esse:

$$p = \frac{-e - \delta q - \epsilon q q + 2\sqrt{\Delta(A + 2Bq + Cq^2 + 2Dq^3 + Eq^4)}}{\gamma + 2\epsilon q + \zeta q q}$$

quare vt arcus PR euadat duplus, idem signum quod in valore ipsius q fuerit electum, in valore ipsius r capi oportet.

Coroll. 3.

42. Pari modo ultra R reperietur punctum S, vt denuo arcus RS aequalis, ficque angulus PS triplus

triplex euadat arcus AB, inuenta enim variabili r valor variabilis s puncto S respondentis hac formula exprimetur :

$$s = \frac{-\xi - \delta r - \epsilon r r + \sqrt{\Delta(A + 2Br + Cr^2 + 2Dr^3 + Er^4)}}{\gamma + 2\epsilon r + \zeta r r}$$

hocque modo quousque libuerit vltcrius progredi licet.

Coroll. 4.

43. Hac ergo repetita operatione a dato puncto P arcus abscindi poterit, qui se habeat ad arcum AB, vt numerus quicumque integer m ad vnitatem. Quare si ab alio puncto abscindatur arcus, qui fit ad eundem AB vt alius numerus integer n ad vnitatem, duo habebuntur arcus rationem quacunque numeri ad numerum tenentes.

Coroll. 5.

44. Omnium igitur curuarum, quarum arcus variabili cuiquam z respondens huiusmodi formula $\int \frac{dz}{\sqrt{(A + 2Bz + Cz^2 + 2Dz^3 + Ez^4)}}$ exprimitur, haec est proprietas, vt earum arcus simili modo inter se comparari possint, quo arcus circuli inter se comparare licet. Atque ob rationes supra allegatas haec similitudo cum circulo vix ad alias curuas, nisi quarum rectificatio ad hanc formulam reduci potest, extendi videtur.

Exem-

Exemplum.

45. Proposita sit linea curua, cuius arcus ad quampiam rectam variabilem v relatus hac formula integrali $\int \frac{dv}{\sqrt{(1-v^2)}}$, exprimatur, cuiusmodi curuae algebraicae infinitae exhiberi possunt, in qua a puncto P arcus abscindi oporteat PQ, PR, PS, ad datum arcum AB rationem tenentes vel aequalitatis, vel duplam, vel triplam.

Quia haec expressio in nostra forma generali non continetur, eo reducatur ponendo $v = z$ seu $v = \sqrt{z}$; sic enim arcus huic nouae variabili z respondens erit $= \int \frac{dz}{2\sqrt{(z-z^2)}}$. Fiat ergo $A = \frac{1}{2}$ et $A = 0$; $B = \frac{1}{2}$; $C = 0$; $D = 0$ et $E = -1$, vnde obtinetur:

$\alpha = -1$; $\xi = M$; $\gamma = -MM$; $\delta = MM$; $\epsilon = -2$; $\zeta = -4M$
ideoque constituta aequatione:

$$0 = -1 + 2M(p+q) - MM(pp+qq) + 2MMPq - 4pq(p+q) - 4Mppqq$$

vnde fit:

$$q = \frac{M + MMp - 2pp + 2\sqrt{(M^2 - 1)}(p - p^2)}{MM + p + Mpp}$$

erit:

$$\int \frac{dq}{2\sqrt{(q-q^2)}} - \int \frac{dp}{2\sqrt{(p-p^2)}} = \text{Const.}$$

$$\text{seu } \Pi : q - \Pi : p = \Pi : b - \Pi : a$$

si quidem a, b, p, q sint valores variabilis z qui arcubus $\Delta A, \Delta B, \Delta P$ et ΔQ conueniunt. At

74 DE COMPARATIONE

iam constans M ex datis a et b ita defini debet
vt fit

$$0 = -1 + 2M(a+b) - MM(b-a)^2 - 4b(a+b) - 4Maabb$$

vnde fit :

$$M = \frac{a+b - 2aabb + 2\sqrt{(a-a^4)(b-b^4)}}{(b-a)^2}$$

$$\text{et } \sqrt{M-1} = \frac{\sqrt{a(1-a)(1+b+bb)} + \sqrt{b(1-b)(1+a+aa)}}{(b-a)}$$

$$\sqrt{M^2-1} = \frac{(a+3b-4ab^2)\sqrt{(a-a^4)} + (b+3a-4a^2b)\sqrt{(b-b^4)}}{(b-a)^2}$$

Inuento hoc modo valore constantis M ex data
quantitate p inuenitur q , atque hinc porro valor
variabilis r puncto R respondens scilicet :

$$r = \frac{M + MMq - 2qq + 2\sqrt{M^2-1}(q-q^4)}{M^2M + q + 4Mqq}$$

sicque a puncto P arcus quicumque multiplex arcus
dati AB abscindi poterit.

Scholion.

46. Circa huiusmodi curvas singularis affectio
notari meretur, si enim breuitatis gratia ponamus
 $\sqrt{a-a^4} = a$ et $\sqrt{b-b^4} = b$ vt fit :

$$M = \frac{a+b - 2aabb + 2ab}{(b-a)^2} \text{ et } \sqrt{M^2-1} = \frac{(a+3b-4ab^2)a + (b+3a-4a^2b)b}{(b-a)^2}$$

vtraque quantitas radicalis a et b tam affirmatiue
quam negatiue capi potest; vnde pro M geminus
valor habetur; ex quo pro $q = \frac{M + MMp - 2pp + 2\sqrt{M^2-1}(p-p^4)}{M^2M + p + 4Mpp}$
ob nouam signi ambiguitatem quaterni valores re-
sultant. Binos quidem natura rei ostendit, quia
punctum Q tam ante quam post punctum P capi
potest

potest, sed quia quatuor reperiuntur, id indicio est curvam duplici ramo esse praeditam, et in utroque arcus aequales exhiberi. Consideremus casum quo punctum P in ipso puncto A capitur ita ut sit $p = a$; et $q = \frac{M + MMe - 2aa + a\sqrt{M^2 - 1}}{MM + aa + Mac}$

quae forma substituto pro M valore statim duos valores praebet aequales $q = b$; at duo reliqui diuersi continentur in

$$q = \frac{+a^2 + 9aab - 6ab^2 + b^3 - 4a^6 - 12a^4bb + 10a^6b^2 + 4a(a-b-2a^2b)ab}{aa + 6ab + bb + 10a^5 - 24a^4b + 16a^3bb - 16aab^2 + 16a^2b^2 - 10a^6bb + (a+b-4a^2b-2a^4)ab}$$

qui duo valores semper sunt diuersi, nisi sit vel $b = a$ vel $a = \frac{1}{1 \pm \sqrt{2}}$: illo casu prodit $q = a = b$, hoc vero reperitur $q = \frac{1}{1 \pm \frac{b}{2}}$. Punctum ergo curvae quod respondet quantitati $\frac{1}{1 \pm \sqrt{2}}$ singulari proprietate erit praeditum.

Problema 3.

47. Inuenire integrale completum huius aequationis differentialis :

$$\frac{dy}{\sqrt{(A + By + Cy^2 + Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4)}}$$

Solutio.

Istud integrale quaesitum ex praecedenti problemate colligi potest. Capiatur enim punctum P in ipso puncto B, ut sit $p = b$; et consideretur tantum punctum A ut fixum, B vero seu P ut variabile, ex quo continuo assignari debeat punctum Q, ut sit

K 2 arcus

arcus AQ duplus arcus AP. Posita ergo variabili p loco b sumatur :

$$M = \frac{2A + 2B(a+p) + C(a^2 + pp) + 2Dap(a+p) + 2Eaapp}{(p-a)^2} \\ \pm \frac{2}{(p-a)^2} \sqrt{(A + 2Ba + Caa + 2Da^2 + Ea^4)(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^2 + Ep^4)}$$

ita ut iam M sit functio variabilis p et constantis a .
Deinde posito brevitatis gratia $M - C = L$ seu

$$L = \frac{2(A + B(a+p) + Cap + Dap(a+p) + Eaapp) + 2\sqrt{(A + 2Ba + Caa + 2Da^2 + Ea^4)(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^2 + Ep^4)}}{(p-a)^2}$$

definiatur q per hanc aequationem :

$$0 = 4AC - 4BB + 4AL + 2(2BL + 4AD)(p+q) + (4AE - LL)(pp + qq) \\ + 2(LL + 2CL + 4AE + 4BD)pq + 2(2DL + 4BE)pq(p+q) + 4(CE - DD + EL)ppqq$$

critque ob $b = p$:

$\Pi : q - \Pi : p = \Pi : p - \Pi : a$ seu $\Pi : q = 2\Pi : p - \Pi : a$
quae aequatio differentiatata dat :

$$\frac{dq}{\sqrt{(A + 2Bq + Cqq + 2Dq^2 + Eq^4)}} = \frac{2dp}{\sqrt{(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^2 + Ep^4)}}$$

cuius propterea integralis est illa aequatio algebraica inter p et q exhibita, quam simul patet esse integram completam, quoniam continet quantitatem constantem a , quae in aequatione differentiali non inest.

Coroll. I.

48. Si retinente L valorem exhibitum, inventaque variabili q per p , ex q simili modo quaeratur

ratur r , vt fit $\Pi : r - \Pi : q = \Pi : p - \Pi : a$ erit
 $\Pi : r = 3 \Pi : p - 2 \Pi : a$, vnde prodit aequatio dif-
 ferentialis :

$$\frac{dr}{\sqrt{(A+2Br+Cr^2+Dr^3+Er^4)}} = \frac{z dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cp^2+Dp^3+Ep^4)}}$$

cuius ergo aequatio integralis completa est :

$$0 = 4(AC - BB + AL) + 2(2BL + 4AD)(q+r) + (4AE - LL)(qq+rr) \\ + 2(LL + 2CL + 4AE + 4BD)qr + 2(2DL + 4BE)qr(q+r) + 4(CE - DD \\ + EL)qqrr.$$

Coroll. 2

49. Quo haec magis contrahamus, postquam
 ex coefficientibus datis A, B, C, D, E et variabili p
 vna cum constanti arbitraria a ita fuerit definita
 quantitas L vt fit :

$$L(p-a)^2 = \frac{A+B(a+p)+Cap+Dap(a+p)+Eaapp}{\sqrt{(A+2Ba+Ca^2+2Da^2+Ea^4)}(A+2Bp+Cp^2+2Dp^3+Ep^4)}$$

hinc determinentur sequentes coefficientes variables :

$$\alpha = 4(AC - BB + AL); \quad \xi = 2BL + 4AD; \quad \gamma = 4AE - LL \\ \zeta = 4(CE - DD + EL); \quad \epsilon = 2DL + 4BE; \quad \delta = LL + 2CL + 4AE + 4BD.$$

Coroll. 3.

50. His iam quantitibus inuentis erit huius
 aequationis differentialis :

$$\frac{dq}{\sqrt{(A+2Bq+Cq^2+Dq^3+Eq^4)}} = \frac{z dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cp^2+Dp^3+Ep^4)}}$$

aequatio integralis completa :

$$0 = a + 2\xi(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\epsilon pq(p+p) + \zeta ppqq.$$

K 3

Coroll.

Coroll. 4.

51. Porro huius aequationis differentialis :

$$\frac{dr}{\sqrt{(A+2Br+Cr^2+2Dr^3+Er^4)}} = \frac{dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cp^2+2Dp^3+Ep^4)}}$$

aequatio integralis completa erit

$$0 = \alpha + 2\beta(q+r) + \gamma(qq+rr) + 2\delta qr + 2\epsilon qr(q+r) + \zeta qqr$$

postquam scilicet variabilis q ope praecedentis aequationis ex p fuerit determinata.

Coroll. 5.

52. Simili modo progrediendo huius aequationis differentialis :

$$\frac{ds}{\sqrt{(A+2Bs+Cs^2+2Ds^3+Es^4)}} = \frac{dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cp^2+2Dp^3+Ep^4)}}$$

aequatio integralis completa erit

$$0 = \alpha + 2\beta(r+s) + \gamma(rr+ss) + 2\delta rs + 2\epsilon rs(r+s) + \zeta rrs$$

postquam ex praecedentibus aequationibus r per q , et q per p fuerint definitae.

Coroll. 6.

53. Hoc modo quousque libuerit ulterius progredi licet, sicque ingenere aequatio integralis inveniri poterit completa huius differentialis :

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cx^2+2Dx^3+Ex^4)}} = \frac{m dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cp^2+2Dp^3+Ep^4)}}$$

quicumque numerus integer pro m assumatur

Proble-

Problema 4.

54. Si m et n fuerint numeri integri quicumque, inuenire aequationem integram completam huius differentialis :

$$\frac{n dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^2+Ey^3)}} = \frac{m dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^2+Ex^3)}}$$

Solutio.

Quaeratur primum ope praeced. Probl. aequatio integralis completa istius differentialis :

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^2+Ex^3)}} = \frac{a dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^2+Ep^3)}}$$

quae erit algebraica ac praeter variables p et x constantem arbitrariam a inuoluens. Deinde simili modo quaeratur aequatio integralis completa huius differentialis :

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^2+Ey^3)}} = \frac{m dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^2+Ep^3)}}$$

quae etiam erit algebraica inter binas variables y et p , insuperque constantem arbitrariam b complectetur. Ex his duabus aequationibus eliminetur variabilis p , vt obtineatur aequatio algebraica inter x et y , quae erit integralis completa huius differentialis :

$$\frac{n dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^2+Ey^3)}} = \frac{m dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^2+Ex^3)}}$$

Quia autem duas constantes arbitrarias a et b continebit, alterutri pro lubitu valorem determinatum tribuere licet, vel inter eas datam rationem statuere:

re: pro integrali enim completa sufficit vt vna constans arbitraria introducat.

Scholion.

55. Si m et n sint numeri modice magni, nemo certe aequationem algebraicam inter x et y euolutam exhibebit: cum enim tot eliminationibus sit opus, euidens est, ad aequationem plurimorum terminorum, in qua variables x et y ad summas dimensiones exfurgant, perueniri oportere. Atque adeo in casu problematis 3. vbi est $m=2$ et $n=1$, nemo facile eliminationis opus perficiet. Neque vero hoc etiam opus est, cum ad nostrum institutum sufficiat ostendisse, aequationem integram esse algebraicam, eiusque constructionem geometricè absolui posse; tantum enim abest, vt alienae variables q, r, s etc. quae in subsidium sunt vocatae, calculum turbent, ideoque eliminari debeant, vt potius ad constructionem commode instituendam absolute sint necessariae. Atque haec sunt fere quae de curuis, quarum rectificatio hac formula:

$$\int \frac{y \, dz}{\sqrt{(A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + Ez^4)}}$$

exprimitur, tradi operae pretium videbatur, quae eo redeunt, vt earum arcus inter se perinde atque arcus circulares comparari queant; siquidem proposito arcu quocunque AB, a puncto dato P arcus abscindi possunt, qui ad illum rationem teneant rationalem quamcunque. Consideremus igitur etiam curuas,

curvas, quarum rectificatio tali formula exprimitur:

$$\int \frac{dz(\mathbb{A} + \mathbb{B}z + \mathbb{C}zz + Dz^2 + Ez^3)}{\sqrt{(\mathbb{A} + \mathbb{B}z + \mathbb{C}zz + Dz^2 + Ez^3)}}$$

de quibus curvis quoque affectiones egregiae circa comparisonem arcuum notari merentur; quem in finem evolutio formularum huc pertinentium supra §. 16 et seqq. est instituta. Similis scilicet comparatio inter arcus huiusmodi curvarum suscipi potest, quae iam pridem inter arcus parabolae fieri posse est ostensa; atque inde sequentium problematum solutionem deriuare licebit.

Problema 5.

56. Proposita curua, cuius arcus indefinite Tab. I. variabili cuiusdam z respondens hac formula exprimitur: Fig. 4

$$\int \frac{dz(\mathbb{A} + \mathbb{B}z + \mathbb{C}zz + Dz^2 + Ez^3)}{\sqrt{(\mathbb{A} + \mathbb{B}z + \mathbb{C}zz + Dz^2 + Ez^3)}}$$

si in ea detur arcus quicumque AB, a dato puncto P arcum abscindere PQ qui ab illo arcu AB differat linea siue geometricae assignabili, siue a circuli hyperbolaeue quadratura pendente.

Solutio.

Sit in curua proposita ΔZ arcus variabili z respondens, qui breuitatis gratia ita exprimat $\Pi : z$, vt sit:

$$\Pi : z = \int \frac{dz(\mathbb{A} + \mathbb{B}z + \mathbb{C}zz + Dz^2 + Ez^3)}{\sqrt{(\mathbb{A} + \mathbb{B}z + \mathbb{C}zz + Dz^2 + Ez^3)}}$$

Tom. XII. Nou. Comm.

L

Punctis

DE COMPARATIONE

Punctis autem A, B, P, Q respondeant variabiles & valores a, b, p, q : ut fit

$$\Delta A = \Pi : a; \Delta B = \Pi : b; \Delta P = \Pi : p \text{ et } \Delta Q = \Pi : q$$

hincque erit:

$$\text{arcus datus } AB = \Pi : b - \Pi : a$$

et arcus quaesitus $PQ = \Pi : q - \Pi : p$

Iam primum ex coefficientibus A, B, C, D, E et constanti arbitraria M deinceps definienda formantur quantitates sequentes:

$$\begin{aligned} \alpha &= 4(AM - BB); \quad \beta = 2B(M - C) + 4AD; \quad \gamma = 4AE - (M - C)^2 \\ \zeta &= 4(EM - DD); \quad \epsilon = 2D(M - C) + 4BE; \quad \delta = MM - CC \\ &\quad + 4(AE + BD) \end{aligned}$$

tum vero porro statuatur:

$$\Delta = M(M - C)^2 + 4M(BD - AE) + 4(ADD + BBE) - 4BCD$$

atque inter p et q haec constituatur relatio ut fit

$$q = a + 2\beta(p + q) + \gamma(pp + qq) + 2\delta pq + 2\epsilon p q(p + q) + \zeta ppqq$$

ex qua data variabili p altera q puncto Q respondens ita definitur ut fit

$$q = \frac{-\beta - \delta p - \epsilon p^2 + \sqrt{\Delta(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^2 + Ep^3)}}{\gamma + 2\epsilon p + \zeta pp}$$

unde innotescet curvae punctum Q ita, ut differentia inter arcus AB et PQ sit vel geometricè assignabilis, vel saltem a quadratura circuli seu hyperbolae pendeat, cuius rei ratio in indole coefficientium $\alpha, \beta, \epsilon, \delta, \zeta$ numeratoris est sita. Quomodo

modo igitur differentia ista exprimatur, videamus: quia valorem ipsius q iam inuestimus, ponamus $p + q = s$,

et ex §. 19 colligimus foreposito $\delta - \gamma = \lambda$

$$\Pi : q - \Pi : p \text{ Const.} - \frac{2(D + E)s \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$+ \int \frac{2\sqrt{B + \lambda D} + (\zeta E + \lambda D + 2\lambda E)s + (\zeta D + 2\zeta E)s + \zeta E s^2}{\zeta \sqrt{(M + 2Ds + Ess)}} ds$$

quod integrale manifestum est vel esse algebraicum, vel a quadratura circuli hyperbolaeue pendere. Sit istud integrale breuitatis gratia $= S$; cuius valor positio $s = a + b$ fiat $= I$, et pro constante definienda statuatur $p = a$ et $q = b$, fierique debet

$$\text{Const.} = \Pi : b - \Pi : a + \frac{2(D + E(a + b))(a + b)\sqrt{\Delta}}{2} - I.$$

ex quo habebitur:

$$\text{arcus PQ} - \text{arcu AB} = \frac{2Da + b + 2E(a + b)^2}{2} \sqrt{\Delta} - \frac{2D(p + q) + 2E(p + q)^2}{2} \sqrt{\Delta} - I + \int \frac{2\sqrt{B + \lambda D} + (\zeta E + \lambda D + 2\lambda E)s + (\zeta D + 2\zeta E)s + \zeta E s^2}{\zeta \sqrt{(M + 2Ds + Ess)}} ds.$$

At constans arbitraria M etiam ita definiiri debet, vt positio $p = a$ fiat $q = b$; quocirca erit:

$$M = \frac{1}{(b - a)^2} (2A + 2B(a + b) + C(aa + bb) + 2Dab(a + b) + 2Eaabb) + \frac{2}{(b - a)^2} \sqrt{(A + 2Ba + Caa + 2Da^2 + Ea^2)(A + 2Bb + Cbb + 2Db^2 + Eb^2)}.$$

Hinc ergo cognita constante hac M ; et ex puncto P definito puncto Q , differentia arcuum AB et PQ vel geometrice vel per quadraturam circuli hyperbolaeue assignari potest.

L 2

Coroll.

Coroll. 1.

57. Ex datis ergo punctis A et B, seu variabilis x valoribus a et b primum constans arbitraria M ita definiatur, vt fit

$$M = \frac{1}{(b-a)^2} (2A + 2B(a+b) + C(aa+bb) + 2Dab(a+b) + 2Eaabb) \\ + \frac{2}{(b-a)^2} \sqrt{(A+2Ba+Caa+2Da^2+Ea^3)(A+2Bb+Cbb+2Db^2+Eb^3)}.$$

Tum hinc definitis modo praecepto coefficientibus $\alpha, \xi, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ ex dato puncto P punctum Q per hanc aequationem determinetur:

$$0 = \alpha + 2\xi(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\epsilon pq(p+q) + \zeta ppqq$$

atque arcuum PQ et AB differentia erit vel algebraica vel a circuli hyperbolaeue quadratura pendens.

Coroll. 2.

58. Ad istam autem arcuum differentiam assignandam capi debet posito $p+q=s$ hoc integrale, vbi $\lambda = \delta - \gamma = 2M(M-C) + 4BD$

$$S = \int \frac{\xi s + \lambda D + (\xi E + \epsilon D + \lambda E)s + (\xi^2 D + \epsilon^2 E)s + \zeta E s^2}{\xi \sqrt{(M + 2Ds + Es^2)}} ds$$

cuius valor posito $s = a+b$ fit $= I$, quo facto erit

$$\text{arc. PQ} - \text{arc. AB} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{\xi} (D(a+b) + E(a+b)^2 - Ds - Es^2) - I + S$$

$$\text{existente } \Delta = M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD + BBE) - 4BCD:$$

Coroll.

Coroll. 3.

59. Si eveniret ut esset $\zeta = 0$, determinatio puncti Q maneret ut ante, sed pro arcuum PQ et AB differentia assignanda recurri deberet ad primas operationes. Scilicet ex $p + q = s$, quaeratur s ut sit:

$$0 = a + 2\beta s + \gamma s s + 2\lambda t + 2\epsilon s t + \zeta t t$$

eritque

$$\text{arc. PQ} - \text{arc. AB} = 2 \int \frac{ds (\beta + \epsilon s + D(ss-t) + \epsilon(ss-t)) \sqrt{\Delta}}{\sqrt{(\lambda\lambda - \alpha\alpha^2 + 2(\lambda\epsilon - \beta^2)s + (\epsilon - \gamma\zeta)ss)}}$$

integrali hoc ita accepto ut evanescat posito $s = a + b$ Vbi notandum est, esse:

$$\begin{aligned} \sqrt{(\lambda\lambda - \alpha\alpha^2 + 2(\lambda\epsilon - \beta^2)s + (\epsilon - \gamma\zeta)ss)} &= 2\sqrt{\Delta(M + 2Ds + Ess)} \\ &= \lambda + \epsilon s + \zeta t. \end{aligned}$$

Coroll. 4.

60. Hinc etiam colligere licet, quoniam sit futura differentia arcuum AB et PQ, si formulae elementum curvae exhibentis numerator ad plures terminos extendatur, ut sit arcus curvae:

$$\int \frac{dx (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \mathfrak{C}x^2 + \mathfrak{D}x^3 + \mathfrak{E}x^4 + \mathfrak{F}x^5 + \mathfrak{G}x^6 + \mathfrak{H}x^7 + \text{etc.})}{\sqrt{(\mathfrak{A} + \mathfrak{r}\mathfrak{B}x + \mathfrak{C}xx + \mathfrak{D}x^2 + \mathfrak{E}x^3)}}$$

reliquis enim manentibus ut ante, erit

$$\text{arc. PQ} - \text{arc. AB} = \int \frac{ds (\mathfrak{B} + \mathfrak{C}s + \mathfrak{D}(ss-t) + \mathfrak{E}(s^2-2st) + \mathfrak{F}(s^3-3st^2) + \mathfrak{G}(s^4-4st^3) + \text{etc.})}{\sqrt{(\mathfrak{M} + 2\mathfrak{D}s + \mathfrak{E}ss)}}$$

sequentia scilicet numeratoris membra erunt:

$$\mathfrak{B}(s^2 - 4s^2 + 3sst) + \mathfrak{D}(s^4 - 5s^2t + 6ssst - t^2) \text{ etc.}$$

L 3

Coroll.

Coroll. 5.

61. Si a puncto Q simili modo abscindatur R, vt fit

$0 = \alpha + 2\beta(q+r) + \gamma(qq+rr) + 2\delta qr + 2\epsilon qr(q+r) + \zeta\zeta qqr$
 ponaturque $q+r = u$ et $qr = v$, ita vt fit

$0 = \alpha + 2\beta u + \gamma uu + 2\lambda v + 2\epsilon uv + \zeta v v$
 seu $\lambda + \epsilon u + \zeta v = 2\sqrt{\Delta(M + 2Du + Euu)}$ erit

$$\text{arc. PR} - 2 \text{arc. AB} = \int \frac{ds(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}s + \mathfrak{D}(ss-t) + \mathfrak{E}(s^2 - 2st) + \mathfrak{C}t^2)}{\sqrt{(M + 2Ds + Ess)}} + \int \frac{du(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}u + \mathfrak{D}(uu-v) + \mathfrak{E}(u^2 - uv) + \mathfrak{C}v^2)}{\sqrt{(M + 2Du + Euu)}}$$

his integralibus ita sumtis vt euanescant posito $s = a + b$ et $u = a + b$.

Coroll. 6.

62. Simili modo a puncto P abscindi potest arcus PS, qui triplum dati arcus AB superet quantitate sine geometrice assignabili sine a circuli hyperbolaeue quadratura pendente: hisque casibus punctum P ita assumi poterit, vt iste excessus plane euanescat; quod quidem semper praestare licebit, si excessus sit algebraicus; sin autem sit transcendens, insuper alter terminus arcus dati A vel B huic scopo conformiter determinabitur.

DE



DE VSV
ALGORITHMI INFINITESIMALIS
IN ARTE CONIECTANDI SPECIMEN.

Auctore

DANIELE BERNOULLI.

§. I.

Cum nuper de argumento cogitarem, eius examen in proximam differam occasionem, in quaestionem incidi, quae ad artam coniectandi pertinet, quia vero ipsa haec quaestio coniecturalis ab altero argumento videri potest prorsus aliena, non incongruum putavi eam seorsim praemittere, sicque disquisitionibus proximis veluti viam sternere, et quidem tanto libentius, ut hoc facerem, animum induxi, quod ipsa methodus nostra mox explicanda aliquid conferre posse videatur ad noua in arte coniectandi principia formanda ac stabilienda, nondum quod sciam adhibita tantoque magis geometrarum attentione digna. Quoties nempe fit, ut sorte continua eaque variabili rerum status permutetur, veluti cum schedulae, diuersis numeris inscriptis distinctae, successiue ex vrna extrahuntur, vna post alteram atque leges quaeruntur pro variis inde natis mutationibus determinandis, calculi infinitesimales valiter adhiberi possunt ad negotium istud perficien-

ficiendum, si modo quaeuis variatio ceu infinite parua considerari possit, quod fieri potest, donec numerus schedularum in vrna residuarum valde magnus est: tunc enim vnitas pro elemento infinite veluti paruo haberi potest; eadem innititur hypothesei arithmetica infinitorum, qua mathematici ante detectum calculum differentialem et integralem vsi sunt. Verum sentio argumentum istud in abstracto propositum vltiori opus habere explicatione; igitur ad rem ipsam propero exemplis illustrandam; primo autem analysi vtar vulgari, indeque ad vsu algorithmi infinitesimalis descendam.

§. 2. *Problema*: Sint schedulae numero pari in vrna repositae earumque binae singulae eodem numero notatae ita vt altera alterius sit socia ambaeque vnum constituent par; diuersa autem paria diuersis numeris notata putentur, vt sic singula paria a se inuicem dignosci possint; tum forte extrahantur ex vrna schedulae vna post alteram; quo facto, quaeritur, dato numero schedularum in vrna residuarum, quotnam probabiliter in eo futura sint paria integra simulque quot schedulae sua compari aut socia orbae remansurae.

Solutio. Sit numerus omniam schedularum $= 2n$ omniumque adeo parium $= n$, post factam autem repetitamque extractionem numerus schedularum in vrna superstitum $= r$; tum ponatur numerus parium superstitum $= x$ adeoque numerus schedularum socia sua priuarum $= r - 2x$. His ita constitutis

stitutis, pono vnam insuper schedulam extrahi, ita ut fiat numerus schedularum in vna residuarum $\equiv r-1$; postrema ista schedula extracta aut erit de classe solitariarum, aut de classe coniugatarum depromta; sed numerus casuum pro euentu priori facientium est $\equiv r-2x$, pro posteriori autem euentu $\equiv 2x$; si prius euenerit, erit numerus parium superstitem etiamnum $\equiv x$; si posterius, numerus iste vnitatem decrefcet; multiplicentur itaque, pro regula fundamentali in arte coniectandi, praefati valores x et $x-1$ per numerum casuum respondentem, productorumque summa diuidatur per summam casuum, quo facto habebimus $\frac{(r-2x)x+2x(x-1)}{r}$ aut simpliciter $x-\frac{2x^2}{r}$: haec vltima formula nos docet, quavis noua extractione schedulae, numerum parium in vna superstitem diminui quantitate $\frac{2x^2}{r}$.

Facile nunc est, ad normam praefati lemmatis, valores successiuos quantitatis x ab initio vsque ad finem definire, ponendo successiue pro r numeros $2n$; $2n-1$; $2n-2$; $2n-3$; $2n-4$; $2n-5$ etc. quia enim statim ab initio est $x=n$, erit post primam schedulae extractionem $x=n-1$: post secundam extractionem $x=n-1-\frac{2(n-1)}{2n-1}$ sive $\frac{(2n-3)x(2n-2)}{4n-2}$; post tertiam extractionem $x=\frac{(2n-4)x(2n-3)}{4n-4}$ post quartam $x=\frac{(2n-5)x(2n-4)}{4n-2}$ etc. Ex successione horum valorum intelligitur post $(2n-r)$ tam extractionem, id est, toties repetitam quoties vnitatem continetur in $2n-r$, fore $x=\frac{(r-1)r}{4n-2}$. Q. E. I.

§. 3. Idem valor reperitur, si ordine procedatur retrogrado, ita vt nunc terminus praecedens ex quouis termino insequente determinetur: si nempe significatio literarum x et r eadem maneat, quae in paragrapho praecedente, erit valor termini, cuius index est $r+1$, seu termini antecedentis $= \frac{r+1}{r-1}x$: ponantur iam pro litera r successiue numeri naturales, incipiendo a binario, vel a casu $r=2$, fitque pro hoc casu $x=a$; ita erit successive $x=a$; $x=\frac{3}{2}a$; $x=\frac{4}{2}a$; $x=\frac{5}{2}a$ etc. vnde iam patet, pro quocunque numero r , fore $x=\frac{r \times (r-1)}{2}a$: igitur hoc vnicum superest faciendum, vt determinetur numerus a , quando duae tantum superstites sunt schedulae; tunc autem vnus est casus, quo ambae schedulae sibi sunt compares atque par vnum componunt, dum $2n-2$ casus sunt, quibus duae schedulae superstites sunt dispares; vnde fit $a=\frac{1}{2n-1}$ idem valor inuenitur ex eo, quod posito $r=2n$ fit $x=n$; his enim substitutis valoribus in aequatione $x=\frac{r \times (r-1)}{2}a$ prodit $n=\frac{2n \times (2n-1)}{2}a$, vnde rursus $a=\frac{1}{2n-1}$: quod si igitur pro a modo dictus valor substituitur, habetur generaliter, vt antea, $x=\frac{r \times (r-1)}{2n-2}$.

§. 4. Regulam nostram modo dictam, vt exemplo aliquo illustremus, ponamus duos chartarum lusoriarum fasciculos (deux jeux de cartes) vtrumque 52 chartis vel foliis compositum, ambosque permixtos: ita habebimus 52 foliorum paria atque

atque adeo $n=52$, totus autem foliorum numerus erit 104; forte auferantur tredecim folia; remanebunt in manipulo 91 folia sicque erit $r=91$, unde $x = \frac{r \times (r-1)}{4n-2} = 39 \frac{156}{206}$; igitur ab initio tot fere paria destruuntur quot folia extrahuntur. Si vero 52 folia extrahantur, fiet $x=12 \frac{90}{103}$; ergo aliqua cum spe lucri certabitur inter residua 52 folia minimum 12 paria fore, certamen autem pro 13 paribus lusori foret aliquantulum damnosum. Verum hisce disquisitionibus diutius non immorabor; nec tamen solutionem problematis directam, vtcunque obuiam, praeterire volui; nimium certe hisce temporibus nobilissimum artis coniectandi studium negligitur aut vilipenditur, quod plurimas quaestiones siue morales siue politicas dirimere, maximum actionibus humanis commodum conciliare easque cum prudentia dirigere docet. Ad alias nunc progredior animaduersiones instituto meo praesenti magis accommodatas,

§. 5. Cum schedulae vniformi successione ex vrna extrahuntur, sensim diminuitur numerus r instar quantitatis alicuius fluentis, nec tamen ista fluxionis idea perfecte quadrare dici potest, quia decremēta schedularum in vrna superstitem procedunt per saltus a numero integro ad numerum vnitatem minorem; adeoque si relatio inter abscissam r et applicatam x construatur, erit relationis scala polygonum, non curua; perspicitur autem, polygo-

M 2

num

num tanto magis ad curuam accedere, quo minor linea pro vnitatem accipitur, aut quod eodem recidit, quo maior est vnitatum numerus r , ac denique veram curuae ideam sistere, si numerus vnitatum ceu vere infinitus consideretur.

Iam igitur, ad huius praecepti normam, numeros n et r pro infinitis vel saltem valde magnis habebimus, atque sic poterimus absque errore, saltem sensibili, aequationem paragraphi tertii vel secundi $x = \frac{r \cdot (r - 1)}{r - 1}$ mutare in hanc alteram $x = \frac{r \cdot r}{r}$: haec cum ita sint, methodum monstrabo, qua posterior aequatio $x = \frac{r \cdot r}{r}$ immediate et facili calculo infinitesimali inueniri possit.

§. 6. Cum numerus r decrescit elemento dr , istud decrementum cadit in numerum schedularum vel solutarum, quarum numerus est $r - 2x$, vel coniugarum, quarum numerus est $2x$: in priori casu numerus parium nullum decrementum capit fitque $dx = 0$: in altero casu totum decrementum dr vnice cadit in diminutionem numeri x fitque adeo $dx = dr$; igitur habemus $r - 2x$ casus qui elementum dx faciunt $= 0$ et $2x$ casus, qui idem elementum dx faciunt $= dr$, vnde, per regulam fundamentalem artis coniectandi, fit verus valor elementi $dx = \frac{2x \cdot dr}{r}$; hinc $\frac{dx}{x} = \frac{2 \cdot dr}{r}$; haec autem vltima aequatio ita est integranda, cum additione constantis, vt posito $x = n$ fiat $r = 2n$; vnde talis oritur

eritur aequatio integralis $\log. x - \log. n = 2 \log. r - 2 \log. 2n$
 vel $\log. \frac{x}{n} = 2 \log. \frac{r}{2n}$ aut, suntis numeris, $\frac{x}{n} = \frac{r^2}{4n^2}$,
 vel denique $x = \frac{r^2}{4n}$; quod demonstrandum suscepi.

§. 7. Vt vero vsus huius methodi magis pate-
 tescat, aliam problemati nostro adiiciemus conditio-
 nem et quidem talem, quam rursus argumentum
 proxima vice pertractandum mihi subministravit.

Ponamus nempe, schedulas in vrna repositas
 dimidiatim in duas classes esse diuisas, veluti in
 nigras et albas, ita vt ante extractionem quacuis
 nigra suam habeat sociam albam, simili nota aut
 numero signatam. Ita rursus erit numerus inte-
 ger parium $= n$ omniumque schedularum $= 2n$ in
 nigras et albas neque bipartitarum: verum fingamus
 insuper, schedulas alterutrius classis ad exitum esse
 proniores secundum datam legem qualemcunque siue
 constantem siue variabilem, sic vt nigrae et albae inae-
 quali numero ex vrna extrahantur. Ponamus adeo-
 que numerum schedularum nigrarum in vrna supersti-
 tum $= s$ et albarum $= t$; quaeritur nunc iterum,
 quotnam paria x inter omnes istas schedulas, albas
 et nigras, sint probabiliter in vrna superfutura.

Ad hanc quaestionem soluendam oportet vtram-
 que schedularum classem seorsim examinare eamque
 subdividere in duas partes, quarum altera contineat
 schedulas etiamnum sociatas, altera solutas: inqui-
 ramus de nigris, quarum numerus $= s$; diuidatur

M 3

iste

iste numerus in duas partes x et $s-x$; sic quaeuis schedula nigra partis x suam habebit sociam albam, dum quaeuis schedula alterius partis $s-x$ sua sociæ orba erit; sed quoniam omnes et singulae schedulae nigrae eidem sorti aequaliter subiectae ponuntur, erit decrementum dx , quatenus a decremento ds oritur, $= \frac{x ds}{s}$, quia nempe sunt x casus, quibus valor istius decrementi est $= ds$, et $s-x$ casus, quibus est $= 0$; similiter decrementum numeri x , quod a diminutione numeri t oritur, est $= \frac{x dt}{t}$, sic integrum decrementum dx , quod ab ambarum classium diminutione oritur, fit $= \frac{x ds}{s} + \frac{x dt}{t}$; at si $dx = \frac{x ds}{s} + \frac{x dt}{t}$ erit $\frac{dx}{x} = \frac{ds}{s} + \frac{dt}{t}$; quia vero ab initio singuli numeri x , s et t sunt aequales numero n , erit aequatio integralis $\log \frac{x}{n} = \log \frac{s}{n} + \log \frac{t}{n}$; unde, sumtis numeris, oritur $\frac{x}{n} = \frac{s t}{n^2}$ vel $x = \frac{s t}{n}$.

§. 8. Si fingatur, schedulas nigras infinita extrahi facilitate, erit constanter $t = n$ fietque adeo $x = s$, cuius corollarii veritas per se patet; nulla enim schedula alba extrahetur et quaeuis nigra superstes in urna necessario suam habebit sociam: idem valet, si de albis intelligitur, quod modo de nigris supposuimus. At vero, si aequali facilitate utriusque classis schedulae extrahantur, tunc in quaestionem paragraphi sexti incidemus; erit enim $s = t = \frac{1}{2}r$ proindeque $x = \frac{r r}{4n}$, plane vt in allegato paragrapho sexto inuenimus.

§. 9.

§. 9. Haud difficulter porro ex methodo nostra intelligitur, quod si, loco binarum schedularum sociatarum, singulae schedulae trinae aut singulae quaternae coniugatae vel eodem numero notatae ponantur atque ex collectis schedulis tres quatuorue classes formentur diuersis coloribus distinctae, ac denique rursus ponatur, ante factam extractionem, quamuis classem continere n schedulas; tum si putetur post extractionem in urna superstites esse s schedulas in prima classe, t schedulas in secunda, u schedulas in tertia, ac denique z schedulas in quarta, si quatuor sint classes, fore numerum ternariorum, qui integri in urna permanserint, $= \frac{s t u}{n^2}$ vel quaternariorum $= \frac{s t u z}{n^3}$ et sic porro in altioribus combinationibus: numeros autem n , s , t , u , z permagnos ac veluti infinitos vsque supponimus.

§. 10. Vnicum superest, quod porro ad institutum nostrum pertinet aliquo modo. Postquam scilicet in paragrapho septimo diuersam in schedulis nigris et albis facilitatem finximus, qua ex urna extrahantur et quae faciat, vt inaequali numero in urna superfint schedulae ad vnam alteramue classem pertinentes, non abs re erit paucula superaddere verba, quae propius ad istam hypothesin pertinent.

Notabimus igitur vel cognitam vsque esse relationem inter s et t , id est, inter schedulas nigras et albas in urna superstites atque tunc desiderari posse relationem inter praememoratas facilitates,
sive

sive relatio ista fuerit constanter eadem sive utcumque variabilis, vel cognitam esse hancce posteriorem relationem, ex qua deducenda sit prior relatio.

§. 11. Sit itaque, pro quavis extractione data, procliuitas in egressum pro schedulis nigris ad similem procliuitatem pro schedulis albis, ut Φ ad 1, intelligendo per Φ numerum qualemcumque sive constantem sive data lege variabilem, retineanturque denominationes antea adhibitae; sic patet fore $ds : dt = \Phi s : t$, quia utique decremента ds et dt pro quavis imminente extractione rationem sequuntur compositam ex ratione s ad t et ex ratione facilitatum, utriusque schedularum classi respondentium, quod posterius ex ipsa nostra diuersarum facilitatum definitione liquet; hinc deducimus $\Phi = \frac{t ds}{s dt}$ et haec aequatio inseruiet ad utramvis relationem ex altera data determinandam.

Si $\Phi = 1$, id est, si facilitas ab utraque parte sit eadem, fit $s dt = t ds$, vel $\frac{dt}{t} = \frac{ds}{s}$; vel $\log \frac{t}{a} = \log \frac{s}{a}$; vnde $t = s$. Si $\Phi = \frac{a}{b} =$ numero qualicumque constanti, fit $\frac{a}{b} = \frac{t ds}{s dt}$, vnde $\frac{a dt}{t} = \frac{b ds}{s}$ aut $g \log \frac{t}{a} = b \log \frac{s}{a}$ sive $t = n \left(\frac{s}{a}\right)^{\frac{a}{b}}$. Si $\Phi = \frac{n}{n+s}$, habetur $\frac{n}{n+s} = \frac{t ds}{s dt}$ vel $\frac{n dt}{t} = \frac{n+s}{s} ds$, vnde $n \log \frac{t}{a} = s - n + n \log \frac{s}{a}$ atque $n \log \frac{t}{s} = s - n$ sive $t = c^{(s-n) : n} s$, ubi c indicat numerum cuius logarithmus hyperbolicus est unitas.

Si

Si viciffim ponatur $t = \frac{s}{n}$ erit $\Phi = \frac{1}{n}$ vel fi
 $t = sf : n^{f-1}$ fit $\Phi = \frac{1}{n}$. Si denique $t = \frac{2sf - n^2}{n}$ fit
 $\Phi = \frac{2sf - n^2}{n^2}$.

§. 12. Non diffiteor, problema nostrum pofterius, prouti in feptimo paragrapho propositum eft, facilem admittere folutionem ex aliis principiis; ifta vero facilitas inde oritur, quod vtrumque numerum s et t pro cognitis affumferim, cum tamen vterque incognitus eft, quando fimpliciter datur numerus fchedularum tum nigrarum tum albarum in vna refiduarum; fic quidem datur fuma numerorum s et t ; at neuter per fe cognofcitur et demum ex data functione Φ erunt eliciendi. Sic problema longe aliam faciem fumat, necdum video, quemadmodum, folutionem a noftra diuerfam admittere poffit. Ipfam autem noftra folutio ita erit inftituenda.

Vidimus paragrapho vdecimo, effe $\Phi = \frac{t ds}{s dt}$; habemus igitur $\frac{ds}{s} = \frac{\Phi dt}{t}$, hinc $\log \frac{s}{n} = \int \frac{\Phi dt}{t}$; ponatur c pro numero, cuius logarithmus hyperbolicus fit vnitas, atque fic erit $\frac{s}{n} = c^{\int \Phi dt}$. Quia fic valor numeri s exprimitur per functionem numeri t , erit productum st fimpliciter expreffum per functionem numeri t ; fit nunc itorum data fuma omnium fchedularum in vna refiduarum $= r$ et erit $s + t = r$ et quia datur s per t , habetur aequatio inter t et r cuius ope numerus t mutabitur in functionem numeri r , fic vt denique

quantitas $\frac{t}{n}$ vel quaesita quantitas x pura functione numeri r expressa habeatur. Operosa et intricata est haec solutio generalis intelligiturque ex ipsa formularum indole, solutionem problematis ab analysi communi deduci non posse; verum plurimis in casibus egregie subleuatur calculus, vti nunc videbimus.

§. 13. Ponamus unicuique schedulae nigrae per se inesse procliuatam, vt extrahatur, duplo maiorem, quam fit in quavis schedula alba; sic erit $\Phi = 2 = \frac{t ds}{s dt}$; vnde $\frac{2 dt}{t} = \frac{ds}{s}$ adeoque $s = \frac{t}{n}$; quia vero $s + t = r$, erit nunc $\frac{t}{n} + t = r$, simulque $x = \frac{t}{n}$ (§. 7.) $= \frac{t}{n}$ vel $t = \sqrt{nnx}$; hinc aequatio $\frac{t}{n} + t = r$ mutatur in hanc $\sqrt{nnx} + \sqrt{nnx} = r$, quae porro reducta dat aequationem quaesitam:

$$x = \frac{\left(-\frac{1}{2}n + \sqrt{nr + \frac{1}{4}nn}\right)^2}{nn}$$

Fuerit, verbi gratia, $r = \frac{1}{2}n$, fiet $x = \frac{1}{16}n$, in hypothesis autem aequalis pro vtraque schedularum classe in egressum procliuatatis, fieret in eodem exemplo $x = \frac{25}{16}n$, ratio vtriusque valoris est vt 16 ad 25. Erit praeterea $s = \frac{1}{16}n$ et $t = \frac{1}{4}n$ cum in altera hypothesis esset $s = t = \frac{5}{16}n$. Exinde abunde patet, quod si ex sola origine inaequalitatis inter valores s et t problema nostrum soluendum fuisset, id vix aliter quam fecimus obtineri potuisset.

DE
DURATIONE MEDIA
MATRIMONIORVM, PRO QVACVNQVE CON-
IVGVM AETATE, ALIISQVE QVAESTIO-
NIBVS AFFINIBVS.

Auctore

DANIELE BERNOVLLI.

*Conferatur specimen de usu algorithmi infinitesimalis
in arte coniectandi pag. 87.*

§. 1.

Perpetua cum fit nascendi denascendique commu-
tatio, a plurimis iam annis tabulae apud di-
versas gentes fuerunt constructae tum natales tum
mortuales, quibus denique variationum et vicissitu-
dinum leges, mirabili cum successu, observatae at-
que stabilitae fuerunt; quamvis enim privati unius-
cuiusque hominis fatum sit prorsus incertum, ne-
gari tamen non potest, quin status medius, pro
magno hominum numero indiscriminatim collecto,
legibus fere invariatis respondeat, quorsumcunque
status iste referatur vel quacunque de re sermo sit.
Ita observatum fuit, numerum filiolorum annuatim
natorum constanter superare numerum filiolorum an-
nuatim

N 2

nuatim

nuatim natarum ; imo , quod mirabilius est , vel ipsam inaequalitatem propemodum constanter eandem obseruare proportionem in eadem Regione ad totum natorum numerum : id autem posterius non nisi in permagnis animaduerti potest numeris ; in quibus nempe incertitudo sortis fortuitae , habita ratione totius , fere euanescere demonstratur : videntur etiam proportionem istae pro vtroque sexu esse paululum diuersae in diuersis regionibus. In tabulis accuratioribus superadduntur enumerationes pathologicae , vnde morborum lethalium indolem optime intelligimus ; notum nunc est ; solas variolas hisce temporibus duodecimam aut decimam tertiam partem cuiusuis generationis interimere , plus minus pro ratione et diuersitate gentium : notum pariter est , morbos primae infantiae fere tres decimas totius generationis partes intra primum natiuitatis annum tollere ; obseruatum potro fuit , quod propius ad institutum nostrum pertinet , foeminas communiter vita frui longaeuiori quam mares ; tabulam hac de re habemus a Celeberrimo D. *Wargentin* in Suecia constructam , quae hanc obseruationem egregie confirmat ; neque id diuersae viuendi rationi tribui potest , quia ista sequioris sexus praerogatiua a primis incunabilis constantissime manifestatur atque per totam vitam in illo manet ; De eodem vtriusque sexus numero intra primum natiuitatis annum moriuntur 1623 filioli et 1438 filiolae ; vita media ab ipsa natiuitate sumta in filiolis est 24 annorum

rum 2 mensium, in altero sexu est 26 annorum cum decem mensibus, 2008 prioris classis attingunt annum vigesimum, in altera classe 2337. hinc numerus foeminarum constanter superat numerum virorum viventium. Huiusmodi observationes, siue ad politicam, siue ad medicinam referantur, sua utilitate minime carent: quin longe latius usus eorum pateret, si omni suo momento ponderarentur iisque recte vterentur scriptores.

§. 2. Praeter tabulas natales et mortuales constructi quoque solent matrimoniales, quae ad oeconomiam politicam illustrandam praecipuis inserviunt magisque inservirent, si accuratius conderentur, quippe optandum foret pro quouis connubio, ut adiecto numero arabico utriusque desponsati aetas alioque numero romano indicaretur, num nuptias primas vel secundas aut etiam tertias celebrauerit nuptus aut nupta. Ex tabulis matrimonialibus ita conditis optime intelliguntur in ista re consuetudines in diuersas gentes diuersasque vrbes introductae, quae si minus forte cum axiomatibus politicis conveniant, prudenter oppugnari possunt.

§. 3. Praememoratae triplices tabulae fundamentales solis observationibus assiduis magno labore congestis formari poterant, nec enim quiequam hic iuvat rationis usus: at dici non potest, quot novae veritates solo ratiocinio inde elici possint. Tabulae mortuales nos docent, verbi gratia, durationem

mediam vitae a quacunque aetate insuper expectandae, non quidem immediate sed per consequentias ut ut per se unicuique obuias; quaestio autem, quam nunc enucleabimus, de duratione media matrimoniorum multo operosior est plurimasque requirit deductiones et cum inde diuersae humani generis classis, successiones ac vicissitudines petendae sint, operae pretium me facturum existimaui, si viam monstrarem ad hoc argumentum, quod multa habet communia cum specimine aliquo, quod ante hos septem annos cum Academia Reg. Sc. Parisina communicauit, Commentariis huius Academiae ad An. 1760. inserto, vbi de mortalitate a variolis naturalibus salutarique earum insertione disserui, insolita ad hanc rem analyseos specie usus.

§. 4. Cum de duratione media matrimoniorum, pro data vtriusque coniugis aetate, quaeritur; necesse est, ut prius tabula exhibeatur pro dato similium connubiorum numero, quae indicet, quotnam eorum post singulos annos remansura sint integra, at modus quo huiusmodi tabula construi possit, adhucdum desideratur. Docebunt equidem tabulae mortuales numerum tam virorum quam foeminarum post singulos annos superstitum; sed vterque numerus compositus erit ex viduatis et ex conuuptis seu iis, qui etiamnum in statu matrimoniali viuunt; singuli autem hi numeri cum sint penitus incogniti, analysis requiritur, qua definiti possint atque haec analysis ex arte coniectandi petenda

tenda est. Incipiam a simplicioribus, atque primo supponam aequalem in utroque sexu aetatem, ita ut omnes siue conuupti siue conuuptae communem habeant aetatem; tum etiam ponam utrumque sexum eiusdem aetatis indiscriminatim eidem mortis periculo subiectum, ut ut obseruatum sit rem paulo aliter se habere sexumque sequiorem vitam a morte tutiorem agere: nec tamen ista obseruatio ita est interpretanda, quasi in copiosis urbibus aliisque locis foeminae minori numero annuatim moriantur ac mares, etenim eodem numero si nascantur, oportet etiam ut pari numero moriantur; at notandum est, in omni ciuitate plures viuere foeminas quam mares; unde sequitur summam annuatim morientium in utroque sexu posse quidem esse absolute aequalem, id autem non impedire, quin habita ratione uiuentium summae in utroque sexu, minori proportionem moriantur foeminae quam mares. Id monere ideo volui, quod nonnullos scriptores erroneam hac de re sententiam ferre viderim.

Postquam sic argumentum nostrum pro hypothesis communi pertractauero, modum ostendam quo generaliter et omni accuracione perfici possit.

§. 5. Fuerit ab initio numerus omnium matrimoniorum $=n$ atque adeo numerus omnium conuuptorum $=2n$; tum putetur post datum annorum decursum pars eorum morte abrepta sitque numerus omnium viuorum superstitum $=r$ omniumque

que proinde demortuorum $= 2n - r$; ponatur denique numerus matrimoniorum adhucdum subsistentium $= x$ atque adeo numerus omnium viduatorum $= r - 2x$; His ita definitis, dico fore $x = \frac{rr - r}{4n - 2}$.

Solutionem huius quaestionis demonstratam dedi in specimine *de usu algorithmi infinitesimalis in arte coniectandi* §. 2. (vid. pag. 88. huius commentariorum voluminis) ubi equidem terminis usus sum in arte coniectandi adhiberi solitis; rem autem eodem redire nemo est qui non videat. Erit porro numerus omnium viduatorum seu $r - 2x = \frac{2nr - rr}{2n - 1}$, cuius dimidium perinde exprimit numerum siue viduorum siue viduarum, quandoquidem mortem eadem falce in vtrumque sexum saeuire ponimus.

§. 6. Sic igitur facile nunc est numerum matrimoniorum, quae integra permanferint, pro quouis numero viuentium residuo, determinare et quia posterior iste numerus, ad quemuis aetatis communis annum in tabulis mortalibus reperitur, poterit simul pro quouis anno numerus matrimoniorum superstitem indicari. Seligam tabulas mortuales a celeberrimo *Halleio* pro Ciuitate Breslawiensi constructas, quae passim fuerunt typis mandatae nominatimque extant in egregio opere D. de *Parcieux* cui titulus est *Essay sur les probabilités de la durée de la vie humaine*, iisque vtar ad nouas coniectandas tabulas scopo nostro inseruientes. Liberum vtique est a numero matrimoniorum incipere quocunque

cunq̄ue pariter atq̄ue ab aetate communi qualicunq̄ue. Ponam itaq̄ue 500 matrimonia primitiua contracta inter mille personas, quarum singulae praecise 20 annos natae sint. Cum autem in tabula *Halleiana* ponantur 598 personae 20 annorum, ego autem 1000 personas supponam, erunt singuli numeri ab *Halleio* positi augendi in ratione numerorum 598 et 1000; fractiones negligam iisque substituam numerum integrum, cui proximae sunt aut qui melius vniformitatem in progressu obseruat.

Tabula, quae sequitur, ex quatuor columnis constat, singulis bipartitis. Columna prima aetatem indicat annis expressam; secunda numerum personarum superstitem; tertia numerum matrimoniorum subsistentium et morte intactorum; quarta denique numerum personarum viduarum nullo habito sexus discrimine, quaeque adeo in duas classes aequales, viduos et viduas, erunt subdividendae; In hunc censum autem referendi sunt omnes, qui viduitatem semel passi sunt, siue novas inierint nuptias siue viduitatis statum retinuerint.

I.	II.	III.	IV.
Aetas, annorum	Viri superstites	Matrimonia residua.	Superstites viduati.
20.	1000	500	0
21.	990	490	10
22.	980	480	20
23.	970	470	30
24.	960	460	38

I.	II.	III.	IV.
Aetas, annorum.	Viui super- stites.	Matrimonia residua.	Superstites viduati.
25	948	450	48
26	936	439	58
27	924	427	70
28	913	416	81
29	901	406	89
30	888	395	98
31	875	384	107
32	861	372	117
33	848	360	128
34	834	348	138
35	819	336	147
36	804	324	156
37	789	312	165
38	774	300	174
39	759	288	183
40	744	276	192
41	729	265	199
42	714	254	206
43	698	243	212
44	681	232	217
45	664	221	222
46	647	210	227
47	631	199	233
48	614	188	238
49	597	178	241

L

MEDIA MATRIMONIORVM.

107

I.	II.	III.	IV.
Actas, annorum.	Viui super- stites.	Matrimonia residua.	Superstites viduati.
50	579	168	243
51	560	157	246
52	541	147	247
53	523	137	249
54	505	127	251
55	488	118	252
56	471	110	251
57	454	103	248
58	437	95	247
59	421	88	245
60	404	81	242
61	387	75	237
62	370	69	232
63	354	63	228
64	338	57	224
65	321	52	217
66	304	47	210
67	287	42	203
68	270	37	196
69	254	32	190
70	237	28	181
71	219	24	171
72	200	20	160
73	182	16	150
74	164	13	138

O a

L

I.	II.	III.	IV.
Aetas, annorum.	Viri superstites.	Matrimonia residua.	Superstites viduati.
75	147	10	127
76	130	8	114
77	114	6	102
78	98	4	90
79	82	3	76
80	69	2	65
81	57	2	53
82	47	1	45
83	39	1	37
84	33	1	31
85	27	0	27
86	22	0	22
87	17	0	17
88	13	0	13
89	9	0	9

§. 7. Formula, qua vti sumus, ad numeros tertiae columnae calculo eruendos, scilicet $\frac{rr-r}{4r-3}$, satis indicat numeros hosce non esse exacte proportionales numero primo ad arbitrium assumpto, nisi numerus iste primordialis sit permagnus; at vero tunc numeri postremi aliquantulum ab identitate proportionalitatis recedent; notandum porro ex eo, quod fractiones omnes reiiicimus, paruulos errores vnitae maiores, minores tamen binario in numeros quartae columnae cadere posse; numeri isti genera-

neraliter exprimuntur formula $\frac{2nr - r^2}{2n - 1}$ (§. 5.); ergo numerus viduatorum maximus fit, quando numerus primordialis conauptorum ad dimidium fuit reductus, id est, cum $r = n$; tunc autem fit maximus numerus viduatorum adhuc dum viuentium $= \frac{n^2}{2}$, siue in nostro exemplo $= 250\frac{1}{2}$, cum tamen tabula ipsa numerum indicet 252. Id moneo, ne quis compendii causa admissos paruulos errores ipsi methodo tribuat.

§. 8. Tabula, quam modo dedimus, ab aetate incipit 20 annorum; difficile autem non est pro quacunque alia aetate initiali nouam construere tabulam; Ita si animus sit indolem matrimoniorum pro aetate 30 annorum explorare, tunc indicat praemissa tabula numerum matrimoniorum superstitum hac aetate esse 395; quia vero ab initio numerus viuorum superstitum semper est duplus numeri matrimoniorum, ponendum est columnam secundam incipere a 790 desponsatis; igitur numerus 888 mutandus est in numerum 790, posteaque omnes numeri in columna secunda expositi ad eandem proportionem sunt diminuendi; numeri vero columnae tertiae omnes retinendi; denique si a numeris secundae columnae praefato modo diminutis subtrahantur numeri tertiae columnae duplicati prodibunt numeri quartae columnae. Atque sic facili negotio tabulae pro quauis conauptorum aetate communi construentur.

§. 9. Si nunc tempus quaeratur, quo matrimonia primordialia, aetate 20 annorum inita, dimidia sui parte morte destruantur, id sola tabulae inspectione patebit; etenim cum ab initio 500 ponantur matrimonia, videndum modo erit in columna tertia, quam aetate 250 matrimonia morte intacta supersint:

atque sic apparebit id fieri intra 42^{um}. et 43^{um}. aetatis annum

vel potius aetate 42 annorum 4 $\frac{1}{2}$ mensium; sic igitur aequo pignore certari poterit matrimonium, communi aetate 20 annorum initum, post 22 annos 4 $\frac{1}{2}$ mens. etiamnum substitutum aut non substitutum.

Verum eadem quaestio pro quacunque alia aetate, modo vtrique connupto eadem sit, eodem modo soluitur. Sit, verbi gratia vtriusque connupti aetas 40 annorum: tabula nostra indicat, hoc aetatis anno superesse 276 matrimonia, atque hunc numerum ad dimidium reduci post elapsos duodecim annos cum vndecim mensibus.

I. annor. aetas	II. Temp. pro dimi- dia matrimonior. destruct.
20	22 anni 4 $\frac{1}{2}$ mens.
25	19 — 7 —
30	17 — 2 —
35	15 — 0 —
40	12 — 11 —
45	11 — 0 —
50	9 — 6 —
55	8 — 8 —
60	7 — 4 —
65	5 — 6 —
70	3 — 8 —
75	2 — 6 —
80	2 — 0 —

Atque

Atque sic tabellam appositam pro quouis aetatis incremento quinquennali construxi, vbi prima columna indicat annorum aetatem vtrique conuupto communem, secunda vero tempus docet, annis mensibusque expressum, intra quod probabiliter dimidia matrimoniorum pars destruat. Methodo autem interpolationum satis accurate negotium conficietur pro quouis aetate intermedia.

§. 10. Praefata quaestio de tempore, quo dimidia matrimoniorum pars destruitur incipiendo ab aetate qualicunque, non est confundenda cum quaestione nostra principali, quae durationem mediam matrimoniorum insuper expectandam requirit, quaecunque sit aetas conuuptorum, modo sit eadem. Facile tamen prouidetur non multum admodum inter se differre posse ambas quaestiones; methodus autem pro inuenienda duratione media matrimoniorum similis est illi, qua utimur ad durationem vitae, a quacunque aetate, insuper expectandae; sed ipsa haec methodus requirit, vt prius annua quaeuis destructio innotescat et haec quidem annua matrimoniorum destructio cum nullis adhuc dum observationibus fuerit determinata, videndum mihi erat annon calculo posset ad quamuis aetatem definiri, quod negotium ex sententia successit; iam igitur modum indicabo, quo ad ductum tabulae, paragrapho sexto subiunctae, pro quouis aetate vltior matrimoniorum duratio media indagari debeat.

§. 11.

§. 11. Addantur omnes numeri, in columna tertia tabulae nostrae expressi, incipiendo a data annorum aetate vsque ad finem et eorum summa diuidatur per numerum datae aetatis respondentem: sic *quotiens* exprimeret, vt notum est, durationem mediam quaesitam, si modo matrimonia singula, quae vnoquoque anno destruuntur, simul in fine anni destruerentur; at vero cum destructio per totum anni decursum sit fere vniformis, haec sine sensibili errore in medium annum incidere censenda erit; hinc fit, vt praefatus *quotiens* dimidio anno seu sex mensibus sit diminuendus. Sic itaque, si exempli gratia sermo fuerit de duratione media matrimoniorum inter coniuges 55 annos natos, accipienda erit summa numerorum tertiae columnae ab 118 incluso vsque ad finem, quae summa est 1208 quaeque nunc diuidi debet per numerum 118 propositae aetati respondentem; *quotiens* proxime erit $10\frac{1}{2}$ totidem exprimens annos, a quibus si denique auferatur annus dimidius remanebunt $9\frac{1}{2}$ siue nouem anni cum nouem mensibus; igitur duratio media matrimoniorum inter coniuges 55 annorum est nouem annorum totidemque mensium.

Sic

	I.	II.
Sic itaque ad modum al-	annorum	Duratio media
lati exempli, pro quouis	aetas	matrimoniorum
rurfus aetatis incremento	20	23 a. 10 m.
quinquennali, tabellam for-	25	21 — 3
maui appositam, cuius pri-	30	18 — 10
ma columna indicat anno-	35	16 — 8
rum aetatem vtriusque con-	40	14 — 9
iugis, secunda vero docet	45	12 — 10
durationem mediam matri-	50	11 — 1
moniorum diuerfis aetatibus	55	9 — 9
istis subsistentium: quod in	60	8 — 1
hoc negotio reliquum est	65	6 — 2
interpolationes conficient.	70	4 — 6
	75	3 — 4
	80	3 — 0.

§. 12. Vt nunc quodammodo appareat, quousque haec nostra theoria cum obseruationibus cohaereat, exemplum allegabo, quod nuperrime legi in transactionibus Bernensibus, vbi dicitur Lausannae numerata fuisse 1053 matrimonia subsistentia, ibique annuatim 49 matrimonia consecrari; exinde sequitur durationem mediam horum matrimoniorum nouiter initorum esse proxime 21 annorum cum sex mensibus; haec duratio media paululum maior est ea, quae conuenit aetati 25 annorum. Minime autem vero absurdum est, aetatem mediam omnium matrimoniorum, quae consecrantur, esse propemodum

dum 25 annorum, sic ut calculi nostri ipsis observationibus non male conueniant. Nunc vero non vacat alia apud diuersos Autores inquirere exempla; Si qui alii istud negotii in se suscipere velint, his facile erit suum formare iudicium, modo meminerint diuersam paululum esse in diuersis regionibus mortalitatem atque pro mortalitatis gradu increfcere aut diminui matrimoniorum durationem.

§. 13. Quod si nunc porro desideremus summam matrimoniorum in ciuitate, quae annuatim 500 matrimonis noua praebet, subsistentium, simul autem supponatur non alia celebrari matrimonia, quam inter personas 20 annos natas, non aliud faciendum est, quam ut multiplicemus durationem mediam nouorum matrimoniorum annuorum per numerum horum matrimoniorum, id est, 23½ per 500; productum 11917 dabit summam quaesitam: haec erit summa omnium matrimoniorum subsistentium: summa autem omnium personarum foedere matrimoniali iunctarum erit 23834. Si vero alia ponatur aetas singulis nouis desponsatis communis, eidem quaestioni inferuiet tabella paragraphi vndecimi; erit enim vbique numerus matrimoniorum annuorum ad summam omnium matrimoniorum subsistentium ut tempus vnius anni ad tempus durationis mediae, quod in columna secunda tabellae notatum est. Ponamus itaque singula matrimonia differri in finem trigesimi anni, oportebit nunc multipli-

tiplicare numerum matrimoniorum annuorum per 18 $\frac{1}{2}$. Sed ipse numerus matrimoniorum annuorum nunc minor erit in ratione viuorum superstitum, id est, in ratione numeri 1000 ad 888, qui respondent aetatibus 20 et 30 annorum; igitur numerus matrimoniorum annuorum nunc erit $\frac{888}{1000} \times 500$ siue 444, qui multiplicatus per 18 $\frac{1}{2}$ dat 8362, cum antea fuerit 11917; annon etiam matrimonia prioris classis multo foecundiora praesumi possunt, quam matrimonia finito demum trigesimo aetatis anno inita? Si quae ciuitas a 500 matrimoniis annuis, singulis sub finem vigesimi aetatis anni contractis, quotannis 2300 liberos susceperit, haec eadem ciuitas forte vix ultra 1000 liberos quotannis acquireret, si omnia et singula matrimonia elapso demum trigesimo aetatis anno ineantur.

§. 14. Verbum addam de numero viduarum omnium vtriusque sexus, qui ad eandem, de qua diximus ciuitatem pertinebunt, si viduitatem perpetuo seruare ponantur, aut si omnes viduitatem semel passi vel passae huic censui annumerentur. Quod si autem in tabula paragraphi sexti addantur numeri columnae quartae; orietur numerus 10326 qui proxime exprimet numerum omnium personarum viduarum vsque ad finem aetatis 89 annorum: huic addi possunt propemodum 24 superstites aetatem istam transgressi, ita vt summa omnium personarum viduarum in ciuitate censeriqueat 10350. Igitur omnes personae foedere ma-

trimoniali iunctae rationem habebunt ad omnes viduatas propemodum vt 23834 ad 10350 vel fere vt 23 ad 10. Haec ita se habebunt, si singula matrimonia aetate 20 annorum pro utroque sexu celebrari ponantur. Aetas alia aliam tabulam aliosque numeros haberet; quae autem leui mutatione obtinentur: nimius sum, si omnia attingam, supersunt enim quam plurimae quaestiones, quae solo calculo et quidem melius quam obseruationibus utcumque assiduis determinantur.

§. 15. Progredior ad alterum matrimoniorum genus inter diuersae aetatis coniuges initorum. Communia sunt huiuscemodi connubia, cum plerunque maritus vxorem aetate superet. Notum autem est periculum mortis crescere cum aetate, praeterquam quod, caeteris paribus, maius quoque periculum fit in viris quam in foeminis. Sic igitur si maior aetas ponatur in maritis, hi facilius et citius e vita discedent longeque plures post se relinquent viduas, quam vidui fiant. Verebar equidem, ne ista inter viduos viduasque inaequalitas nimium difficultatis argumento nostro inferret; at iuuit ipsa rei natura eo, quod aequatio differentialis inter tres indeterminatas non separationem modo sed et integrationem, veluti forte fortuna, admittat. Similem habui fortunam in specimine, cui titulus est, *Essay d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite verole etc.* Commentariis Acad. Reg. Scient. Paris. ad annum 1760 inserto, cuius iam supra

supra mentionem feci §. 3. Iam vero intelligitur, me methodo algorithmi infinitesimalis usum fuisse, quae requirit, ut numerus matrimoniorum initialis permagnus aut veluti infinitus accipiatur. Methodum istam, solis mutatis nominibus, integram exposui in specimine praeliminari *de usu algorithmi infinitesimalis in arte comestandi* a paragrapho septimo usque ad finem (vid. iterum pag. 87. huius commentariorum voluminis). Hic sunt mariti et uxores, quod ibi schedulae nigrae et albae; hic matrimonia, quod ibi schedularum sociarum paria; hic denique maior mortalitas alterutrius sexus, quod ibi maior pro extractione ex urna facilitas vel maior in egressum pronitas.

§. 16. Ponatur iam numerus matrimoniorum initialis iterum $=n$ sintque haec matrimonia singula ita constituta, ut mariti omnes quidem eiusdem sint aetatis inter se pariter atque uxores, verumtamen diuersa sit aetas in vno sexu et in altero: Deinde, elapso dato annorum numero, sit numerus virorum superstitem $=s$ et numerus foeminarum superstitem $=t$; ambo autem numeri dignoscuntur ex tabulis mortalibus: tum quaeritur quotnam inter hos superstites omnes futura sint matrimonia integra siue eousque morte intacta, quotnam porro vidui vel saltem semel viduati et quotnam viduae aut semel viduatae. Ponatur rursus numerus matrimoniorum superstitem $=x$; sic erit numerus viduorum superstitem $=s-x$ et nume-

rus viduarum superstitum $= t - x$. His ita constitutis demonstrauimus in fine paragraphi septimi speciminis nostri praeliminaris *de usu algorithmi infinitesimalis in arte coniectandi*, fore $x = \frac{t}{n}$. Cognitis itaque aut datis numeris s et t innotescunt omnia.

Patet inde, non necesse esse, vt directe ratio habeatur diuersae in diuerso sexu mortalitatis, quae ab aetatis diuersitate oritur; implicite tamen hoc factum fuisse nemo non videt ex eo, quod relatio supponatur inter numeros s et t , quae diuersas mortalitates necessario inuoluit: quin formula nostra, quamuis simplicissima, ita est generalis, vt simul etiam ratio haberi possit alterius mortalitatis differentiae, quae a diuersitate sexus originem ducit, siquidem non deficient tabulae mortuales, quibus viri a foeminis sint distincti. Vt vero porro tabulas *Halleianas* adhibere possimus, solam illam mortalitatis diuersitatem considerabimus, quae diuersitati aetatis debetur, quod idem fecimus cum de matrimoniis inter coniuges communis aetatis egimus: sic tanto melius diuersae matrimoniorum species inter se comparari poterunt.

§. 17. Superest vt modum ostendam, quo altera tabula similis illi, quam paragrapho sexto subiunxi, construi possit pro inaequali coniugum aetate; equidem quaeuis vtriusque aetatis differentia nouum postulat calculum; sufficet tamen per quinquennia ire, quia interpolationes status intermedios
satis

fatis accurate explicabunt. Exemplum, quod nunc afferam, instar omnium erit.

Putemus noua iniri matrimonia inter quingentas virgines singulas viginti annos natas totidemque viros quadraginta annorum. Sic erit iterum $n = 500$; tum vero inquirendi veniunt numeri s et t post singulos elapsos annos siue numeri tam virorum quam foeminarum superstitum; vterque numerus facili admodum calculo inuenitur ope secundae columnae tabulae nostrae paragrapho sexto annexae: Etenim numerus t obtinetur sumendo dimidium cuiusuis numeri in praefata columna secunda expressi; si deinde iste numerus dimidiis multiplicetur per $\frac{1000}{777}$; habebitur numerus s ; ista autem multiplicatio ideo facienda est, quia numerus virorum primitius supponitur $= 500$: atque sic formabitur columna secunda pro viris atque foeminis quouis anno superstitibus. His peractis formabitur columna tertia, quae matrimonia residua indicat, sumendo pro quouis anno quantitatem $\frac{st}{n}$. Denique quarta ac quinta columna, quae numerum viduorum ac viduarum indicant, construuntur subtrahendo numerum matrimoniorum residuorum a numero virorum vel a numero foeminarum superstitum. Numeros autem vltimos, ad quos tabula mortualis *Halleiana* non pertingit, quamuis per se nullius fere sint momenti, tamen addendos aliisque tabulis mortualibus superstruendos duxi.

L

I. Aetas annorum		II. Superstites		III. Matrimon. residua	IV. Vidui	V. Viduae
Viri	Foemin.	Viri	Foem.			
40	20	500	500	500	0	0
41	21	490	495	485	5	10
42	22	479	490	470	9	20
43	23	468	485	455	13	30
44	24	457	480	439	18	41
45	25	446	474	423	23	51
46	26	435	468	408	27	60
47	27	424	462	393	31	69
48	28	413	456	377	36	79
49	29	401	450	361	40	89
50	30	389	444	345	44	99
51	31	377	437	330	47	107
52	32	365	430	314	51	116
53	33	353	424	299	54	125
54	34	341	417	283	58	134
55	35	328	409	268	60	141
56	36	316	402	254	62	148
57	37	304	394	241	63	153
58	38	293	387	228	65	159
59	39	282	379	215	67	164
60	40	271	372	202	69	170
61	41	260	364	190	70	174
62	42	249	357	178	71	179
63	43	238	349	166	72	183
64	44	227	340	154	73	186

I.

MEDIA MATRIMONIORVM.

121

I. Aetas annorum		II. Superstites		III. Matrimon. residua	IV. Vidui	V. Viduae
Viri	Foemin.	Viri	Foem.			
65	45	216	232	143	73	189
66	46	205	323	132	73	191
67	47	194	315	122	72	193
68	48	183	307	112	71	195
69	49	171	298	102	69	196
70	50	159	289	92	67	197
71	51	147	280	82	65	198
72	52	135	270	72	63	198
73	53	123	261	64	59	197
74	54	111	252	55	56	197
75	55	99	244	48	51	196
76	56	88	235	41	47	194
77	57	77	227	35	42	192
78	58	66	218	29	37	189
79	59	56	210	24	32	186
80	60	46	202	19	27	183
81	61	38	193	15	23	178
82	62	31	185	11	20	174
83	63	26	177	9	17	168
84	64	22	169	7	15	162
85	65	16	160	5	11	155
86	66	12	152	4	8	148
87	67	9	143	3	6	140
88	68	6	135	2	4	133
89	69	3	127	1	2	126

Tom. XII. Nou. Comm.

Q

I.

I. Aetas annorum		II. Superfites		III. Matrimon. residua	IV. Vidui	V. Viduae
Viri	Foemin.	Viri	Foem.			
99	70	2	118	0	2	118
91	71	2	109	0	2	109
92	72	1	100	0	1	100
93	73	1	91	0	1	91
94	74	0	82	0	0	82
95	75	0	74	0	0	74
96	76	0	66	0	0	66
97	77	0	58	0	0	58
98	78	0	48	0	0	48
99	79	0	41	0	0	41

§. 18. Vfus huius alterius tabulae idem est qui, praecedentis: quicquid igitur a paragrapho septimo vsque ad finem paragraphi decimi quarti monuimus, id etiam, mutatis mutandis, pro praesenti matrimoniorum genere determinari poterit. Sic, verbi gratia, cum quaestionem formarem paragrapho nono, de determinando tempore, quo matrimoniorum, inter personas 20 annos natas, pars dimidia pereat, inueni tempus istud 22 annorum cum 4 mensibus atque dimidio; in praesenti matrimoniorum genere, quod fit inter mulieres 20 annos natas et maritos 40 annorum, tempus istud contrahitur ad 16 annos cum quatuor mensibus, quod ex sola inspectione columnae tertiae in posteriori tabula apparet. Si de matrimoniis inter foeminas 40 annorum et maritos 60 annorum similis fiat

fiat quaestio, eadem columna tertia indicat tunc superesse 202 matrimonia, eaque ad 101 reduci tempore 9 annorum cum vno mense. Atque sic nullo negotio tabella conficietur similis illi quam supra paragrapho nono apposui, quod monuisse sufficiat. Quoniam autem potissimum sermo est de duratione media matrimoniorum pro varia coniugum aetate, parum istud laboris non deducam.

	Aetas annor.		Duratio media Matrimoniorum
	Viri	Foem.	
§. 19. Conficitur haec quaestio, cum mariti 20 annorum aetate superant uxores, eodem plane modo quo §. 11. vsi sumus, cum aetas in utroque coniuge aequalis supponeretur. Sic pro aetate initiali 40 annorum in viris et 20 an-	40	20	17 anni 11 mens.
	45	25	15 — 8
	50	30	13 — 9
	55	35	11 — 11
	60	40	10 — 0
	65	45	8 — 1
	70	50	6 — 2
	75	55	4 — 10
	80	60	3 — 6
	85	65	2 — 6

norum in foeminis, erit summa accipienda columnae tertiae in tabula praecedente, quae fit 2907. haecque diuidenda per numerum matrimoniorum initialem seu per 500; quotiens erit 18¹¹/₁₀₀ anni vel proxime 18 ann. cum 5 mensibus; hinc detrahis 6 mensibus, remanent 17 anni cum 11 mensibus pro duratione media quaesita. Atque sic parvulam construxi tabellam appositam, quam nunc comparare licet cum simili tabella paragrapho viderimo adiuncta, ut sic discrimen, quod inter

Q 2

vtrum-

vtrumque matrimoniorum genus, ratione eorum durationis quouis tempore insuper expectandae, intercedit, appareat. Haud exiguum est istud discrimen, malusque futurum fuisset, si simul ratio habitae fuisset auctae in viris mortalitatis atque adeo adhibitae fuissent tabulae mortuales, quibus vterque sexus ab inuicem distinguitur superstitemque numerus, de viris atque de foeminis seorsim indicatur.

§. 20. Lubet denique paucis comparationem inter vtrumque matrimoniorum genus instituere; primum quo ambo coniuges eiusdem sunt aetatis, alterum quo maritus vxore viginti annis maior ponitur; atque sic de omni statu medio absque magno errore iudicium ferre poterunt qui novos calculos reformidant.

a) De diuersa duratione media pro ambobus matrimoniorum generibus iam diximus. Ita verbi gratia, vxor 55 annorum viro eiusdem aetatis nupta non sine ratione sibi promittit matrimonii sui durationem altero tanto longiorem, quam si nupta fuerit viro 75 annorum.

b) Si duas fingamus ciuitates, quarum altera annuatim 500 matrimonia primi generis, altera totidem matrimonia secundi generis subministret, ciuitas prior numerabit 11917 matrimonia, altera non nisi 8958 (§. 13.) si modo vtraque ciuitas in statu suo permanere ponatur. Loquimur autem de coniugiis ab vtroque coniuge prima vice initis, quae vtique maximum numerum constituunt.

c) Porro vna eademque ciuitas, quae annuatim 500 matrimonia primi generis subministrare possit, non poterit vltra 372 coniugia secundi generis suppeditare, quia

quia scilicet de 500 adolescentibus 20 annorum, non nisi 372 aetatem 40 annorum attingent. Sic quarta pars virginum vel caelibatum seruare vel viduis nubere cogitur. Hinc ratio, quod multo plures vidui quam viduae iteratas nuptias ineant, etiamsi numerus priorum longe minor sit numero posteriorum.

d) Dicamus nunc quoque de personis viduatis vtriusque sexus: inter has referimus omnes illas, quae semel viduitatem passae sunt, siue illam seruent siue ad secundas nuptias recurrant. Vidimus autem §. 14. quod pro 500 matrimoniis annuis primi generis sit summa omnium personarum, eo quem diximus modo, viduatarum = 10350, siue 5175 viduorum totidemque viduarum: at longe aliter res se habet si de matrimoniis secundi generis sermo sit: Etenim summa viduorum longe tunc minor fit quam summa viduarum, quandoquidem tabula nostra §. 17. tantum 2154 viduos indicat; at summa omnium numerorum columnae quintae est = 7949 isteque viduarum numerus etiamnum augendus est, ob viduas superstites post finem columnae, numero 197, quo facto fit numerus omnium viduarum = 8146; Ita quidem vtrobique summa omnium personarum viduatarum propemodum eadem est; at si viduas cum viris viduis comparemus, videmus in altero casu numerum viduarum fere esse quadruplum numeri viduorum, cum in primo casu sint inter se aequales. Hoc igitur modo in ciuitate, vbi 500 matrimonia prioris generis annuatim celebrarentur, forent 11917 mariti, totidem vxores, 5175 vidui totidemque viduae omniumque summa 34184; verum si 500 ma-

Q 3

trimo-

trimonia annua de secundo genere essent, tunc forent 9207 mariti, totidem vxores, 2154 vidui atque 8146 viduae summaque omnium 28714.

e) In ciuitate, quae ad statum permanentem reducta ponitur, si quotannis 500 matrimonia noua primi generis celebrentur, necesse est vt totidem matrimonia annuatim dissoluantur; morientur 250 mariti, qui totidem post se relinquent viduas, atque 250 vxores, quae totidem pariter viduos faciunt. Verum si 500 matrimonia annua de secundo genere fuerint, mors annuatim tollet 345 propemodum maritos, 155 vxores, 155 viduos et 345 viduas: quia enim numerus viro- rum superstitem $= s$, numerus foeminarum super- stitem $= t$ et numerus matrimoniorum residuorum $= \frac{s \cdot t}{n}$ (§. 16.) erit decrementum maritorum, vt numerus priorum ad numerum posteriorum, id est, vt s ad $\frac{s \cdot t}{n}$ vel vt n ad t ; hinc decrementum maritorum exprimendum est per $-\frac{t \cdot ds}{n}$; decremen- tum autem vxorum erit $= -\frac{s \cdot dt}{n}$, vnde numerus integer mortuorum maritorum $= -\int \frac{t \cdot ds}{n}$ et nume- rus integer vxorum mortuarum $= -\int \frac{s \cdot dt}{n}$; quia vero relatio generalis inter s et t non datur, nisi per numeros tabulae mortualis, praefatae integra- tiones fieri non possunt aliter quam per partes, at- que sic inueni numeros quos modo exhibui.

Apparet igitur ex isto qualicumque specimi- ne, multas esse in genere humano variationes at- que vicissitudines, quae solo calculo accuratius et melius determinari possunt, quam innumeris adhuc obseruationibus fieri potuit.

PHY-

PHYSICO-
MATHEMATICA.

METHO-

METHODVS FACILIS
MOTVS CORPORVM
 COELESTIVM VTCVNQVE PERTVRBATUS AD
 RATIONEM CALCVLII ASTRONOMICI
 REVOCANDI.

Auctore

L. E V L E R O.

I.

Cum hanc inuestigationem, quomodo motus corporum coelestium ob actionem mutuam perturbentur, iam saepius essem aggressus, in calculos plerumque nimis prolixos et operosos sum delapsus, quos vero denique post multas ambages ad formulas multo simpliciores reducere licuit. Causa autem huius prolixitatis manifesto in multitudine elementorum, quae in calculum introduci oportet, est sita: neque enim solum ad cunctas determinationes, quibus motus corporis perturbantis continetur, est respiciendum, sed etiam ipsa motus perturbatio, quatenus non fit in eodem plano, plurima postulat elementa, quibus ea pro more apud Astronomos recepto ad variationes inde in linea nodorum et orbitae inclinatione oriundas referatur. Quodsi omnes istae considerationes simul in

Tom. XII. Nou. Comm.

R

calcu-

calculus ingerantur; mirum sane non est, maximam hinc molestiam et confusionem oriri debere, cui evitandae aliud remedium non superesse videtur, nisi ut omnia elementa sollicitè distinguantur, et singulae operationes ita instituantur, ut in eas non plura admittantur elementa, quam in eam necessario ingrediuntur. Ita enim commodissime cauebitur, ne attentio nostra nimia elementorum multitudine obruatur.

II.

Praecipua quidem huius inuestigationis pars ad mechanicam est referenda, cum motus perturbatio ex viribus corporis perturbantis fit definienda; principia autem mechanica ita sunt comparata, ut ex iis locus corporis, cuius motus quaeritur, ad quoduis tempus per ternas coordinatas inuicem normales commodissime determinetur; verum altera pars haud leuiorem evolutionem requirit, qua locus in priori parte definitus ad morem in Astronomia receptum reduci debet, quo scilicet diuersa coeli loca per longitudinem et latitudinem exprimi solent. Atque hanc posteriorem partem, quam geometricam appellare licet, probe distingui conuenit a priori, quae tota mechanicae est tribuenda. Obseruavi autem, has duas partes non solum commode a se inuicem separari, sed etiam utramque tum multo faciliori negotio pertractari posse, quam si ambas coniunctim expedire vellemus. Quamuis autem

autem inuestigatio mechanica geometricam praecedere debere videatur, tamen satis concinne a parte geometrica exordiri licet, cum nihil impediat, quominus locum corporis, cuius motum quaerimus, tanquam cognitum, ac per ternas coordinatas definitum spectemus. Hanc ordinis inuersionem idcirco sequi est visum, quod euolutio partis geometricae plura insignia suppeditet subsidia, quibus deinceps in parte mechanica calculi labor non mediocriter subleuabitur. Hoc scilicet modo id potissimum lucri consequimur, quod dum partem geometricam tractamus, nullae quantitates ad vires perturbantes relictae in calculum ingrediantur.

Pars Geometrica.

III.

Motum igitur corporis Z iam ita determinatum assumo, vti per principia mechanica immediate definiri solet. Primum scilicet motus ad certum quoddam punctum A , quod vt fixum spectatur, etiamsi forte ipsum versetur in motu referri solet, tum vero consideratur planum quoddam per id punctum transiens pariter vti fixum, quod ipso tabulae plano repraesentetur, in quo accepta linea fixa AB , ad quoduis tempus locus corporis Z per ternas coordinatas inter se normales AX , XY et YZ ita definitur, vt primo ex loco Z in planum illud fixum demittatur perpendicularum ZY , tum ve-

Tab. II.
Fig. I.

ro ex Y ad rectam AB ducatur normalis YX. Vocemus ergo has coordinatas :

$$AX=X, XY=Y \text{ et } YZ=Z$$

quarum valores ad quoduis tempus elapsum $=t$ vt cogniti spectantur. Hinc igitur statim habetur distantia corporis Z a puncto fixo A quae si breuitatis gratia dicatur $AZ=v$ erit $vv=XX+YY+ZZ$.

Tum vero momento temporis dt corpus ex Z in z progredi concipiamus, vt sit $Az=v+dv$, et angulus elementaris $ZAz=d\Phi$, quem corpus Z interea ex A in orbita sua conficere cernitur, eritque vti constat, $Zz=V(dv^2+vv d\Phi^2)$, at per coordinatarum elementa est etiam $Zz=V(dX^2+dY^2+dZ^2)$, vnde fit

$$dv^2+vv d\Phi^2=dX^2+dY^2+dZ^2$$

sicque patet, quomodo angulum elementarem $d\Phi$ per coordinatas exprimi conueniat, quod vero mox succinctius ostendetur.

IV.

Per elementum Zz cum puncto fixo A certum planum determinatur, in quo nunc quidem corpus Z moueri censetur: hoc planum alicubi secabit planum tabulae fixum; fiat ergo haec intersectio secundum rectam AN, quae in Astronomia linea nodorum appellatur, et cuius variatio ob perturbationem motus corporis Z potissimum est inuestiganda: deinde etiam angulum, quo planum NAZ ad
pla-

planum fixum inclinatur, notari conuenit, qui simpliciter in Astronomia inclinatio vocatur, et ob motus perturbationem insignes mutationes subire potest. Pro his ergo nouis elementis ponamus:

Longitudinem lineae nodorum seu angulum $BAN = \psi$

Inclinationem orbitae ZAN ad planum fixum $= \omega$

et argumentum latitudinis seu angulum $NAZ = \sigma$

quae ut ad coordinatas reuocemus, tam ex Y quam ex Z ad lineam nodorum AN agamus normales YO et ZO , sicque angulus YOZ ipsam inclinationem ω metietur. At ob angulum $NAZ = \sigma$ et distantiam $AZ = v$ habebimus:

$$AO = v \cos. \sigma \quad \text{et} \quad ZO = v \sin. \sigma$$

hincque porro

$$ZY = v \sin. \sigma \sin. \omega \quad \text{et} \quad OY = v \sin. \sigma \cos. \omega$$

vnde ob angulum $BAN = \psi = XYO$, concludimus:

$$AX = v \cos. \sigma \cos. \psi - v \sin. \sigma \cos. \omega \sin. \psi$$

$$\text{et} \quad XY = v \cos. \sigma \sin. \psi + v \sin. \sigma \cos. \omega \cos. \psi.$$

Quare ternae nostrae coordinatae ita hinc definiuntur, ut sit

$$X = v (\cos. \sigma \cos. \psi - \sin. \sigma \cos. \omega \sin. \psi)$$

$$Y = v (\cos. \sigma \sin. \psi + \sin. \sigma \cos. \omega \cos. \psi)$$

$$\text{et} \quad Z = v \sin. \sigma \sin. \omega$$

vbi praeterea notetur esse tang. anguli $NA Y = \text{tang. } \sigma \text{ cof. } \omega$, qui angulus dicitur longitudo puncti Z a nodo.

V.

Cum nunc angulus BAY in Astronomia exhibeat longitudinem, angulus vero ZAY latitudinem puncti Z , siquidem planum tabulae eclipticam referat, et recta AB ad principium arietis sit porrecta; quas denominationes antem quoque in latiori sensu accipere licet: habebimus

longitudinem puncti Z seu angulum $BAY = \psi + NAY$

existente tang. $NAY = \text{tang. } \sigma \text{ cof. } \omega$

pro latitudine vero seu angulo ZAY erit

$$\sin. ZAY = \frac{ZY}{AZ} = \sin. \sigma \sin. \omega$$

Tab. II. quae eadem formulae vulgo ex trigonometria sphaerica elici solent. In superficie scilicet sphaerica centro A descripta circulus maximus BNY repraesentet planum fixum, et punctum B sit initium, a quo longitudo computatur. Porro sit N nodus et NZ orbita, ad quam nunc motus corporis Z refertur, tum ex Z ad circulum BNY ducatur arcus normalis ZY ; quo facto arcus BNY praebet longitudinem, arcus vero ZY latitudinem puncti Z , ad quas inueniendas primo habemus:

arcum BN , seu longitudinem nodi $= \psi$

angulum ZNY seu inclinationem $= \omega$

et arcum NZ seu argumentum latitudinis $= \sigma$.

Ex

Ex his resolutio trianguli sphaerici rectanguli NYZ dat

$\sin. ZY = \sin. \sigma \sin. \omega$ et $\text{tang. } NY = \text{tang. } \sigma \cos. \omega$
 prorsus vt ante.

IV.

Quamuis autem tam linea nodorum, quam inclinatio sit variabilis; tamen quia ambo puncta Z et z ad idem planum NAZ pertinent, per differentiationem a puncto Z ad z perueniri debet, etiamsi angulus BAN = ψ et inclinatio ω pro constantibus habeantur, dum scilicet angulus NAZ = σ angulo elementari ZAz = $d\Phi$ crescere sumatur vt fit $d\sigma = d\Phi$. Deinde vero etiam per differentiationem ad idem punctum z perueniri necesse est, si tam linea nodorum, quam inclinatio variabiles statuuntur, quoniam punctum z quoque ad orbitam variatam pertinere debet, hic vero non amplius differentiale $d\sigma$ ipsi $d\Phi$ aequale est ponendum, sed ipsi proprius valor est tribuendus, qui simul ab orbitae mutatione pendet. Cum igitur haec duplex differentiatio eodem perducere debeat, aequationes hinc adipiscemur, quibus certae relationes inter variationes in orbita ortas definiuntur, quae in sequenti calculo maximum praestabunt vsum. Neque vero hoc solum in differentialibus ipsarum coordinatarum locum habet, sed etiam quantitatum inde deriuatarum, cuiusmodi sunt:

$$\frac{X}{Z} = \frac{\cos \sigma \cos. \psi}{\sin. \sigma \sin. \omega} - \frac{\cos. \omega \sin. \psi}{\sin. \omega} \quad \text{et} \quad \frac{Y}{Z} = \frac{\cos. \sigma \sin. \psi}{\sin. \sigma \sin. \omega} + \frac{\cos. \omega \cos. \psi}{\sin. \omega}$$

qua-

quarum ergo differentialia duobus illis modis sumta eisdem valores praebere debent.

VII.

Prima igitur differentiatio sumtis angulis ψ et ω constantibus et $d\sigma = d\Phi$ dat :

$$d. \frac{x}{z} = \frac{-d\Phi \operatorname{cof}.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} \text{ et } d. \frac{y}{z} = \frac{-d\Phi \sin.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega}$$

Pro altera differentiatione notentur primo hae formulae :

$$\frac{x}{z} \operatorname{cof}.\psi + \frac{y}{z} \sin.\psi = \frac{\operatorname{cof}.\sigma}{\sin.\sigma \sin.\omega} \text{ et } \frac{y}{z} \operatorname{cof}.\psi - \frac{x}{z} \sin.\psi = \frac{\operatorname{cof}.\omega}{\sin.\omega}$$

quae more consueto differentiatiae praebent :

$$\operatorname{cof}.\psi d. \frac{x}{z} + \sin.\psi d. \frac{y}{z} - d\psi \left(\frac{y}{z} \operatorname{cof}.\psi - \frac{x}{z} \sin.\psi \right) = \frac{-d\sigma}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} - \frac{d\omega \operatorname{cof}.\sigma \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\sigma \sin.\omega^2}$$

$$\operatorname{cof}.\psi d. \frac{y}{z} - \sin.\psi d. \frac{x}{z} - d\psi \left(\frac{x}{z} \operatorname{cof}.\psi + \frac{y}{z} \sin.\psi \right) = \frac{-d\omega}{\sin.\omega^2}$$

unde prioribus valoribus substitutis colligitur :

$$\frac{d\Phi \operatorname{cof}.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} - \frac{d\Phi \sin.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} + \frac{d\psi \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\omega} = \frac{-d\sigma}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} - \frac{d\omega \operatorname{cof}.\sigma \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\sigma \sin.\omega^2}$$

$$\frac{d\Phi \sin.\psi \operatorname{cof}.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} + \frac{d\Phi \sin.\psi \operatorname{cof}.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} - \frac{d\psi \operatorname{cof}.\sigma}{\sin.\sigma \sin.\omega} = \frac{-d\omega}{\sin.\omega^2}$$

quae formae contrahuntur in has :

$$-\frac{d\Phi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} + \frac{d\psi \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\omega} = \frac{-d\sigma}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} - \frac{d\omega \operatorname{cof}.\sigma \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\sigma \sin.\omega^2}$$

$$\text{et } -\frac{d\psi \operatorname{cof}.\sigma}{\sin.\sigma \sin.\omega} = \frac{-d\omega}{\sin.\omega^2} \text{ feu } \frac{d\omega}{\sin.\omega} = \frac{d\psi}{\operatorname{tang}.\sigma}$$

qui posterior valor in illa substitutus suppeditat

$$\frac{d\sigma - d\Phi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} = \frac{-d\psi \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\omega} - \frac{d\psi \operatorname{cof}.\sigma^2 \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} = \frac{-d\psi \operatorname{cof}.\omega}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega}$$

$$\text{feu } d\psi \operatorname{cof}.\omega = d\Phi - d\sigma.$$

VIII.

VIII.

Hinc igitur primo discimus variationem in inclinatione orbitae ortam $d\omega$ semper ita pendere a variatione lineae nodorum $d\psi$ ut sit $d\omega = \frac{d\psi \sin.\omega}{\text{tang.}\sigma}$; seu incrementum inclinationis se habebit ad promotionem lineae nodorum, ut sinus inclinationis ad tangentem argumenti latitudinis; unde sequentia confectaria deducuntur:

1°. Si argumentum latitudinis σ sit vel nullum vel 0° ubi latitudo est nulla, lineam nodorum quiescere, quantumvis interea varietur inclinatio.

2°. Si argumentum latitudinis σ sit, vel 3° vel 9° , seu $\text{tang.}\sigma = \infty$ ubi latitudo est maxima, tum inclinationem nullam mutationem pati; quantumvis interea linea nodorum vel progrediatur, vel regrediatur.

3°. Si argumentum latitudinis σ vel intra limites 0° et 3° vel intra 6° et 9° continetur, hoc est dum latitudo crescit, tum inclinationem ω crescere, siquidem linea nodorum progrediatur, sin autem regrediatur, inclinationem decrescere.

4°. Si argumentum latitudinis σ vel intra limites 3° et 6° vel intra 9° et 12° continetur, hoc est dum latitudo decrescit, tum progrediente linea nodorum inclinationem imminui, ea vero regrediente augeri.

IX.

Deinde obseruandum est, augmentum argumenti latitudinis σ promotioni in propria orbita seu elemento $d\Phi$ non esse aequale, nisi linea nodorum maneat immota; cum inuenerimus $d\sigma = d\Phi - d\psi \cos.\omega$, solo excepto casu, quo inclinatio ω foret angulus rectus. Haec vero phaenomena per trigonometriam sphaericam magis perspicua reddentur. Si enim circulus BNY vt ante repraesentet planum fixum, ad quod motus puncti Z refertur, eiusque motus praesens fiat secundum circulum NZ, vt sit $BN = \psi$, $YNZ = \omega$ et arcus $NZ = \sigma$; at postquam punctum Z per elementum $Zz = d\Phi$ fuerit progressum, eius motus fiat secundum circulum nz , erit promotio lineae nodorum $Nn = d\psi$ inclinatio variata $Ynz = \omega + d\omega$, et argumentum latitudinis $nz = \sigma + d\sigma$. Ducto ergo arculo $n\nu$ ad NZ normali erit $N\nu = d\psi \cos.\omega$ et $n\nu = d\psi \sin.\omega$; inde autem colligitur $Zn = \sigma - d\psi \cos.\omega$, ideoque $nz = \sigma - d\psi \cos.\omega + d\Phi = \sigma + d\sigma$ et consequenter $d\sigma = d\Phi - d\psi \cos.\omega$ vt ante; simul autem intelligimus ob $d\psi \cos.\omega = d\Phi - d\sigma = N\nu$, formulam $d\Phi - d\sigma$ exhibere promotionem lineae nodorum in propria orbita, quia cum nodus fuisset in orbitae NZ puncto N; is iam in eius punctum n seu ν esset translatus. Praeterea ex triangulo sphaerico NnZ colligimus:

$$\sin.\omega : \sin.(\omega + d\omega) = \sin.(\sigma - d\psi \cos.\omega) : \sin.\sigma$$

seu

seu $\sin. \omega : \sin. \omega + d\omega \text{ cof. } \omega = \sin. \sigma - d\psi \text{ cof. } \sigma \text{ cof. } \omega : \sin. \sigma$
 et diuidendo $\sin. \omega : d\omega \text{ cof. } \omega = \sin. \sigma - d\psi \text{ cof. } \sigma \text{ cof. } \omega : d\psi \text{ cof. } \sigma \text{ cof. } \omega$
 vnde fit $d\omega \sin. \sigma = d\psi \sin. \omega \text{ cof. } \sigma$ seu $\frac{d\omega}{\sin. \omega} = \frac{d\psi}{\text{tang. } \sigma}$
 prorsus vt ante.

X.

Formulae autem differentiales, ante §. 7. inventae, si euoluantur praebent:

$$\frac{X dZ - Z dX}{Z Z} = \frac{d\Phi \text{ cof. } \psi}{\sin. \sigma^2 \sin. \omega} \text{ et } \frac{Y dZ - Z dY}{Z Z} = \frac{d\Phi \sin. \psi}{\sin. \sigma^2 \sin. \omega}$$

vnde ob $Z = v \sin. \sigma \sin. \omega$ nanciscimur has formulas notatu dignas:

$$X dZ - Z dX = v v d\Phi \sin. \omega \text{ cof. } \psi \text{ et}$$

$$Y dZ - Z dY = v v d\Phi \sin. \omega \sin. \psi.$$

Hinc vt dZ eliminemus, si priorem multiplicemus per Y posteriorem vero per X , hoc productum ab illo ablatum relinquet:

$$Z(X dY - Y dX) = v v d\Phi \sin. \omega (Y \text{ cof. } \psi - X \sin. \psi).$$

Cum autem sit vt vidimus §. 7. $Y \text{ cof. } \psi - X \sin. \psi$

$$= \frac{Z \text{ cof. } \omega}{\sin. \omega}$$

haec formula ad insignem simplicitatem contrahitur:

$$X dY - Y dX = v v d\Phi \text{ cof. } \omega.$$

Hae formulae cum illis, quas statim ab initio inuenimus, coniunctae scilicet hisce:

$$XX + YY + ZZ = vv \text{ et } dX^2 + dY^2 + dZ^2 = dv^2 + v v d\Phi^2$$

in parte mechanica maximum præstabit vsum, ad coordinatas ex calculo elicendas; vt is deinceps eiusmodi quantitibus, quae in Astronomia vsu sunt receptae, contineatur.

XI.

Tab. II. Istaë autem reductiones Geometricae latissime
 Fig. I. patent nihilque interest, ad quodnam punctum A, planumque fixum BAY, motum puncti Z referre velimus. Verum si ad vsum astronomicum spectemus, plurimum refert, quomodo tam illud punctum A, quod quasi est centrum motus, quam illud planum, ad quod motus puncti Z per longitudinem et latitudinem refertur, accipiatur; quoniam hinc potissimum simplicitas determinationis pendet. Ad quam electionem instituendam ante omnia notari oportet, cuncta artificia, quae adhuc sunt excogitata, tum solum cum aliquo successu adhiberi posse, cum motus corporis, qui quaeritur, non multum a legibus *Keplerianis* discrepet, ideoque perturbationes admodum fuerint exiguae. Quando autem motus ita est comparatus, vt areae circa quodpiam punctum descriptae sint satis prope tempore proportionales, in hoc puncto aptissime punctum illud fixum A statuitur. Quod cum eueniat, si inter vires corpus sollicitantes, vna reliquis multum superet, in eo puncto, ad quod haec vis dirigitur, punctum A accipi conueniet: Ita si quaestio fuerit de perturbationibus planetae cuiusdam principalis seu come-

PERTURBATI PLANETARVM. 141

cometæ, punctum A commodissime in centro solis capiatur: sin autem perturbationes in motu lunæ, vel aliis planetæ secundariæ factæ definiri debeant; tum punctum A in centro terræ vel planetæ primariæ accipi oportet, ita ut vis corpus propositum Z ad A pellens reliquas vires, quibus hoc corpus simul vrgetur, multum superet.

XII.

Si corpus Z hac sola vi principali sollicitaretur, corpus omnino regulariter circa punctum A in sectione conica revolueretur, idque perpetuo in eodem plano; ita ut quomodocumque planum fixum BAY acciperetur, neque in linea nodorum neque in inclinatione vnquam vlla mutatio oriretur; interim tamen calculus sine dubio simplicissimus euaderet, si planum fixum in ipso plano motus acciperetur. Verum si motus ab alio corpore coelesti perturbetur, cuiusquidem motum in hac inuestigatione tanquam cognitum assumi oportet, planum fixum conuenientissime cum orbita illius corporis perturbantis congruens sumetur. Ita si perturbationes lunæ a sole oriundæ quaerantur, planum eclipticæ, in quo sol ex terra tanquam centro motus A moueri cernitur, dabit planum fixum BAY; et a quocumque alio corpore perturbatio efficiatur, id planum, in quo hoc corpus ex centro motus A moueri cernitur, erit eligendum. At si hoc corpus ipsum non in eodem plano moueatur, tum pla-

num aliquod medium, commodissime affumetur; vix autem opus videtur, calculum ad istum casum accommodari, quod quidem si vsus postulauerit facile praestabitur.

Pars Mechanica.

XIII.

Tab. II.
Fig. I.

In mechanica tractatione tria corpora veniunt consideranda. Primum est id, quod in centro motus A positum vim praecipuam exerit in corpus Z , cuius motum inuestigamus, qualis spectatori in ipso puncto A constituto apparet, huius igitur corporis in A siti massam vocemus $=A$.

Alterum corpus, a cuius actione motus corporis Z perturbatur, in ipso plano fixo BAY utcumque moueri assumimus, ita ut eius locus ad quoduis tempus assignari possit. Sit massa huius corporis $=B$, idque nunc quidem versetur in S , ita ut sit eius distantia a corpore centrali $AS=u$, et longitudo seu angulus $BAS=\theta$, vnde ex S in rectam fixam AB demisso perpendicularo SP fit $AP=u\cos.\theta$ et $PS=u\sin.\theta$.

Tertium corpus est id ipsum in Z , in cuius motum inquirimus, sit eius massa $=C$, et ut ante posuimus, distantia a centro motus $AZ=v$, vocatis ternis coordinatis orthogonalibus $AX=X$,
 $XY=Y$

$XY = Y$ et $YZ = Z$, quas vero ex calculo eximus introducendo sequentia elementa :

- 1°. longitudinem lineae nodorum $BAN = \psi$
- 2°. Inclinationem orbitae praesentem $YOZ = \omega$
- 3°. argumentum latitudinis seu $NAZ = \sigma$.

Denique tempusculo dt a corpore Z angulum elementarem $ZAz = d\Phi$ absolui statuimus. Horum autem elementorum relationes ex parte geometrica sunt repetendae.

XIV.

Quoniam corpus Z ad A vrgetur vi $= \frac{A}{v^2}$, contra vero A ad Z trahitur vi $= \frac{C}{v^2}$, vt punctum A tanquam quiescens considerari possit, corpus Z ad A attrahi censendum est vi $= \frac{A+C}{v^2}$, quae secundum directiones ternarum coordinatarum resoluta dat vires :

$$\text{sec. } XA = \frac{A+C}{v^2} \cdot X; \text{ sec. } YX = \frac{A+C}{v^2} \cdot Y; \text{ sec. } ZY = \frac{A+C}{v^2} \cdot Z.$$

Deinde pro vi, qua corpus Z ad S sollicitatur, vocemus breuitatis gratia distantiam $SZ = w$, vt vis ZS sit $= \frac{B}{w}$, quae resoluitur statim in vires $\text{sec. } ZY = \frac{B}{w^2} \cdot Z$ et $\text{sec. } YS = \frac{B}{w^2} \cdot YS$, haec vero porro ob $XP = u \cos. \theta - X$ et $PS - XY = u \sin. \theta - Y$ in vires :

$$\text{sec. } XP = \frac{B}{w^2} (u \cos. \theta - X) \text{ et } \text{sec. } XY = \frac{B}{w^2} (u \sin. \theta - Y).$$

Deni-

Denique quia corpus A quoque ad S vrgetur vi $= \frac{B}{u}$ haec contrarie in Z translata dabit insuper vires

secundum X $A = \frac{B}{u} \cos. \theta$ et secundum Y $X = \frac{B}{u} \sin. \theta$
 quae vires in corpus Z agentes collectae praebent:

1°. Vim sec. X $A = \frac{A+C}{v^2} X + \frac{B}{w^2} (X - u \cos. \theta) + \frac{B}{u} \cos. \theta$

2°. Vim sec. X $Y = \frac{A+C}{v^2} Y + \frac{B}{w^2} (Y - u \sin. \theta) + \frac{B}{u} \sin. \theta$

3°. Vim sec. Z $Y = \frac{A+C}{v^2} Z + \frac{B}{w^2} Z,$

quibus cum accelerationes corporis Z secundum easdem directiones sint proportionales, statuamus pro temporis elemento dt constanti sumto:

$$ddX = -adt^2 \left(\frac{A+C}{v^2} X + \frac{B}{w^2} X - Bu \cos. \theta \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \right)$$

$$ddY = -adt^2 \left(\frac{A+C}{v^2} Y + \frac{B}{w^2} Y - Bu \sin. \theta \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \right)$$

$$ddZ = -adt^2 \left(\frac{A+C}{v^2} Z + \frac{B}{w^2} Z \right)$$

vbi constans a ex vnico motu huius generis cognito, veluti ex motu solis apparente, definiri potest.

XV.

Antequam autem has formulas euoluamus, distantiam $SZ = w$ in calculum de nouo introductam accuratius definire debemus. Cum autem manifesto fit:

$$S^2 Z^2 = X^2 Z^2 + X^2 P^2 + (PS - XY)^2$$

habebimus:

$$ww = ZZ + XX + YY + uu - 2uX \cos. \theta - 2uY \sin. \theta$$

quae

quae forma ob $XX + YY + ZZ = vv$ reducitur ad hanc :

$$ww = vv + uu - 2u(X \cos. \theta + Y \sin. \theta).$$

Ex valoribus autem pro X et Y supra §. 4. inuentis colligimus :

$$X \cos. \theta + Y \sin. \theta = v(\cos. \sigma \cos. (\theta - \psi) + \sin. \sigma \cos. \omega \sin. (\theta - \psi))$$

vbi angulus $\theta - \psi$ exprimit distantiam corporis perturbantis S a linea nodorum seu angulum $NAS = \theta - \psi$, ita vt fit

$$ww = vv + uu - 2vu \cos. \sigma \cos. (\theta - \psi) + \sin. \sigma \cos. \omega \sin. (\theta - \psi)$$

Verum si iam breuitatis gratia vocemus ang. $SAZ = \mu$ quo distantia corporis Z a corpore perturbante S ex A visa designatur, ob $AZ = v$ et $AS = \mu$ constat fore

$$ww = vv + uu - 2vu \cos. \mu$$

vnde concluditur esse :

$$\cos. \sigma \cos. (\theta - \psi) + \sin. \sigma \cos. \omega \sin. (\theta - \psi) = \cos. \mu$$

id quod facillime per trigonometriam sphaericam probatur. Cum enim in fig. 2. sit $BN = \psi$, Fig. 2. $NZ = \sigma$ et ang. $YNZ = \omega$ si capiatur $BS = \theta$, erit $NS = \theta - \psi$, et in triangulo sphaerico latus $SZ = \mu$ ex lateribus $NZ = \sigma$, $NS = \theta - \psi$ cum angulo intercepto $ZNS = \omega$ hoc ipso modo determinatur,

XVI.

Cum tres æquationes ex principiis mechanicis deductæ totidem determinationes suppeditent, totum artificium in hoc constat, quemadmodum eas inde commodissime deriuemus. Ac primo quidem statim se offert hæc ratio, qua prima per $2dX$ secunda per $2dY$ et tertia per $2dZ$ multiplicatae in vnâ summam colliguntur; quia enim vt supra vidimus est

$$dX^2 + dY^2 + dZ^2 = dv^2 + vvd\Phi^2$$

$$\text{et } XX + YY + ZZ = vv$$

$$\text{erit } 2dXdX + 2dYdY + 2dZdZ = d.(dv^2 + vvd\Phi^2)$$

$$\text{et } XdX + YdY + ZdZ = vdv.$$

Quare memorata ratione peruenietur ad hanc æquationem :

$$d.(dv^2 + vvd\Phi^2) = -2adt^2 \left(\frac{A+C}{v} dv + \frac{B}{w^2} v dv - Bu(dX \text{ cof. } \theta + dY \text{ fin. } \theta) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \right)$$

vbi formulam $dX \text{ cof. } \theta + dY \text{ fin. } \theta$ euolui conuenit.

Verum ex formulis supra §. 10. erutis colligimus:

$$dX = \frac{XdZ}{Z} - \frac{vd\Phi \text{ cof. } \psi}{\text{fin. } \sigma} \quad \text{et} \quad dY = \frac{YdZ}{Z} - \frac{vd\Phi \text{ fin. } \psi}{\text{fin. } \sigma}$$

ob $Z = v \text{ fin. } \sigma \text{ fin. } \omega$ vnde fit

$$dX \text{ cof. } \theta + dY \text{ fin. } \theta = \frac{dZ}{Z} (X \text{ cof. } \theta + Y \text{ fin. } \theta) - \frac{vd\Phi \text{ cof. } (\theta - \psi)}{\text{fin. } \sigma}$$

modo autem vidimus esse

$$X \text{ cof. } \theta + Y \text{ fin. } \theta = v(\text{cof. } \sigma \text{ cof. } (\theta - \psi) + \text{fin. } \sigma \text{ cof. } \omega \text{ fin. } (\theta - \Phi)) \\ = v \text{ cof. } \mu$$

tum

tum vero est $\frac{dZ}{Z} = \frac{dv}{v} + \frac{d\sigma \cos \sigma}{\sin \sigma} + \frac{d\omega \cos \omega}{\sin \omega}$, vel

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{dv}{v} + \frac{d\sigma \cos \sigma}{\sin \sigma} + \frac{d\psi \cos \omega}{\tan \sigma} \text{ ob } d\omega = \frac{d\psi \sin \omega}{\tan \sigma}.$$

Cum igitur sit $d\Phi = d\sigma + d\psi \cos \omega$, adipiscimur

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{dv}{v} + \frac{d\Phi}{\tan \sigma}, \text{ ita vt fit}$$

$$dX \cos \theta + dY \sin \theta = dv \cos \mu + \frac{v d\Phi \cos \mu}{\tan \sigma} - \frac{v d\Phi \cos (\theta - \psi)}{\sin \sigma} =$$

$$dv \cos \mu + \frac{v d\Phi}{\sin \sigma} (\sin \sigma \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi) + \cos \sigma^2 \cos (\theta - \psi) - \cos (\theta - \psi))$$

ideoque

$$dX \cos \theta + dY \sin \theta = dv \cos \mu - v d\Phi (\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi)).$$

Quocirca aequatio nostra inuenta erit: $d.(dv^2 + v d\Phi^2)$

$$= -2\alpha dt^2 dv \left(\frac{A+C}{v} + \frac{Bv}{w^2} - Bv \cos \mu \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \right.$$

$$\left. - 2\alpha B dt^2 d\Phi. uv (\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi)) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \right).$$

XVII.

Hanc euolutionem formulae $dX \cos \theta + dY \sin \theta$ nimis prolixam multo concinnius ex ipsis valoribus pro X et Y inuentis conficere licet. Cum enim eorum differentialia rite prodeant, si anguli ψ et ω vt constantes tractentur et pro $d\sigma$ scribatur $d\Phi$ haec differentiatio praebet:

$$dX = dv (\cos \sigma \cos \psi - \sin \sigma \cos \omega \sin \psi) - v d\Phi (\sin \sigma \cos \psi + \cos \sigma \cos \omega \sin \psi)$$

$$dY = dv (\cos \sigma \sin \psi + \sin \sigma \cos \omega \cos \psi) - v d\Phi (\sin \sigma \sin \psi - \cos \sigma \cos \omega \cos \psi)$$

T 2

vnde

vnde statim colligitur :

$$dX \cos \theta + dY \sin \theta = dv (\cos \sigma \cos (\theta - \psi) + \sin \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi) - v d\Phi (\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi)))$$

ad quam formam magis contrahendam obseruo in Fig. 2. vbi $NS = \theta - \psi$; $NZ = \sigma$ $SNZ = \omega$ et $SZ = \mu$ fore primo vt supra $\cos \sigma \cos (\theta - \psi) + \sin \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi) = \cos \mu$, deinde vero si ponatur angulus $NZS = \xi$, reperiri

$$\cot \xi = \frac{\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi)}{\sin \omega \sin (\theta - \psi)}$$

vnde concluditur :

$$\begin{aligned} \sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi) &= \frac{\sin \omega \sin (\theta - \psi) \cot \xi}{\sin \xi} \\ &= \sin \mu \cot \xi \end{aligned}$$

ob $\sin \xi : \sin (\theta - \psi) = \sin \omega : \sin \mu$. Ex his ergo impetramus

$$dX \cos \theta + dY \sin \theta = dv \cos \mu - v d\Phi \sin \mu \cot \xi.$$

Vel si in Z ad arcum NZ alium arcum normalem ducamus in eumque ex S perpendicularum in superficie sphaerica demittamus, quod vocemus v erit $\sin v = \sin \mu \cot \xi$ feu

$$\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi) = \sin v$$

aequatio primam determinationem continens ita se habebit

$$d.(dv^2 + vvd\Phi^2) = -2\alpha dt^2 \left(\frac{A+C}{v^2} dv + \frac{Bvdv}{w^2} - Bu(dv \cos \mu - v d\Phi \sin v) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{r^2} \right) \right).$$

XVIII.

Binas reliquas determinationes, quas aequationes differentio-differentiales ex principiis motus deductae suppeditant, commodissime per sequentes combinationes obtinebimus: Primo ergo harum aequationum §. 14 inuentarum prima per Y multiplicata a secunda per X multiplicata subtrahatur vt prouideat:

$$XddY - YddX = -a dt^2 Bu. (Y \cos. \theta - X \sin. \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \text{ seu}$$

valoribus pro x et y substitutis

$$XddY - YddX = \alpha B v u dt^2 (\cos. \sigma \sin. (\theta - \psi) - \sin. \sigma \cos. \omega \cos. (\theta - \psi)) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Cum igitur fit $XddY - YddX$ differentiale ipsius $XdY - YdX$ hanc habebimus aequationem:

$$d. v v d \Phi \cos. \omega = \alpha B v u dt^2 (\cos. \sigma \sin. (\theta - \psi) - \sin. \sigma \cos. \omega \cos. (\theta - \psi)) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Simili modo ex prima ac tertia colligimus

$$XddZ - ZddX = -\alpha Bu Z dt^2 \cos. \theta \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \text{ seu}$$

$$XddZ - ZddX = -\alpha B v u dt^2 \cos. \theta \sin. \sigma \sin. \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

ficque habebitur:

$$d. v v d \Phi \sin. \omega \cos. \psi = -\alpha B v u dt^2 \cos. \theta \sin. \sigma \sin. \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Pari modo secunda aequatio cum tertia coniuncta dat:

$$YddZ - ZddY = -\alpha B v u dt^2 \sin. \theta \sin. \sigma \sin. \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \text{ seu}$$

$$d. v v d \Phi \sin. \omega \sin. \psi = -\alpha B v u dt^2 \sin. \theta \sin. \sigma \sin. \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

T 3

verum

verum probe est notandum, in his tribus aequationibus tantum duas determinaciones contineri, cum in binis tertia iam sponte includatur.

XIX.

Binas postremas ita tractemus, vt cum membra priora differentiari debeant, pars communis $vv d\Phi \sin.\omega$ tanquam vnica quantitas spectetur, sicque fiet:

$$\begin{aligned} \cos.\psi d.vv d\Phi \sin.\omega - d\psi \sin.\psi.vv d\Phi \sin.\omega &= -\alpha Bvudt^2 \\ &\quad \cos.\theta \sin.\sigma \sin.\omega \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}\right) \\ \sin.\psi d.vv d\Phi \sin.\omega + d\psi \cos.\psi.vv d\Phi \sin.\omega &= -\alpha Bvudt^2 \\ &\quad \sin.\theta \sin.\sigma \sin.\omega \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}\right) \end{aligned}$$

vnde d. $vv d\Phi \sin.\omega$ eliminando colligitur

$$d\psi.vv d\Phi \sin.\omega = -\alpha Bvudt^2 \sin.\sigma \sin.\omega \sin.(\theta - \psi) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}\right)$$

sicque variatio lineae nodorum ita definitur vt sit

$$d\psi = -\frac{\alpha Bvudt^2 \sin.\sigma \sin.(\theta - \psi)}{vv d\Phi} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}\right)$$

vnde simul variatio inclinationis innotescit ob $\frac{d\omega}{\sin.\omega} = \frac{d\psi}{\tan.\sigma}$ sin autem ex illis binis formis membrum $vv d\Phi \sin.\omega$ eliminetur, obtinetur

$$d.vv d\Phi \sin.\omega = -\alpha Bvudt^2 \sin.\sigma \sin.\omega \cos.(\theta - \psi) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}\right)$$

quae iam cum prima exuendo angulum ω comparata praebet

$$\begin{aligned} \cos.\omega d.vv d\Phi - d\omega \sin.\omega vv d\Phi &= \alpha Bvudt^2 (\cos.\sigma \sin.(\theta - \psi) \\ &\quad - \sin.\sigma \cos.\omega \cos.(\theta - \psi)) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}\right) \\ &\quad \sin. \end{aligned}$$

$$\sin. \omega d. v v d\Phi + d\omega \cos. \omega. v v d\Phi = -\alpha B v u d t^2 (\sin. \sigma \sin. \omega \cos. (\theta - \psi)) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

vnde concludimus :

$$d. v v d\Phi = -\alpha B v u d t^2 (\sin. \sigma \cos. (\theta - \psi) - \cos \sigma \cos. \omega \sin. (\theta - \psi)) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

$$\text{feu } d. v v d\Phi = -\alpha B v u d t^2 \sin. \nu \left(\frac{1}{w^3} + \frac{1}{u^3} \right)$$

quae est altera determinatio, quam quaeri oportebat.

XX.

Postremam hanc aequationem multiplicemus per $2 v v d\Phi$ et, integrali saltem indicato, fiet

$$v^2 d\Phi^2 = -2 \alpha B d t^2 \int v^2 u d\Phi \sin. \nu \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

qua aequatione ratio inter angulum elementarem $d\Phi$ et tempusculum $d t$ continetur, vbi quidem manifestum est, si massa corporis perturbantis B euanesceret, futurum esse $v^2 d\Phi$ tempori $d t$ proportionale, seu areas circa A descriptas tempori proportionales. Ad hanc aequationem si adiungatur primo §. 17. inuenta, pariter integrata quatenus fieri potest erit

$$d v^2 + v v d\Phi^2 = 2 \alpha d t^2 (A + C) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{j} \right) - 2 \alpha B d t^2 \int \frac{v d\Phi}{w^3} + 2 \alpha B d t^2 \int u (d v \cos. \mu - v d\Phi \sin. \nu) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

quae aequatio insuper variationem distantiae v cum elemento $d\Phi$ vel tempusculo $d t$ comparat, quae duae res proprie ad motum corporis Z in sua orbita

bita spectant. Praeterea vero pro ipsius orbitae variatione, habemus:

$$d\psi = \frac{-\alpha B u dt^2 \sin.\sigma \sin.(\theta - \psi)}{v d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

$$\frac{d\omega}{\sin.\omega} = \frac{-\alpha B u dt^2 \cos.\sigma \sin.(\theta - \psi)}{v d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) = \frac{d\psi}{\tan\sigma}$$

Ac denique argumentum latitudinis σ ad eadem elementa reuocatur ope huius aequationis $d\sigma = d\Phi - d\psi \cos.\omega$.

XXI.

Elementum temporis dt cum quantitate constante a commodissime ex calculo tolletur, si motus quidam regularis et cognitus introducatur, veluti motus medius solis, vel alius corporis, quod circa centrum virium in circulo vniformiter reuoluitur. Ponamus ergo circa corpus in A positum cuius massa sit $=\mathfrak{A}$ aliud corpus, cuius massa $=\mathfrak{C}$ ad distantiam $=a$ in circulo ita circumferri vt tempore t angulum ipsi proportionalem τ absoluat, atque nostrae formulae ad hunc casum accommodabuntur statuendo $A = \mathfrak{A}$, $C = \mathfrak{C}$ et $B = 0$, ita vt tum fiat $v = a$ et $d\Phi = d\tau$. Motus igitur, quem cognitum assumimus, his duabus aequationibus continetur:

$$v^4 d\Phi^2 = 2\alpha D dt^2 \text{ et } dv^2 + v v d\Phi^2 = 2\alpha dt^2 (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{j} \right)$$

vbi primum constantes D et f huic casui conuenienter definiri oportet. Hunc in finem ex priori

$$\text{valor } 2\alpha dt^2 = \frac{v^4 d\Phi^2}{D} \text{ in altera substitutus dat: } dv^2 + v v d\Phi^2 = \frac{(\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) v^4 d\Phi^2}{D} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{j} \right)$$

seu

seu $Df dv^2 + Dfvvd\Phi^2 = (A + E)v^2 d\Phi^2 (f - v)$ va-
de colligitur

$$d\Phi = \frac{dv \vee Df}{v \vee (A + E)v(f - v) - Df}$$

qui aequationi differentiali satis fit tribuendo ipsi v
eiusmodi valorem constantem, quo denominator eua-
nescat, verum alio loco ostendi, hanc solutionem in
integrali admitti non posse, nisi iste denominationis
factor euanscens ad minimum vnus sit dimensio-
nis, vnde necesse est, vt post signum radicale idem
factor occurrat geminatus seu quadratus, vel quod
eodem redit, vt etiam differentiale quantitatis post
signum positae eundem inuoluat factorem. Posito
ergo hoc differentiali $= 0$, fit, $v = \frac{1}{2}f$ quare cum
per hypothosin esse debeat, $v = a$, erit, $f = 2a$, quo
casu ipse denominator fit $(A + E)aa - 2Da$ nihilo
aequandus, ita vt sit $D = \frac{1}{2}(A + E)a$. Iam in al-
terutra aequatione statuatur $v = a$ et, $d\Phi = d\tau$, erit-
que, $a^2 d\tau^2 = a(A + E)adi^2$ seu, $adi^2 = \frac{a^2 d\tau^2}{A + E}$.

XXII

Cum igitur ob motum istum cognitum ad
datum quoduis tempus t innotescat motus medius τ ,
h'c loco temporis in nostrum calculum introduce-
tur, si modo vbiq; loco adi^2 scribatur valor mo-
do inuentus $\frac{a^2 d\tau^2}{A + E}$. Statuamus ergo ad nostras for-
mulas simpliciores reddendas primo $\frac{A + C}{A + E} = m$, dein-
de $B = n(A + C)$, vt fiat $adi^2(A + C) = ma^2 d\tau^2$
et $aBdi^2 = mn a^2 d\tau^2$ vbi notandum est, pertu rbi-
Tom. XII. Nou. Comm. V tiones

tiones fore minimas, si termini numero n affecti fuerint minimi. Nostrae ergo aequationes sequentes induent formas :

- 1°. $v^2 d\Phi^2 = -2mna^2 d\tau^2 \int v^2 u d\Phi \sin. \nu (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2})$
- 2°. $dv^2 + v v d\Phi^2 = 2ma^2 d\tau^2 (\frac{1}{v} - \frac{1}{j}) - 2mna^2 d\tau^2 \int \frac{v dv}{w^2}$
 $+ 2mna^2 d\tau^2 \int u (dv \cos. \mu - v d\Phi \sin. \nu) (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2})$
- 3°. $d\psi = -mna^2 d\tau^2 \cdot \frac{u \sin. \sigma \sin. (\theta - \psi)}{v d\Phi} (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2})$
- 4°. $\frac{d\omega}{\sin. \omega} = -mna^2 d\tau^2 \cdot \frac{u \cos. \sigma \sin. (\theta - \psi)}{v d\Phi} (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}) = \frac{d\psi}{\tan. \sigma}$
- 5°. $d\sigma = d\Phi + mna^2 d\tau^2 \cos. \omega \cdot \frac{u \sin. \sigma \sin. (\theta - \psi)}{v d\Phi} (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}) = d\Phi - d\psi \cos. \omega$

Hisque aequationibus totus corporis Z motus cum omnibus perturbationibus ab actione corporis S oriundis determinatur; vbi imprimis obseruetur formulas integrales, quibus binae priores aequationes sunt affectae, ad perturbationes tantum pertinere ideoque sufficere si earum valores proxime veri colligantur, ex quo his integrationibus negotium approximationis vix impediri est censendum. Mox autem methodum exponam calculum adeo ab his integralibus liberandi.

XXIII.

Statuamus tantisper ad abbreviandum :

$$\int v^2 u d\Phi \sin. \nu (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}) = P$$

$$\int \frac{v dv}{w^2} = Q$$

$$\int u (dv \cos. \mu - v d\Phi \sin. \nu) (\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}) = R$$

vt binæ aequationes priores contrahantur in hæc formas :

$$1^{\circ}. v^2 d\Phi^2 = 2ma^2 d\tau^2 (D - nP)$$

$$2^{\circ}. dv^2 + v^2 d\Phi^2 = 2ma^2 d\tau^2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{f} - n(Q - R)\right)$$

quæ solæ totum negotium conficerent, si corpus *Z* in eodem plano mouetur, in quo corpus perturbans *S* circumferri assumimus; reliquæ aequationes ad motum, vt dicitur, latitudinis pertinent, earumque resolutio multo minoribus laborat difficultatibus, vnde omne studium in binis prioribus est consumendum. Inde autem eliminato elemento *dτ* hæc nascitur aequatio

$$(D - nP)(dv^2 + vv d\Phi^2) = v^2 d\Phi^2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{f}\right) - n(Q - R)$$

vnde elicitur :

$$d\Phi = \frac{dv \sqrt{(D - nP)}}{v \sqrt{\left(v - \frac{vv}{f} - nvv(Q - R) - D + nP\right)}}$$

$$\text{hincque porro } 2ma^2 d\tau^2 = \frac{vv dv^2}{v - \frac{vv}{f} - nvv(Q - R) - D + nP}$$

$$\text{seu } ad\tau \sqrt{2ma} = \frac{v dv}{\sqrt{(-D + nP + v - vv\left(\frac{1}{f} + nQ - nR\right))}}$$

quarum formularum integratio foret in promptu, si fractio *n* vel perturbationes in nihilum abirent,

XXIV.

Aequationem illam hac forma repraesentemus;

$$\frac{dv}{v} \sqrt{(D - nP)} = d\Phi \sqrt{\left(-\frac{1}{f} + n(R - Q) + \frac{1}{v} - \frac{D + nP}{vv}\right)}$$

ex qua discimus distantiam $AZ = v$ tam fieri maximam vel minimam, quando quantitas posteriori signo radicali inuoluta euanescit. Haec autem loca non solum in Astronomia maximi sunt momenti, quia tum corpus Z in absidibus versari dicitur, sed etiam inde eiusmodi egregia subsidia petere licet, quibus motus perturbatus admodum concinne cum motu regulari comparari, eiusque aberrationes ab eo assignari queant. Commodissime hoc praestabitur introducendo in calculum nouum angulum ψ , qui in Astronomia anomalia vera appellatur, et ita est comparatus, ut eo vel euanescente vel ad duos rectos excrecente distantia v fiat vel minima vel maxima. Quo igitur motus propius ad similitudinem motus regularis in ellipsi facti reducatur, statuamus $v = \frac{p}{1 + q \cos \psi}$, ita ut nunc motus conformis sit motui regulari in eiusmodi ellipsi, cuius semiparameter sit $= p$, excentricitas $= q$, ideoque semi-axis transuersus $= \frac{p}{q}$, anomalia vera seu angulo ab axe existente $= \psi$. Facile autem perspicitur ob perturbationes hanc ellipsis speciem continuo mutari, unde non solum anomalia ψ sed etiam litterae p et q ut variables sunt spectandae, quarum variationes iam sum inuestigaturus.

XXV.

Quo haec inuestigatio facilior reddatur, ponamus breuitatis gratia:

$$f - n(R - Q) = M \text{ et } D - nP = N$$

vt

vt habeamus hanc formam euoluendam:

$$\frac{d^2v}{dt^2} \sqrt{N} = d\Phi V \left(-M + \frac{1}{p} - \frac{N}{p^2} \right)$$

Quoniam igitur nunc ponimus $u = \frac{p}{1 + q \cos u}$, seu $\frac{1 + q \cos u}{p}$, per hypothesein, tam casu $u = 0$, quo fit $\frac{1}{p} = \frac{1+q}{p}$, quam casu $u = 180^\circ$, quo casu fit $\frac{1}{p} = \frac{1-q}{p}$ quantitas $-M + \frac{1}{p} - \frac{N}{p^2}$ in nihilum abire debet, ex quo hae duae nascuntur aequationes:

$$-M + \frac{1+q}{p} - \frac{N(1+q)^2}{p^2} = 0 \text{ et}$$

$$-M + \frac{1-q}{p} - \frac{N(1-q)^2}{p^2} = 0$$

quarum differentia dat $\frac{2q}{p} - \frac{4Nq}{p^2} = 0$, ita vt fit $p = 2N$, seu $N = \frac{1}{2}p$, vnde fit $M = \frac{1+q}{p} - \frac{(1+q)^2}{4p}$

Quodsi ergo nostrae ellipsis semiaxis transuersus ponatur = r vt fit $r = \frac{p}{1-qq}$, erit $M = \frac{1}{2r}$, ideoque:

$$\frac{1}{2} - n(R-Q) = \frac{1-qq}{2p} = \frac{1}{2r} \text{ et } D - nP = \frac{1}{2}p.$$

XXVI.

His valoribus in nostra aequatione substitutis habebimus:

$$\frac{d^2v}{dt^2} \sqrt{\frac{1}{2}p} = d\Phi V \left(\frac{1+q}{2p} + \frac{1}{p} - \frac{p}{2p^2} \right)$$

in cuius posteriori membro primum pro $\frac{1}{p}$ valorem $\frac{1+q \cos u}{p}$ scribamus, vt fiat:

$$\frac{d^2v}{dt^2} \sqrt{\frac{1}{2}p} = d\Phi V \left(\frac{1+q}{2p} + \frac{1+q \cos u}{p} - \frac{p \cos^2 u}{2p^2} \right) \text{ ideoque}$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} \sqrt{\frac{1}{2}p} = d\Phi V \frac{2q + 2 + q \cos u - \cos^2 u}{2p}$$

V 3

ita

ita vt fit $\frac{dv}{v} = \frac{q d\Phi}{p} \sin. \nu$; vnde vtique quod nobis erat propositum, agnoscimus, scilicet quoties anomaliae ν sinus euanescit, simul distantiae v differentiale in nihilum abire, eamque propterea vel maximam vel minimam euadere. Tum vero hinc in genere incrementum distantiae v ad elementum $d\Phi$ reducitur, quod ipsum iam cum elemento cognito $d\tau$ ita comparatur, vt ob $D-nP = \frac{1}{2}p$ fit

$$v^2 d\Phi^2 = ma^2 p d\tau^2, \text{ seu } v v d\Phi = a d\tau \sqrt{m a p}.$$

Cum autem fit $\frac{1}{p} = \frac{1+q \cos. \nu}{p}$ erit

$$\frac{dv}{v} = \frac{dp(1+q \cos. \nu)}{p^2} - \frac{dq \cos. \nu + q d\nu \sin. \nu}{p}$$

quae forma ipsi $\frac{q d\Phi}{p} \sin. \nu$ aequalis facta, praebet

$$q(d\Phi - d\nu) \sin. \nu = \frac{dp}{p}(1+q \cos. \nu) - dq \cos. \nu - \frac{d\nu}{\nu} - dq \cos. \nu$$

qua noua differentialium relatio continetur.

XXVII.

Reliquas determinaciones peti oportet ex formulis supra inuentis:

$$p = 2D - 2nP \text{ et } \frac{1}{r} = \frac{1-qg}{p} = \frac{1}{f} - 2n(R-Q)$$

quae differentiarum et loco P, Q, R valores supra exhibitos restituendo suppeditant,

$$dp = -2ndP = -2nv^2 u d\Phi \sin. \nu \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$d. \frac{1}{r} = d. \frac{1-qg}{p} = 2ndQ - 2ndR =$$

$$\frac{2nv dv}{w^2} - 2nu(d\nu \cos. \mu - v d\Phi \sin. \nu) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right).$$

Cum

Cum autem fit $dv = \frac{qvvd\Phi \sin. u}{p} = \frac{qvvd\Phi \sin. u}{1+q \cos. u}$
 etiam hoc posterius differentiale ad elementum $d\Phi$
 reducitur fietque:

$$d. \frac{1}{r} = d. \frac{1-qq}{p} = \frac{2qvvd\Phi \sin. u}{p w^2} - 2nvud\Phi \left(\frac{q \cos. \mu \sin. u}{1+q \cos. u} - \sin. v \right) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right).$$

Est vero $d. \frac{1-qq}{p} = \frac{-dp}{p^2} (1-qq) - \frac{2qdq}{p}$, ideoque

$$qdq = -\frac{dp}{2p} (1-qq) - \frac{1}{2} d. \frac{1-qq}{p} \text{ vnde colligitur}$$

$$qdq = + \frac{n(1-qq)}{p} v^2 u d\Phi \sin. v \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) - \frac{2qvvd\Phi \sin. u}{w^2} \\ + npvud\Phi \left(\frac{q \cos. \mu \sin. u}{1+q \cos. u} - \sin. v \right) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

quae ob $v = \frac{p}{1+q \cos. u}$ contrahitur in hanc

$$qdq = nv^2 u d\Phi \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \left(q \cos. \mu \sin. u - \frac{q \sin. v (q + 2 \cos. u + q \cos. u^2)}{1+q \cos. u} \right) \\ - \frac{2qvvd\Phi \sin. u}{w^2}$$

quae per q diuisa dat

$$dq = nv^2 u d\Phi \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \left(\cos. \mu \sin. u - \frac{\sin. v (q + 2 \cos. u + q \cos. u^2)}{1+q \cos. u} \right) \\ - \frac{2qvvd\Phi \sin. u}{w^2}$$

Denique his valoribus in formula $q(d\Phi - dv) \sin. u = \frac{d^2 p}{v} - dq \cos. u$ substitutis obtinebitur per $\sin. u$ diuisione facta

$$q(d\Phi - dv) = \frac{nv^2 d\Phi \cos. u}{w^2} - nv^2 u d\Phi \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) \left(\cos. \mu \cos. u \right) \\ + \frac{\sin. v \sin. u (2 + q \cos. u)}{1+q \cos. u}$$

XXVIII.

Nunc igitur omnium quantitatum, quae in nostrum calculum ingrediuntur, incrementa momentanea ad idem elementum $d\Phi$, quod eodem tempusculo

pusculo dt , quo secundum motum medium hic introductum angulus $d\tau$ absoluitur, reduximus, unde pro quouis tempore minimo illa incrementa facile assignari poterunt. Primo igitur relatio inter angulum elementarem $d\Phi$ et $d\tau$ hac formula exprimitur:

$$v\omega d\Phi = a d\tau \sqrt{m a^2 d\tau^2 = \frac{1}{2} v^2 d\Phi^2}$$

secundo si statuamus $v = \frac{p}{1+q \cos \psi}$ et $r = \frac{p}{1-q}$ erit

$$1^\circ. dp = -2nv^2 u d\Phi \sin \nu \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$2^\circ. d\frac{1}{r} = \frac{2nqv^2 d\Phi \sin \mu}{p \omega^2} - \frac{2nv^2 u d\Phi}{p} \left(q \cos \mu \sin \nu - (1+q \cos \nu) \sin \nu \right) \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$3^\circ. dq = nv^2 u d\Phi \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right) \left(\cos \mu \sin \nu - \frac{(q+q \cos \mu + q \cos \mu^2) \sin \nu}{1+q \cos \nu} \right) - \frac{nv^2 d\Phi \sin \nu}{\omega^2}$$

$$4^\circ. d\nu = d\Phi - \frac{nv^2 d\Phi \cos \omega}{q \omega^2} + \frac{nv^2 d\Phi}{q} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right) \left(\cos \mu \cos \nu - \frac{(1+q \cos \mu) \sin \nu \cos \omega}{1+q \cos \nu} \right)$$

existente

$$\cos \mu = \cos \sigma \cos (\theta - \psi) + \sin \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi)$$

$$\text{et } \sin \nu = \sin \sigma \cos (\theta - \psi) + \cos \sigma \cos \omega \sin (\theta - \psi)$$

vbi notetur $d\Phi - d\nu$ designare promotiorem momentaneam lineae absidum in ipsa orbita.

Tertio pro motu in latitudinem has habebimus formulas:

$$1^\circ. d\psi = -\frac{nv^2 u d\Phi \sin \sigma \sin (\theta - \psi)}{p} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$2^\circ. \frac{d\omega}{\sin \sigma \omega} = -\frac{nv^2 u d\Phi \cos \sigma \sin (\theta - \psi)}{p} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right) - \frac{d\Phi}{\tan \sigma}$$

$$3^\circ. d\sigma = d\Phi + \frac{nv^2 u d\Phi \cos \omega \sin \sigma \sin (\theta - \psi)}{p} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$\text{seu } d\sigma = d\Phi - d\psi \cos \omega.$$

XXIX.

XXIX.

Si integratio harum formularum absolui posset, nihil amplius in hac inuestigatione esset desiderandum, cum exinde omnis generis perturbaciones, quantumuis fuerint magnae, definire liceret. Cum autem vires Analyseos nondum eousque increuerint, ad approximationes confugere conuenit, quae quidem eo feliciori successu suscipi poterunt, quo minores fuerint perturbaciones: quia enim tunc valores quantitatum p et q pauxillulum mutantur, eas in integratione formularum littera n affectarum sine errore tanquam constantes spectare licet, quin etiam postmodum methodis vsitatis correctiones necessariae haud difficulter elicientur. Interim tamen si excentricitas q fuerit valde magna, difficultates occurrunt, quas tamen certis artificiis adhibendis superare licebit, quae quidem res optime succedit, si excentricitas q parum ab vnitatem discrepat, vti fit in orbitis fere parabolicis cometarum. Maiores autem difficultates se exerunt, quando excentricitas q est quam minima, quia tum variationes anomaliae & maxime increscunt, verumtamen si vsus veniat, et hic remedium sperari posset. Maxime vero hae operationes ob partem $\frac{1}{w}$ impediuntur, quam nisi commode in seriem satis conuergentem conuertere liceat, de integratione omnino erit desperandum, neque tum alia via superesse videtur, nisi vt ex ipsis his formulis differentialibus singulae variationes pro temporis interuallis satis exiguis de-

finiantur, earumque summatione integrationis negotium compensetur, vti alia occasione fusius docui.

Applicatio huius Theoriae ad motum Lunae.

XXX.

Statuatur in A centrum terrae, cuius massa fit $=A$, et dum tabula planum eclipticae refert fit nunc quidem sol in S cuius massa fit $=B$, pro quo loco definiendo dirigatur recta AB ad caeli punctum fixum veluti primam stellam arietis, ac ponatur

longitudo solis seu angulus $BAS = \theta$

et distantia solis a terra seu $AS = u$.

Quae elementa vt ex theoria solis definiantur, ponatur semiaxis transuersus orbitae solis $=a$, semiparameter orbitae solis $=b$, excentricitas orbitae eius $=e$, et anomalia vera $=v$; eritque $u = \frac{b}{1 - e \cos v}$. Tum vero si sol secundum motum medium tempore infinite paruo angulum $d\tau$ percurrere statuatur erit $u u d\theta = a d\tau \sqrt{ab}$, et $dv = d\theta$, nisi ad motum apogei solis respicere velimus. Est vero $b = a(1 - ee)$; vnde fit

$$u = \frac{a(1 - ee)}{1 - e \cos v}, \text{ et } d\tau = \frac{d\theta(1 - ee)^{\frac{3}{2}}}{(1 - e \cos v)^{\frac{3}{2}}} \text{ atque } dv = d\theta \text{ proxime,}$$

vbi

vbi notetur, neglecta excentricitate orbitae solaris fore $u = a$ et $d\theta = d\tau$.

XXXI.

Sit porro in Z luna, cuius massa = C, ac ponatur $\frac{B}{A+C} = n$ existente $\frac{A+C}{A+B} = m$, quoniam angulus elementaris $d\tau$ ex motu medio solis est desumptus, ita, vt sit $\mathcal{A} = A$ et $\mathcal{C} = B$; vnde prodit $\frac{B}{A+B} = mn$. seu $m = \frac{1}{n}$, siquidem massa solis B praemassa terrae A vt infinita spectari potest. Iam pro loco lunae statuatur:

longitudo nodi ascendentis seu angulus BAN = ψ

inclinatio orbitae lunae ad eclipticam seu YOZ = ω

et argumentum latitudinis seu NAZ = σ

vnde fit:

longitudo lunae = $\psi + \text{Ang. tang. (tang. } \sigma \text{ cof. } \omega)$

et latitudo borealis = $\text{Ang. sin. (sin. } \sigma \text{ sin. } \omega)$.

Deinde sit distantia lunae a terra AZ = v et distantia lunae a sole SZ = w , ac definitis hinc duobus angulis μ et ν vt fit

$$\text{cof. } \mu = \text{cof. } \sigma \text{ cof. } (\theta - \psi) + \text{sin. } \sigma \text{ cof. } \omega \text{ sin. } (\theta - \psi)$$

$$\text{sin. } \nu = \text{sin. } \sigma \text{ cof. } (\theta - \psi) - \text{cof. } \sigma \text{ cof. } \omega \text{ sin. } (\theta - \psi)$$

$$\text{erit } ww = vv + uu - 2vu \text{ cof. } \mu \text{ seu } w = \sqrt{(vv + uu - 2vu \text{ cof. } \mu)}$$

XXXII.

His positis si ponamus pro tempore praesente

$$v = \frac{p}{1 - q \text{ cof. } u} \text{ vt } p \text{ denotet orbitae lunaris parametrum}$$

trum dimidiam, q eius excentricitatem, et angulus ν eius anomaliam veram; ideoque iam q negative accipi debeat; tum vero fit $d\Phi$ angulus a luna circa terram eodem tempore descriptus, quo sol conficit angulum $d\tau$, motu medio. Hinc ergo pro motu lunae definiendo hæc habebuntur aequationes:

$$1^\circ. \nu v d\Phi = a d\tau \sqrt{map} = a d\tau \sqrt{\frac{a^2 p}{u}}$$

$$2^\circ. dp = -2nv^2 u d\Phi \sin. \nu \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$3^\circ. dq = -nv^2 u d\Phi \left(\cos. \mu \sin. \nu + \frac{(q - 2\cos. \mu + q \cos. \mu^2) \sin. \nu}{1 - q \cos. \mu} \right) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right) + \frac{nv^2 d\Phi \sin. \nu}{w^2}$$

$$4^\circ. \frac{dv}{v^2} = -\frac{q d\Phi \sin. \nu}{p} \text{ seu } d. \frac{1}{v} = + \frac{q d\Phi \sin. \nu}{p}$$

$$5^\circ. d\nu = d\Phi + \frac{nv^2 d\Phi \cos. \mu}{q w^2} - \frac{nv^2 u d\Phi}{q} \left(\cos. \mu \cos. \nu + \frac{(2 - q \cos. \mu) \sin. \nu \sin. \mu}{1 - q \cos. \mu} \right) \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

denotante $d\Phi - d\nu$ promotionem momentaneam lineae absidum seu apogei lunae in sua orbita:

$$6^\circ. d\psi = \frac{-nv^2 u d\Phi \sin. \sigma \sin. (\theta - \psi)}{p} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$7^\circ. \frac{d\omega}{\sin. \omega} = \frac{d\psi}{\tan. \sigma} = \frac{-nv^2 u d\Phi \cos. \sigma \sin. (\theta - \psi)}{q} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$8^\circ. d\sigma = d\Phi - d\psi \cos. \omega = d\Phi + \frac{nv^2 u d\Phi \sin. \sigma \cos. \omega \sin. (\theta - \psi)}{p} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} \right)$$

XXXIII.

Incipiamus ab evolutione formulae $\frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2}$: quae inde facile instituitur, quod distantia u semper est praemagna prae distantia v ; vnde fit

$$\frac{1}{w^2} = (uu - 2vu \cos. \mu + vv)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{u^2} + \frac{2v \cos. \mu}{u^3} + \frac{3vv(\cos. \mu^2 - 1)}{2u^5}$$

$$\text{ideoque } \frac{1}{w^2} - \frac{1}{u^2} = \frac{2v \cos. \mu}{u^3} + \frac{3vv(\cos. \mu^2 - 1)}{2u^5}$$

Atque

Atque formulae n°. 3 et n°. 5 abibunt in has :

$$3^\circ. dq = \frac{nv^2 d\Phi \sin. u}{u^2} (1 - 3 \text{ cof. } \mu^2 + \frac{3v \text{ cof. } \mu}{2u} (3 - 5 \text{ cof. } \mu^2))$$

$$- \frac{nv\upsilon d\Phi \sin. \nu}{q \text{ cof. } u} (q - 2 \text{ cof. } u + q \text{ cof. } u^2) \left(\frac{3v \text{ cof. } \mu}{u^2} + \frac{3v\upsilon (\text{cof. } \mu^2 - 1)}{2u^2} \right)$$

$$5^\circ. d\upsilon = d\Phi + \frac{nv^2 d\Phi \text{ cof. } u}{qu^2} (1 - 3 \text{ cof. } \mu^2 + \frac{3v \text{ cof. } \mu}{2u} (3 - 5 \text{ cof. } \mu^2))$$

$$- \frac{nv\upsilon d\Phi \sin. \nu \sin. u}{q(1 - q \text{ cof. } u)} \left(\frac{3v \text{ cof. } \mu}{u^2} + \frac{3v\upsilon (\text{cof. } \mu^2 - 1)}{2u^2} \right) (2 - q \text{ cof. } u).$$

Ita vt hinc fit

$$dq \text{ cof. } u + q(d\Phi - d\upsilon) \sin. u = 2nv\upsilon nd\Phi \sin. \nu \left(\frac{3v \text{ cof. } \mu}{u^2} + \frac{3v\upsilon (\text{cof. } \mu^2 - 1)}{2u^2} \right)$$

quae expressio satis simplex deinceps vsu habere poterit.

XXXIV.

Deinde etiam notetur, cum inclinatio ω sit satis exigua ideoque $\text{cof. } \omega = 1 - \frac{1}{2}\omega^2$ fore proxime :

$$\text{cof. } \mu = \text{cof. } (\sigma - \theta + \psi) - \frac{1}{2}\omega \sin. \sigma \sin. (\theta - \psi)$$

$$\sin. \nu = \sin. (\sigma - \theta + \psi) + \frac{1}{2}\omega \text{ cof. } \sigma \sin. (\theta - \psi).$$

DISQUISITIO
DE VERA LEGE REFRACTIONIS RADIORVM
DIVERSICOLORVM.

Auctore

L. E V L E R O.

Definitio 1.

1.

Refractionem mediam voco rationem illam constantem inter finum anguli incidentiae et finum anguli refractionis, secundum quam radii mediae naturae ex alio medio in aliud transeuntes refringuntur. Simili modo eadem ratio, quae in radios rubros competit, *Refractio rubra*, quae autem radiis violaceis conuenit, *Refractio violacea* appellabitur.

Coroll. 1.

2. Cum ergo radii rubri minus, violacei vero magis refringantur, quam medii; refractio rubra propius ad rationem aequalitatis accedit, quam refractio media, haec autem propius, quam violacea.

Coroll. 2.

3. Quodsi igitur refractio media ratione $m:1$; rubra ratione $r:1$ et violacea ratione $v:1$ exprimitur;

matur; fueritque $m > 1$, tum erit $r < m$ et $v > m$; si autem fit $m < 1$, tum erit $r > m$ et $v < m$.

Coroll. 3.

4. Interim tamen si refractione media sit ratio maioris inaequalitatis, etiam refractiones rubra et violacea erunt rationes maioris inaequalitatis, contra si illa sit ratio minoris inaequalitatis, etiam hae erunt rationes minoris inaequalitatis.

Coroll. 4.

5. Statim autem atque vna harum refractionum abit in rationem aequalitatis, etiam reliquae fient rationes aequalitatis. Hoc scilicet casu radii cuiusque naturae sine vlla refractione transeunt.

Scholion.

6. Principalis haec lex vniuersae Dioptricae nititur phaenomenis, quibus compertum est, dum radii ex vno medio in aliud transeunt, refractionem semper ita esse comparatum, vt sinus incidentiae ad sinum refractionis eandem seruet rationem, si scilicet radii eiusdem fuerint naturae seu eundem colorem referant. Pro radiis autem diversae indolis ex observationibus constat radios rubros minorem, violaceos vero maiorem refractionem pati, quam eos, qui sunt indolis mediae, veluti virides; ita tamen vt pro radiis eiusdem indolis lex illa

illa principalis perpetuo locum habeat. Rationibus quidem physicis hanc quoque legem confirmare sunt annisi; cum autem ad hoc perfecta cognitione naturae radiorum opus sit, ob eius defectum perfecta demonstratio a priori petita expectari nequit. Memoratu autem dignum hic vsu venit, quod quaecunque fere hypothesis circa naturam radiorum fingatur, inde eadem lex refractionis deducatur. Quam ob rem etiam reliquas refractionis affectiones ex phaenomenis hauriri expediet.

Phaenomenon I.

7. Dum radii ex medio A in medium B transeunt, si fuerit refractione media $= m : 1$, rubra $= r : 1$ et violacea $= v : 1$; tum vicissim pro radiis ex medio B in medium A transeuntibus erit refractione media $= 1 : m$ seu $\frac{1}{m} : 1$; rubra $= \frac{1}{r} : 1$ et violacea $= \frac{1}{v} : 1$, haec conuersio inde euincitur, quod in transitu radiorum quocunque radius incidens et refractus inter se permutari queant.

Scholion.

8. Ita si radii ex aere in vitrum penetrent, ex plurimis experimentis *Newtonus* conclusit, esse refractionem mediam $= 155 : 100$, rubram $= 154 : 100$ et violaceam $= 156 : 100$, ita vt sit $m = 1,55$, $r = 1,54$ et $v = 1,56$. Vicissim ergo si radii ex vitro in aerem exeant, erit refractione media $= 100 : 154$ et violacea $= 100 : 156$. Vtroque casu manifestum

nifestum est refractionem rubram propius ad rationem aequalitatis accedere, quam mediam, hancque propius, quam violaceam, quippe quae maxime a ratione aequalitatis recedit.

Phaenomenon 2.

9. Si fuerit uti sequitur:

in transitu ex medio	in medium	refractio media	refractio rubra	refractio violacea
A	B	$m : 1$	$r : 1$	$v : 1$
A	C	$M : 1$	$R : 1$	$V : 1$

Tum si radii ex medio B in medium C transeant, erit

refractio media = $M : m = \frac{M}{m} : 1$

refractio rubra = $R : r = \frac{R}{r} : 1$

refractio violacea = $V : v = \frac{V}{v} : 1$

Coroll. 1.

10. Quodsi ergo refractione ex aëre in varias materias diaphanas, cuiusmodi sunt aqua, spiritus vini aliique liquores, tum vero vitrum, cuius quoque varias dari species certum est, chrystallus lapidesque pretiosi, fuerit explorata, tum etiam pro transitu radiorum ex quocunque horum, mediorum in aliud refractione definiri poterit.

Coroll. 2.

11. Ac vicissim etiam si refractione ex quopiam horum, mediorum in aliud, fuerit definita, si

mulque refractione ex aëre in alterutrum eorum constet, tum inde refractione ex aëre in alterum medium concludi potest.

Scholion 1.

12. Eximiam hanc refractionis proprietatem inter phaenomena refero; etiam si ex praecedenti firmiter demonstrari possit. Fingatur enim inter bina media B et C lamina tenuissima media A, sitque angulus incidentiae in medio B = Φ , ejusque sinus = $\sin. \Phi$; eritque sinus refractionis in medio A = $m \sin. \Phi$, pro radiis mediis, quorum refractione est = $1 : m$; pro reliquis vero idem valet ratiocinium. At hic sinus refractionis $m \sin. \Phi$ simul fit sinus incidentiae, dum radius ex medio A in C transit; hinc quia refractione est = $M : 1$ erit sinus refractionis in medio C = $\frac{m}{M} \sin. \Phi$. Eodem autem modo rem se habere debere perspicuum est, si lamella intermedia penitus tollatur, unde cum sinui incidentiae $\sin. \Phi$ conveniat sinus refractionis $\frac{m}{M} \sin. \Phi$, erit utique refractione = $1 : \frac{m}{M} = \frac{M}{m} : 1$ quod idem de radiis rubris et violaceis valet.

Scholion 2

13. Haec sunt generalia refractionis principia, quae partim ex phaenomenis partim ex ratione sunt deducta; neque praeterea quicquam certi reperimus, cui Theoria refractionis superstrui queat. Quantam scilicet quodlibet medium diaphanum patiat

tat refractionem, per experimenta in hunc finem instituta definiri oportet, cum refractionis quantitas utique a peculiari cuiusque medii natura pendeat. Ita apud Auctores passim occurrant experimenta, quibus pro variis mediis, in quae radii ex aëre sunt intronmissi, quantitas refractionis determinatur. Plerumque autem haec experimenta tantum ad radios mediae naturae sunt accommodata, neque iis quicquam certi pro radiis extremis, rubris scilicet et violaceis assignari solet. Hinc quaestio enascitur maximi momenti, num cognita refractione media, dum radii ex quocunque medio in aliud transeunt, exinde per certam regulam refractiones rubra et violacea definiri queant? Quaeritur scilicet, vtrum data refractione media, quae sit $= m : r$, ex ea sola sine vlllo respectu ad ipsorum mediorum indolem habito, tam refractione rubra $r : r$ quam violacea $v : r$ determinari possit? an vero haec determinatio insuper a natura mediorum quodammodo pendeat? Quoniam hic per solam rationem nihil decidere licet, vtrumque casum sollicitè evolui, indeque relationem, quae inter refractiones mediam, rubram ac violaceam intercedere reperitur, sedulo perpendi conueniet, vt deinceps experientia consuli possit, quaenam hypothesis veritati maxime sit consentanea.

Hypothesis. 1.

14. In hac hypothesis statuatur, refractionem rubram et violaceam vnicè a refractione media pendere,

Y 2

dere, ita ut cognita refractione media $m : 1$, per eam solam refractione rubra $r : 1$ et violacea $v : 1$ determinetur, et quantitates r et v tanquam certae quaedam functiones quantitatis m spectari queant.

Coroll. 1.

15. Haec ergo hypothese assumpta statuitur, si pro transitu ex quopiam medio A in aliud medium B fuerit refractione media $m : 1$ rubra $r : 1$ et violacea $v : 1$; tum si pro transitu ex alio quocumque medio C in aliud D refractione media pariter sit $m : 1$, tum etiam refractionem rubram fore $r : 1$ et violaceam $v : 1$.

Coroll. 2.

16. Haec consequentia ita arte cum ipsa hypothese est connexa, ut si ex aequalitate refractionis mediae certa aequalitas refractionis rubrae et violaceae concludi possit, ipsa hypothesis pro vera esset habenda.

Coroll. 3.

17. Ad veritatem ergo istius hypothese dividendum est totum negotium ad hanc quaestionem reducitur, nam si in duobus diversis transitibus ex alio medio in aliud, refractione media utrinque fuerit eadem, eadem refractione rubra et violacea utrinque eadem sit futura. Quemadmodum in casu quo $m = 1$, etiam semper est $r = 1$ et $v = 1$.

$v=1$, quandoquidem hoc casu radii nullam refractionem patiuntur.

Scholion.

18. Haec hypothesis mihi iam olim ita probabilis et constantiae naturae conformis est visa, ut non dubitauerim; eam tanquam principium vniuersae Dioptricae accipere, quod non minus pro certo esset admittendum, quam illa superius commemorata. Nullam enim dubitandi rationem perspicere poteram, cur eidem refractioni mediae non eadem quoque refractiones extremae respondere censeretur. Huic igitur principio disquisitiones meas de lentibus obiectivis ex duplici materia pellucida componendis, quae vitio diuersae radiorum refractionis non essent, obnoxiae, superstruxeram. Nunc autem dubijs grauissimis, quae Acutissimis Geometra Clari-
raut in Mem. Acad. Scient. Parisinae pro A. 1756. aduersus hoc principium proposuit, permotus de eius certitudine ita dubitans coepi, ut id non amplius veritatibus necessariis annumerandum censerem, uti quidem statim mihi erat visum, sed agnoscerem sum coactus, nihil impedire, quo minus aliae leges in natura locum habere queant. Quam ob rem hic istud equidem principium propono, sed non tanquam solum, ad quod refractionis natura sit adstricta; verum deinde innumeras alias leges ipsi adiungam, quae pariter in natura locum habere posse videantur. Quo facto accuratius inuestigabo, quae-

nam harum legum phaenomenis maxime satisfaciatur : haec scilicet via ad veritatem perueniendi vel saltem appropinquandi tutissima videtur.

Problema I.

19. In hypothese refractionis modo memorata, data refractione media pro transitu radiorum quocunque ex medio alio in aliud, definire refractiones extremas, rubram scilicet et violaceam.

Solutio.

Concipiantur media quocunque diaphana A, B, C, D etc. ita comparata, ut dum radii ex eorum quouis in sequens transeunt, refractione media sit eadem $m : 1$; Eadem ergo quoque erit refractione rubra $r : 1$ et violacea $v : 1$. Quod si iam radii ex medio A in medium C transeant, erit refractione media $= m^2 : 1$, rubra $= r^2 : 1$ et violacea $= v^2 : 1$; si autem ex medio A in medium D transeant, erit refractione media $= m^2 : 1$, rubra $= r^2 : 1$ et violacea $= v^2 : 1$. Quare in genere si radii ex medio A in medium quocunque N transeant, fueritque refractione media $= M : 1$ existente $M = m^2$, erit refractione rubra $= r^2 : 1$ et violacea $= v^2 : 1$. Cum vero sit $1/M = n/m$ ideoque $n = \frac{1}{m} M$ erit $1/r^2 = n/r = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{r} M$, hincque $r^2 = M^{1/r : 1/m}$ et $v^2 = M^{1/v : 1/m}$. Quod si ergo pro unica refractione media $m : 1$ nota sit refractione rubra $= r : 1$ et violacea $= v : 1$,
tum

tum pro quacunque alia refractione media $M : 1$ habebitur

$$\text{Refraçtio rubra} = M^{1r:1m} : 1 \text{ et}$$

$$\text{refraçtio violacea} = M^{1v:1m} : 1.$$

Cum igitur constet in transitu ex aëre in vitrum esse $m = 1,55$, $r = 1,54$ et $v = 1,56$ erit

$$\frac{1r}{1m} = \frac{1925207}{1903317} = 1 - \frac{2}{100} \text{ et}$$

$$\frac{1v}{1m} = \frac{1981206}{1903317} = 1 + \frac{2}{100}.$$

Hinc medium surthendo, et loco fractionis $\frac{1}{57}$ scribendo litteram δ in genere affirmare licet, si in transitu quocunque fuerit refraçtio media $= M : 1$, fore refractionem rubram $= M^{1-\delta} : 1$ et violaceam $= M^{1+\delta} : 1$.

Coroll. 1.

20. Cum sit δ fractio tam exigua nempe $\delta = \frac{1}{57}$ erit satis exacte $M^\delta = 1 + \delta/M$ et $M^{-\delta} = 1 - \delta/M$ denotante M logarithmum hyperbolicum ipsius M ; vnde prodit pro refractione media $= M : 1$ proxime :

$$\text{refraçtio rubra} = M - \delta M/M = M - \frac{1}{57} M/M : 1$$

$$\text{refraçtio violacea} = M + \delta M/M = M + \frac{1}{57} M/M : 1.$$

Coroll. 2.

21. Logarithmi autem hyperbolici obtinentur, si vulgares in tabulis exhibiti multiplicentur per 2,30258. Hinc si in his formulis logarithmis vulga-

vulgaribus utamur, loco δ / M scribere debemus
 2, 30258 $\delta / M = \frac{1}{35} / M$, unde pro refractione me-
 dia $M : 1$ fit

$$\text{refractio rubra} = M - \frac{1}{35} M / M : 1$$

$$\text{refractio violacea} = M + \frac{1}{35} M / M : 1.$$

Scholion.

22. In Volum. III. Mem. Acad. Reg. Bo-
 russ. tabulam exhibui ex hac hypothese computa-
 tam, unde pro quavis refractione media statim re-
 fractiones rubra et violacea depromi possunt; eidem-
 que hypothese constructio lentium obiectuarum com-
 positarum innuitur. Isto scilicet tempore haec hy-
 pothesis sola mihi vera est visa, aliaeque circum-
 stantiae impedimento fuerant, quo minus per expe-
 rimenta eius veritatem explorare liceret. Nunc au-
 tem a Cel. D^{no}. Clairaut edoctus etiam aliarum
 hypothesium possibilitatem agnoscere cogor; et ar-
 gumentum ab Eo allatum hoc sufficienter probat,
 etsi ex hypothese emanationis luminis cum attractio-
 ne coniuncta est petitur. Quanquam enim meo
 quidem iudicio haec hypothesis est reiicienda, ta-
 men conclusiones inde deductae possibilitatis notam
 gerunt, atque adeo ipsi veritati consentaneae esse
 possent, non obstante ipsius hypothesis falsitate.
 Quemadmodum enim inde constantia rationis inter
 sinus incidentiae et refractionis pulcherrime ostendi-
 tur, ita etiam reliquae refractionis affectiones inde
 deductae

deductae verae esse possent: sufficiat autem eas tanquam possibiles spectasse.

Hypothesis 2.

23. Hic radii lucis in parti ularum minimarum perniciosissimo motu consistere videntur, ita vt diuersis coloribus diuersi celeritatis gradus conueniant. Tum refractione ab attractione quapiam circa superficiem refringentem exerta effici statuitur, qua fit, vt dum particulae illae ex medio alio in aliud transeunt a tramite rectilineo deflectantur.

Coroll. 1.

24. In hac ergo hypothesi cuiusque coloris radii in quouis medio certus celeritatis gradus tribuitur, quo minima corpuscula radium constituenta per id medium feruntur, in eoque lineam rectam, qua radii directio continetur, describunt.

Coroll. 2.

25. Deinde dum radii ex vno medio in aliud Tab. II. transeunt, circa confinia spatium quoddam quamuis Fig. 4. angustum concipitur A B C D, in quo radii ad alterutrum terminum relati CD attrahantur, motumque suum inflectere et mutare cogantur, deinceps in altero medio iterum in directum profecturi.

Scholion.

26. Si scilicet EF fuerit radius in medio diaphano A celeritate $=a$ motus, isque ad F in aliud medium B ingredi incipiat, spatium quoddam tanquam ABCD certae crassitiei $AC=BD=e$ statuitur, per quod dum radius transit, vim sustineat ad alterum terminum CD normaliter tendentem, ab eaque de sua directione deflectatur simulque celeritatis mutationem patiat, ita vt in hoc spatio lineam quandam curuam FG describere cogatur. Tum vero cum hoc spatium superauerit, celeritate et directione, quam in G fuerit adeptus, in altero medio B secundum rectam GH motum suum sit profecuturus. Erit ergo EF radius incidens in medio A celeritate a motus, et GH radius refractus in medio B cuius celeritas sit $=b$; ac si ad laminam ABCD ambo media separantem ducantur normales FP et GQ, erit angulus incidentiae $EFP=\zeta$ et angulus refractionis $HGQ=\eta$. Hic quidem rationem attractionis, dum radius per laminam ABCD transit, definire non licet, sed mox patebit quaecunque ea fingatur, eadem fere refractionis phaenomena inde sequi. Hoc tantum notasse uuabit, si angulus incidentiae ζ superet angulum refractionis η , attractionem fieri debere ad lineam CD, contra vero ad AB.

Scholion

Scholion 2.

27. Quod ad ipsam hanc hypothesin attinet, eam naturae luminis aduersari, nunc quidem satis manifestum videtur, cum radiorum emanatio vera tantis inuoluta sit difficultatibus, vt in rerum natura nullo modo admitti possit. Quin potius extra omnem dubitationem positum videtur, radios per media diaphana perinde propagari atque sonum per aërem, idque certa quadam pulsuum agitatione fieri, vbi neque vera celeritas neque attractio consistere possit. Interim tamen hi errores ita compensari possent, vt radii in refractione eandem legem sequerentur, ac si omnia secundum hanc hypothesin fierent; ex quo conclusiones ex hac hypothesi etiam si falsa deriuandae minime contemnendae videntur.

Problema 2.

28. Admissa hypothesi modo exposita inuestigare legem refractionis, secundum quam radii ex medio quocunque A in aliud B transeuntes reflectuntur. Tab. II.
Fig. 4.

Solutio.

Sit EF radius incidens in medio A celeritate $=a$ latus, quem primo mediae naturae assumo, vt refractione media eruatur, statuaturque angulus incidentiae $EFP = \zeta$. Tum vero factò in spatio ABCD motus variatione sit in medio B radius refra-

Z 2

ctus

ctus GH celeritatem habens $=b$, et angulus refractionis $HGQ = \eta$. At dum per spatium ABCD viam suam secundum lineam FYG incuruat, sit in loco quocunque Y eius celeritas $=z$, et ducta ad planum separans normali YX, sit Φ angulus, quem cum ea motus directio constituit. Iam ponatur $FX = x$, et $XY = y$, et vis, qua radii corpuscula in Y ad planum CD secundum directionem XY impelluntur $=Y$, quae ut functio quaecunque ipsius Y spectetur. Resoluto igitur motu secundum coordinatas $FX = x$ et $XY = y$, sumtoque dt pro temporis elemento, erit celeritas secundum FX, $= \frac{dx}{dt} = z \sin. \Phi$ et celeritas secundum XY, $= \frac{dy}{dt} = z \cos. \Phi$, quae sola a vi sollicitante Y afficitur; unde per principia mechanica consequimur:

$$\frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} \frac{dy}{dt} = Y$$

ideoque $\frac{dx}{dt} = z \sin. \Phi = \text{Const.} = a \sin. \zeta$, quoniam celeritas secundum FX in radio incidente est $= a \sin. \zeta$; eidem ergo aequalis est celeritas secundum eandem directionem in radio refracto GH quae est $= b \sin. \eta$; ex quo habemus $a \sin. \zeta = b \sin. \eta$, seu $\sin. \zeta : \sin. \eta = b : a$, ita ut sinus incidentiae ad sinum refractionis teneat rationem reciprocam celeritatum radii in utroque medio.

Altera vero aequatio $\frac{d}{dt} \frac{dy}{dt} = Y$ per $z dy$ multiplicata per integrationem dat $\frac{dy^2}{dt^2} = z z \cos. \Phi^2 = z \int Y dy$. Unde si integrale $\int Y dy$ ita capiamus, ut in initio refra-

refractione F, vbi $x=a$ et $\Phi=\zeta$, euanescat, habebimus $xx\text{col.}\Phi^2=aa\text{col.}\zeta^2+2\int Ydy$. Extendamus iam hoc integrale vsque ad alterum terminum G, faciendò $y=e$ fiatque tum $2\int Ydy=E$; et quistum abit $x\text{col.}\Phi$ in $b\text{col.}\eta$, obtinebimus:

$$bb\text{col.}\eta^2=aa\text{col.}\zeta^2+E.$$

At cum sit per ante inuenta $bb\text{fin.}\eta^2=aa\text{fin.}\zeta^2$; hac æquatione addita prodet $bb=aa+E$, vbi quantitas E pendet a ratione attractionis, hoc est a relatione, quae inter ambo media diaphana intercedit. Cum ergo sit $b=\sqrt{(aa+E)}$ erit

$$\text{fin.}\zeta:\text{fin.}\eta=\sqrt{(aa+E)}:a$$

quae est refractione media. Si iam pro altero radio extremo, siue rubro siue violaceo, celeritas in medio A vocetur $=a'$, in medio B vero $=b'$, erit quoque $b'=\sqrt{(a'a'+E)}$, et refractione extrema $=\sqrt{(a'a'+E)}:a'$.

Coroll. 1.

29. Cum pro eodem radio quantitates a et E sint constantes mutato vtrunque angulo incidentiae ζ , proportio $\text{fin.}\zeta:\text{fin.}\eta=\sqrt{(aa+E)}:a$ statim dat constantiam rationis inter sinus incidentiae et refractionis.

Coroll. 2.

30. Eiusdem ergo radii celeritates per diuersa media A et B rationem tenent inuersam refractionis

nis. Si igitur angulus refractionis η minor fit angulo incidentiae ζ , vti fit, dum radii ex medio rariori in densius progrediuntur, secundum hanc hypothesin radii in medio densiori velocius mouentur, quam in rariori.

Coroll. 3.

31. Si a denotet celeritatem radiorum mediae naturae in medio A, sitque refractionis media $= m:1$ erit $\sqrt{aa + E} = ma$ vnde fit constans $E = (mm - 1)aa$. Tum vero si pro altero radiorum extremorum genere veluti rubrorum celeritas in medio A sit $= a'$, et refractionis rubra vocetur $= r:1$ erit quoque $E = (rr - 1)a'a'$ hincque $(rr - 1)a'a' = (mm - 1)aa$ et $r = \sqrt{1 + \frac{(mm - 1)aa}{a'a'}}$.

Coroll. 4.

32. Ob $E = (mm - 1)aa$, erit celeritas radiorum mediorum in altero medio B, nempe $b = ma$, celeritas vero radiorum rubrorum $b' = ra'$, ideoque $b' = \sqrt{a'a' + (mm - 1)aa}$, seu $b'b' - bb = a'a' - aa$, vnde differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii medii et extremi in quouis medio mouentur, est constans.

Scholion.

33. Sit medium A aër, et medium B vitrum, vt sit refractionis media $m = 1,55$; et celeritas

tas radiorum horum in vitro maior erit celeritate in aëre, in ratione 155 : 100. Cum iam sit refractionis rubra = 1,54 : 1 seu $r = 1,54$ hinc ex celeritate radiorum mediorum in aëre a definire poterimus celeritatem radiorum rubrorum $a' = a \sqrt{\frac{m}{r}}$ $= 1,0112 a$ seu $a' = (1 + \frac{1}{89})a$, quae est maior celeritate mediorum parte quasi $\frac{1}{89}$, tanto autem celeritas radiorum violaceorum maior est censenda. Ceterum cum in aëre posita celeritate radiorum mediorum $= a$, sit celeritas radiorum rubrorum $= a' = (1 + \frac{1}{89})a$, intelligimus si radii ex aëre in quodcunque medium transeant pro quo refractionis sit $= m : 1$, refractionem rubram inde perfecte determinari. Atque hinc discimus, quantumvis variae vitri species ratione compositionis inter se discrepent, tamen statim ac refractionis media ex aëre in binas vitri species fuerit eadem, etiam refractiones rubram ac violaceam easdem esse debere, ita ut in his ob vitri varietatem nulla diuersitas locum habere possit, quin simul refractionis media turbetur.

Scholion 2.

34. Hinc iam insignem controuersiam a solertissimo Artifice Anglo Dollondo motam dirimere licet; qui experimentis quibusdam, quae merito non satis certa videntur, institutis contendit in Anglia duplicis generis vitrum reperiri, alterum Chrystalicum, alterum coronarium appellari solitum; quorum hoc multo minorem radiorum dispersionem

nem gignat, quam illud, idque adeo in ratione sesquialtera, qua differentia inter refractiones extremas maior fit in chrystalkino, quam in coronario, quod certe legibus naturae maxime aduertari esset censendum, si refractio media vtriusque esset eadem. Quamuis autem ea in chrystalkino tantillo fit maior, inde tamen tantam discrimen nullo modo oriri potest, id quod etiam inde colligere licet, quod sine dubio inter innumerabiles vitri species vna quaedam reperiatur chrystalko quidem similia, sed quae eandem refractionem mediam ac species coronaria dicta gignat; atque in ista specie etiam refractiones extremae parum a chrystalkinis discrepabunt; iam vero omnino necesse est, ut eae plane perinde se habeant atque in vitro coronario. Ne vero rationibus contra experientiam pugnare videar, notandum est, vitrum coronarium viridi colore esse tinctum, quo euenit, ut in transitu radiorum haud exigua portio rubrorum absorbeatur atque ob hanc potissimum causam dispersio radiorum multo minor deprehendatur, ipsa refractionis lege, quaecunque ea sit, haud turbata.

Problema 3.

35. In hac refractionis hypothese, data refractione media, dum radii ex aëre in aliud medium quodcunque transmittuntur, pro eodem transitu refractionem extremam vtramque definire.

Solutio.

Solutio.

Primum hic observari oportet, hoc problema non vti primum pro omni transitu resolu posse, sed alterius media naturam iam esse debere cognitam: vnde hic pro altero medio aërem assumo, in quo fixi radii media velocitate $= a$ moveantur, celeritatem rubrorum vidimus esse $= (1 + \frac{1}{15})a$, et violaceorum $= (1 - \frac{1}{15})a$. Quod si iam radii ex aëre in aliud medium quodcumque transeant, et per experimenta explorata sit refractio media $= m : 1$, quaeritur refractio tam rubra quam violacea. Sit igitur in hoc medio celeritas radiorum mediorum $= b$, eritque $b = ma$; celeritas autem radiorum rubrorum erit $b' = a\sqrt{((1 + \frac{1}{15})^2 + mm - 1)} = a\sqrt{(mm + \frac{2}{15} + \frac{1}{225})}$, et violaceorum $= a\sqrt{((1 - \frac{1}{15})^2 + mm - 1)} = a\sqrt{(mm - \frac{2}{15} + \frac{1}{225})}$. Brevitatis gratia pro fractione $\frac{1}{15}$, quippe quae non accuratissime cognita est putanda, scribamus a , ut sit in medio proposito celeritas radiorum rubrorum $= a\sqrt{(mm + 2a + aa)}$ et violaceorum $= a\sqrt{(mm - 2a + aa)}$, dum in ipso aëre est celeritas rubrorum $= (1 + a)a$ et violaceorum $= (1 - a)a$. Cum igitur refractio rationem inverfam celeritatum sequatur, in transitu radiorum ex aëre in medium propositum, quo refractio media est $= m : 1$ erit

$$\text{refractio rubra} = \frac{\sqrt{(mm + 2a + aa)}}{1 + a} = \sqrt{(mm - \frac{(mm-1)(2a+aa)}{(1+a)^2})}$$

$$\text{refractio violacea} = \frac{\sqrt{(mm - 2a + aa)}}{1 - a} = \sqrt{(mm + \frac{(mm-1)(2a-aa)}{(1-a)^2})}$$

Vel si radii medii aliquanto aliter constituentur inter extremos, ita repraesentari poterit

$$\text{refractio rubra} = \sqrt{\frac{mm+\alpha}{1+\alpha}} = \sqrt{mm - \frac{\alpha(mm-1)}{1+\alpha}}$$

$$\text{refractio violacea} = \sqrt{\frac{mm-\alpha}{1-\alpha}} = \sqrt{mm + \frac{\alpha(mm-1)}{1-\alpha}}$$

vbi fractio α aliter se habet, est que $\alpha = \frac{1}{13}$. Itaque scilicet hic valor est definitus, vt posito $m=1,55$ refractio rubra prodeat ad violaceam vt 154 ad 156.

Coroll. 1.

36. Cum in quolibet medio differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii rubri, medii, et violacei propagantur, sit eadem, litterae α valor ita est comparatus, vt $\alpha\alpha\alpha$ aequetur isti differentiae, denotante α celeritatem radorum mediam in aere.

Coroll. 2.

37. Si in transitu radorum ex aere in aliud medium sit refractio media $= n : 1$, erit simili modo refractio rubra $= \sqrt{\frac{nn+\alpha}{1+\alpha}} : 1$ et violacea $= \sqrt{\frac{nn-\alpha}{1-\alpha}} : 1$. Quare si radii ex illo medio in hoc transeant, erit refractio media $= \frac{n}{m} : 1$, rubra $= \sqrt{\frac{nn+\alpha}{mm+\alpha}} : 1$ et violacea $= \sqrt{\frac{nn-\alpha}{mm-\alpha}} : 1$.

Coroll. 3.

38. Definita ergo refractione media, quam radii ex aere in singula media diaphana patiuntur, hinc etiam refractio omnium radorum ex quouis medio

medio in aliud quocunque transeuntium assignari potest.

Scholion I.

39. Hinc iam discrimen inter hanc hypothesin et priorem, qua olim usus eram, luculenter perspicitur. Fingamus enim quocunque media diaphana A, B, C, D etc. quorum primum A sit aer, reliqua vero continuo ita fiant densiora, ut refractione media ex quolibet in sequens sit eadem $= m : 1$, ideoque refractione media sit ex A in C $= m^2 : 1$, ex A in D $= m^3 : 1$ etc. Hinc autem ex quolibet medio in sequens transeundo refractiones extremae non prodibunt eadem, uti in priori hypothesisi, sed ita se habebunt:

In transitu	refractio media	refractio rubra	refractio violacea
ex A in B	$m : 1$	$\sqrt{\frac{m^2 + \alpha}{1 + \alpha}} : 1$	$\sqrt{\frac{m^2 - \alpha}{1 - \alpha}} : 1$
ex B in C	$m : 1$	$\sqrt{\frac{m^4 + \alpha}{m^2 + \alpha}} : 1$	$\sqrt{\frac{m^4 - \alpha}{m^2 - \alpha}} : 1$
ex C in D	$m : 1$	$\sqrt{\frac{m^6 + \alpha}{m^4 + \alpha}} : 1$	$\sqrt{\frac{m^6 - \alpha}{m^4 - \alpha}} : 1$

Etsi ergo refractione media utique est eadem, refractiones extremae tamen discrepant, et continuo propius ad mediam conuergunt, ita ut quo densiora fuerint ambo media, eo minus discrimen inter refractiones extremas intercedat.

Scholion 2.

40. Cum a sit fractio admodum parua $\frac{r}{r}$, formulae inuentae commode per approximationem exhiberi poterunt, cum enim sit:

$$\sqrt{m^2 - \frac{a(m^2 - 1)}{1 + a}} = m - \frac{a(m^2 - 1)}{2m(1 + a)} - \frac{a^2(m^2 - 1)^2}{8m^3(1 + a)^2} \text{ etc.}$$

at $\frac{a}{1 + a} = a - a^2 \text{ etc.}$ erit satis accurate

$$\text{refractio rubra} = m - \frac{a(m^2 - 1)}{2m} + \frac{a^2(m^2 - 1)(3m^2 + 1)}{8m^3}$$

$$\text{refractio violacea} = m + \frac{a(m^2 - 1)}{2m} + \frac{a^2(m^2 - 1)(3m^2 + 1)}{8m^3}$$

ideoque differentia inter has extremas = $\frac{a(m^2 - 1)}{m}$.

Quare si media reuera in illarum medio consistere assumatur et loco $m + \frac{a^2(m^2 - 1)(3m^2 + 1)}{8m^3}$ simpliciter scribatur m , neglectis ipsius a potestatibus quadrato altioribus, erit

$$\text{refractio rubra} = m - \frac{a}{2} \frac{m^2 - 1}{m}$$

$$\text{refractio violacea} = m + \frac{a}{2} \frac{m^2 - 1}{m}$$

Hypothesis 3.

41. Ad similitudinem praecedentis hypothesis, dum radorum ex aere in medium quodcunque refractio media est = m : generalius statuatur

$$\text{refractio rubra} = \left(\frac{m^2 + a}{1 + a} \right)^{\frac{1}{2}} : 1 \text{ et}$$

$$\text{refractio violacea} = \left(\frac{m^2 - a}{1 - a} \right)^{\frac{1}{2}} : 1$$

(vt sit $a = \frac{156^\lambda - 154^\lambda}{154^\lambda + 156^\lambda - 2 \cdot 100^\lambda}$.)

Coroll. 1.

42. Generalior haec hypothesis abit in hypothesin secundam modo pertractatam, si sumatur $\lambda = 2$, sin autem ponatur $\lambda = 1$ prodit hypothesis *Newtoniana*, qua statuitur:

refractio rubra $= \frac{m+a}{1+a} : 1 = m - \frac{a}{1+a}(m-1) : 1$ et

refractio violacea $= \frac{m-a}{1-a} : 1 = m + \frac{a}{1-a}(m-1) : 1$

existente $a = \frac{2}{20-100} = \frac{1}{19}$.

Coroll. 2.

43. At si sumatur $\lambda = 0$, ob $m^\lambda = 1 + \lambda m$

erit refractio rubra $= \frac{(1+a+\lambda m)^\lambda}{1+a} = (1 + \frac{\lambda m}{1+a})^\lambda$. Ponatur haec quantitas $= z$, vt sit $z^\lambda = 1 + \frac{\lambda m}{1+a}$

$= 1 + \lambda/z$, erit $1/z = \frac{1}{1+a}$ et $z = m + a$, ideoque

refractio rubra $= m^{\frac{1}{m+a}} : 1$ et violacea $= m^{\frac{1}{m-a}} : 1$ quae est ipsa hypothesis prima supra euoluta, estque proxime $a = \frac{1}{19}$.

Coroll. 3.

44. Tenet ergo hypothesis *Newtoniana* quasi medium inter binas hypotheses ante consideratas: et

A a 3

qua-

quantum altera in excessu ab ea discrepat, tantum altera in defectu diffidere est censenda.

Coroll. 4.

45. Si igitur radii ex aëre in aquam transeant, refractione media existente $=\frac{1}{2}$: 1 seu $m=1$, habebitur :

In hypothesi	refractio rubra	refractio violacea
$\lambda=0$	1, 327608 : 1	1, 339058 : 1
$\lambda=1$	1, 327381 : 1	1, 339506 : 1
$\lambda=2$	1, 326852 : 1	1, 339814 : 1

unde patet discrimen inter refractiones extremas maximum esse in hypothesi $\lambda=2$ minimum vero in hypothesi $\lambda=0$.

Scholion 1.

46. Discrimen autem nimis est parvum, quam ut per experimenta decidi possit; quatenam harum trium hypothesium ad veritatem propius accedat. Cum autem hypothesis *Newtoniana* $\lambda=1$ ideo sit repudianda, quod ea stabilita effectus diuersae refractionis radiorum nunquam tolli posset, utcumque etiam diuersa media refringentia inter se coniungerentur, certum autem sit in oculis animalium nullam plane confusionem ex hoc fonte enasci; hac hypothesi quasi media remota id tantum restat inuestigandum, vtra extremarum ad naturae veritatem propius accedat. Quamuis autem hypo-

hypothesis prima $\lambda = 0$, mihi olim maxime probabilis sit visa, tamen cum secundum eam oculi structuram diligentius essem perscrutatus, quomodocunque refractiones humorum aquei, chrySTALLINI et vitrei assumseram; tamen semper inveni figuram chrySTALLINI concavam esse debere, vt ex diuersa radiorum refractione nulla confusio oriretur, quod argumentum nunc mihi quidem satis validum videtur ad hanc quoque hypothese[m] explodendam. Simul vero hinc hypothesis posterior qua $\lambda = 2$ co- fortuis firmamentam adipiscitur, cum affectus inde oriundis plane contrarius resultet, eaque admissa figura vtique conuexa pro humore chrySTALLINO obtineatur, quemadmodum hoc in natura euenire novimus. Quam ob rem non dubito hanc hypothese[m], qua $\lambda = 2$, tanquam veritati maxime conuenientem spectare, eique principia Dioptricæ superstruere.

Scholion 2.

47. Hypothesi hac qua $\lambda = 2$ tam probabilis facta, operæ pretium erit tabulam exhibere, quæ pro singulis refractionibus mediis refractiones extremas ostendat.

Tabula

Tabula Refractionum

pro transitu radiorum ex aëre in medium
quodcunque.

Refractio media.	Differentia refract.	Refractio rubra.	Refractio violacea.
132 : I	0, 006249	I, 312751	I, 326249 : I
133 : I	0, 006424	I, 323576	I, 336424 : I
134 : I	0, 006597	I, 332403	I, 346597 : I
135 : I	0, 006769	I, 343231	I, 356769 : I
136 : I	0, 006941	I, 353959	I, 366941 : I
137 : I	0, 007112	I, 362888	I, 377112 : I
138 : I	0, 007282	I, 372718	I, 387282 : I
139 : I	0, 007451	I, 382549	I, 397451 : I
140 : I	0, 007619	I, 392381	I, 407619 : I
141 : I	0, 007786	I, 402214	I, 417786 : I
142 : I	0, 007953	I, 412047	I, 427953 : I
143 : I	0, 008119	I, 421881	I, 438119 : I
144 : I	0, 008284	I, 431716	I, 448284 : I
145 : I	0, 008448	I, 441552	I, 458448 : I
146 : I	0, 008612	I, 451388	I, 468612 : I
147 : I	0, 008775	I, 461225	I, 478775 : I
148 : I	0, 008937	I, 471063	I, 488937 : I
149 : I	0, 009098	I, 480902	I, 499098 : I
150 : I	0, 009259	I, 490741	I, 509259 : I
151 : I	0, 009419	I, 500581	I, 519419 : I
152 : I	0, 009579	I, 510421	I, 529579 : I
153 : I	0, 009738	I, 520262	I, 539738 : I
154 : I	0, 009896	I, 530104	I, 549896 : I

Re-

RADIORVM DIVERSICOLORVM. 193

Refractio media.	Differentia refract.	Refractio rubra.	Refractio violacea.
155 : 1	0, 010054	1, 539946 : 1	1, 560054 : 1
156 : 1	0, 010211	1, 549789 : 1	1, 570211 : 1
157 : 1	0, 010367	1, 559633 : 1	1, 580367 : 1
158 : 1	0, 010523	1, 569477 : 1	1, 590523 : 1
159 : 1	0, 010678	1, 579322 : 1	1, 600678 : 1
160 : 1	0, 010833	1, 589167 : 1	1, 610833 : 1
161 : 1	0, 010988	1, 599012 : 1	1, 620988 : 1
162 : 1	0, 011142	1, 608858 : 1	1, 631142 : 1

Problema 4.

43. Refractionem radiorum ex medio quocun-
que M in aliud N transeuntium definire, data re-
fractione media ex aëre in vtrumque medium.

Solutio.

Sit $m : 1$ refractio media, dum radii ex aëre
in medium M transeunt, refractiones autem extre-
mae ita exprimantur $m + dm : 1$, tribuendo ipsi
 dm valorem ex columna differentiarum tabulae prae-
cedentis desumptum, ita vt refractio rubra sit $= m$
 $- dm : 1$ et violacea $= m + dm : 1$. Simili modo
pro radiis ex aëre in medium N transeuntibus fit
refractio media $= n + dn : 1$, valore ipsius dn ex tabu-
la differentiarum itidem desumpto. His positis si radii
ex medio M in medium N ingrediantur, erit

194 DE LEGE REFRACT. RAD. DIVERSIC.

$$\text{refractio media} = n : m = \frac{n}{m} : x$$

$$\text{refractio rubra} = n - dn : m - dm = \frac{n - dn}{m - dm} : x$$

$$\text{refractio violacea} = n + dn : m + dm = \frac{n + dn}{m + dm} : x.$$

Cum autem differentiae dm et dn tam sint parvae ut tanquam differentialia tractari possint, erit proxime :

$$\text{refractio rubra} = \frac{n}{m} - d. \frac{n}{m} : x$$

$$\text{refractio violacea} = \frac{n}{m} + d. \frac{n}{m} : x.$$

Hincque refractio radiorum, quatenus diversae sunt indolis, per media diaphana quotcunque definiri poterit, si modo refractio media ex aëre in singula ista media fuerit cognita.

DE

DE NOVO
M I C R O S C O P I O R V M
 GENERE EX SEX LENTIBVS
 COMPOSITIO.

Auctore

L. E Y L E R O.

1.

Cum microscopia simplicia maiores multiplicatio-
 nes largiri nequeant, nisi lenticulae quam mi-
 nimae adhibeantur, quarum constructio non solum
 summam artificis sollertiam requirit, sed etiam ob-
 iecta ipsis tam prope admoueri debent, vt tantum
 non lenticulam contingant, ideoque minimae inae-
 qualitates in eorum superficie aimis confuse reprae-
 sententur; vt his insignibus incommodis occurratur,
 microscopia composita in vsum vocari sunt coepta,
 quibus maiorum lenticularum beneficio quantumuis
 magnae multiplicationes produci possunt, ita vt ob-
 iecta non adeo prope admoueri necesse sit. Vulgo
 haec microscopia tribus constant lentibus, praeter
 obiectiuam scilicet binis ocularibus, quarum ratio
 ab artificibus diuersimode assignatur. Veram autem
 rationem nuper indicaui, qua fit, vt non solum
 maximum in obiecto spatium conspiciatur, sed
 B b a etiam

etiam repraesentatio a vagis illis coloribus iridis liberetur; tum vero etiam ostendi, quomodo pluribus lentibus oculatis adhibendis campus visionis magis amplificari posset.

2. His autem expeditis in mentem mihi venit longe alia microscopiorum compositorum ratio, similis illi, qua hodie telescopia 5 et sex lentibus instructa in Anglia confici solent. Cum enim horum telescopiorum character in hoc consistat, quod in iis vna lens cum minima apertura occurrat, qua, sine vlla diminutione vel claritatis vel campi conspicui, radii peregrini felicissime arcentur et ab oculo excluduntur, similem structuram ad microscopia accommodare tentavi, vnde eo maiora commoda expectare licet, quod in vulgari microscopiorum compositione repraesentatio obiectorum non mediocriter a radiis peregrinis inquinatur, qui non, uti in telescopiis fieri solet, ope diaphragmatum seu septorum foramine exiguo pertusorum depelli possunt, cum hoc modo campus visionis nimis coarctaretur.

Tab. III.

Fig. I.

3. Huiusmodi constructio quinque lentibus expediti posset, sed quia campus visionis minor esset proditurus, quam in vulgaribus, vnam lentem insuper adiciam, ut campus eo maior reddatur. Obiecto igitur ante focum lenticulae obiectivae constituto, ut eius imago pone eam ad datam distantiam cadat, in hoc ipso loco imaginis colloco lentem
secun-

secundam B, et post eam noto punctum C, in quo lens B obiectum in ipso lentis obiectivae loco A constitutum esset exhibitura; ibique constituo tertiam lentem C, cuius apertura potest esse quam minima, cum debeat esse ad aperturam lenticulae obiectivae, ut distantia BC ad AB. Tum vero sequuntur ternae lentes oculares proprie sic dictae D, E, F, quarum media E in ipso foco postremae F sit posita. Totum ergo negotium eo redit, ut tam distantiae focales singularum lentium, quam earum intervalla ita definiantur, ut microscopium in suo genere perfectissimum reddatur.

4. Sint igitur p, q, r, s, t et v distantiae focales sex lentium et aperturae cuiusque semidiametri

$$AP=x; BQ=\pi q; CR=\pi' r; DS=\pi'' s; ET=\pi''' t$$

et $FV=\pi'''' v$

ac posita distantia obiecti ante lentem obiectivam $=a$, indice multiplicationis $=m$, ad distantiam l quae 8 dig. assumi solet, relatae et semidiameter campi apparentis $=\Phi$, ut sit semidiameter spatii in obiecto conspicui $=a\Phi$, habebimus

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi''''}{m a - l} l$$

qui valor ut maximus reddatur, fit a s semidiameter aperturae maximae, quam lens utrinque aequat

conuexa admittit, cuius distantia focalis = s , quo casu censetur esse $\omega = \frac{1}{2}$; ponamus

$$\pi = \theta \omega; \pi' = 0, \pi'' = -\omega, \pi''' = \omega \text{ et } \pi'''' = -\omega$$

eritque $\Phi = \frac{(s-\theta)M}{ms-1} \cdot l$. Sit autem breuitatis gratia $M = \frac{(s-\theta)^2}{ms-1}$ vt sit $\Phi = M\omega$.

5. Deinde pro litteris lentes determinantibus sit:

$$A = \frac{a}{1+a}; B = -1; C = \frac{c}{1+c}; D = \frac{-b}{1+b}; E = -1; \text{ erit}$$

$$\frac{A}{1+A} = a; \frac{B}{1+B} = \omega; \frac{C}{1+C} = c; \frac{D}{1+D} = -b; \frac{E}{1+E} = \omega$$

hincque

$$\frac{B}{1+B} \pi - \Phi = \omega \theta \omega$$

$$\frac{C}{1+C} \pi' - \pi + \Phi = -(\theta - M)\omega$$

$$\frac{D}{1+D} \pi'' - \pi' + \pi - \Phi = +(\theta + M)\omega$$

$$\frac{E}{1+E} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi = \omega \omega$$

$$\pi'''' - \pi'''' + \pi''' - \pi' + \pi - \Phi = -(3 - \theta + M)\omega$$

unde erunt distantiae loca imaginum successive indicantes

$a = a$	$\alpha = Aa;$	$p = aa$
$b = A \cdot \frac{Na}{\omega} = 0;$	$\beta = 0;$	$q = A \cdot \frac{Na}{\theta}$
$c = A \cdot \frac{Na}{1-N};$	$\gamma = Cc;$	$r = Ac \cdot \frac{Na}{1-N}$
$d = AC \cdot \frac{-Na}{\delta + \theta - N};$	$\delta = dD$	$s = ACb \cdot \frac{Na}{\delta + \theta - N}$
$e = AC \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{Na}{\omega} = 0;$	$\epsilon = -e = 0;$	$t = AC \cdot \frac{b}{1+b} \cdot Ma$
$f = AC \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{Na}{1-N};$	$\zeta = \omega;$	$v = AC \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{Na}{1-N}$

6. Hinc

6. Hinc porro deducuntur lentium interualla

$$AB = a + b = Aa$$

$$BC = \xi + c = A \cdot \frac{Ka}{\xi - M}$$

$$CD = \gamma + d = ACd \cdot \frac{Ka}{(\xi - M)(\gamma + \xi - M)}$$

$$DE = \delta + e = AC \cdot \frac{\nu}{\gamma + b} \cdot \frac{Ka}{\delta + \xi - M} = \nu$$

$$EF = \epsilon + f = AC \cdot \frac{\nu}{\gamma + b} \cdot \frac{Ka}{\delta + \xi - M} = \nu$$

et pro loco oculi $FO = \frac{\nu}{\gamma - \delta + K}$

Nunc vero ut colores iridis destruantur, Theoria hanc praebet aequationem adimplendam:

$$\frac{1}{\gamma + \xi - M} + \frac{1}{\gamma - \delta + M} = 0 \text{ unde fit } \gamma + \xi - M = \gamma - \delta + M$$

ideoque $\delta = \xi - 2(M)$

7. Gradus claritatis perceptae aestimatur ex semidiametro cylindri luminosi, qui a quouis obiecti puncto in oculum transmittitur, qui semper est $\gamma = \frac{1.2}{m \cdot a}$; et ipse claritatis gradus tum aestimatur = 400 γ , claritate plena seu naturali per vnitatem expressa. Verum ipsa apertura lentis obiectivae, seu eius semidiameter x ex hac aequatione definiri debet:

$$\frac{x}{x^2 - a a'} \left\{ \frac{\lambda + \nu a(x - a)}{a^2} + \frac{M(\lambda'' + \nu c(1 - c))}{A^2 c^2 (\xi - M)} \right. \\ \left. + \frac{M(\lambda''' - \nu b(\gamma + b))}{A^2 C^2 b^2 (\delta + \xi - M)} + \frac{M \lambda^{\nu} (\gamma + b)^{\nu}}{A^2 C^2 b^2 (\gamma - \delta + M)} \right\}$$

vbi

vbi pro microscopijs sumi solet $\kappa = 16$, et $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda''', \lambda''''$ et λ^V figurae singularum lentium definiendae inseruiunt, at ν est numerus a refractione pendens, cuius ratio si sit 1,54:1 erit proxime $\nu = 0,226$.

8. Cum debeat esse $\theta > M$, ne distantia BC prodeat negatiua, statuamus $\theta = (1+n)M$, eritque $M = \frac{s l}{m a + n l}$, hinc $\Phi = \frac{3 \omega l}{m a + n l}$, et diameter spatii visi $= \frac{3 a l}{2 (m a + n l)}$ sumpto $\omega = \frac{1}{3}$.

Tum vero est $\theta = \frac{3(n+1)l}{m a + n l}$; $\theta - M = \frac{2 n l}{m a + n l}$; atque $b + \theta - M = 3 - \theta + M = \frac{3 m a}{m a + n l}$; ideoque $b = \frac{3(m a - n l)}{m a + n l}$, unde nostrae determinationes pro constructione microscopii ita se habebunt:

	Diam. apert.	Intervalla
$\phi = a a$;	$PP = 2 x$;	$AB = A a$
$q = A \cdot \frac{a}{1+n}$;	$QQ = \frac{1}{2} A \cdot \frac{a l}{m a + n l}$;	$BC = A \cdot \frac{a}{n}$
$r = A c \cdot \frac{a}{n}$;	$RR = \frac{2 r}{n}$;	$CD = A c \cdot \frac{m a - n l}{n l} \cdot \frac{1}{m}$
$s = A C d \cdot \frac{l}{m}$;	$SS = \frac{1}{2} s$;	$DE = A C \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{1}{m}$
$t = A C \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{3 a l}{m b + n l}$;	$TT = \frac{1}{2} t$;	$EF = A C \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{1}{m}$
$v = A C \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{1}{m}$;	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{m a + n l}{3 m a} v$

et x ex hac aequatione definiri debet

$$\frac{1}{x^2} = \frac{m x^2 \{ \lambda + \nu a (1-a) \}}{a a l^2} + \frac{\lambda'' + \nu c (1-c)}{n A^2 c^2} + \frac{\lambda''' - \nu d (1+b)}{A^2 C^2 d^2} \cdot \frac{1}{m a} + \frac{\lambda^V (1+b)^2}{A^2 C^2 d^2} \cdot \frac{1}{m a^2}$$

9. Hic

9. Hic primum obseruo ad insignes multiplicationes producendas, ad quas huiusmodi instrumenta requiri solent, lentem obiectiuam semper quam minimam assumi conuenire; nam ne tum distantia focalis v nimis fiat exigua, numerorum A et C productum AC capi debet quasi $= \frac{m}{l}$, tum vero interuallum $CD = \frac{m a - n l}{n l}$ fieret enormiter magnum. Sumta autem distantia a valde exigua, vt interualla AB, et BC saltem modica euadant, numerum A valde magnum esse oportet, vt sit quasi $a = 1$; quod etiam claritas exigit, cum hoc modo maior valor pro x prodeat, ita vt sit $x = \frac{1}{x} \sqrt[3]{\frac{a a l}{\lambda m}} = \frac{1}{16} \sqrt[3]{\frac{a a l}{\lambda m}}$, ideoque $y = \frac{1}{16 m} \sqrt[3]{\frac{l}{\lambda m a}}$ et $20 y = \frac{5 l}{4 m} \sqrt[3]{\frac{l}{\lambda m a}}$, hincque claritas $= \frac{25 l l}{16 m m} \sqrt[3]{\frac{l l}{\lambda \lambda m m a a}}$.

10. Sumatur ergo pro A numerus satis magnus, vt interuallum $AB = A a$ modicum euadat, etiamsi distantia a sit minima, tum vero etiam postrema lens arbitrio nostro permittatur, eiusque distantia focalis v vt data spectetur. Tum ergo erit $AC \cdot \frac{l}{m} = \frac{1+b}{b} v = \frac{+m a - 2 n l}{s m a - 2 n l} v$, et $C = \frac{+m a - 2 n l}{s m a - 2 n l} \frac{m v}{\Delta l}$, hincque $c = \frac{C}{1+C} = \frac{2 m v (2 m a - n l)}{2 m v (2 m a - n l) + s \Delta l (m a - n l)}$. Quo valore substituto determinationes nostrae erunt:

$p = \frac{A}{1+A} a;$	$PP = 2x$	$AB = A a$
$q = \frac{A}{1+n} a;$	$QQ = \frac{2}{3} A \cdot \frac{a l}{m a + n l};$	$BC = \frac{1}{n} \cdot A a$
$r = \frac{C}{1+C} \cdot \frac{A}{n} a;$	$RR = \frac{2x}{n};$	$CD = \frac{2(2 m a - n l)}{3 n l} v$
$s = \frac{2(2 m a - n l)}{m a + n l} v;$	$SS = \frac{1}{2} s;$	$DE = v$
Tom. XII. Nou. Comm.		C c 13

$$f = \frac{sm a}{m a + n l} v; \quad TT = \frac{1}{2} t; \quad EF = v$$

$$v = v; \quad VV = \frac{1}{2} v; \quad FO = \frac{m a + n l}{s m a} v$$

et $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s a l}{\lambda m}}$, si modo A superet 4 vel 5.

11. Restat adhuc vnus numerus n , qui quo maior accipitur eo breuius fit instrumentum, tum vero vicissim diameter campi conspiciui $\frac{s a l}{2(m a + n l)}$ imminuitur; verum si multiplicatio m sit praegrandis, vt $m a$ multum superet l tum parum refert, etiamsi numerus n aliquanto maior accipitur. Ponamus in hunc finem $n l = \frac{1}{2} m a$, eritque diameter spatii visi $= \frac{s a}{2 \frac{1}{2}(i+1)} = \frac{s i l}{2(i+1)m}$, et reliquae determinationes fient

$$p = \frac{A}{1+A} a; \quad PP = 2x \quad AB = Aa$$

$$q = \frac{i l}{m a + n l} A a; \quad QQ = \frac{s A i l}{2(i+1)m} \quad BC = \frac{A i l}{m}$$

$$r = \frac{2i(2i-1) A l}{2m v(2i-1) + 2A(i-1)l} v; \quad RR = \frac{2i l}{m a} x \quad CD = \frac{1}{2}(2i-1)v$$

$$s = \frac{2(2i-1)}{i+1} v; \quad SS = \frac{1}{2} s \quad DE = v$$

$$t = \frac{s i}{i+1} v; \quad TT = \frac{1}{2} t \quad EF = v$$

$$v = v; \quad VV = \frac{1}{2} v \quad FO = \frac{i+1}{2i} v.$$

12. Alio loco ostendi, quomodo lens obiectiua ita ex duabus lentibus componi queat, vt confusio inde oriunda euanescat, quae constructio si in praxi succedat, fiet $\lambda = 0$, ac lenti obiectiuae tanta apertura tribui poterit, quantam curuamen facierum eius permittit. Huiusmodi autem lenticulae

GENRE EX SEX LENT. COMPOS. 203

lae duplicatae constructio pro eius distantia focali p ita se habet.

Lenticulae prioris

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = +1, 02863 p \\ \text{posterioris} = -0, 62915 p \end{array} \right.$

Lenticulae posterioris

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = +2, 14041 p \\ \text{posterioris} = +0, 72222 p \end{array} \right.$

Quae ad intervallum circiter $\frac{1}{3}p$ coniungi debent, tum vero apertura tribui poterit, cuius diameter fit $= \frac{5}{18}p$ ac proinde $x = \frac{2}{15}p$, vnde fit $y = \frac{y^2}{20m} \cdot \frac{p}{a} = \frac{s^2}{20m}$ ob $p = a$ proxime et gradus claritatis $= \frac{s^2}{m^2}$.

13. Praeterea hic perpendendum est, numerum i ita assumi debere, vt diameter aperturae lentis secundae $QQ = \frac{s^2 A^2}{2(r+s)m}$ non superet semissem distantiae focalis huius lentis. Ad hoc autem requiritur, vt sit $i > \frac{sma}{ma-si}$. Cum igitur posuerimus $i = \frac{ma}{2l}$, haec conditio postulat vt sumatur $s < \frac{ma-s^2}{2l}$; quod si hic valor $s = \frac{ma-s^2}{2l}$, vel $i = \frac{sma}{ma-si}$ in nostris formulis substituitur, habebimus.

$$p = \frac{A}{i+l} a; \quad PP = 2x; \quad AB = Aa$$

$$q = \frac{al}{ma-l} Aa; \quad QQ = \frac{l}{ma-l} Aa; \quad BC = \frac{s^2}{ma-s^2} Aa$$

$$r = \frac{A(ma+l)amalv}{(ma-s)amv(ma-l)+A(ma+s)l}; \quad RR = \frac{al}{ma-s} x; \quad CD = \frac{amv+l}{ma-s} v$$

$$s = \frac{A(ma+l)}{ma-l} v; \quad SS = \frac{1}{2} s; \quad DE = v$$

$Cc = \quad \quad \quad i =$

$$f = \frac{2ma}{ma-1} \varphi; \quad TT = \frac{1}{2}t; \quad EF = \varphi$$

$$v = \varphi; \quad VV = \frac{1}{2}\varphi; \quad FO = \frac{ma-f}{2ma} \varphi$$

et diameter campi conspicui = $\frac{af}{ma-1}$.

14. Hic ante omnia obseruo, has formulas vsum habere non posse, nisi sit $ma > 3l$ seu $m > \frac{3l}{a}$ hoc est $m > \frac{2.4}{a}$, ob $l = 8$ dig. sicque minores lenticulae ne ad exiguas quidem multiplicationes vsurpari possunt. Statuamus ergo, vt has formulas simpliciores reddamus $mq = \mu l$ vt sit multiplicatio $m = \frac{\mu l}{a}$, et microscopii constructio secundum has mensuras erit instituenda.

Distantiae focales	aperturae	Interualla
$\dot{p} = \frac{Ka}{1+A}$;	PP = 2x;	AB = Aa
$q = \frac{2Aa}{\mu-1}$;	QQ = $\frac{Aa}{\mu-1}$;	BC = $\frac{2Ka}{\mu-2}$
$r = \frac{4\mu(\mu+1)v}{2\mu(\mu+1)v + (\mu+3)Aa} \cdot \frac{Aa}{\mu-2}$;	RR = $\frac{4x}{\mu-2}$;	CD = $\frac{2(\mu+1)}{\mu-2} \varphi$
$s = \frac{2(\mu+1)}{\mu-1} \varphi$;	SS = $\frac{\mu+1}{\mu-1} \varphi$;	DE = φ
$t = \frac{2\mu}{\mu-1} \varphi$;	TT = $\frac{\mu}{2-1} \varphi$;	EF = φ
$v = \varphi$;	VV = $\frac{1}{2}\varphi$;	FO = $\frac{\mu-1}{2\mu} \varphi$

et diameter campi conspicui = $\frac{a}{\mu-1}$, et $x = \frac{a}{16\sqrt{\mu}}$

hincque $y = \frac{a}{16\mu\sqrt{\mu}}$ et claritas = $\frac{25aa}{16\mu\mu\sqrt{\mu\mu}}$.

15. Haec

15. Hae formulae ad praxin maxime videntur accommodatae et quia ob campum expedit, numero μ quam minimos tribui valores, is autem ternario maior capi debet, eo magis, quo maior multiplicatio desideratur, contemplemur sequentes hypotheses.

I. Hypothesis vbi $\mu = 4$ et $m = \frac{22}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$;	PP = 2x	AB = Aa
$q = \frac{2}{3}Aa$;	QQ = $\frac{1}{3}Aa$	BC = 2Aa
$r = \frac{10v}{40v+7Aa} \cdot Aa$	RR = 4x	CD = 10v
$s = \frac{10}{7}v$;	SS = $\frac{2}{3}v$	DE = v
$t = \frac{6}{7}v$;	TT = $\frac{1}{3}v$	EF = v
$v = v$;	VV = $\frac{1}{3}v$	FO = $\frac{1}{3}v$

Diameter spatii conspicui = $\frac{a}{7}$ et $x = \frac{a}{22}$.

II. Hypothesis vbi $\mu = 5$ et $m = \frac{25}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	PP = 2x	AB = Aa
$q = \frac{1}{2}Aa$	QQ = $\frac{1}{2}Aa$	BC = Aa
$r = \frac{15v}{15v+2Aa} \cdot Aa$	RR = 2x	CD = 6v
$s = 3v$	SS = $\frac{2}{3}v$	DE = v
$t = \frac{2}{3}v$	TT = $\frac{1}{3}v$	EF = v
$v = v$	VV = $\frac{1}{3}v$	FO = $\frac{1}{3}v$

Diameter spatii conspicui = $\frac{a}{3}$ et $x = \frac{a}{25}$.

III. Hypothesis vbi $\mu = 7$ et $m = \frac{36}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Intervalla
$p = \frac{\Lambda a}{1 + \Lambda}$	PP = $2x$	AB = Aa
$q = \frac{1}{3} Aa$	QQ = $\frac{1}{3} Aa$	BC = $\frac{1}{3} Aa$
$r = \frac{23v}{56v + 5\Lambda a} \cdot Aa$	RR = x	CD = $4v$
$s = \frac{3}{7} v$	SS = $\frac{4}{7} v$	DE = v
$t = \frac{7}{3} v$	TT = $\frac{7}{3} v$	EF = v
$v = v$	VV = $\frac{1}{3} v$	FO = $\frac{1}{7} v$

Diameter campi conspicui = $\frac{1}{3}a$ et $x = \frac{a}{31}$

IV. Hypothesis vbi $\mu = 9$; et $m = \frac{72}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Intervalla
$p = \frac{\Lambda a}{1 + \Lambda}$	PP = $2x$	AB = Aa
$q = \frac{1}{3} Aa$	QQ = $\frac{1}{3} Aa$	BC = $\frac{1}{3} Aa$
$r = \frac{5v}{15v + \Lambda a} \cdot Aa$	RR = $\frac{1}{3} x$	CD = $\frac{10}{3} Aa$
$s = \frac{3}{9} v$	SS = $\frac{2}{9} v$	DE = v
$t = \frac{9}{3} v$	TT = $\frac{1}{3} v$	EF = v
$v = v$	VV = $\frac{1}{3} v$	FO = $\frac{1}{3} v$

Diameter spatii conspicui = $\frac{1}{3}a$ et $x = \frac{a}{31}$

V. Hypothesis vbi $\mu = 15$ et $m = \frac{120}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Intervalla
$p = \frac{\Lambda a}{1 + \Lambda}$	PP = $2x$	AB = Aa
$q = \frac{1}{7} Aa$	QQ = $\frac{1}{7} Aa$	BC = $\frac{1}{7} Aa$
$r = \frac{10v}{20v + \Lambda a} \cdot Aa$	RR = $\frac{1}{7} x$	CD = $\frac{1}{7} v$
$s = \frac{10}{7} v$	SS = $\frac{1}{7} v$	DE = v
$t = \frac{15}{7} v$	TT = $\frac{15}{7} v$	EF = v
$v = v$	VV = $\frac{1}{7} v$	FO = $\frac{1}{7} v$

Diameter spatii conspicui = $\frac{1}{7}a$ et $x = \frac{a}{35}$

VI.

VI. Hypothesis vbi $\mu = 27$ et $m = \frac{216}{5}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{\Lambda a}{\Lambda + 1}$	PP = 2x	AB = Aa
$q = \frac{1}{13} Aa$	QQ = $\frac{1}{13} Aa$	BC = $\frac{1}{13} Aa$
$r = \frac{21\psi}{252\psi + 5Aa} Aa$	RR = $\frac{1}{8} x$	CD = $\frac{7}{3} \psi$
$s = \frac{29}{13} \psi$	SS = $\frac{14}{13} \psi$	DE = ψ
$t = \frac{27}{13} \psi$	TT = $\frac{27}{26} \psi$	EF = ψ
$v = \psi$	VV = ψ	FO = $\frac{13}{27} \psi$

Diameter spatii conspicui = $\frac{1}{18} a$ et $x = \frac{a}{18}$.

16. Patet ergo, si lenticula obiectiua simplex adhibeatur, pro his maioribus multiplicationibus, huic lenti tam exiguam aperturam tribui debere, vt claritas fiat quam minima, tum vero etiam apertura lentis tertiae C erit quasi puncti instar, quo pacto vtique radii peregrini felicissime arcebuntur. Interim tamen ad haec microscopia perficienda in hoc maxime erit elaborandum, vt lentes obiectiuae compositae, quarum descriptionem supra dedi, ad praxin deduci queant. Cum enim tum capi possit $x = \frac{2}{10} p$ seu $x = \frac{2}{10} a$, ob $a = p$ proxime, claritas inde obtinebitur multis partibus maior, ita vt tanta illuminatione obiecti, quantam microscopia ordinaria postulant, non amplius sit opus. Dabo exemplum ex hypothesis V desumptum:

Microscopium obiecta sexcenties amplificans.

17. Statuo distantiam obiecti a lente obiectiua $a = \frac{1}{2}$ dig. ac sumo numerum $A = 30$, vt fiat interual-

teruallum $Aa = 6$ dig. tum vero fit $v = \frac{1}{2}$ dig. et determinationes microscopii erunt in digitis expressae

Diffantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{6}{27} = 0,194;$	$PP = 2x$	$Aa = 6$
$q = \frac{6}{7} = 0,857$	$QQ = \frac{5}{7} = 0,429$	$BC = 1$
$r = \frac{20}{35} = 0,690$	$RR = \frac{1}{3}x$	$CD = 1\frac{1}{2}$
$s = \frac{1}{7} = 1,143$	$SS = \frac{1}{7} = 0,572$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{15}{14} = 1,071$	$TT = \frac{15}{14} = 0,536$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = \frac{1}{4} = 0,250$	$FO = \frac{7}{10}$

Diameter spatii conspicui $= \frac{1}{70}$ et $y = \frac{x}{17}$, vnde claritas $= \frac{16}{9}xx$. Tota autem instrumenti longitudo $= 9\frac{17}{10}$ dig.

Quodsi iam lentem obiectiuam duplicare vellemus, has mensuras obseruari oportet:

Pro lenticula priore	pro lenticula posteriori
radius faciei { ant. $= +0,199$ post. $= -0,122$	radius faciei { ant. $= +0,414$ post. $= +0,140$

ac tum erit $x = \frac{2}{370} = 0,03$ et claritas $= 0,0015 = \frac{1}{177}$ qui gradus adhuc satis est notabilis.

Microscopium bis millies amplificans.

18. Sumo hic $a = \frac{1}{18}$ dig. hypothesi VI, vtens, et $A = 60$ atque $v = \frac{1}{2}$ dig. vnde hae determinationes oriuntur:

Distan-

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{6}{81} = 0,098\frac{1}{3}$	$PP = 2x$	$AB = 6$
$q = \frac{6}{13} = 0,462$	$QQ = 0,231$	$BC = \frac{1}{3}$
$r = \frac{21}{52} = 0,404$	$RR = \frac{1}{8}x$	$CD = 1\frac{1}{8}$
$s = \frac{14}{17} = 1,077$	$SS = 0,539$	$DE = \frac{1}{3}$
$t = \frac{27}{26} = 1,039$	$TT = 0,520$	$EF = \frac{1}{3}$
$v = \frac{1}{3} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{13}{24}$

Diameter spatii conspici $= \frac{1}{250}$ dig. et $y = \frac{x}{27}$, vnde claritas $= \frac{400xx}{729}$; longitudo instrumenti $= 9$ dig.

Si lens obiectiua duplicata succedat, erit $x = \frac{5}{203}$, ideoque claritas $= \frac{1}{1700}$, at lenticulæ duplicatæ constructio ita se habet.

Pro lenticula priore	pro lenticula posteriori
radius faciei { ant. $= +0,101$; post. $= -0,062$;	radius faciei { ant. $= +0,211$; post. $= +0,071$

19. Si hæc constructio in praxi nulla obstacula, quæ vinci nequeant, offendat, nullum est dubium, quin hoc microscopiorum genus, illis, quæ vulgo sunt in vsu, longissime sit antefendum, propterea quod etiam pro maxima amplificatione satis modica longitudine contineri queat, cum microscopia vulgaria nimis enormem longitudinem requirant. Si enim ope microscopii communis bis millies amplificare velimus lentemque obiectiuam, cuius distantia foci quoque sit $\frac{1}{16}$ dig. adhibeamus, longitudo instrumenti ad 20 dig. exurgit, etiamsi lente oculari semissis digiti vtamur. Quin

Tom. XII. Nou. Comm. D d etiam

etiam hic longitudinem fere ad semissem reducere licet, si numerum A minorem accipiamus; id solum est perpendendum, quod lentes B et C in eadem fere ratione minuuntur, quod quidem incommodum nullius est momenti. Impresimis autem suspicor, minimam lentis tertiae aperturam non parum ad repraesentationem magis distinctam reddendam esse collaturam, cum idem effectus in telescopiis obseruetur.

20. Sin autem haec microscopia ad multo maiores amplificationes intruere velimus, equidem non suaferim, lenticulas obiectiuas minores adhibere, quam $\frac{1}{10}$ dig. in foco; cum quod tales exiguae lenticulae difficulter parentur, tum vero praecipue quod obiecta nimis prope admoueri oporteret, quo obseruationes microscopicae non mediocriter turbantur. Malo ergo, numero μ maiores valores tribuendo, adhuc quasdam hypotheses adiungere, vnde deinceps quouis casu constructiones huiusmodi microscopiorum peti queant.

VII. Hypothesis $\mu = 45$ et $m = \frac{360}{a}$.

Distanciae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$;	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{23} Aa$;	$QQ = \frac{1}{24} Aa$	$BC = \frac{1}{27} Aa$
$r = \frac{116v}{345v + 4Aa} \frac{Aa}{v}$;	$RR = \frac{2}{27} x$	$CD = \frac{46}{27} v$
$s = \frac{46}{22} v = \frac{22}{11} v$;	$SS = \frac{23}{24} v$	$DE = v$
$t = \frac{45}{22} v$;	$TT = \frac{45}{24} v$	$EF = v$
$v = v$;	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{22}{25} v$
Diameter spatii conspicii $= \frac{1}{24} a$.		VIII.

GENERE EX SEX LENT. COMPOS. 211

VIII. Hypothesis $\mu = 63$, et $m = \frac{504}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	PP = 2x	AB = Aa
$q = \frac{1}{31} Aa$	QQ = $\frac{1}{52} Aa$	BC = $\frac{1}{30} Aa$
$r = \frac{448v}{1344v + 11Aa} \cdot \frac{Aa}{5}$	RR = $\frac{1}{15} x$	CD = $\frac{52}{15} v$
$s = \frac{64}{31} v$	SS = $\frac{32}{31} v$	DE = v
$t = \frac{62}{31} v$	TT = $\frac{63}{52} v$	EF = v
$v = v$	VV = $\frac{1}{2} v$	FO = $\frac{31}{52} v$

Diameter spatii conspicii = $\frac{1}{52} a$.

IX. Hypothesis $\mu = 99$ et $m = \frac{792}{a}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	PP = 2x	AB = Aa
$q = \frac{1}{49} Aa$	QQ = $\frac{1}{57} Aa$	BC = $\frac{1}{44} Aa$
$r = \frac{2475v}{3300v + 17Aa} \cdot \frac{Aa}{4}$	RR = $\frac{1}{24} x$	CD = $\frac{25}{12} v$
$s = \frac{100}{49} v$	SS = $\frac{50}{49} v$	DE = v
$t = \frac{99}{49} v$	TT = $\frac{99}{57} v$	EF = v
$v = v$	VV = $\frac{1}{2} v$	FO = $\frac{49}{57} v$

Diameter spatii conspicii = $\frac{1}{57} a$.

21. Hypotheses istae inde sunt natae, quod posuimus $QQ = \frac{1}{2} q$ operae igitur pretium erit alios casus evolvere. Hunc in finem ponamus in genere $m = \frac{\mu l}{a} = \frac{1}{2} \frac{\mu}{a}$, et determinationes erunt:

D d 2

p =

$p = \frac{Aa}{1+A}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{Aa}{1+n}$	$QQ = \frac{3Aa}{2(\mu+n)}$	$BC = \frac{Aa}{n}$
$r = \frac{C}{1+C} \cdot \frac{Aa}{n}$	$RR = \frac{2x}{n}$	$CD = \frac{2(2\mu-n)}{3n} \psi$
$s = \frac{2(2\mu-n)}{\mu+n} \psi$	$SS = \frac{1}{2} s$	$DE = \psi$
$t = \frac{3\mu}{\mu+n} \psi$	$TT = \frac{1}{2} t$	$EF = \psi$
$\psi = \psi$	$VV = \frac{1}{2} \psi$	$FO = \frac{\mu+n}{3\mu} \psi$

et diameter campi conspicui $= \frac{3a}{2(\mu+n)}$ existente
 $C = \frac{2\mu-2n}{3\mu-3n} \cdot \frac{\mu\psi}{Aa}$ Sumamus iam esse $QQ = \frac{1}{3}q$, erit
 $n = \frac{2\mu-9}{7}$, hinc $C = \frac{2\mu+12}{5\mu+9} \cdot \frac{\mu\psi}{Aa}$, et habebimus

Distantias focales	Aperturas	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{7Aa}{2(\mu-1)}$	$QQ = \frac{7Aa}{6(\mu-1)}$	$BC = \frac{7}{2\mu-9} Aa$
$r = \frac{C}{1+C} \cdot \frac{3Aa}{2\mu-9}$	$RR = \frac{14x}{2\mu-9}$	$CD = \frac{2(4\mu+3)}{2\mu-9} \psi$
$s = \frac{2(4\mu+3)}{3(\mu-1)} \psi$	$SS = \frac{4\mu+3}{3(\mu-1)} \psi$	$DE = \psi$
$t = \frac{7\mu}{3(\mu-1)} \psi$	$TT = \frac{7\mu}{6(\mu-1)} \psi$	$EF = \psi$
$\psi = \psi$	$VV = \frac{1}{2} \psi$	$FO = \frac{3(\mu-1)}{7\mu} \psi$

et diameter spatii conspicui $= \frac{7a}{6(\mu-1)}$, quae vtique maior est, quam ante.

22. Cum hoc augmentum in maximis multiplicationibus maximi sit momenti, vt id vltius augeamus, sumamus $QQ = \frac{1}{4}q$, fietque $n = \frac{\mu-6}{5}$, et $C = \frac{3\mu+2}{2\mu+5} \cdot \frac{\mu\psi}{Aa}$; vnde prodit diameter campi conspicui $= \frac{5a}{4(\mu-1)}$, quae se habet ad praecedentem, vt 15:14. cum vero vltiora augmenta sint valde parua,

GENÈRE EX SEX LENT. COMPOS. 213

pàrua , siquidem vltra $\frac{s}{\mu}$ progredi non licet, hic subsistamus , erunt ergo

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	PP = 2x	AB = Aa
$q = \frac{5Aa}{\mu-1}$	QQ = $\frac{5Aa}{4(\mu-1)}$	BC = $\frac{5Aa}{\mu-6}$
$r = \frac{C}{1+C} \frac{5Aa}{\mu-6}$	RR = $\frac{10x}{\mu-6}$	CD = $\frac{2(3\mu+2)}{\mu-6} \psi$
$s = \frac{3\mu+2}{\mu-1} \psi$	SS = $\frac{1}{2} s$	DE = ψ
$t = \frac{5\mu}{2(\mu-1)} \psi$	TT = $\frac{1}{2} t$	EF = ψ
$v = \psi$	VV = $\frac{1}{2} v$	FO = $\frac{2(\mu-1)}{5\mu} \psi$

23. Ad maximas multiplicationes haec constructio multo magis idonea videtur, quam praecedens. Sumamus exempli causa $\mu = 51$, erit $C = \frac{1}{31} \frac{51\psi}{Aa}$, et multiplicatio $m = \frac{408}{a}$. Sit porro $a = \frac{1}{10}$, et $Aa = 5$, ideoque $A = 50$, et $\psi = \frac{1}{2}$ vnde oritur :

Microscopium quater millies multiplicans ita determinatum.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{5}{51} = 0,098$	PP = 2x	AB = 5 = 5,000
$q = \frac{1}{2} = 0,500$	QQ = 0,125	BC = $\frac{5}{9} = 0,555$
$r = \frac{527}{397} \frac{5}{9} = 0,490$	RR = $\frac{2}{9} x$	CD = $\frac{31}{9} = 3,444$
$s = \frac{155}{100} = 1,550$	SS = 0,775	DE = $\frac{1}{2} = 0,500$
$t = \frac{51}{40} = 1,275$	TT = 0,638	EF = $\frac{1}{2} = 0,500$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	VV = 0,250	FO = $\frac{10}{31} = 0,196$

D d 3

et

et diameter spatii conspicui $= \frac{1}{400}$ dig. Si lens duplicata adhibeatur, vt capi possit $x = \frac{1}{10} p = \frac{1}{400}$, ob $y = \frac{x}{\mu} = \frac{1}{170 \cdot 20}$ erit claritas $= \frac{1}{28000}$; quae adhuc satis est notabilis. Longitudo autem totius instrumenti est 10, 196 dig.

vnde patet hoc microscopium satis fore commodum pro insigni, quam praestat, multiplicatione.

24. Infinitae vero insuper aliae formae huiusmodi microscopiorum pro varia numerorum A et n determinatione exhiberi possunt, atque dignitas argumenti omnino exigere videtur, vt quasdam ad praxin prae ceteris accommodatas in medium afferamus. Formulas igitur generales § 21. ex positione $m = \frac{\mu l}{a} = \frac{n \mu}{a}$ natas perpendens quoniam vidi ad. insignes multiplicationes producendas numero n maiores valores tribui conuenire; duo incommoda potissimum euitari debere videntur, alterum ne distantia focalis q nimis fiat exigua, alterum ne longitudo instrumenti nimis fiat magna. Cum igitur distantia focalis v iam tam parua accipiatur, quam circumstantiae permittunt, primum pono $Aa = nv$, seu $A = \frac{nv}{a}$, vt fiat $q = \frac{n}{1+n} v$, et $BC = v$. Deinde quia iam longitudo instrumenti potissimum. a binis interuallis AB et CD pendet, inter haec certam statuam relationem vel aequalitatis vel inaequalitatis, ac tum facile erit iudicare, quaenam pro qualibet multiplicatione sit maxime idonea.

25. Cum

25. Cum igitur fit $Aa = nv$, et multiplicatio $m = \frac{2\mu}{a}$; fit primo $CD = AB$, seu $nv = \frac{2(\mu - n)}{3n} v$, eritque $\mu = \frac{n(3n+2)}{4}$ et $C = \frac{n(3n+2)}{3n-2}$, quibus valoribus substitutis fiet.

I. Multiplicatio $m = \frac{2n(3n+2)}{a}$. II. Diam. spatii visi $= \frac{2a}{n(n+2)}$. III. Claritas $= \frac{400xx}{\mu\mu} = \frac{25600xx}{mnaa} = \frac{6400xx}{nn(3n+2)}$, ac praeterea

$p = \frac{nav}{a + nv}$	$PP = 2x$	$AB = nv$
$q = \frac{nv}{1+n}$	$QQ = \frac{2v}{n+2}$	$BC = v$
$r = \frac{n(3n+2)}{(n+2)(3n-1)} v$	$RR = \frac{2x}{n}$	$CD = nv$
$s = \frac{4n}{n+2} v$	$SS = \frac{1}{3} s$	$DE = v$
$t = \frac{3n+2}{n+2} v$	$TT = \frac{1}{3} t$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{3} v$	$FO = \frac{n+2}{3n+2} v$

At vt fiet $QQ < \frac{1}{3} q$ esse debet $n > 1 + \sqrt{5}$ seu $n > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

26. Sin autem manente $Aa = nv$ faciamus $CD = 2AB = 2nv$, erit $\mu = \frac{n(3n+1)}{2}$ et $C = \frac{2n(3n+1)}{3n-1}$, vnde sequens prodit microscopiorum forma.

I. Multipl. $m = \frac{4n(3n+1)}{a}$. II. Diam. spatii visi $= \frac{a}{n(n+1)}$. III. Claritas $= \frac{1600xx}{nn(3n+1)^2}$, ac praeterea

$p = \frac{nav}{a + nv}$	$PP = 2x$	$AB = nv$
$q = \frac{nv}{n+1}$	$QQ = \frac{v}{n+1}$	$BC = v$
$r = \frac{2n(3n+1)}{(n+1)(3n-1)} v$	$RR = \frac{2x}{n}$	$CD = 2nv$
$s = \frac{4n}{n+1} v$	$SS = \frac{1}{3} s$	$DE = v$
$t = \frac{3n+1}{n+1} v$	$TT = \frac{1}{3} t$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{3} v$	$FO = \frac{n+1}{3n+1} v$

vbi

vbi sumi debet $n > 2$ vt fiat $QQ < \frac{1}{3}q$. Haec forma praecedenti anteferenda videtur, quod iisdem numeris n maiores multiplicationes producat.

27. Sumamus ergo vt haectenus $v = \frac{1}{2}$ dig. et pro variis valoribus numeri n sequentes constituamus microscopiorum formas, in quibus si lens obiectiua duplicata conficiatur, vt sumi possit $x = \frac{5}{10}a$, erit claritas $= \frac{36aa}{nn(xn+1)^2}$.

I. Forma Microscopiorum $n = 2$.

Multiplicatio $m = \frac{56}{a}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{7}$; Claritas $= \frac{9aa}{49}$.

Distanciae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{a}{1+a}$	PP = $\frac{5a}{10}$	AB = 1
$q = \frac{1}{2} = 0,333$	QQ = 0,167	BC = $\frac{1}{2}$
$r = \frac{14}{33} = 0,424$	RR = $\frac{14}{33}$	CD = 2
$s = \frac{1}{3} = 1,333$	SS = 0,667	DE = $\frac{1}{3}$
$t = \frac{2}{3} = 1,167$	TT = 0,583	EF = $\frac{1}{3}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	VV = 0,250	FO = $\frac{2}{11}$

hinc tota longitudo microscopii AO = $4\frac{5}{7}$ dig.

Si minores lentes oculares non admittamus quam $a = \frac{1}{10}$ dig. neque maiores quam $a = \frac{1}{2}$ haec forma a multiplicatione $m = 112$ vsque ad $m = 560$ vsurpari potest.

II. Forma

GENERE EX SEX LENT. COMPOS. 217

II. Forma microscopiorum $n=3$.

Mult. $m = \frac{120}{a}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{11}$; Claritas $= \frac{60}{11}$

Distantiae focales	Aperturæ	Intervalla
$p = \frac{2a}{2+a}$	PP $= \frac{2a}{11}$	AB $= 1\frac{1}{2}$
$q = \frac{2}{7} = 0,375$	QQ $= 0,125$	BC $= \frac{1}{8}$
$r = \frac{2}{14} = 0,441$	RR $= \frac{2}{10}$	CD $= 3$
$s = \frac{2}{3} = 1,500$	SS $= 0,750$	DE $= \frac{1}{2}$
$t = \frac{2}{4} = 1,250$	TT $= 0,625$	EF $= \frac{1}{4}$
$v = \frac{2}{1} = 0,500$	VV $= 0,250$	FO $= \frac{1}{11}$

Hinc tota longitudo AO $= 6\frac{1}{2}$ dig.

Limites huius formæ in multiplicando sunt $m = 240$ et $m = 1200$.

III. Forma microscopiorum $n=4$.

Mult. $m = \frac{20a}{a}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{11}$; et Clar. $= \frac{50a}{11}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Intervalla
$p = \frac{2a}{2+a}$	PP $= \frac{2a}{11}$	AB $= 2$
$q = \frac{2}{3} = 0,400$	QQ $= 0,100$	BC $= \frac{1}{3}$
$r = \frac{2}{11} = 0,452$	RR $= \frac{2}{10}$	CD $= 4$
$s = \frac{2}{7} = 1,600$	SS $= 0,800$	DE $= \frac{1}{2}$
$t = \frac{2}{10} = 1,300$	TT $= 0,650$	EF $= \frac{1}{4}$
$v = \frac{2}{1} = 0,500$	VV $= 0,250$	FO $= \frac{1}{11}$

Hinc tota longitudo AO $= 7\frac{1}{2}$ dig.

Sumta distantia focali $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio prodit $m = 416$. at sumta $a = \frac{1}{10}$ dig. erit multiplicatio $m = 2080$.

218 DE NOVO MICROSCOPIORVM

Sicut hoc tam modico instrumento multiplicatio ultra bis. millies extendi potest.

IV. *Forma microscopiorum n=5.*

Mult. $m = \frac{320}{9}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{10}$; et Clar. $= \frac{900}{1500}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{5^2}{4-1} = 1,25$	PP = $\frac{10}{10}$	AB = $2\frac{1}{2}$
$q = \frac{5}{1-1} = 0,417$	QQ = $0,083$	BC = $\frac{1}{2}$
$r = \frac{40}{1-1} = 0,460$	RR = $\frac{20}{10}$	CD = 5
$s = \frac{5}{1-1} = 1,667$	SS = $0,833$	DE = $\frac{1}{2}$
$t = \frac{1}{1-1} = 1,333$	TT = $0,667$	EF = $\frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{1-1} = 0,500$	VV = $0,250$	FO = $\frac{2}{10}$

Hinc tota longitudo AO = $9\frac{1}{10}$ dig.

Hic ergo si sumatur $a = \frac{1}{10}$ dig. habebitur multiplicatio $m = 640$, sin autem capiatur $a = \frac{1}{100}$ dig. prodit multiplicatio $m = 3200$.

V. *Forma microscopiorum n=6.*

Mult. $m = \frac{196}{8}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{15}$; et Clar. $= \frac{900}{1500}$.

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{6^2}{5-1} = 1,8$	PP = $\frac{12}{10}$	AB = 3
$q = \frac{6}{1-1} = 0,429$	QQ = $0,071$	BC = $\frac{1}{2}$
$r = \frac{144}{1-1} = 0,465$	RR = $\frac{6}{10}$	CD = 6
$s = \frac{6}{1-1} = 1,714$	SS = $0,857$	DE = $\frac{1}{2}$
$t = \frac{12}{1-1} = 1,357$	TT = $0,679$	EF = $\frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{1-1} = 0,500$	VV = $0,250$	FO = $\frac{7}{10}$

Hinc tota longitudo AO = $10\frac{1}{15}$ dig.

Hic

GENERE EX SEX LENT. COMPOS. 219

Hic ergo si sumatur $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio erit $m = 912$, si autem capiatur $a = \frac{1}{4}$, multiplicatio erit $m = 4560$.

VI. Forma microscopiorum $n = 7$.

Mult. $m = \frac{816}{a}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{76}$; Clarit. $= \frac{900}{10000}$

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{4a}{7+a}$	PP $= \frac{3a}{17}$	AB $= 3\frac{1}{2}$
$q = \frac{7a}{16}$ = 0, 4375	QQ $= 0, 082\frac{1}{2}$	BC $= \frac{1}{2}$
$r = \frac{7a}{16}$ = 0, 470	RR $= \frac{3a}{70}$	CD $= 7$
$s = \frac{7}{4} = 1, 750$	SS $= 0, 875$	DE $= \frac{1}{2}$
$t = \frac{7}{4} = 1, 375$	TT $= 0, 688$	EF $= \frac{1}{2}$
$v = \frac{7}{4} = 0, 500$	VV $= 0, 250$	FO $= \frac{1}{2}$

Hinc tota longitudo AO $= 12\frac{1}{11}$ dig.

Sumta ergo distantia obiecti ante instrumentum $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio obtinebitur $m = 1232$; at si sumatur $a = \frac{1}{4}$ dig. multiplicatio prodit $m = 6060$.

VI. Forma microscopiorum $n = 8$

Mult. $m = \frac{800}{a}$; Diam. spatii visi $= \frac{a}{75}$; et Clar. $= \frac{9000}{10000}$

Distantiae focales	Aperturæ	Interualla
$p = \frac{4a}{4+a}$	PP $= \frac{3a}{15}$	AB $= 4$
$q = \frac{4}{3} = 0, 444$	QQ $= 0, 056$	BC $= \frac{1}{2}$
$r = \frac{4}{3} = 0, 473$	RR $= \frac{3a}{32}$	CD $= 8$
$s = \frac{4}{3} = 1, 778$	SS $= 0, 889$	DE $= \frac{1}{2}$
$t = \frac{4}{3} = 1, 389$	TT $= 0, 695$	EF $= \frac{1}{2}$
$v = \frac{4}{3} = 0, 500$	VV $= 0, 250$	FO $= \frac{1}{2}$

Hinc tota longitudo AO $= 13\frac{1}{3}$ dig.

E e 2 Posita

220 DE NOVO MICROSCOPIORVM

Posita hic distantia obiecti ante instrumentum $b = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio prodit $m = 1600$, at facta hac distantia $a = \frac{1}{10}$ dig. multiplicatio obtinebitur $m = 8000$.

VII. Forma microscopiorum $n = 10$.

Mult. $m = \frac{2400}{a}$; Diam. spatii visi $= \frac{b}{110}$; et Clar. $= \frac{200}{27001}$.

Distantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{5a}{5+a}$	PP $= \frac{3a}{10}$	AB $= 5$
$q = \frac{5}{11} = 0,455$	QQ $= 0,046$	BC $= \frac{1}{2}$
$r = \frac{310}{649} = 0,477$	RR $= \frac{2a}{100}$	CD $= 10$
$s = \frac{20}{11} = 1,819$	SS $= 0,910$	DE $= \frac{1}{2}$
$t = \frac{31}{22} = 1,409$	TT $= 0,705$	EF $= \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	VV $= 0,250$	FO $= \frac{11}{21}$

Hinc tota longitudo AO $= 16\frac{21}{11}$ dig.

Quodsi distantia obiecti ante instrumentum statuatur $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio oritur $m = 2480$, sin autem capiatur $a = \frac{1}{10}$, multiplicatio adeo erit $m = 12400$, quousque certe vulgaribus microscopiis nunquam peruenire licet.

28. Hae posteriores formae nobis insuper hoc insigne commodum praestant, quod lente obiectiua modicae magnitudinis praegrandes multiplicationes obtineri queant, veluti in forma postrema si sumatur distantia a vnius digiti, multiplicatio oritur $m = 1240$, atque in eunta distantia minimae inaequali-

qualitates in superficie obiecti visionem minime turbabunt. In quo non dubito his microscopiis maximam praestantiam prae vulgaribus adscribere. Huiusmodi microscopii formam refert figura secunda, Tab. III.
Fig. 2. ubi binae lentes B et C multo sunt minores lente obiectiua, simulque minima apertura ambae sunt praeditae.

Insignis ergo hic ab artifice requiritur solertia, ut haec lentes exactissime in axe debitisque locis collocentur, ne radii per lentem obiectiuam intrinseci has minimas aperturas praetergrediantur.

29. Plurimum autem intererit hic ab artifice in hoc elaborari, ut lentes obiectiuas modo supra indicato ex binis lentibus parare addiscat, quandoquidem hoc modo ob confusionem euanescentem ipsis multo maiorem aperturam tribuere licet; vnde claritatis gradus vehementer augebitur. Huac in finem hic subiungo sequentem tabulam, quae pro quavis distantia focali per compositionem lentis obiectivae ostendit.

Tabula pro constructione lentis obiectivae duplicatae.

Diff. foci proposita p	Lentis prioris A radii facierum		Lentis alterius A' radii facierum		Interualla inter binas has lentes.
	anterioris convexae	posterioris concauae	anterioris convexae	posterioris convexae	
1,00	1,0286	0,6292	2,1404	0,7222	0,250
0,95	0,9772	0,5977	2,0334	0,6861	0,237
0,90	0,9258	0,5662	1,9264	0,6500	0,225
0,85	0,8744	0,5348	1,8194	0,6169	0,212
0,80	0,8230	0,5034	1,7124	0,5808	0,200
0,75	0,7715	0,4719	1,6053	0,5417	0,187
0,70	0,7201	0,4405	1,4983	0,5056	0,175
0,65	0,6687	0,4090	1,3913	0,4695	0,162
0,60	0,6173	0,3776	1,2842	0,4334	0,150
0,55	0,5658	0,3461	1,1772	0,3973	0,137
0,50	0,5143	0,3146	1,0702	0,3611	0,125
0,45	0,4629	0,2831	0,9632	0,3250	0,112
0,40	0,4115	0,2517	0,8562	0,2904	0,100
0,35	0,3601	0,2203	0,7492	0,2528	0,087
0,30	0,3086	0,1888	0,6421	0,2167	0,075
0,25	0,2571	0,1573	0,5351	0,1806	0,062
0,20	0,2057	0,1259	0,4281	0,1452	0,050
0,15	0,1543	0,0944	0,3211	0,1083	0,037
0,10	0,1029	0,0629	0,2140	0,0722	0,025
0,05	0,0514	0,0315	0,1070	0,0361	0,012

30. Si plures huiusmodi lentes duplicatae comparantur, his omnibus in singulis formis uti licebit, unde plures multiplicationis gradus obtinebuntur. Si quis autem omnis generis observationes instituere voluerit, vnica forma, qua reliquae lentes continentur, vix sufficiet, sed consultum erit eum duabus ad minimum huiusmodi formis esse instructum veluti quarta vel tertia ac septima; tum si ternae lentes obiectivae praesto sint, singulis successive in ambabus formis uti poterit, quo pacto sufficientem varietatem in multiplicatione consequetur; obiectivae autem lentes ad distantias focales 1 , $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$ digiti instructae fortasse ad hunc scopum maxime erunt idoneae. Imprimis autem totum negotium a felici successu in constructione huiusmodi microscopiorum pendet, in quo utique summa cura et solertia artificis requiritur.

DE
T E L E S C O P I I S
 QUATVOR LENTIBVS INSTRVCTIS EORVM.
 QVE PERFECTIONE.

Auctore

L. E V L E R O.

I.

Cum telescopia vulgaria binis lentibus, altera con-
 vexa altera concava, instructa hoc incommodo
 laborent, quod campum nimis arctum ostendant,
 neque ad maiores multiplicationes extendi queant;
 telescopia autem astronomica, binis lentibus con-
 vexis instructa, in situ inuerso obiecta exhibent;
 quo contemplatio obiectorum terrestrium non me-
 diocriter perturbatur; vt huic duplici incommodo
 occurratur, telescopia ex quatuor lentibus conuexis
 componere coeperunt. Tubo scilicet astronomico
 adiunxerunt insuper binas lentes conuexas, quibus
 repraesentatio inuersa noua inuersione erecta redde-
 retur. Primo quidem has nouas lentes adiectas in-
 ter se aequales fecerunt, tum vero inaequalitatem
 admittendo animaduenterunt, campum conspicuum
 aliquantum augeri, atque adeo confusionem colo-
 rum iridis imminui posse, quo pacto hoc telesco-
 piorum genus haud mediocriter est perfectum.

2. Nu-

2. Nuper autem in Anglia his telescopiis ex quatuor lentibus compositis quintam lentem atque adeo mox sextam adiecerunt, hacque lentium multiplicatione insignia commoda obtineri posse animadverterunt, dum non solum campus conspicuus multo magis ampliari, sed etiam repraesentatio a coloribus iridis penitus liberari poterat. Cum autem sola experientia ducti hunc perfectionis gradum sint adepti, neque vlla Theoria in subsidium vocata videatur, nullum est dubium, quin haec eadem commoda beneficio Theoriae augeri, atque adeo ad maximum gradum, quem quidem natura admittit, euehi queant.

3. Veram autem Theoriam, cui omnium instrumentorum dioptricum tam telescopiorum quam Microscopiorum constructio innititur, in XIII. Volumine Actorum Academiae Regiae Borussicae equidem mihi tradidisse videor, unde omnia, quae ad horum instrumentorum perfectionem spectant, hauriri debere videntur. Quanta igitur incrementa hinc tam pro quatuor lentibus, quam iis insuper quintam ac sextam adiciendo; assequi liceat, hic diligentius inuestigare constitui. In quo negotio ne in nimis longas ambages incidam, ex loco allegato subsidia, quae tam ad campum amplificandum, quam ad colores iridis tollendos faciunt, depromam, neque principiis, quibus innituntur, commemorandis immorabor. De lente etiam obiectiua perficienda hic non ero sollicitus; cum iam saepius docuerim, quo-

modo eius duplicatione vel etiam triplicatione confusio ab eius apertura oriunda non solum imminui, sed etiam ad nihilum redigi debeat.

De Telescopiis quatuor lentibus instructis.

Tab. III.
Fig. 3. 4.

4. Quatuor lentibus super communi axe in A, B, C, D constitutis, ante omnia ad binas imagines est respiciendum, quarum altera in foco lentis obiectivae A, qui sit in α , est sita, atque inuersa, altera autem in γ focum lentis ocularis D cadere debet, eaque ut est erecta, oculo in O posito obiecta situ erecto spectanda offert. Binæ igitur lentes mediae B et C imaginem ex α in γ transferre debent, ac vulgo quidem eae ita constitui solent, ut lens B focum suum in puncto α habens, radios parallelas ad lentem C mittat, quae deinde eos in γ iterum colligat, ita ut huius lentis focus in γ incidat.

Fig. 3.

3. Idem autem effectus praeterea duplici modo obtineri potest. Primo enim si interuallum B α minus sit, quam distantia foci lentis B, haec imaginem antrorsum proiciet in ϵ , unde lens C eandem colliget in γ . Hoc casu in denominationibus a me usitatis erit numerus $B = \frac{-B\epsilon}{B\alpha}$, quem propterea ponam $B = \frac{-b}{b-1}$ existente $b > 1$, ut sit $B = \frac{b}{b-1} = b$; deinde pro lente C erit numerus $C = \frac{C\gamma}{c\epsilon} = \frac{c}{1-c}$ existente $c < 1$, ut sit $C = \frac{c}{1-c} = c$;
vbi

vbi notandum in casu vulgari fieri $b=1$ et $c=0$.

Secundus casus est, quo intervallum Ba superat distantiam foci lentis B , tum ista lens imaginem ex a retrosum proiicit in \mathcal{E} , vnde lens C eam reducit in γ . Hoc ergo casu ob numerum $B = \frac{+bc}{b^2}$ ponam $B = \frac{b}{b}$ existente $b < 1$, ut sit $\mathcal{B} = \frac{b}{b+1} = b$ et pro lente C ponam numerum $C = \frac{-c\gamma}{c^2} = \frac{-c}{+c}$ ut sit $\mathcal{C} = -1$ vnde iterum casus vulgari resultat si $b=1$ et $c=0$; posterior autem ex priori ortus sumendo c negativum.

Tab. III.
Fig. 4.

6. Sit nunc distantia foci lentis obiectivae $p=a$; lentis $B=p'$, lentis $C=p''$ et lentis $D=p'''$; ac semidiametri aperturæ harum trium posteriorum lentium statuantur $\theta'p'$; $\theta''p''$ et $\theta'''p'''$. Tum posita multiplicationis ratione $m:1$ et semidiametro campi apparentis $=\Phi$, habemus statim $\theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi = -m\Phi$ ideoque $\Phi = \frac{\theta''' + \theta'' + \theta'}{m-1}$. Deinde ob

$B = \frac{-b}{b-1}$; $\mathcal{B} = b$; $C = \frac{+c}{1-c}$; $\mathcal{C} = c$; $D = \infty$ et $\mathcal{D} = 1$ ponamus porro:

$$\Pi' = b\theta' - \Phi; \quad \Pi'' = c\theta'' + \theta' - \Phi; \quad \Pi''' = \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi$$

eruntque distantie focales lentium:

$$p' = \frac{b\Phi}{m-1} a; \quad p'' = \frac{bc}{b-1} \cdot \frac{\Phi}{m-1} a; \quad p''' = \frac{-bc}{(b-1)(1-c)} \cdot \frac{\Phi}{m-1} a$$

F f a et

et interualla lentium :

$$AB = \frac{b\theta'}{\pi^2} \alpha; \quad BC = \frac{-b}{b-1} \cdot \frac{\Phi(c\theta'' - (b-1)\theta')}{(b\theta' - \Phi)(c\theta'' + \theta' - \Phi)} \alpha;$$

$$CD = \frac{-bc}{(b-1)(1-c)} \cdot \frac{\Phi(-\theta'' + (c-1)\theta')}{\pi''\pi'''} \alpha \text{ et pro loco oculis}$$

$$\frac{\theta''\theta'''}{\pi'''} = DO.$$

7. Cum haec interualla esse debeant positua et $AB > \alpha$ patet primo tam θ' quam π' positua esse debere. Deinde vt campum apparentem quam maximum reddamus, statuamus $\theta' = q\omega$, $\theta'' = -\omega$, et $\theta''' = -\omega$, ita vt sit $q < 1$, et $\Phi = \frac{2-q}{m-1}\omega$, vbi si haec lentes sunt aequae conuexae vtriusque, sumi potest $\omega = \frac{1}{2}$. Sit quoque breuitatis gratia $\Phi = M\omega$ seu $M = \frac{2-q}{m-1}$, et ob

$$\pi' = (bq - M)\omega; \quad \pi'' = (-c + q - M)\omega; \quad \pi''' = -(2 - q + M)\omega$$

habebimus :

$$p' = \frac{\delta M}{bq - M} \alpha; \quad p'' = \frac{bc}{b-1} \cdot \frac{M}{q-c-M} \alpha; \quad p''' = \frac{\delta c}{(b-1)(1-c)} \cdot \frac{M}{2-q+M} \alpha$$

$$AB = \frac{bq}{bq - M} \alpha; \quad BC = \frac{b((b-1)q + c)M}{(b-1)(bq - M)(q-c-M)} \alpha; \quad CD = \frac{bc(2-c)M}{(b-1)(1-c)(q-c-M)(2-q+M)} \alpha$$

et pro loco oculi $DO = \frac{1}{2-q+M} p'''$. Vbi notandum est si $b > 1$, litteram δ capi debere positue, negatiue vero si $b < 1$.

8. His praemissis, quibus campo iam maximam amplitudinem conciliauimus, dummodo fractio q tam exigua accipiatur, quam reliquae circumstantiae permittunt, consideremus conditionem, quam

quam destructio colorum iridis postulat, in hac aequatione contentam :

$$\frac{p'}{r} + \frac{p''}{r'} + \frac{p'''}{r''} = 0 \text{ seu } \frac{q}{bq-M} - \frac{r}{q-c-M} + \frac{r'}{2-q+M} = 0$$

ideoque $\frac{q}{bq-M} = \frac{2-2q+c+2M}{(q-c-M)(2-q+M)}$, vnde inuenitur

$$b = \frac{M}{q} + \frac{(q-c-M)(2-q+M)}{2-2q+c+2M} = \frac{(2-q)M + (1-q)(2-2q+c)M + (2-q)q(q-c)}{q(2-2q+c+2M)}$$

quem valorem oportet esse maiorem vnitatem, si quidem c positue accipiatur. Euidens autem est fractionem q notabiliter maiorem capi debere, quam $c+M$, quia alioquin fractio $\frac{r}{q-c-M}$ fieret nimis magna, vnde etiam fractio $\frac{q}{bq-M}$ ac propterea interuallum AB enormiter augetur.

9. Ne igitur hoc eueniat, atque vt ob Fig. 4 minutam fractionem q etiam campus amplietur, conueniet fractioni c valorem tribui negativum simulque sumi $b < 1$, ex quo formulae nostrae erunt :

$$p' = \frac{bM}{bq-M} \alpha; \quad p'' = \frac{bc}{1-b} \frac{M}{q+c-M} \alpha; \quad p''' = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \frac{M}{2-q+M} \alpha;$$

$$AB = \frac{bq}{bq-M} \alpha; \quad BC = \frac{b((1-b)q+c)M}{(1-b)(bq-M)(q+c-M)} \alpha; \quad CD = \frac{bc(2+c)M}{(1-b)(1+c)(q+c-M)(2-q+M)} \alpha$$

et pro loco oculi $DO = \frac{r}{2-q+M} \cdot p'''$. At vt iridis colores euanescent, fieri debet $b = \frac{M}{q} + \frac{(q+c-M)(2-q+M)}{2-2q+c+2M}$, quem valorem vnitatem minorem esse oportet, quod in assumptione numeri c probe est obseruandum; simul vero etiam vt $bq-M$ posituum prodeat, quorum vtrumque postulat, vt c notabiliter minus quam $2-2q+2M$ accipiatur. Interim tamen ob $b < 1$ sumi oportet $q > M$, quod ob M fractionem

eo minorem, quo maior est multiplicatio, non impedit, quo minus campus apparens Φ satis probe ad $\frac{2\omega}{m-1}$ accedat, dum casu vulgari q maius semissi unitatis accipi debeat.

10. Statuamus ergo $q = nM$, ut sit $n > 1$, eritque

$$p' = \frac{b}{b_{n-1}} a; \quad p'' = \frac{bc}{1-b} \cdot \frac{M}{c+(n-1)M} a; \quad p''' = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{M}{2-(n-1)M} a$$

$$\Delta B = \frac{b_n}{b_{n-1}} a; \quad BC = \frac{b(c+(1-b)nM)}{(1-b)(b_{n-1})(c+(n-1)M)} a; \quad CD = \frac{bc(2+c)M}{(1-b)(1+c)(c+(n-1)M)(2-(n-1)M)} a$$

et $DO = \frac{1}{2-(n-1)M} p'''$. Tum vero ob $M = \frac{2-nM}{m-1}$ erit $M = \frac{2}{m+n-1}$ et $\Phi = \frac{2}{m+n-1} \omega$; et colorum destructio praebet:

$$b = \frac{1}{n} + \frac{(c+(n-1)M)(2-(n-1)M)}{2-c-2(n-1)M}, \text{ vnde cum esse debeat } b < 1 \text{ erit } \frac{(c+(n-1)M)(2-(n-1)M)}{2-c-2(n-1)M} < \frac{n-1}{n} \text{ hincque}$$

$$c \left(\frac{2n-1}{n} - (n-1)M \right) < \frac{2(n-1)}{n} - \frac{2(n-1)(2n-1)}{n} M + (n-1)^2 MM.$$

Ergo quia M est fractio valde parua erit $c < \frac{2(n-1)}{2n-1}$ et propius $c < \frac{2(n-1)}{2n-1} - \frac{2(n-1)(5n-4n+1)}{(2n-1)^2} M$.

11. *Exemplum 1.* Sit $n = 2$, hincque $M = \frac{2}{m+1}$ et $\Phi = \frac{2\omega}{m+1}$, atque capiatur $c = \frac{1}{2}$, fiet $b = \frac{1}{2} + \frac{2+7M-4MM}{7-5M}$, qui valor cum ex loco oculi, vnde colores irides euanescent, deductus summi rigoris non sit capax, sufficit valorem prope verum assumisse. At si multiplicationem sumamus $m = 15$, fit $M = \frac{1}{4}$, et $b = \frac{1}{2} + \frac{15}{16}$, qui valor tam prope ad unitatem accedit, ut intervalla lentium pro-

prodirent nimis magna. Quare capiamus $c > \frac{1}{2}$, et pro casu $M = \frac{1}{2}$ reperimus $b = \frac{1}{2} + \frac{15}{132}$; ex quo statuamus $b = \frac{9}{14}$, ac determinationes nostrae erunt

$$p' = \frac{2}{3}\alpha; p'' = \frac{9}{5} \cdot \frac{M\alpha}{1+8M}; p''' = \frac{1}{3} \cdot \frac{M\alpha}{2-M}$$

$$AB = \frac{2}{3}\alpha; BC = \frac{9}{2} \cdot \frac{7-10M}{2(1+8M)}\alpha; CD = \frac{17}{3} \cdot \frac{M\alpha}{(1+8M)(2-M)}$$

vnde Telescopium oritur vehementer longum. Ratio huius incommodi in hoc sita est quod $bn = 2$ adipiscitur valorem nimis paruum.

12. *Exemplum II.* Sit $n = 3$, ideoque $M = \frac{2}{m+2}$ et $\Phi = \frac{2\omega}{m+2}$; debet ergo esse $c < \frac{1}{2} - \frac{5}{8}M$ et $b = \frac{2}{3} + \frac{(c+2M)(2-2M)}{2-c-4M}$; vbi ne intervallum AB fiat nimis magnum, numero b maximus valor tribui debet, at ob $b < 1$ fiet tamen semper $AB > \frac{5}{8}\alpha$. At ne intervallum $BC = \frac{b(c + \frac{3}{2}(1-b)M)}{(1-b)(3b-1)(c+2M)}\alpha$ fiat nimis magnum fractio $\frac{c}{1-b}$ diminui debet quantum fieri potest. Quod si ponamus $c = \frac{1}{2}$ fit $b = \frac{1}{3} + \frac{2(1-M)(1+5M)}{7-16M}$, et $b = \frac{31}{50}$ casu $M = \frac{1}{2}$ fit ergo $c = \frac{1}{4}$ fit $b = \frac{1}{3} + \frac{2(1-M)(1+16M)}{15-32M}$, et $b = \frac{107}{132}$ casu $M = \frac{1}{2}$. Statuamus ergo $b = \frac{3}{4}$, et $c = \frac{1}{4}$, habebimusque has determinationes:

$$p' = \frac{2}{3}\alpha; p'' = \frac{3}{1+16M}M\alpha; p''' = \frac{M\alpha}{6(1-M)}$$

$$AB = \frac{2}{3}\alpha; BC = \frac{12(1+6M)\alpha}{5(1+16M)}; CD = \frac{17M\alpha}{6(1+16M)(1-M)}$$

quae valores pro multiplicatione $m = 20$ circiter erunt iusti.

13. *Exempl III.* Sit $n=5$, ideoque $M=\frac{2}{m+4}$ et $\Phi=\frac{2\omega}{m+4}$, atque quoque facilius omnes variationes ex variis valoribus c oriundas perspicere queamus, calculum ad datam multiplicationem $m=28$ accommodemus, ut fit $M=\frac{1}{18}$, eruntque formulæ nostræ

$$p' = \frac{ba}{sb-1}; p'' = \frac{bc}{1-b} \frac{\alpha}{4(1+c)}; p''' = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \frac{\alpha}{17}$$

$$AB = \frac{5ba}{sb-1}; BC = \frac{b(16c+5(1-b))\alpha}{4(1-b)(sb-1)(1+c)}; CD = \frac{bc(2+c)\alpha}{7(1-b)(1+c)(1+c)}$$

at esse oportet $b = \frac{1}{5} + \frac{7(1+c)}{8(3-2c)}$, et $c < \frac{61}{304}$; Hinc

si fit; erit

$$c = \frac{1}{4}; b = \frac{2}{18} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{2}{33} \alpha; p'' = \frac{3}{32} \alpha; p''' = \frac{2}{140} \alpha \\ AB = \frac{2}{7} \alpha; BC = \frac{2}{18} \alpha; CD = \frac{21}{385} \alpha \dots AD = 3 \frac{2}{180} \alpha \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{3}; b = \frac{1}{7} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{1}{15} \alpha; p'' = \frac{1}{9} \alpha; p''' = \frac{1}{48} \alpha \\ AB = \frac{1}{3} \alpha; BC = \frac{7}{9} \alpha; CD = \frac{12}{189} \alpha; AD = 2 \frac{43}{189} \alpha \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{2}; b = \frac{2}{7} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{3}{11} \alpha; p'' = \frac{3}{20} \alpha; p''' = \frac{3}{198} \alpha \\ AB = \frac{15}{11} \alpha; BC = \frac{141}{220} \alpha; CD = \frac{39}{495} \alpha; AD = 2 \frac{907}{10780} \alpha \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{2}; b = \frac{2}{7} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{2}{7} \alpha; p'' = \frac{1}{24} \alpha; p''' = \frac{1}{148} \alpha \\ AB = \frac{10}{7} \alpha; BC = \frac{11}{24} \alpha; CD = \frac{17}{378} \alpha; AD = (2 - \frac{1}{378}) \alpha \end{cases}$$

ulterius fractionem c diminuere non licet, quia lens ocularis nimis fieret exigua.

14. *Exempl. IV.* Minuamus aliquanto magis campum sitque $n=9$ ideoque $M=\frac{2}{m+4}$; maneat $m=28$, et fit $M=\frac{1}{18}$, unde

$$p' = \frac{b}{9b-1} \alpha; p'' = \frac{bc}{2(1-b)(4+9c)} \alpha; p''' = \frac{bc}{28(1-b)(1+c)} \alpha$$

$$AB = \frac{9b}{9b-1} \alpha; BC = \frac{9b(2c+1-b)}{2(1-b)(9b-1)(4+9c)} \alpha; CD = \frac{9bc(2+c)}{28(1-b)(1+c)(4+9c)} \alpha$$

tum

QUATVOR LENTIVM. 233

rum vero $b = \frac{1}{2} + \frac{24(a+2c)}{9(10-9c)}$ et $c < \frac{1}{11}$. Hinc

si fit; erit

$$c = \frac{1}{8}; b = \frac{19}{20} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{79}{31}a; & p'' = \frac{13}{10}a; & p''' = \frac{19}{10}a \\ AB = \frac{551}{31}a; & BC = \frac{1471}{10}a; & CD = \frac{741}{100}a \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{10}; b = \frac{19}{20} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{19}{11}a; & p'' = \frac{19}{9}a; & p''' = \frac{19}{10}a \\ AB = \frac{171}{11}a; & BC = \frac{475}{9}a; & CD = \frac{517}{10}a \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{11}; b = \frac{10}{11} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{10}{79}a; & p'' = \frac{2}{37}a; & p''' = \frac{2}{10}a \\ AB = \frac{90}{79}a; & BC = \frac{610}{37}a; & CD = \frac{875}{345}a; & AD = 1,587a \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{13}; b = \frac{7}{13} \text{ et } \begin{cases} p' = \frac{7}{33}a; & p'' = \frac{7}{13}a; & p''' = \frac{1}{11}a \\ AB = \frac{63}{33}a; & BC = \frac{63}{13}a; & CD = \frac{98}{147}a \end{cases}$$

15. Postremus hic casus imprimis ad praxim accommodatus videtur, quia lentis obiectivae distantia focalis a fit pro hac multiplicatione circiter 45 dig. sicque tota tubi longitudo erit 65 dig. et campus conspicuus maior erit eo, quem huiusmodi tubus more vulgari constructus offendit. Nolle hic c minus accipere, quia lentes p'' et p''' nimis fierent parvae, hocque ipso confusionem augerent. Verum si campo plus detrahere velimus tribuendo ipsi n maiores valores, breviora telescopia huius generis obtineri poterunt, quae vulgaria cum ratione campi, tum puritate repraesentationis superabunt. Videamus autem quantum lucri impetrare valeamus, si quintam insuper lentem adiungamus, quam primo ante focum obiectivae lentis constitui conveniet.

De Telescopiis quinque lentibus instructis.

16. Secunda lente B. ante focum obiectivae constituta, erit pro ea $B = \frac{-b}{1+b}$ et $\mathfrak{B} = -b$, reliquae lentes sint dispositae ut ante ideoque $C = \frac{c}{1+c}$; $\mathfrak{C} = c$; $D = \frac{-d}{1+d}$; $\mathfrak{D} = -d$; $E = \infty$ et $\mathfrak{E} = 1$. Hinc adperturas in computum ducendo ponatur brevitatis ergo $\Pi' = -b\theta' - \Phi$; $\Pi'' = c\theta'' + \theta' - \Phi$; $\Pi''' = -d\theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi$ ac denique $\Pi'''' = \theta'''' + \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi$, denotante Φ semidiametrum campi conspicui: ac si multiplicatio statuatur $= m$, erit $\Phi = \frac{-\theta'''' - \theta''' - \theta'' - \theta'}{m-1}$, unde patet si singulis litteris θ' , θ'' , θ''' et θ'''' valores negativos tribuere liceret eosque maximos, campum apparentem ulterius augeri posse. Sant autem hae litterae θ eiusmodi fractiones, ut si p fuerit distantia foci lentis, ad quam refertur, θp sit semidiameter aperturæ, unde patet valores harum litterarum non ultra $\frac{1}{2}$ augeri posse.

17. His positis habemus in genere pro lentium singularum distantis foci earumque intervallis sequentes formulas, denotante α distantiam foci lentis obiectivae:

$$\begin{array}{ll}
 p' = \frac{+\mathfrak{B}\Phi}{\Pi'} \alpha; & AB = \left(1 + \frac{\Phi}{\Pi'}\right) \alpha = \frac{\Phi + \Pi'}{\Pi'} \alpha \\
 p'' = \frac{-B\mathfrak{C}\Phi}{\Pi''} \alpha; & BC = \frac{-B\Phi(\Pi' - \Pi'')}{\Pi' \Pi''} \alpha \\
 p''' = \frac{+BCD\Phi}{\Pi'''} \alpha; & CD = \frac{+BC\Phi(\Pi'' - \Pi''')}{\Pi'' \Pi'''} \alpha \\
 p'''' = \frac{-BCD\mathfrak{E}\Phi}{\Pi''''} \alpha; & DE = \frac{-BCD\Phi(\Pi''' - \Pi''')}{\Pi'' \Pi'''} \alpha
 \end{array}$$

ac

ac pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{\pi''''} p''''$.

Tum vero vt colores iridis euanescent, huic satisfieri oportet aequationi:

$$\frac{p'}{\pi'} + \frac{p''}{\pi''} + \frac{p'''}{\pi'''} + \frac{p''''}{\pi''''} = 0.$$

18. Sit ω maximus valor, quem fractiones θ assequi possunt, si quidem lens fuerit vtrinque aequae conuexa, ac pro campo amplificando ponamus;

$$\theta'''' = -\omega; \theta''' = -\omega; \theta'' = -r\omega \text{ et } \theta' = q\omega$$

vt fiat $\Phi = \frac{2+r-q}{m} \omega$, seu $\Phi = M\omega$ posito $M = \frac{2+r-q}{m}$.

Tum ob $\Pi' = -(bq + M)\omega$; $\Pi'' = -(cr - q + M)\omega$; $\Pi''' = (d - r + q - M)\omega$ et $\Pi'''' = -(2 + r - q + M)\omega$, erit

$$p' = \frac{bM}{bq + M} \alpha;$$

$$AB = \frac{bq}{bq + M} \alpha$$

$$p'' = \frac{bc}{1+b} \frac{M}{q-cr-M} \alpha;$$

$$BC = \frac{b}{1+b} \frac{M((b+1)q-cr)}{(bq+M)(q-cr-M)} \alpha$$

$$p''' = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)} \frac{M}{d-r+q-M} \alpha;$$

$$CD = \frac{bc}{(1+b)(1-c)} \frac{M(d-(1-c)r)}{(q-cr-M)(d-r+q-M)} \alpha$$

$$p'''' = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)(1+d)} \frac{M}{2+r-q+M} \alpha; DE = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)(1+d)} \frac{M(2+d)}{(d-r+q-M)(2+r-q+M)} \alpha$$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{2+r-q+M}$.

19. Cum igitur destructio colorum hanc requirat aequationem:

$$\frac{q}{bq + M} + \frac{r}{q - cr - M} + \frac{1}{d - r + q - M} = \frac{1}{2 + r - q + M}$$

vbi per hypothesin q debet esse quantitas positua, ideoque quam minima accipienda; ante omnia videndum est, num litterae r valor positius tribui

G g 2 possit,

possit, quo pacto augmentum in campum appareantem inferretur. Hunc in finem ponamus primo $r=0$, sicque fiat necesse est

$$\frac{q}{bq+M} + \frac{1}{d+q-M} = \frac{1}{2-q+M} \text{ existente } q > M$$

vbi obseruo, quodsi secunda lens B in ipsum focus lentis obiectivae incidat, fore $b=\infty$, ideoque $d=2-2q+2M$, qui casus utique meretur, ut studiosius expendatur.

20. *Casus I.* quo $b=\infty$ et $r=0$. Ob $d=2-2q+2M$ habebimus sequentes determinaciones:

Primo $\Phi = \frac{2-q}{m-1} \omega$ et $M = \frac{2-q}{m-1}$. Deinde:

$$p' = \frac{m}{q} \alpha; \quad AB = \alpha$$

$$p'' = c \cdot \frac{M}{q-M} \alpha; \quad BC = \frac{M}{q-M} \alpha$$

$$p''' = \frac{cd}{1-c} \cdot \frac{M}{2-q+M} \alpha; \quad CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{Md}{(q-M)(2-q+M)} \alpha$$

$$p'''' = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M}{2-q+M} \alpha; \quad DE = \frac{2cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M}{2-q+M} \alpha$$

$$\text{et pro loco oculi } EQ = \frac{p''''}{2-q+M}$$

vbi ob quantitatem d iam definitam, quantitates q et c determinandae supersunt, ita tamen ut sit $q > M$ et $c < 1$, tum vero videndum est, ne distantia focalis p'''' nimis fiat exigua; vnde c vix minus quam $\frac{2}{3}$ accipiendum videtur, siquidem lens obiectiva parum confusionis pariat; at ne tubus nimis fiat longus fractionem q maiorem quam $2M$ capi conveniet.

21. Quod-

QUATUOR LENTIVM. 337

21. Quodsi ergo ponamus $c = \frac{1}{2}$, $q = (n + 1)M$ erit $d = 2(1 - nM)$ et $\Phi = \frac{2 - (n + 1)M}{m - 1} \omega$ existente $M = \frac{2 - (n + 1)M}{m - 1}$ seu $M = \frac{2}{m + n}$ et $\Phi = M\omega$, tum vero

$$\begin{aligned} p' &= \frac{1}{n+1} \alpha & AB &= \alpha \\ p'' &= \frac{1}{2} \alpha & BC &= \frac{1}{n} \alpha \\ p''' &= \frac{6(1-nM)}{2-nM} M\alpha & CD &= \frac{6(1-nM)}{n(2-nM)} \alpha \\ p'''' &= \frac{6(1-nM)}{(2-nM)(2-2nM)} M\alpha; & DE &= \frac{12(1-nM)}{(2-nM)(2-2nM)} M\alpha. \end{aligned}$$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{2-nM}$, quibus formulis cum praecedentibus comparandis patet pro eadem multiplicatione eodemque campo aliquid lucri in longitudine tubi obtineri posse. Posito enim ut supra $m = 28$, $n = 8$ ut sit $M = \frac{1}{17}$, reperitur

$$\begin{aligned} p' &= \frac{1}{9} \alpha; & p'' &= \frac{1}{2} \alpha; & p''' &= \frac{5}{17} \alpha; & p'''' &= \frac{15}{119} \alpha \\ AB &= \alpha; & BC &= \frac{1}{8} \alpha; & CD &= \frac{15}{119} \alpha; & DE &= \frac{15}{119} \alpha. \end{aligned}$$

22. Quando autem lens obiectiva est simplex, sum α tantum valorem obtinet, ut liceat ponere $c = \frac{1}{2}$, unde posito $q = (n + 1)M$, ut sit $d = 2(1 - nM)$ et $M = \frac{2}{m + n}$, habebimus

$$\begin{aligned} p' &= \frac{1}{n+1} \alpha; & AB &= \alpha \\ p'' &= \frac{1}{2} \alpha & BC &= \frac{1}{n} \alpha \\ p''' &= \frac{2(1-nM)}{2-nM} M\alpha; & CD &= \frac{2(1-nM)}{n(2-nM)} \alpha \\ p'''' &= \frac{2(1-nM)}{(2-nM)(2-2nM)} M\alpha; & DE &= \frac{4(1-nM)}{(2-nM)(2-2nM)} M\alpha. \end{aligned}$$

G g 3 Quod-

Quodsi iam ponamus $m=28$, $n=8$, vt. sit $M=\frac{1}{2}$ erit

$$p' = \frac{1}{2}a; \quad p'' = \frac{1}{16}a; \quad p''' = \frac{1}{128}a; \quad p'''' = \frac{1}{1024}a$$

$$AB = a; \quad BC = \frac{1}{2}a; \quad CD = \frac{1}{16}a; \quad DE = \frac{1}{128}a.$$

vnde sumto $a=45$ dig. longitudo tantum fit $56\frac{1}{2}$ dig. cum ante esset 65 dig. Poterat ergo n minus accipi, ideoque campus ampliari.

23. Haectenus sumsi $r=0$, neque etiam hoc lentium statu huic litterae notabilem valorem posituum dare licet, vt inde maior campus obtineatur, cum tamen vnam lentem superaddendo iure haud mediocriter maiorem campum expectare queamus. Quare secundam lentem vltra focum primae remoueri conueniet, neque parum campum augere licebit, si etiam litterae d valor negatiuus tribuatur, tum enim ipsi r maximus adeo valor scilicet $=1$ tribui poterit. Posito autem $b=-b$, $d=-d$ et $r=1$ habebimus: $\Phi = \frac{s-q}{m-1}\omega$ et $M = \frac{s-q}{m-1}$ tum vero

$$p' = \frac{bM}{bq-M} \alpha; \quad AB = \frac{bq}{bq-M} \alpha$$

$$p'' = \frac{bc}{b-1} \cdot \frac{M}{q-c-M} \alpha; \quad BC = \frac{b}{b-1} \cdot \frac{M((b-1)q+c)}{(bq-M)q-c-M} \alpha$$

$$p''' = \frac{bcd}{(b-1)(1-c)} \cdot \frac{M}{d+1-q+M}; \quad CD = \frac{bc}{(b-1)(1-c)} \cdot \frac{M(d+1-c)}{(q-c-M)(d+1-q+M)} \alpha$$

$$p'''' = \frac{bcd}{(b-1)(1-c)(d-1)} \cdot \frac{M}{s-q+M} \alpha; \quad DE = \frac{bcd}{(b-1)(1-c)(d-1)} \cdot \frac{M(d-1)}{(d+1-q+M)(s-q+M)} \alpha$$

item $EO = \frac{p''''}{s-q+M}$ et

$$\frac{q}{bq-M} - \frac{1}{q-c-M} + \frac{1}{d+1-q+M} + \frac{1}{s-q+M} = 0.$$

24. Hic

24. Hic primum obseruandae sunt istae conditiones, vt sit $b > 1$, $c < 1$, $bq > M$ et $q > c + M$, tum vero in id est incumbendum, vt ipsi q minimus valor concilietur. Hunc in finem ponamus $c = 0$, et $b = 1$ ita vt $\frac{c}{b-1} = f$, debeatque esse

$$\frac{1-q}{q-M} = \frac{1}{d+1-q+M} + \frac{1}{1-q+M}$$

vnde q eo minus prodit, quo minus accipiatur d , at $d > 2$ statuamus ergo $d + 1 - q + M = \frac{1}{3}(3 - q + M)$ seu $d = 3 - \frac{1}{3}(q - M)$ vt prodeat $\frac{1-q}{q-M} = \frac{1}{\frac{1}{3}(3-q+M)}$. Sit iam breuitatis gratia $q - M = z$ ideoque $\frac{1-q}{z} = \frac{1}{\frac{1}{3}(3-z)}$ seu $12 - 12z - 11z + 4qz = 0$. Verum ob $M = \frac{z-q}{m-1}$ est $q - M = z = \frac{mq-3}{m-1}$, quo valore substituto prodit $12(m-1)(1-q) = (11-4q)(mq-3)$ et radice extracta

$$q = \frac{22m - \sqrt{337mm - 336m}}{3m} = \frac{22 - \sqrt{337}}{3} + \frac{11}{m\sqrt{337}}$$

seu $q = 0,58 + \frac{1}{7m}$. Patet ergo q superare debere $\frac{2}{7}$, nisi multiplicatio m sit praegrandis, vnde campi apparentis semidiameter fit $\Phi = \frac{2^{\frac{2}{7}}}{m-1} \omega$, qui notabiliter maior est, quam casu praecedente.

25. Operae pretium videtur hunc casum penitus euoluere, et cum sit $b = 1$, $c = 0$, $\frac{c}{b-1} = f$, quia postremae aequationi proxime satisfacisse sufficit, sit $q = \frac{2}{7}$ et $d = 3$, habebimusque sequentes determinationes; vbi $M = \frac{17}{3(m-1)}$

Ø

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{5M}{8-5M} a & AB &= \frac{5r}{8-5M} a \\
 p'' &= \frac{5fM}{8-5M} a & BC &= \frac{5M(r+5f)}{(8-5M)^2} a \\
 p''' &= \frac{15fM}{17+5M} a & CD &= \frac{100fM}{(8-5M)(17+5M)} a \\
 p'''' &= \frac{15fM}{24+10M} a & DE &= \frac{195fM}{2(17+5M)(12+5M)} a
 \end{aligned}$$

vbi numerus f arbitrio nostro relinquatur, quem ergo ita parvum accipi conveniet, ut postrema lens distantiam focalem obtineat, quasi unius digiti: quo minor enim hæc admittitur, eo magis tubus contrahitur.

26. Vel sumatur $q = M = \frac{7}{1}$, qui casus ad præcedentem redit, si multiplicatio sit $m = 25$, et maneat $d = 3$; cum ergo sit $\frac{mq-s}{m-1} = \frac{1}{2}$ erit $q = \frac{m+s}{2m}$ et $M = \frac{s}{2m}$, ideoque $\Phi = \frac{s}{2m} \omega$, et reliquæ determinationes erunt:

$$\begin{aligned}
 p' &= 2Ma; & AB &= (1+2M)a \\
 p'' &= 2fMa; & BC &= 2(1+2f+2M)Ma \\
 p''' &= \frac{6}{7}fMa; & CD &= \frac{16}{7}fMa \\
 p'''' &= \frac{2}{11}fMa; & DE &= \frac{6}{11}fMa \\
 & & \text{et EO} &= \frac{2}{11}p'''' = \frac{6}{11}fMa.
 \end{aligned}$$

27. Si potuiffemus ipsi d minorem tribuere valorem, maius lucrum in campo assequi liceret; quod ut fieri queat, quantitatem c negative capiamus, prodibunt hæc formulæ

QUATVOR LENTIVM 241

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{b}{bq - M} M\alpha & AB &= \frac{bq}{bq - M} \alpha \\
 p'' &= \frac{bc}{1 - b} \cdot \frac{M\alpha}{q + c - M} & BC &= \frac{b}{1 - b} \cdot \frac{(c + (1 - b)q)M\alpha}{(bq - M)(c + q - M)} \\
 p''' &= \frac{bcd}{(1 - b)(1 + c)} \cdot \frac{M\alpha}{d + 1 - q + M} & CD &= \frac{bc}{(1 - b)(1 + c)} \cdot \frac{(d + 1 + c)M\alpha}{(c + q - M)(d + 1 - q + M)} \\
 p'''' &= \frac{bcd}{(1 - b)(1 + c)(d - 1)} \cdot \frac{M\alpha}{s - q + M}; & DE &= \frac{bcd}{(1 - b)(1 + c)(d - 1)} \cdot \frac{(d - 1)M\alpha}{(d + 1 - q + M)(s - q + M)}
 \end{aligned}$$

existente $M = \frac{s - q}{m - 1}$; $\Phi = M\omega$ et $EO = \frac{p''''}{s - q + M}$.

At pro coloribus iridis tollendis statui oportet

$$\frac{1}{c + q - M} = \frac{1}{bq - M} + \frac{1}{d + 1 - q + M} + \frac{1}{s - q + M}$$

Evidens autem est esse debere $b < 1$, $bq > M$, et $d > 2$.

Sit $m = 10$; et $q = \frac{1}{2}$ erit $M = \frac{1}{2}$ et $\Phi = \frac{\omega}{2}$ hincque sumto $\omega = \frac{1}{2}$ erit $\Phi = 3^\circ, 35'$ et diameter campi apparentis $= 7^\circ, 10'$. Tum vero pro coloribus destruendis erit

$$\frac{1}{c + \frac{1}{2}} = \frac{3}{3b - 1} + \frac{1}{d + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$$

Sit iam $b = 1, c = 0$,

at $\frac{c}{1 - b} = f$, erit

$$2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{d + \frac{1}{2}} \text{ seu } \frac{1}{10} = \frac{1}{d + \frac{1}{2}} \text{ hincque } d = 9\frac{1}{2};$$

vnde telescopium ita erit comparatum:

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{1}{2} \alpha; & AB &= \frac{1}{2} \alpha & \text{vbi lentis obiectivae distantia fo-} \\
 p'' &= \frac{1}{2} \alpha; & BC &= (\frac{1}{2} + f) \alpha & \text{calis sumi potest } \alpha = 12 \text{ dig.} \\
 p''' &= \frac{12}{10} f \alpha; & CD &= \frac{21}{10} f \alpha & \text{hinc cum sit } p'''' = \frac{11}{12} f, \text{ vt} \\
 p'''' &= \frac{19}{170} f \alpha; & DE &= \frac{57}{170} f \alpha & \text{haec distantia focalis fiat fere} \\
 & & & & \text{vnius digiti, sumi debet } f = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

et pro oculo $EO = \frac{1}{2} p''''$.

Tom. XII. Nou. Comm.

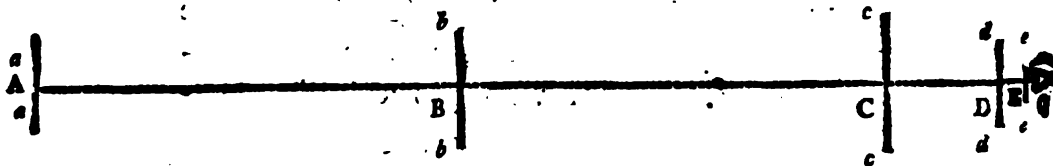
H h

Lenti

Lenti autem obiectivae apertura tribui debet, cuius semidiameter $= \frac{1}{2}$ dig. et diameter $= \frac{2}{3}$ dig. ex quo constructio huius telescopii ita se habebit

Lentis	distantia focalis	diam. aperturæ	Interualla lentium
in A	12 dig.	$\frac{2}{3}$ dig.	AB = 18 dig.
in B	6	$2\frac{1}{2}$	BC = 18
in C	$4\frac{1}{5} = 4,5000$	$2\frac{1}{4}$	CD = $4\frac{29}{40} = 4,725$
in D	$2\frac{11}{10} = 2,1375$	1,07	DE = $\frac{513}{575} = 0,754$
in E	$1\frac{1}{170} = 1,0059$	0,50	EO = $\frac{2}{3}p''' = 0,402$

Tota ergo longitudo huius tubi erit fere 42 dig. seu $3\frac{1}{2}$ pedum et figura huius instrumenti erit:



28. Vt vero isti aequationi in genere satisfaciam, ponam:

$$b - \frac{M}{q} = \frac{s-q+M}{s+\mu} \quad \text{et} \quad d + 1 - q + M = \frac{s-q+M}{1-v}, \quad \text{vnde fit}$$

$$b = \frac{M}{q} + \frac{s-q+M}{s+\mu} \quad \text{et} \quad d = \frac{s+v}{1-v} - \frac{v}{1-v}(q-M)$$

tum vero erit

$$\frac{1}{c+q-M} = \frac{s+\mu-v}{s-q+M}, \quad \text{hincque} \quad c = \frac{s}{s+\mu-v} - \frac{(b+\mu-v)(q-M)}{s+\mu-v}.$$

At quia $b < 1$ oportet fit $\frac{M}{q} < \frac{\mu+q-M}{s+\mu}$, ideoque $q > M$.

Ponamus ergo $q = (1+n)M$, vt fit $M = \frac{s}{n+1}$, et postrema conditio dat $\frac{1}{1+n} < \frac{\mu+nM}{s+\mu}$ seu $\mu n + n(n+1)M > 3$

et

QUATVOR LENTIVM. 243

et quia numerus n , quantum fieri potest, minui debet, numerum μ ita accipi oportet vt fiat $\mu n > 3$; tum ergo habebimus:

$$b = \frac{s + \mu - v}{(1+n)(s+\mu)} - \frac{nM}{s+\mu}; \quad c = \frac{s - (s + \mu - v)nM}{s + \mu - v}; \quad d = \frac{s + v - v n M}{1 - v}$$

$$x - b = \frac{\mu n - s}{(1+n)(s+\mu)} + \frac{nM}{s+\mu}; \quad x + c = \frac{s + \mu - v - (s + \mu - v)nM}{s + \mu - v}; \quad d - x = \frac{1 + 2v - v n M}{1 - v}$$

et $d - 2 = \frac{3v - v n M}{1 - v}$.

29. Maximum ergo campum obtinebimus, si sumamus $n = 0$, vnde valor ipsius μ ita debet esse infinitus, vt fiat $\mu n > 3$. Sit igitur $\mu n = 3 + f$, eritque $b = 1$, $c = 0$, at ob $x - b = \frac{f}{\mu}$ et $c = \frac{s - (s + f)M}{\mu}$ fiet $\frac{c}{x - b} = \frac{s - (s + f)M}{f}$ tum vero $d = \frac{s + v}{1 - v}$; $d - 1 = \frac{1 + 2v}{1 - v}$ et $d - 2 = \frac{3v}{1 - v}$. Hoc modo obtinebimus telescopium, in quo ob $M = \frac{s}{m}$, erit femidiameter campi conspici cui $\Phi = \frac{3\omega}{m}$, ideoque triplo maior quam in tubis vulgariis astronomicis. Verum hinc altera lens in B focum sortitur infinite remotum, et distantia AB fit infinite longa, ita vt in praxi hunc casum assequi nequeamus. Quare pro n valores aliquanto maiores accipiamus.

30. Casus I. Sit $n = 1$, ideoque $q = 2M$, $M = \frac{s}{m+1}$ et $\Phi = \frac{3\omega}{m+1}$. Deinde ob $\mu n > 3$ ponatur $\mu = 3 + f$, eritque

$$b = \frac{s + f - 2M}{2(s + f)}; \quad c = \frac{s - (s + f - v)M}{s + f - v}; \quad \text{et } d = \frac{s + v - vM}{1 - v}$$

et telescopii determinationes erunt:

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{b}{2b-1} \alpha; & AB &= \frac{2b}{2b-1} \alpha \\
 p'' &= \frac{bc}{1-b} \frac{M\alpha}{c+M}; & BC &= \frac{b}{1-b} \frac{(2(1-b)M+c)\alpha}{(2b-1)(c+M)} \\
 p''' &= \frac{bcd}{(1-b)(1+c)} \frac{M\alpha}{d+1-M}; & CD &= \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \frac{(d+1+c)M\alpha}{(c+M)(d+1-M)} \\
 p'''' &= \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \frac{M\alpha}{s-M}; & DE &= \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \frac{(d-1)M\alpha}{(d+1-M)(s-M)} \\
 \text{et pro loco oculi } EO &= \frac{p''''}{s-M}.
 \end{aligned}$$

Fit ergo $AB = \frac{12+f-2M}{6-2M} \alpha$, ideoque $AB > 2\alpha$, et ob $1-b = \frac{f+2M}{2(6+f)}$ et $c+M = \frac{3-M}{1+f-v}$ erit $p'' = \frac{12+f-2M}{1+f-v} \cdot \frac{2-(6+f-v)M}{s-M} M \alpha$.

quam ergo lentem, vt et reliquas, pro lubitu ad praxim accommodare licet; at vero multiplicatio m maior esse debet quam $8+f-v$.

31. *Exempl.* Ob enormem tubi longitudinem hic casus tantum ad exiguas multiplicationes accommodari potest. Sumatur ergo $f=0$; $v=1$ et multiplicatio $m=8$, vnde fit $M=\frac{1}{8}$ et $q=\frac{1}{8}$, atque $\Phi=\frac{1}{8}\omega$. Deinde ob $b=\frac{17}{18}$, $c=\frac{1}{18}$ et $d=\infty$ sequentes habebimus determinaciones:

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{17}{18} \alpha; & \theta' p' &= \frac{17}{18} \alpha \omega; & AB &= \frac{17}{9} \alpha \\
 p'' &= \frac{17}{18} \alpha; & \theta'' p'' &= \frac{17}{18} \alpha \omega; & BC &= \frac{17}{9} \alpha \\
 p''' &= \frac{17}{18} \alpha; & \theta''' p''' &= \frac{17}{18} \alpha \omega; & CD &= \frac{17}{18} \alpha \\
 p'''' &= \frac{17}{178} \alpha; & \theta'''' p'''' &= \frac{17}{178} \alpha \omega; & DE &= \frac{17}{178} \alpha
 \end{aligned}$$

et pro loco oculi $EO = \frac{1}{2} p'''' = \frac{17}{178} \alpha$

tota vero tubi longitudo $= \frac{17}{9} \alpha$. Quodsi ergo capiatur $\alpha = 10$ dig. tubus habebitur 72 dig. seu 6 pedum,

dum, qui quidem tantum octies auget, sed triplo maiorem campum patefacit, quam tubi ordinarii.

32. *Casus II.* Sit $n=2$, seu $q=3M$, et $M=\frac{2}{m+1}$; iam ob $\mu n > 3$ ponatur $\mu = \frac{2}{3} + f$ eritque

$$b = \frac{27 + 2f - 12M}{3(9 + 2f)}; \quad c = \frac{6 - 2(15 + 2f - 12M)}{45 + 2f - 12M}; \quad d = \frac{2 + v - 2vM}{1 - v}$$

hinc $1 - b = \frac{2f + 12M}{3(9 + 2f)}$

ideoque $M < \frac{2}{15 + 2f - 12v}$ seu $m > 13 + 2f - 2v$. Determinationes vero erunt

$$P' = \frac{b}{2b-1} \alpha; \quad AB = \frac{2b}{2b-1} \alpha$$

$$P'' = \frac{bc}{1-b} \frac{M\alpha}{c+2M}; \quad BC = \frac{b}{1-b} \frac{\{2(1-b)M+c\}\alpha}{(2b-1)(c+2M)}$$

$$P''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)} \frac{M\alpha}{d+1-2M}; \quad CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \frac{(c+1+d)M\alpha}{(c+2M)(d+1-2M)}$$

$$P'''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \frac{M\alpha}{s-2M}; \quad DE = \frac{bcd}{(c-b)(1+c)(d-1)} \frac{(d-2)M\alpha}{(d+1-2M)(s-2M)}$$

vbi notetur esse

$$3b-1 = \frac{6(3-2M)}{9+2f}; \quad c+2M = \frac{2(3-2M)}{15+2f-12v}; \quad \text{et } d+1-2M = \frac{3-2M}{1-v}.$$

33. *Exempl.* Applicemus hunc casum ad multiplicationem aliquanto maiorem, sitque $m=16$, hinc $M=\frac{1}{5}$ et $q=\frac{3}{5}$, tum vero capiatur $v=1$, ut sit $d=\infty$, quia hoc commode fieri licet, atque habebimus:

$$b = \frac{25+2f}{5(9+2f)}; \quad 1-b = \frac{2+f}{5(9+2f)}; \quad 3b-1 = \frac{16}{9+2f}$$

$$c = \frac{5-2f}{5(15+2f)}; \quad 1+c = \frac{20+f}{5(15+2f)}; \quad c+2M = \frac{16+f}{5(15+2f)}$$

H h 3

hincque

hincque sequentes mensuras :

$$\begin{array}{l|l}
 p' = \frac{25+2f}{48} a & AB = \frac{25+2f}{16} a \\
 p'' = \frac{25+2f}{2+4f} \cdot \frac{5-2f}{96} a & BC = \frac{25+2f}{2+4f} \cdot \frac{7+2f}{32} a \\
 p''' = \frac{25+2f}{2+4f} \cdot \frac{5-2f}{30+4f} \cdot \frac{a}{6} & CD = \frac{25+2f}{2+4f} \cdot \frac{5-2f}{30+4f} \cdot \frac{21+2f}{32} a \\
 p'''' = \frac{25+2f}{2+4f} \cdot \frac{5-2f}{30+4f} \cdot \frac{a}{10} & DE = \frac{25+2f}{2+4f} \cdot \frac{5-2f}{30+4f} \cdot \frac{a}{10}
 \end{array}$$

et pro loco oculi $EO = \frac{5}{2} p''''$; vbi notandum pro lente obiectiua, si fuerit simplex capi, oportere fere $a = 24$. dig.

34. Ne hic lens ocularis nimis fiat exigua ponere debemus $f = 1$ vel adhuc minus, vt $f = \frac{1}{2}$, vnde pro hac duplici hypothefi habebimus has de terminationes :

I. $f = 1$	II. $f = \frac{1}{2}$
$p' = \frac{9}{18} a$; $AB = 1 \frac{11}{18} a$	$p' = \frac{13}{24} a$; $AB = 1 \frac{5}{8} a$
$p'' = \frac{9}{28} a$; $BC = 1 \frac{17}{24} a$	$p'' = \frac{13}{28} a$; $BC = 1 \frac{5}{8} a$
$p''' = \frac{9}{36} a$; $CD = 1 \frac{17}{36} a$	$p''' = \frac{13}{120} a$; $CD = 1 \frac{59}{120} a$
$p'''' = \frac{9}{448} a$; $DE = 1 \frac{9}{448} a$	$p'''' = \frac{13}{320} a$; $DE = 1 \frac{13}{320} a$
$AE = 3 \frac{93}{896} a$	$AE = 3 \frac{171}{320} a$

Si lens obiectiua composita adhibeatur, vt a vnus tantum pedis accipi queat, hypothefis $f = \frac{1}{2}$ egregium telescopium suppeditare videtur.

35. Casus III. Sit $n = 3$ seu $q = 4M$ et $M = \frac{3}{m+3}$; ob $\mu n > 3$ ponatur $\mu = 1 + f$ eritque

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{16+f-12M}{4+(4+f)}; & c &= \frac{3-3(7+f-v)M}{6+f-v}; & d &= \frac{2+v-3vM}{1-v} \\
 4b-1 &= \frac{12(1-M)}{4+f}; & c+q-M &= \frac{3(1-M)}{6+f-v}; & d+1-q+M &= \frac{3(1-M)}{1-v}
 \end{aligned}$$

vbi

QUATVOR LENTIVM. 247

vbi esse debet $m > 18 + 3f - 3v$. Sumamus ergo $v=1$, ac reperimus

$$p' = \frac{16+f-12M}{48(1-M)} a; \quad AB = \frac{16+f-12M}{12(1-M)} a$$

$$p'' = \frac{16+f-12M}{3(f+4M)} \cdot \frac{1-6M-fM}{1-M} \cdot M a; \quad BC = \frac{16+f-12M(4+f-20M-4fM)}{26(1-M)(f+4M)} a$$

$$p''' = \frac{16+f-12M}{f+4M} \cdot \frac{1-6M-fM}{8+f-3(6+f)M} \cdot M a; \quad CD = \frac{(16+f-12M)(1-6M-fM)(5+f)}{3(f+4M)(8+f-3(6+f)M)(1-M)} M a$$

$$p'''' = \frac{16+f-12M}{3(f+4M)} \cdot \frac{1-6M-fM}{8+f-3(6+f)M} \cdot \frac{M a}{1-M}; \quad DE = \frac{(16+f-12M)(1-6M-fM)}{3(f+4M)(8+f-3(6+f)M)} \cdot \frac{M a}{1-M}$$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{3(1-M)}$; vnde pro quavis multiplicatione huiusmodi telescopia confici possunt.

36. Exempl. Sit multiplicatio $m=33$, ideoque $M = \frac{1}{33}$ ac pro lente obiectiva simplici statui oportet $a=96$ dig. circiter, erit

$$p' = \frac{15+f}{44} a; \quad AB = \frac{15+f}{11} a$$

$$p'' = \frac{15+f}{3f+1} \cdot \frac{6-f}{132} a; \quad BC = \frac{15+f}{3f+1} \cdot \frac{7+3f}{33} a$$

$$p''' = \frac{15+f}{3f+1} \cdot \frac{6-f}{12(26+3f)} a; \quad CD = \frac{15+f}{3f+1} \cdot \frac{6-f}{26+3f} \cdot \frac{5+f}{22} a$$

$$p'''' = \frac{15+f}{3f+1} \cdot \frac{6-f}{33(26+3f)} a; \quad DE = \frac{15+f}{3f+1} \cdot \frac{6-f}{26+3f} \cdot \frac{a}{22}$$

et pro oculo $EO = \frac{1}{11} p''''$.

Sumatur ergo $f=2$ ac prodibit

dig.	dig.
$p' = \frac{17}{44} a = 37,091$	$AB = \frac{17}{11} a = 148,364$
$p'' = \frac{17}{137} a = 7,065$	$BC = \frac{17}{11} a = 77,714$
$p''' = \frac{17}{1744} a = 1,214$	$CD = \frac{17}{264} a = 6,182$
$p'''' = \frac{17}{1144} a = 0,883$	$DE = \frac{17}{1144} a = 0,883$

longitudo $EO = 233,143$

37. Po-

37. Potuissimus quoque in formulis §. 27. quantitatem d negativè accipere, ut lens penultima ante focum lentis ocularis incidisset, sed quia comode statui potest $d = \infty$, inde eisdem casus elucissimus. Interim in hoc telescopiorum genere nimia longitudo imprimis ad praxin est inepta, unde in hoc nobis erit incumbendum, ut ea ad minorem longitudinem contrahamus, id quod sine notabili campi apparentis iactura fieri nequit. Verum lentium numerum augendo non solum idem campus servari sed etiam ultra augeri poterit. Tum autem binas lentes B et C ita constitui oportet, ut ob eas campus adeo coarctetur, adiectione autem sextae lentis iterum dilatetur. Ex quo sex lentes adhibendo non maiorem campum, sed breviores tubos assequi conabimur.

De Telescopiis sex lentibus instructis.

38. Pro quinque ergo lentibus, post obiectivam collocandis ponamus:

$$B = \frac{-b}{1+b}; \quad C = \frac{c}{1-c}; \quad D = \frac{-d}{1+d}; \quad E = \frac{-e}{1-e}; \quad F = \infty$$

$$\mathfrak{B} = -b; \quad \mathfrak{C} = c; \quad \mathfrak{D} = -d; \quad \mathfrak{E} = e; \quad \mathfrak{F} = 1.$$

tum vero

$$\Pi' = -b\theta' - \Phi; \quad \Pi'' = c\theta'' + \theta' - \Phi; \quad \Pi''' = -d\theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi$$

$$\Pi'''' = e\theta'''' + \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi; \quad \Pi^v = \theta^v + \theta'''' + \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi.$$

Cum

Cum iam fit pro campo apparente $\Phi = \frac{\theta'''' - \theta'' - \theta'''}{m-1}$ statuamus:

$\theta' = q\omega; \theta'' = -r\omega; \theta''' = -\omega; \theta'''' = -\omega; \theta^v = -\omega$

vt fiat $\Phi = \frac{s+r-q}{m-1}\omega$, et breuitatis ergo $\Phi = M\omega$

posito $M = \frac{s+r-q}{m-1}$ sicque habebimus

$\Pi' = -(bq+M)\omega; \Pi'' = (q-cr-M)\omega; \Pi''' = +(d-r+q-M)\omega$

$\Pi'''' = -(e+i+r-q+M)\omega; \Pi''''' = -(s+r-q+M)\omega$

satisfacereque debemus huic aequationi:

$\frac{-q}{bq+M} - \frac{r}{q-cr-M} - \frac{d-r+q-M}{d-r+q-M} + \frac{e+i+r-q+M}{e+i+r-q+M} + \frac{s+r-q+M}{s+r-q+M} = 0.$

39. Hinc autem pro determinatione Telescopii sequentes oriuntur formulae:

$p' = \frac{bM}{bq+M} \alpha$	$AB = \frac{bq}{bq+M} \alpha$
$p'' = \frac{bc}{s+b} \frac{M\alpha}{q-cr-M}$	$BC = \frac{bc}{1+b} \frac{((1+b)q-cr)M\alpha}{(bq+M)(q-cr-M)}$
$p''' = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)} \frac{M\alpha}{d-r+q-M}$	$CD = \frac{bc}{(1+b)(1-c)} \frac{(q-cr-M)(d-r+q-M)}{(d-(1-c)r)M\alpha}$
$p'''' = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)} \frac{M\alpha}{e+i+r-q+M}$	$DE = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)} \frac{(d-r+q-M)(e+i+r-q+M)}{(e-s)M\alpha}$
$p^v = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)(e-1)} \frac{M\alpha}{s+r-q+M}$	$EF = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)(e-1)} \frac{(e+i+r-q+M)(s+r-q+M)}{(e-1)M\alpha}$

et pro loco oculi FO = $\frac{s+r-q+M}{s+r-q+M} p^v$

vnde patet has condiciones obseruari oportere, vt fit

$(x+b)q > cr; d > (1-c)r; \text{ et } e > 2.$

40. Casus I. Consideremus casum facillimum, quo

$b = \infty; e = \infty \text{ et } r = 0$

et aequatio adimplenda est $\frac{-1}{d-r+q-M} + \frac{1}{s+r-q+M} = 0$

Tom. XII. Nou. Comm. I i vnde

vnde fit $d = 3 - 2(q - M)$. Statuatur ergo $q = (1 + n)M$ vt fit $d = 3 - 2nM$, et formulae nostrae abibunt in has:

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{c}{1-c} \cdot \frac{a}{n} & AB &= a \\
 p'' &= c \cdot \frac{a}{n} & BC &= \frac{a}{n} \\
 p''' &= \frac{c(s-2nM)}{1-c} \cdot \frac{M a}{s-nM} & CD &= \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d a}{n(s-nM)} \\
 p'''' &= \frac{c(s-2nM)}{1-c} \cdot \frac{M a}{s-nM} & DE &= \frac{c(s-2nM)}{(1-c)(s-2nM)} \cdot \frac{M a}{s-nM} \\
 p''''' &= \frac{c(s-2nM)}{(1-c)(s-2nM)} \cdot \frac{M a}{s-nM} & EF &= \frac{c(s-2nM)}{(1-c)(s-2nM)} \cdot \frac{M a}{s-nM}
 \end{aligned}$$

cum ergo fit $M = \frac{s-3}{m-1} = \frac{s-n-2n}{m-1}$ erit $M = \frac{s}{m+n}$ et semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{2a}{m+n}$.

41. *Exempl. I.* Sit multiplicatio $m = 10$, ac sumatur $n = 2$ et $c = \frac{1}{2}$, tum vero sit lentis obiectivae distantia foci $a = 16$ dig. erit ergo $M = \frac{1}{2}$, $q = \frac{3}{2}$ et $\Phi = \frac{a}{7}$ seu $\Phi = 3^\circ, 35'$ et mensurae pro telescopio construendo erunt

$p' = 5\frac{1}{2}$ dig.	$AB = 16$
$p'' = 4$	$BC = 8$
$p''' = 3\frac{1}{2}$	$CD = 6\frac{2}{3}$
$p'''' = 2\frac{3}{4}$	$DE = 1\frac{1}{12}$
$p''''' = 1\frac{1}{12}$	$EF = 1\frac{1}{12}$
$FO = \frac{1}{2} p'''''$	$AF = 32\frac{1}{12}$

Hic ergo tubus circiter 33 dig. longus obiecta in ratione decupla multiplicabit, campum autem aperiet, cuius diameter $2\frac{1}{2}$ vicibus maior est quam in tubis consuetis astronomicis.

42. *Ex-*

42. *Exempl. II.* Sit multiplicatio maior $m=25$, maneatque $n=2$, at capiatur $c=\frac{2}{7}$, erit $M=\frac{1}{2}$, et $q=\frac{1}{3}$; lentis autem obiectivae distantia focalis sumi debet $a=54$ dig. vnde pro campo apparente $\Phi=\frac{2}{3}$ seu $\Phi=1^\circ, 35'$. Mensurae autem pro constructione huius telescopii sunt:

$p' = 18$ dig.	$AB = 54$
$p'' = 10\frac{4}{7}$	$BC = 27$
$p''' = 3\frac{17}{17}$	$CD = 15\frac{16}{17}$
$p'''' = 2\frac{7}{7}$	$DE = 1\frac{7}{100}$
$p''''' = 1\frac{7}{100}$	$EF = 1\frac{7}{100}$
$FO = \frac{2}{3} p''''$	$AF = 99\frac{16}{100}$

ita vt hic tubus futurus sit 100 dig. seu $8\frac{1}{2}$ pedum.

43. *Exempl. III.* Vt tubus breuior reddatur sumatur $n=3$, sitque multiplicatio $m=24$, et $a=52$ dig. erit $M=\frac{2}{3}$ et $\Phi=\frac{2}{3}$ vt ante. Mensurae autem pro constructione telescopii sunt.

$p' = 13$ dig.	$AB = 52$
$p'' = 6\frac{14}{17}$	$BC = 17\frac{1}{17}$
$p''' = 3\frac{10}{17}$	$CD = 10\frac{1}{17}$
$p'''' = 2\frac{24}{17}$	$DE = 1\frac{1}{17}$
$p''''' = 1\frac{1}{17}$	$EF = 1\frac{1}{17}$
et $FO = \frac{2}{3} p''''$	$AF = 81\frac{1}{17}$

hic ergo tubus sesquipede breuior est quam praecedens, et tamen eundem campum complectitur, sed tantillo minus multiplicat.

44. *Casus II.* Propositus nunc sit iste casus $b=\infty$ et $d=\infty$ et quia $e > 2$ ponamus $e=1+r$
 $1 \quad i \quad 2 \quad -q$

$-q+M = \frac{s+r-q+M}{1-v}$ vt habemus $e = \frac{s+v}{1-v} \cdot \frac{v(q-r-M)}{1-v}$
atque

$$\frac{r}{q-cr-M} = \frac{s-v}{s+r-q+M} \text{ seu } \frac{q-M}{r} - c = \frac{s+r}{s-v} - \frac{(q-M)}{s-v}$$

vnde fit $q = M + \frac{r(s+2c+r-vc)}{s+r-v}$. At est $c < 1$ et $q < 1$,
quare cum fit $(m-1)M + q = 3+r$ crit

$$Mm = 3 - \frac{r(s+2c+s-vc)}{s+r-v} \text{ seu } M = \frac{(2-v)(s+r-cr)}{(s+r-v)m}$$

Statuatur breuitatis gratia $n = \frac{r(s+2c+r-vc)}{M(s+r-v)}$ vt fit
 $q = (1+n)M$ eritque $q-cr-M = \frac{r(s+r-cr)}{s+r-v}$ et $q-r$
 $-M = \frac{r(1+v+2c-vc)}{s+r-v}$ atque

$$P' = \frac{\alpha}{1+n};$$

$$P'' = \frac{cM\alpha}{q-cr-M};$$

$$P''' = \frac{c}{1-c} M\alpha;$$

$$P'''' = \frac{ce}{1-c} \cdot \frac{(1-v)M\alpha}{s-q+r+M};$$

$$P^v = \frac{ce}{(1-c)(c-1)} \cdot \frac{M\alpha}{s-q+r+M};$$

$$AB = \alpha$$

$$BC = \frac{M\alpha}{q-cr-M}$$

$$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{M\alpha}{q-cr-M}$$

$$DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{(1-v)M\alpha}{s-q+r+M}$$

$$EF = \frac{ce}{(1-c)(c-1)} \cdot \frac{(1-v)(c-2)M\alpha}{(s-q+r+M)^2}$$

$$\text{et } FO = \frac{P''''}{s-q+v+M}$$

45. Quo clarius indolem huius casus perspicimus, primum obseruo ad tubum contrahendum necesse esse, vt $q-cr-M > M$. Statuamus ergo $q-cr-M = kM$, ac pro M introducto valore reperimus $r = \frac{k(2-v)}{m}$, hincque $M = \frac{s^m + k(2-v)(1-c)}{m(m+k)}$ et $q = (1+k)M + cr$, ac $q-r-M = \frac{k(1+v+2c-vc)}{m+k}$.

Ex his proposita multiplicatione m , sumtoque numero k sicut pro tubo contrahendo videbitur, adhuc litterae c et v arbitrio nostro relinquuntur, qua-
FINIS

rum haec ν ad neutrum suorum limitum o et z nimis prope accedere debet, ne interualla lentium DE et EF minora euadant, quam earum crassities patitur; tum vero litteram c ita sumi conueniet, vt postrema lens non fiat nimis exigua, quod imprimis est cauendum, quia hinc noua confusio inueheretur.

46. Ponamus ergo $k=2$, vt fiat $BC=\frac{1}{2}AB$, tum vero $c=\frac{r}{2}$ vt fiat quoque $CD=\frac{1}{2}BC$; eritque

$$r = \frac{2(z-\nu)}{m}; M = \frac{3m + \frac{2}{3}(z-\nu)}{m(m+2)} \text{ et } q-r-M = \frac{2(5+z\nu)}{3(m+2)}$$

$$\text{hinc } q = \frac{(31-2\nu)m + 16(z-\nu)}{3m(m+2)} \text{ et } n+1 = \frac{q}{M} = \frac{(31-2\nu)m + 16(z-\nu)}{3m + 4(z-\nu)}$$

$$\text{tum vero } e = \frac{2+z\nu}{1-\nu} - \frac{2\nu(5+z\nu)}{3(1-\nu)(m+2)}$$

$$\text{ergo } \frac{2(5+z\nu)}{3(m+2)} = z, \text{ seu } q-r-M = z \text{ erit:}$$

$$p' = \frac{\alpha}{1+n}$$

$$p'' = \frac{1}{2}\alpha$$

$$p''' = \frac{1}{2}M\alpha$$

$$p'''' = \frac{1}{2}e \cdot \frac{(1-\nu)M\alpha}{3-z}$$

$$p^v = \frac{e}{2(\alpha-1)} \cdot \frac{M\alpha}{3-z}$$

$$AB = \alpha$$

$$BC = \frac{1}{2}\alpha$$

$$CD = \frac{1}{4}\alpha$$

$$DE = \frac{\nu}{2} \cdot \frac{(1-\nu)M\alpha}{3-z}$$

$$EF = \frac{e}{2(\alpha-1)} \cdot \frac{(1-\nu)(e-2)M\alpha}{(3-z)2}$$

$$\text{et } FO = \frac{1}{3-z} p^v$$

47. Si ponamus insuper $\nu = \frac{1}{2}$ habebimus:

$$M = \frac{3m+2}{m(m+2)}; z = \frac{4}{m+2}; e = 5 - \frac{4}{m+2}; n+1 = \frac{10m+8}{3m+2}$$

$$\text{tum vero } q = \frac{10m+8}{m(m+2)} \text{ et } r = \frac{2}{m}$$

Sit exempli gratia multiplicatio $m=30$, eritque

$$M = \frac{92}{110}; n+1 = \frac{77}{11}; z = \frac{1}{3}; e = \frac{39}{5}; q = \frac{77}{15} \text{ et } r = \frac{1}{15}$$

hincque

$$\begin{array}{l}
 p' = \frac{22}{77} a \\
 p'' = \frac{1}{8} a \\
 p''' = \frac{23}{480} a \\
 p'''' = \frac{19}{320} a \\
 p^v = \frac{15}{880} a
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 AB = a \\
 BC = \frac{1}{8} a \\
 CD = \frac{1}{4} a \\
 DE = \frac{1}{180} a \\
 EF = \frac{15}{1440} a
 \end{array} \right.$$

$$\text{Longitudo AF} = \left(1 + \frac{143}{176} \right) a$$

$$\text{et pro loco oculi FO} = \frac{1}{37} \cdot p^v$$

ubi ob $a = 72$ dig. lens ocularis non fit nimis parva, atque adeo duplicata ut fit $a = 48$ dig.

48. Vt magis contrahamus tubum, ponamus $k = 3$, $c = \frac{1}{2}$ et $v = \frac{1}{2}$ et pro multiplicatione m in genere $r = \frac{2}{m}$ et $q = \frac{15(7m+9)}{8m(m+3)}$ hincque porro has determinationes:

$$\begin{array}{l}
 p' = \frac{8m+9}{5(7m+9)} a \\
 p'' = \frac{1}{18} a \\
 p''' = \frac{8m+9}{8m(m+3)} a \\
 p'''' = \frac{5(8m+15)}{24m(m+3)} a \\
 p^v = \frac{5(8m+15)}{8m(32m+31)} a
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 AB = a \\
 BC = \frac{1}{3} a \\
 CD = \frac{1}{8} a \\
 DE = \frac{1}{6m} a \\
 EF = \frac{5(8m+15)}{61m(32m+31)} a
 \end{array} \right.$$

et pro loco oculi $FO = \frac{5(m+3)}{2(8m+9)} p^v$. Tota autem tubi longitudo fit quasi $= 1\frac{1}{2} a$, et semidiameter campi $\Phi = \frac{5(8m+9)}{8m(m+3)} \omega$.

De Telescopiis septem lentibus instructis.

49. Vt formulas nimis complicatas hic euitemus, ac statim insignem campum cum modica longi-

longitudine adipiscamur; lentem secundam *bBb* in ipso foco *a* lentis obiectivae constituamus, tertiam vero *cCc* ibi, vbi obiectum in *A* positum per lentem *B* suam imaginem esset proiecturum. Quatuor autem reliquarum binas *D*, *E* ante imaginem erectam *I* postremas vero *F* et *G* pone eam collari sumamus. Habebimus ergo pro his lentibus:

$$B = -1; C = \frac{c}{1-c}; D = \frac{-d}{1+d}; E = \frac{-e}{1+e}; F = \frac{-f}{1-f}; G = \infty$$

$$\mathfrak{B} = \infty; \mathfrak{C} = c; \mathfrak{D} = -d; \mathfrak{E} = -e; \mathfrak{F} = f; \mathfrak{G} = 1$$

$$\theta' = q\omega; \theta'' = 0\omega; \theta''' = -\omega; \theta'''' = -\omega; \theta^V = -\omega; \theta^VI = -\omega$$

hincque semidiameter campi $\Phi = \frac{q-d}{m-1} \omega$. Ponatur $\frac{q-d}{m-1} = M$ ut sit $\Phi = M\omega$ erit

$$\Pi' = \infty\omega; \Pi'' = (q-M)\omega; \Pi''' = +(d+q-M)\omega$$

$$\Pi'''' = +(e-1+q-M)\omega; \Pi^V = -(f+2-q+M)\omega$$

$$\Pi^VI = -(4-q+M)\omega.$$

50. His positis determinationes telescopii sunt sequentes:

$p' = \frac{M\alpha}{q}$	$AB = \alpha$ $BC = \frac{M\alpha}{q-M}$ $CD = \frac{M\alpha}{(1-c) \cdot (q-M)(d+q-M)}$ $DE = \frac{M\alpha}{(1-c)(1+d) \cdot (d+q-M)(e-1+q-M)}$ $EF = \frac{M\alpha}{(1-c)(1+d)(1+e) \cdot (e-1+q-M)(f+2-q+M)}$ $FG = \frac{M\alpha}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1) \cdot (f+2-q+M)(4-q+M)}$ et $GO = \frac{M\alpha}{4-q+M}$
$p'' = \frac{cM\alpha}{q-M}$	
$p''' = \frac{cd}{1-c} \cdot \frac{M\alpha}{d+q-M}$	
$p'''' = \frac{cde}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M\alpha}{e-1+q-M}$	
$p^V = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{M\alpha}{f+2-q+M}$	
$p^VI = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{M\alpha}{4-q+M}$	

51. Destructio autem colorum iridis postulat ut sit:

$$\frac{-1}{d+q-M} - \frac{1}{e-1+q-M} + \frac{1}{f+1-q+M} + \frac{1}{1-q+M} = 0$$

ubi cum sit $e-1 > d$ et $f > 2$ statuamus

$$e-1+q-M = \frac{d+q-M}{1-\mu} \text{ et } f+1-q+M = \frac{1-q+M}{1-\nu}$$

fietque $d+q-M = \frac{1-\mu}{2-\nu}(4-q+M)$ et $e-1+q-M = \frac{(3-\mu)(4-q+M)}{(1-\mu)(2-\nu)}$ unde quantitates d, e et f definiuntur, litterae autem μ et ν intra limites 0 et 1 sumendae arbitrio nostra relinquuntur.

Ab est $4-q+M = Mm$, hinc $q-M = 4-Mm$, et pro numeratoribus $e-1-d = \frac{\mu(2-\mu)Mm}{(1-\mu)(2-\nu)}$; $f+e+1 = \frac{(4-3\mu-3\nu+2\mu\nu)Mm}{(1-\mu)(1-\nu)(2-\nu)}$ et $f-2 = \frac{\nu Mm}{1-\nu}$ porro autem $d = \frac{4-\mu-\nu}{2-\nu} Mm - 4$; $e = \frac{4-3\mu-\nu+2\mu\nu}{(1-\mu)(2-\nu)} Mm - 3$ et $f = \frac{\nu}{1-\nu} Mm + 2$, si insuper ponatur, $q = (1+n)M$ erit $q-M = nM$ et $M = \frac{4}{m+n}$.

52. His valoribus substitutis pro constructione telescopii hae habentur mensurae:

p'	$= \frac{\alpha}{1+\lambda}$	$AB = \alpha$ $BC = \frac{\alpha}{n}$ $CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)mM} - \frac{e}{1-c} \cdot \frac{(2-\mu)m-(2-\nu)n}{(2-\mu)mn} \alpha$ $DE = \frac{c}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{\mu(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$ $EF = \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{(4-3\mu-3\nu+2\mu\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$ $FG = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{\nu\alpha}{m}$
p''	$= \frac{c\alpha}{2}$	
p'''	$= \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d(2-\nu)g}{(2-\mu)m}$	
p^{IV}	$= \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{e(1-\mu)(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$	
p^V	$= \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{f(1-\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$	
p^{VI}	$= \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{\alpha}{m}$	

et pro loco oculi erit $GO = \frac{1}{Mm} p^{VI} = \frac{m+n}{4m} p^{VI}$.

Hic

Hic ergo etiam littera c arbitrio nostro permittitur, qua effici potest ut vltima lens ad vsum sit maxime accommodata.

53. Exemplum afferamus sumendo $\mu = \frac{16}{17}$; $\nu = \frac{4}{17}$; $n = 2$ sitque multiplicatio $m = 10$, ac sit $M = \frac{1}{3}$, tum vero

$d = \frac{127}{17}$; $e = 38$; $f = \frac{12}{17}$ vnde hae mensurae

$p' = \frac{c}{2}$	$AB = a$
$p'' = c \cdot \frac{c}{2}$	$BC = \frac{1}{4} a$
$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{127c}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17}$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{127}{4 \cdot 5 \cdot 11} a$
$p'''' = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{19 \cdot 127 c}{2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19}$	$DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4 \cdot 127}{5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19} a$
$p^v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{19 \cdot 41 \cdot 127 c}{2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19}$	$EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4 \cdot 19 \cdot 127}{2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 19} a$
$p^vi = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{19 \cdot 41 \cdot 127 c}{2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 19}$	$FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4 \cdot 19 \cdot 41 \cdot 127}{2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 19} a$
	et $GO = \frac{1}{10} p^vi$

quae ad praxin satis videntur idoneae; atque adeo capere licet $c = \frac{2}{3}$, quo pacto tubus magis contrahitur.

54. Sequentes positiones $\mu = \frac{1}{3}$ et $\nu = \frac{1}{3}$ ad praxin vtilis videntur, quas ergo in genere prosequar; primo autem praebent

$f = Mm + 2$; $e = 5Mm - 3$; $d = \frac{2}{3}Mm - 4$ existente $M = \frac{4}{m+2}$

tum vero prodeunt sequentes mensurae:

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{m}{1+n} \\
 p'' &= \frac{ca}{n} \\
 p''' &= \frac{c}{1-c} \cdot \frac{sd\alpha}{4m} \\
 p^{IV} &= \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{ea}{4m} \\
 p^V &= \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{fa}{2m} \\
 p^{VI} &= \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(1+f)} \cdot \frac{a}{m}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 AB &= a \\
 BC &= \frac{a}{n} \\
 CD &= \frac{a}{1-c} \cdot \frac{4m-5B}{4mn} \alpha \\
 DE &= \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{a}{m} \\
 EF &= \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{a}{m} \\
 FG &= \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(1+f)} \cdot \frac{a}{m} \\
 \text{et } GO &= \frac{m+n}{4m} p^{VI}.
 \end{aligned}$$

Deinde campi apparentis semidiameter est $\Phi = \frac{4a}{m+n}$, circiter quadruplo maior quam in tubis vfitatis; at est $q = \frac{4(1+n)}{m+n}$, vnde apertura secundae lentis B sumi debet.

55. Circa numerum n evidens est, quo maior is accipiatur, eo minorem prodire longitudinem, tum autem simul campus apparens imminuitur. Cum enim per formulas primum inventas sit $\Phi = \frac{4-q}{m+n} \omega$, hic autem posuerimus $q = \frac{4(1+n)}{m+n}$, vt sit $n = \frac{4m-4}{4-q}$ patet aucto numero hoc n , etiam q augeri, ideoque campum minui in ratione numeri $4-q$. Posito autem $n=1$, fit $q = \frac{8}{m+1}$ et $\Phi = \frac{4}{m+1} \omega$; tubus vero astronomicus vulgaris pro eadem multiplicatione praebet $\Phi = \frac{4}{m+1} \omega$, vnde hoc casu noster tubus quadruplo ampliorem campum detegit, sed ob $n=1$, plus quam duplo fit longior. Si ergo campus non 4 sed $3\frac{1}{2}$ partibus amplior esse debeat, sumi oportet $n = \frac{m+4}{7}$, sin autem $3\frac{1}{2}$ partibus, fit $n = \frac{m+16}{15}$, vnde patet admodum exigua campi

campi imminutione longitudinem vehementer contrahi, idque eo magis, quo maior fuerit multiplicatio.

Exemplum I.

56. Sit multiplicatio $m = 10$, et sumatur $n = 1$, fietque $M = \frac{1}{11}$ et $q = \frac{1}{11}$, hinc semidiameter campi $\Phi = \frac{10}{11}$, qui sumto $\omega = \frac{1}{4}$ erit $\Phi = 5^\circ, 12'$, et diameter $10^\circ, 24'$. Tum ob $Mm = \frac{10}{11} = 3,6364$, fit $d = 2,5455$; $e = 15,1818$; $f = 5,6364$ vnde sequentes prodeunt mensurae:

$p' = 0,5 a$	$AB = a$
$p'' = c. a$	$BC = a$
$p''' = \frac{c}{1-c} 0,3182 a$	$CD = \frac{c}{1-c} 0,8750 a$
$p'''' = \frac{c}{1-c} 0,2725 a$	$DE = \frac{c}{1-c} 0,0718 a$
$p^v = \frac{c}{1-c} 0,1898 a$	$EF = \frac{c}{1-c} 0,0505 a$
$p^{vi} = \frac{c}{1-c} 0,0819 a$	$FG = \frac{c}{1-c} 0,0409 a$
	et $GO = \frac{c}{1-c} 0,0225 a$

Hinc tota longitudo $AO = 2a + \frac{c}{1-c} 1,0607 a$

sumto hic $a = 15$ dig. accipi poterit $c = \frac{1}{11}$, vt prodeat $p^{vi} = 1$ dig.

Exemplum II.

57. Sit multiplicatio $m = 15$, et capiatur $n = 2$, vt fiat $M = \frac{15}{17}$ et $q = \frac{15}{17}$, ideoque $\Phi = \frac{10}{17}$ seu $\Phi = 3^\circ, 22'$. Iam ob $Mm = \frac{60}{17} = 3,5294$, erit $d = 2,3530$; $e = 14,6470$; $f = 5,5294$ vnde sequentes mensurae obtinentur:

K k 2

$p' = 0,3333 a$	$AB = a$
$p'' = c. 0,500 a$	$BC = 0,500 a$
$p''' = \frac{c}{1-c} 0,1961 a$	$CD = \frac{c}{1-c} 0,4167 a$
$p'''' = \frac{c}{1-c} 0,1713 a$	$DE = \frac{c}{1-c} 0,0468 a$
$p^v = \frac{c}{1-c} 0,1211 a$	$EF = \frac{c}{1-c} 0,0328 a$
$p^{vi} = \frac{c}{1-c} 0,0535 a$	$FG = \frac{c}{1-c} 0,0267 a$
et	$GO = \frac{c}{1-c} 0,0152 a$

Hinc tota longitudo $AO = 1,5 a + \frac{c}{1-c} 0,5382 a$.

58. Litterae f, e, d eatenus tantum variantur, quatenus valor Mm mutatur, hic autem commode idem retineri potest. Quod si ergo secundum exemplum prius in genere statuamus $n = \frac{m}{10}$ fit $M = \frac{40}{11m}$ et $Mm = \frac{40}{11}$ et $q = \frac{4(m+10)}{11m}$ atque $\Phi = \frac{40}{11m} \omega$ vnde sequentes determinaciones nascuntur:

$p' = \frac{10}{m+10} a$	$AB = a$
$p'' = c. \frac{10}{m} a$	$BC = 10. \frac{a}{m}$
$p''' = \frac{c}{1-c} 3,1819. \frac{a}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c} 8,7500. \frac{a}{m}$
$p'''' = \frac{c}{1-c} 2,7249. \frac{a}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} 0,7179. \frac{a}{m}$
$p^v = \frac{c}{1-c} 1,8983. \frac{a}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} 0,5052. \frac{a}{m}$
$p^{vi} = \frac{c}{1-c} 0,8189. \frac{a}{m}$	$FG = \frac{c}{1-c} 0,4095. \frac{a}{m}$
et	$GO = \frac{c}{1-c} 0,2252. \frac{a}{m}$

Hinc tota longitudo $AO = a + \frac{10a}{m} + \frac{c}{1-c} 10,6078. \frac{a}{m}$.

Hic debet sumi pro aperturis $Bb = \frac{10}{11} \frac{a}{m}$ dig. et $Cc = \frac{10}{m} Aa$.

59. Sin autem in genere secundum alterum exemplum ponatur $n = \frac{2m}{15}$, vnde fit $M = \frac{60}{17m}$ et $\Phi = \frac{60}{17m} \omega$ atque $q = \frac{4(2m+15)}{17m}$ determinaciones pro constructione Telescopii erunt:

$p' = \frac{15}{2m+15} a$	$AB = a$
$p'' = c. 7, 5 \frac{a}{m}$	$BC = 7, 5 \frac{a}{m}$
$p''' = \frac{c}{1-c} 2, 9412. \frac{a}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c} 6, 2500. \frac{a}{m}$
$p'''' = \frac{c}{1-c} 2, 5695. \frac{a}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} 0, 7017. \frac{a}{m}$
$p^v = \frac{c}{1-c} 1, 8162. \frac{a}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} 0, 4927. \frac{a}{m}$
$p^{vi} = \frac{c}{1-c} 0, 8019. \frac{a}{m}$	$FG = \frac{c}{1-c} 0, 4010. \frac{a}{m}$
et	$GO = \frac{c}{1-c} 0, 2272. \frac{a}{m}$

Hinc tota longitudo $AO = a + \frac{15}{2m} a + \frac{c}{1-c} 8, 0726. \frac{a}{m}$
 quae notabiliter minor est quam casu praecedente,
 sed campus apparens aliquanto est minor in ratione
 34 : 33. Sumto $\omega = \frac{1}{4}$, lentis in B semidiameter
 aperturae est $Bb = \frac{15}{17} \frac{a}{m}$ dig: at lentis in C capi de-
 bet $= \frac{15}{2m} Aa$, nempe semper $= \frac{B}{A} \frac{C}{B} Aa$.

60. Adiungamus tertium casum, quo $n = \frac{m}{3}$,
 et qui in maioribus multiplicationibus insignem vsum
 praestabit. Erit ergo $M = \frac{10}{3m}$, hinc $\Phi = \frac{10}{3m} \omega$, qui
 valor ad praecedentem est vt 17 ad 18; tum
 $q = \frac{2(m+5)}{3m}$, et reliquae determinationes:

$p' = \frac{5}{m+5} a$	$AB = a$
$p'' = c. 5 \frac{a}{m}$	$BC = 5 \frac{a}{m}$
$p''' = \frac{c}{1-c} 2, 5000 \frac{a}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c} 3, 7500. \frac{a}{m}$
$p'''' = \frac{c}{1-c} 2, 2778 \frac{a}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} 0, 6667. \frac{a}{m}$
$p^v = \frac{c}{1-c} 1, 6566 \frac{a}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} 0, 4659. \frac{a}{m}$
$p^{vi} = \frac{c}{1-c} 0, 7645 \frac{a}{m}$	$FG = \frac{c}{1-c} 0, 3823. \frac{a}{m}$
et	$GO = \frac{c}{1-c} 0, 2293. \frac{a}{m}$

Longitudo tubi $= a + 5 \frac{a}{m} + \frac{c}{1-c} 5, 4942. \frac{a}{m}$
 porro $Bb = \frac{5}{3} \frac{a}{m}$, et $Cc = \frac{5}{3} Aa$.

61. Quod ad numerum c attinet, eum in genere ita definire possumus, vt $\frac{c}{1-c} \cdot \frac{a}{m}$ aequetur quantitati datae veluti vni digito, eritque tum $c = \frac{m}{a+m}$, at tum pro tribus hypothesibus habebimus sequentes mensuras in digitis expressas.

$$\text{Hyp. I. } \Phi = \frac{40}{11m} \omega$$

$$p' = \frac{10}{m+10} a; AB = a$$

$$p'' = \frac{10}{m+a} a; BC = \frac{10}{m} a$$

$$p''' = 3,1819; CD = 8,7500$$

$$p'''' = 2,7249; DE = 0,7179$$

$$p^v = 1,8983; EF = 0,5052$$

$$p^{vi} = 0,8189; FG = 0,4095$$

$$\text{et } GO = 0,2252$$

$$AQ = \frac{m+10}{m} a + 10,6078$$

$$\text{Hyp. II. } \Phi = \frac{60}{17m} \omega$$

$$p' = \frac{15}{2m+15} a; AB = a$$

$$p'' = \frac{15}{2(m+a)} a; BC = \frac{15}{2m} a$$

$$p''' = 2,9412; CD = 6,2500$$

$$p'''' = 2,5695; DE = 0,7017$$

$$p^v = 1,8162; EF = 0,4927$$

$$p^{vi} = 0,8019; FG = 0,4010$$

$$\text{et } GO = 0,2272$$

$$AO = \frac{2m+15}{m} a + 8,0726$$

$$\text{Hyp. III. } \Phi = \frac{10}{5m} \omega$$

$$p' = \frac{5}{m+5} a; AB = a$$

$$p'' = \frac{5}{m+a} a; BC = \frac{5}{m} a$$

$$p''' = 2,5000; CD = 3,7500$$

$$p'''' = 2,2778; DE = 0,6667$$

$$p^v = 1,6566; EF = 0,4659$$

$$p^{vi} = 0,7645; FG = 0,3823$$

$$\text{et } GO = 0,2293$$

$$AO = \frac{m+5}{m} a + 5,4942$$

sicque quatuor postremae lentes in qualibet hypothesi manent eadem vna cum suis interuallis pro omnibus multiplicationibus.

Con-

Conclusio.

62. Telescopia haec omnino singulare genus constituunt, quod prorsus discrepat a telescopiis vulgaribus quatuor lentibus instructis; horumque character potissimum in tertia lente C consistit, quae tam exiguam aperturam postulat, eiusque propterea ope radii peregrini commode excluduntur. Haec autem Telescopia septem lentium isto fundamento nituntur, quod sit $b = \infty$ et $r = 0$, seu quod secunda lens B in ipso foco lentis obiectivae, tertia vero C in eo loco, vbi ipsius obiectivae imago per lentem B projecta cadit, collocetur. Qua positione cum etiam in casibus quinque ac sex lentium vti licuerit, ea, quae quinque lentibus sunt instructa, speciem quasi principalem huius generis telescopiorum exhibere est censenda, vnde reliqua sex et septem lentium multiplicatione lentium ocularium ad campum dilatandum facta sint natae. Quare has species ad idem genus referendas simili forma aspectui exposuisse iuuabit.

Species principalis V lentibus constans.

63. Si ponamus $n = \frac{m}{k}$, vt sit $\Phi = \frac{2k\omega}{m(k+1)}$, tum vero $\frac{c\alpha}{(1-c)m} = z$, ideoque $c = \frac{mz}{mz + \alpha}$, mensurae pro constructione horum telescopiorum ita se habebunt:

Lentis

Lentis	dist. foci	semid. apert.	Interuallum.
in A . . .	α ;	$Aa = x$	$AB = \alpha$
in B . . .	$\frac{k}{m+k} \alpha$;	$Bb = \frac{2k\omega}{m(k+1)} \alpha$;	$BC = \frac{k}{m} \alpha$
in C . . .	$\frac{kx}{mz+\alpha} \alpha$;	$Cc = \frac{k}{m} x$;	$CD = (k-1)z$
in D . . .	$\frac{2(k-1)}{k+1} z$;	$Dd = \frac{2(k-1)\omega}{k+1} z$;	$DE = \frac{4(k-1)}{3k-1} z$
in E . . .	$\frac{2(k-1)}{3k-1} z$;	$Ee = \frac{2(k-1)\omega}{3k-1} z$;	$EO = \frac{k(k-1)}{k(3k-1)} z$.

Hypoth. I.	$m > 4$	Hyp. II.	$m > 3$
$k=2$;	$z=\frac{5}{3}$;	$Aa=\frac{m}{30}$;	$AB=\alpha$
$p' = \frac{2}{m+2} \alpha$;	$Bb=\frac{1}{3} \frac{\alpha}{m}$;	$BC=\frac{2}{m} \alpha$	$p' = \frac{2}{m+3} \alpha$;
$p'' = \frac{10}{5m+2\alpha} \alpha$;	$Cc=\frac{5}{50}$;	$CD=\frac{5}{8}$	$p'' = \frac{6}{2m+\alpha} \alpha$;
$p''' = \frac{5}{3}$;	$Dd=\frac{5}{30}$;	$DE=2$	$p''' = 2$;
$p'''' = 1$;	$Ee=\frac{1}{4}$;	$EO=\frac{5}{8}$	$p'''' = 1$;
$\Phi = \frac{1}{5m}$ seu $\Phi = \frac{1145}{m}$ min.		$\Phi = \frac{3}{8m}$ seu $\Phi = \frac{1209}{m}$ min.	

Hypoth. III.	$m > 3\frac{1}{2}$	Hyp. IV.	$m > 2\frac{1}{2}$
$k=4$;	$z=\frac{11}{8}$;	$Aa=\frac{m}{30}$;	$AB=\alpha$
$p' = \frac{4}{m+4} \alpha$;	$Bb=\frac{2}{3} \frac{\alpha}{m}$;	$BC=\frac{4}{m} \alpha$	$p' = \frac{5}{m+5} \alpha$;
$p'' = \frac{44}{11m+6\alpha} \alpha$;	$Cc=\frac{4}{30}$;	$CD=\frac{11}{8}$	$p'' = \frac{35}{7m+4\alpha} \alpha$;
$p''' = \frac{11}{3}$;	$Dd=\frac{11}{30}$;	$DE=2$	$p''' = \frac{7}{3}$;
$p'''' = 1$;	$Ee=\frac{1}{4}$;	$EO=\frac{5}{8}$	$p'''' = 1$;
$\Phi = \frac{2}{5m}$ seu $\Phi = \frac{1375}{m}$ min.		$\Phi = \frac{5}{12m}$ seu $\Phi = \frac{1431}{m}$ min.	

Hypoth. V.	$m > 2\frac{2}{7}$	Hyp. VI.	$m > 2\frac{1}{2}$
$k=6$;	$z=\frac{17}{10}$;	$Aa=\frac{m}{30}$;	$AB=\alpha$
$p' = \frac{6}{m+6} \alpha$;	$Bb=\frac{3}{7} \frac{\alpha}{m}$;	$BC=\frac{6}{m} \alpha$	$p' = \frac{7}{m+7} \alpha$;
$p'' = \frac{103}{17m+10\alpha} \alpha$;	$Cc=\frac{6}{30}$;	$CD=\frac{17}{10}$	$p'' = \frac{55}{5m+3\alpha} \alpha$;
$p''' = \frac{17}{7}$;	$Dd=\frac{17}{30}$;	$DE=2$	$p''' = \frac{5}{8}$;
$p'''' = 1$;	$Ee=\frac{1}{4}$;	$EO=\frac{7}{18}$	$p'''' = 1$;
$\Phi = \frac{3}{7m}$ seu $\Phi = \frac{1473}{m}$ min.		$\Phi = \frac{7}{16m}$ seu $\Phi = \frac{1503}{m}$ min.	

I.

I. $AE = \frac{m+2}{m} \alpha + 4\frac{1}{2}$ | III. $AE = \frac{m+4}{m} \alpha + 7\frac{1}{2}$ | V. $AE = \frac{m+6}{m} \alpha + 10\frac{1}{2}$ dig.
 II. $AE = \frac{m+3}{m} \alpha + 6$ | IV. $AE = \frac{m+5}{m} \alpha + 9$ | VI. $AE = \frac{m+7}{m} \alpha + 12$ dig.

Species secundaria VI lentibus constans.

64. Factis iisdem denominationibus, primo erit semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{zk\omega}{m(k+1)}$, reliquae vero mensurae.

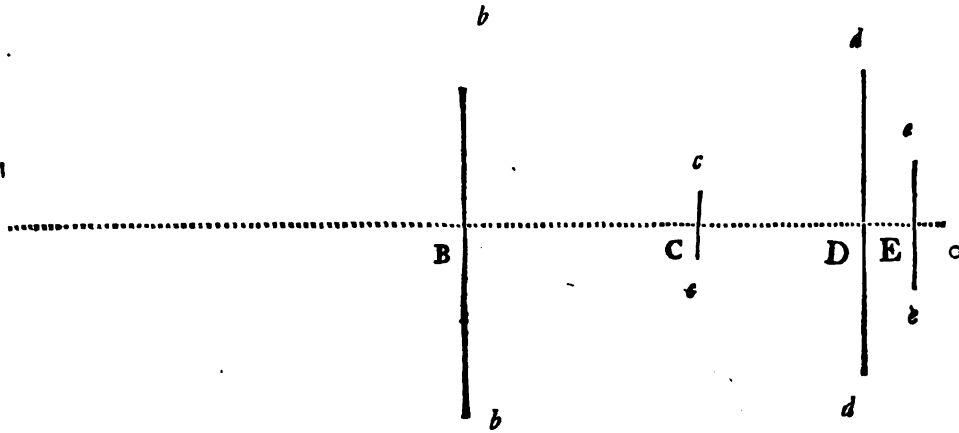
Lentis dist. foci.	semid. apert.	Interuallum
in A α ;	$Aa = x$;	$AB = \alpha$
in B $\frac{k}{m+k} \alpha$;	$Bb = \frac{zk\omega}{m(k+1)} \alpha$;	$BC = \frac{k}{m} \alpha$
in C $\frac{kz}{mz+\alpha} \alpha$;	$Cc = \frac{k}{m} x$;	$CD = (k-1)z$
in D $\frac{z(k-1)}{k+1} z$;	$Dd = \frac{z(k-1)\omega}{k+1} z$;	$DE = \frac{z(k-1)}{2(2k-1)} z$
in E $\frac{9k(k-1)}{2(k+1)(2k-1)} z$;	$Ee = \omega$ Dist. foci	$EF = \frac{z(k-1)}{2(2k-1)} z$
in F $\frac{z(k-1)}{2(2k-1)} z$;	$Ff = \omega$ dist. foci	$FO = \frac{kk-1}{2k(2k-1)} z$

Hypoth. I. $m > \infty$	Hyp. II. $m > 9$
$k=2; z=2; Aa = \frac{m}{30}; AB = \alpha$	$k=3; z=\frac{5}{3}; Aa = \frac{m}{30}; AB = \alpha$
$p = \frac{2}{m+2} \alpha; Bb = \frac{1}{3} \frac{\alpha}{m}; BC = \frac{2}{m} \alpha$	$p' = \frac{3}{m+3} \alpha; Bb = \frac{9}{16} \frac{\alpha}{m}; BC = \frac{3}{m} \alpha$
$p' = \frac{4}{2m+\alpha} \alpha; Cc = \frac{2}{30}; CD = 2$	$p'' = \frac{15}{5m+3\alpha} \alpha; Cc = \frac{3}{30}; CD = 3\frac{1}{2}$
$p'' = 2; Dd = \frac{1}{2}; DE = 1$	$p''' = \frac{5}{2}; Dd = \frac{5}{8}; DE = 1$
$p''' = 2; Ee = \frac{1}{2}; EF = 1$	$p'''' = \frac{9}{4}; Ee = \frac{9}{16}; EF = 1$
$p^v = 1; Ff = \frac{1}{4}; FO = \frac{1}{2}$	$p^v = 1; Ff = \frac{1}{4}; FO = \frac{9}{4}$
$\Phi = \frac{1719}{m} \text{ min. } AF = \frac{m+2}{m} \alpha + 4, \text{ imposs.}$	$\Phi = \frac{1934}{m} \text{ min. } AF = \frac{m+3}{5} \alpha + 5\frac{1}{2}$

<p>Hypoth. III. $m > 6$</p> <p>$k=4; z=\frac{14}{9}; Aa=\frac{m}{50}; AB=\alpha$</p> <p>$p'=\frac{4}{m+4}\alpha; Bb=\frac{3}{5}\cdot\frac{\alpha}{m}; BC=\frac{4}{m}\alpha$</p> <p>$p''=\frac{56}{14m+9}\alpha; Cc=\frac{4}{50}; CD=4\frac{2}{3}$</p> <p>$p'''=\frac{14}{7}; Dd=\frac{7}{10}; DE=1$</p> <p>$p''''=\frac{12}{5}; Ee=\frac{8}{5}; EF=1$</p> <p>$p^v=1; Ff=\frac{1}{4}; FO=\frac{5}{12}$</p> <p>$\Phi=\frac{2062}{m}$ min. $AF=\frac{m+4}{m}\alpha+6\frac{2}{3}$</p>	<p>Hyp. IV. $m > 5$</p> <p>$k=5; z=\frac{5}{2}; Aa=\frac{m}{55}; AB=\alpha$</p> <p>$p'=\frac{5}{m+5}\alpha; Bb=\frac{5}{4}\cdot\frac{\alpha}{m}; BC=\frac{5}{m}\alpha$</p> <p>$p''=\frac{15}{3m+2}\alpha; Cc=\frac{5}{50}; CD=6$</p> <p>$p'''=3; Dd=\frac{5}{4}; DE=1$</p> <p>$p''''=\frac{5}{2}; Ee=\frac{5}{2}; EF=1$</p> <p>$p^v=1; Ff=\frac{1}{4}; FO=\frac{1}{2}$</p> <p>$\Phi=\frac{2149}{m}$ min. $AF=\frac{m+5}{m}\alpha+8$</p>
---	---

<p>Hypoth. V. $m > 4\frac{1}{2}$</p> <p>$k=6; z=\frac{22}{17}; Aa=\frac{m}{50}; AB=\alpha$</p> <p>$p'=\frac{6}{m+6}\alpha; Bb=\frac{9}{14}\cdot\frac{\alpha}{m}; BC=\frac{6}{m}\alpha$</p> <p>$p''=\frac{132}{22m+15}\alpha; Cc=\frac{6}{50}; CD=7\frac{1}{3}$</p> <p>$p'''=\frac{22}{7}; Dd=\frac{11}{14}; DE=1$</p> <p>$p''''=\frac{18}{7}; Ee=\frac{9}{14}; EF=1$</p> <p>$p^v=1; Ff=\frac{1}{4}; FO=\frac{7}{17}$</p> <p>$\Phi=\frac{2210}{m}$ min. $AF=\frac{m+6}{m}\alpha+9\frac{1}{3}$</p>	<p>Hyp VI. $m > 4\frac{1}{2}$</p> <p>$k=7; z=\frac{13}{9}; Aa=\frac{m}{50}; AB=\alpha$</p> <p>$p'=\frac{7}{m+7}\alpha; Bb=\frac{21}{32}\cdot\frac{\alpha}{m}; BC=\frac{7}{m}\alpha$</p> <p>$p''=\frac{91}{18m+9}\alpha; Cc=\frac{7}{50}; CD=8\frac{2}{3}$</p> <p>$p'''=\frac{13}{4}; Dd=\frac{17}{16}; DE=1$</p> <p>$p''''=\frac{21}{8}; Ee=\frac{21}{32}; EF=1$</p> <p>$p^v=1; Ff=\frac{1}{4}; FO=\frac{1}{17}$</p> <p>$\Phi=\frac{2256}{m}$ min. et $AF=\frac{m+7}{m}\alpha+10\frac{1}{3}$</p>
--	--

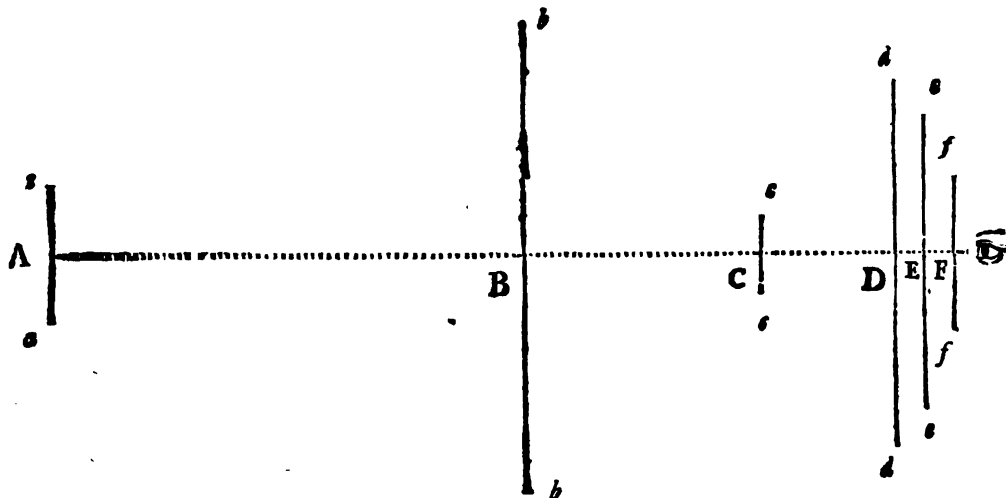
Tabula



Tabula Telescopiorum ex quinque lentibus compositorum.

Multi- plicatio	Lentis focus.	A A	Dift. A B	Lentis focus.	B B	Dift. B C	Lentis focus.	C C	Dift. C D	Lentis focus.	D D	Dift. D E	Longit. tubi.	semid. campi.
5	8	0,1	8	4,00	0,67	8,00	4,18	0,1	7	2,33	0,58	2	25,	4°.46'
10	18	0,2	18	6,00	0,75	9,00	4,44	0,1	7	2,33	0,58	2	36,	2. 23
15	30	0,3	30	7,50	0,83	10,00	4,66	0,1	7	2,33	0,58	2	49,	1. 35
20	42	0,4	42	8,40	0,87	10,50	4,77	0,1	7	2,33	0,58	2	61, 5	1. 11
25	56	0,5	56	9,33	0,93	11,20	4,91	0,1	7	2,33	0,58	2	76,	20. 57
30	70	0,6	70	10,00	0,97	11,67	5,00	0,1	7	2,33	0,58	2	90,67	0. 47
35	85	0,7	85	10,62	1,01	12,14	5,09	0,1	7	2,33	0,58	2	106, 14	0. 41
40	100	0,8	100	11,11	1,04	12,50	5,15	0,1	7	2,33	0,58	2	121, 50	0. 36
45	120	0,9	120	12,00	1,11	13,33	5,22	0,1	7	2,33	0,58	2	142, 33	0. 32
50	140	1,0	140	12,73	1,17	14,00	5,38	0,1	7	2,33	0,58	2	163,	0. 28
60	180	1,2	180	13,85	1,25	15,00	5,53	0,1	7	2,33	0,58	2	204,	0. 24

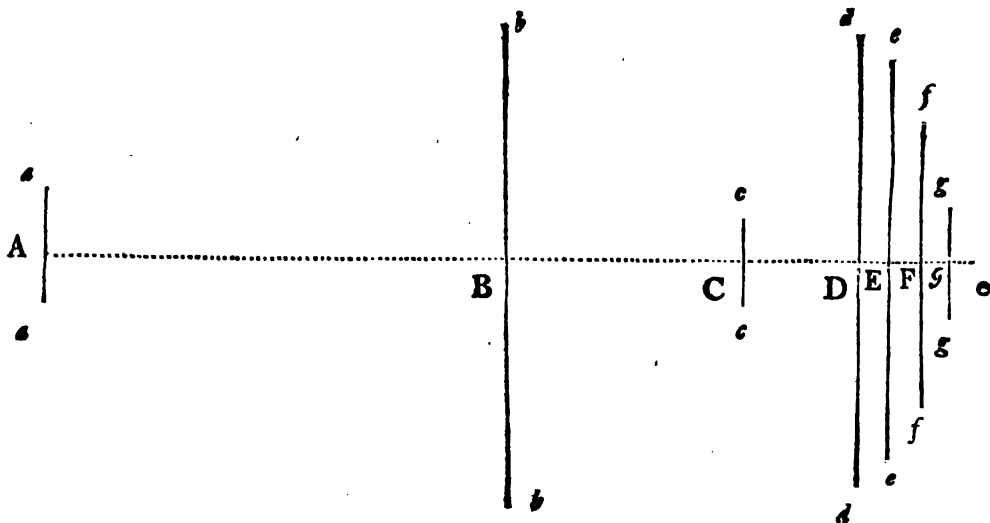
Hic lentis vltimae E distantia foci est 1 dig. semid. aperturæ $Ee = \frac{2}{3}$ et post eam distantia oculi $EO = \frac{2}{3}$ dig.



Tabula Telescopiorum sex lentibus constantium.

Multi- plicatio	Lentis focus	A Aa	Diff. AB	Lentis focus	B Bb	Diff. BC	Lentis focus	Longitudo tubi AF	semid. campi
5	8	0,1	8	4,00	1,00	8,00	3,87	24,00	7°. 10
10	18	0,2	18	6,00	1,14	9,00	4,09	35,00	3. 35
15	30	0,3	30	7,50	1,25	10,00	4,28	48,00	2. 23
20	42	0,4	42	8,40	1,31	10,50	4,37	60,50	1. 47
25	56	0,5	56	9,33	1,40	11,20	4,44	75,20	1. 26
30	70	0,6	70	10,00	1,46	11,67	4,57	89,67	1. 11
35	85	0,7	85	10,62	1,51	12,14	4,64	105,14	1. 1
40	100	0,8	100	11,11	1,56	12,50	4,69	120,50	0. 54
45	120	0,9	120	12,00	1,67	13,33	4,80	141,67	0. 48
50	140	1,0	140	12,73	1,76	14,00	4,88	162,00	0. 43

Lentis C aperturæ semidiameter est $\frac{1}{10}$ dig. et distantia CD . . 6 dig.
 Lentis D focus est 3 dig. semid. apert. Dd . $\frac{2}{3}$ dig. et dist. DE . 1 dig.
 Lentis E focus est $2\frac{1}{2}$ dig. semid. apert. Ee . $\frac{2}{3}$ dig. et dist. EF . 1 dig.
 Lentis F focus est 1 dig. semid. apert. Ff . $\frac{1}{4}$ dig. et oculi dist. FO . $\frac{2}{3}$ dig.



Tabula Telescopiorum ex septem lentibus compositorum.

Multi- plicat.	Lentis focus.	A Aa	Dist. AB	Lentis focus.	B Bb	Dist. BC	Lentis focus.	Longid. tubi AF	semid. campi.
5	8	0,1	8	4,00	1,33	8,00	3,63	23,33	9°, 32'
10	18	0,2	18	6,00	1,50	9,00	3,83	34,33	4, 46
15	30	0,3	30	7,50	1,66	10,00	4,00	47,33	3, 10
20	42	0,4	42	8,40	1,74	10,50	4,08	59,80	2, 22
25	56	0,5	56	9,33	1,86	11,20	4,18	74,53	1, 54
30	70	0,6	70	10,00	1,94	11,67	4,24	89,00	1, 34
35	85	0,7	85	10,62	2,02	12,14	4,30	104,47	1, 22
40	100	0,8	100	11,11	2,08	12,50	4,35	119,83	1, 12
45	120	0,9	120	12,00	2,22	13,33	4,44	140,67	1, 4
50	140	1,0	140	12,73	2,31	14,00	4,51	161,33	0, 56

Lentis C apert. semid. est constanter $Cc. \frac{1}{10}$ dig. et dist. CD . . 5 dig.

Lentis D focus est $3\frac{1}{2}$ dig semid. ap. $Dd. \frac{1}{2}$ dig. et dist. DE . 0, 89 dig.

Lentis E focus est 3,04 dig. sem. ap. $Ee. 0, 76.$ et dist. EF . 0, 62 dig.

Lentis F focus est 2,21 dig. sem. ap $Ff. 0, 55$ et dist. FG . 0, 51 dig.

Lentis G focus est 1,02 dig. semid. apert. $Gg. 0, 26$ et dist. oculi

GO . . 0, 30 dig.

DE

DE
ROTATIONE SOLIS
 CIRCA AXEM EX MOTV MACVLARVM
 APPARENTE DETERMINANDA.

Auctore

IOH. ALBERTO EVLER.

RATIO definiendi motum Solis gyratorium ex macularum motu apparente, prouti passim in libris Astronomorum traditur, non solum ob figurarum complicationem eximiam imaginationis vim requirit, sed etiam non satis accurate id, quod quaeritur, determinare videtur.

Et si autem ipsa haec quaestio ob summam mutabilitatem, cui eadem macula breui saepe temporis interuallo obnoxia deprehenditur, ad conclusionem omnibus numeris absolutam deducere nequit; tamen nullum est dubium, quin methodus rigori geometrico magis conformis multo maiorem allatura sit vtilitatem; praecipue si conclusiones per consensum plurium observationum confirmantur.

Quod si enim huiusmodi determinationes per aliquod saeculorum spatium instituantur, quaestio certe maximi momenti inde confici poterit, vtrum motus solis gyratorius tam ratione axis quam rapi-

ditatis sit immutabilis, an vero cuiquam mutationi subiectus?

HOC igitur negotium pertractaturus imprimis operam dabo, ut omnia momenta; quibus reuolutio solis circa proprium axem continetur, ita clare et dilucide exponam, ut non solum omnia sine tot linearum in figuris exhiberi solitarum complexione intelligi, sed etiam vniuersus calculus satis commode ad finem perducatur.

ANTE omnia autem hic monere debeo, istam quaestionem non tam circa motum ipsius solis verari, quam circa motum, quo maculae siue in eius superficie, siue in atmosphaera circumferuntur, nisi igitur aliunde constet maculas ab ipso solis motu abripi, quod quidem est verisimillimum, hinc nihil de vero motu corporis solaris concludi licet.

DEINDE etiam inter Astronomos non satis constat, vtrum maculae ipsi solis superficiei adhaereant, an vero quopiam interuallo inde sint distitae? Quam ob rem methodum, quam sum traditurus, ita instituam, ut ex ea quoque haec quaestio decidi possit; quatuor ad hoc tantum opus erit eiusdem maculae obseruationibus, cum alioquin, si maculae ipsi superficiei solis adhaerentes assumerentur, tres sufficerent.

VT igitur omnia, quae huc pertinent, distincte proponam, ea quae obseruationes nobis immediate suppeditant, probe sunt discernenda a conclusionibus,

nibus, quae deinceps ex iis deriuabantur, et quoniam pluribus conclusionibus est opus, antequam ad finem optatum perueniamus, in his certus constituendus erit ordo, ut nulla confusio sit pertimescenda.

PRIMUM igitur tam locus quam tempus, quo macula obseruatur, sedulo debet notari; ratione loci scilicet eleuatio poli accurate debet esse cognita, tum vero ratione temporis horam diei, quota ea sit siue ante siue post meridiem ope horologii oscillatorii ad meridiem correcti exploratam esse oportet; ad quod tempus verus locus solis in ecliptica insuper est colligendus, qui siue ex tabulis desumatur, siue ex declinatione solis concludatur, perinde est, dummodo veritati sit consentaneus. Interim tamen leuis error in his momentis commissus facile condonari potest, cum conclusiones inde vix afficiantur; id quod praecipue est animaduertendum, si observationes antiquas, quae non omni cura sint institutae, ad calculum reuocare velimus.

SIVE discum solis directe inspiciamus, siue eius imaginem in camera obscura excipiamus, primum omnium locum maculae *M* ratione diametri solis verticalis *AB* accuratissime definiri conuenit; utroque autem modo diameter verticalis facillime assignatur.

Tab. IV.
Fig. 1.

POSTQVAM autem diameter solis apparens diligentissime fuerit mensuratus, atque in certum partium

M m 2

tium

tium aequalium numerum distributus, ex obseruatione facile in huiusmodi partibus primo distantia maculae M a margine Solis, indeque eius distantia a centro disci CM definitur; tum vero si insuper distantia maculae a diametro verticali MC spectetur, angulus ACM , quo recta CM in centro ad diametrum verticalem AB inclinatur, colligetur, vbi simul notetur, vtrum macula in semissem disci orientalem an occidentalem cadat. Atque ad has duas res, rationem scilicet distantiae CM ad diametrum disci et angulum ACM , refero ea, quae obseruatio nobis immediate circa locum maculae patefacit.

OBSERVATIONE iam expedita prima operatio, quae suscipi debet, in eo consistit, vt locus maculae ad eclipticam reducatur, cum enim ob motum diurnum diameter disci verticalis continuo mutetur, alia linea in disco solis fixa, quae non a loco obseruatoris pendeat, pro norma est assumenda, talem autem lineam praebet sectio solis ab ecliptica facta, quae quoniam spectator semper in plano eclipticae versatur, in disco solis per lineam rectam EF per centrum C transeuntem repraesentabitur; atque haec linea EF cum diametro verticali AB eundem faciet angulum ACE , quem in coelo hoc tempore ecliptica cum circulo verticali per centrum solis transeunte constituere deprehendetur.

QVAESTIO igitur, quae hic primum enodanda occurrit, in eo versatur, vt *dati*, *elevatione poli*,
longi-

*longitudine solis, et tempore siue ante- siue po-
meridiano, angulus definiatur, quem tum in coelo ecliptica
facit cum circulo verticali per centrum solis ducto.*

Huius igitur quaestionis praecepta trigonometriae sequentem solutionem largiuntur.

SIT Z zenith loci propositi et P polus; vn- Tab. IV.
de si eleuatio poli sit $=p$, eius complementum Fig. 2.
 $90^\circ - p$ dabit arcum PZ:

tum ex tempore a meridie iam elapso datur angulus ZPS qui sit $=t$; et centrum solis S alicubi in circulo declinationis PR haerebit.

Sit VR arcus aequatoris, in eoque V punctum aequatione vernum, a quo, quia figura regionem occidentalem referre sumitur, ecliptica supra aequatorem versus VSE secundum signorum seriem extendetur, locumque centri solis S designabit, ad quod circulus verticalis ZS ducatur.

Iam vero datur longitudo Solis seu arcus VS $=l$
ex quo cum obliquitate eclipticae S VR $=e$

colligitur primo $\sin. RS = \cos. PS = \sin. l \sin. e$

deinde $\cotang. VR = \cotang. ESP = \tan. e \cos. l$

fit ergo PS $=q$ et angulus ESP $=u$

vt fit $\cos. q = \sin. e \sin. l$ et $\cotang. u = \tan. e \cos. l$

atque ex triangulo sphaerico ZPS elicietur

$$\cotang. ZSP = \frac{\sin. q \tan. p - \cos. q \cos. t}{\sin. t}$$

M m 3

f

si igitur ponamus angulum $ZSP = v$

habebimus angulum quaesitum $ZSE = u - v$.

Facilius hunc calculum expedire poterimus, si altitudinem Solis per obseruationem habuerimus.

Posita enim distantia Solis a Zenith seu arcu $ZS = s$ ex triangulo sphaerico ZPS statim habemus

$$\sin. s : \sin. t = \sin. ZP : \sin. ZSP = \cos. p : \sin. v$$

$$\text{seu } \sin. v = \frac{\sin. t. \cos. p}{\sin. s}.$$

EN ergo solutionem ad calculum maxime accommodatam.

Sit p eleuatio poli

t tempus a meridie elapsum in arcum aequatoris conuersum

l longitudo Solis tempore obseruationis

s distantia Solis a Zenith obseruata

e obliquitas eclipticae.

Hinc quaerantur anguli u et v , ita vt fit

$$\cotang. u = \tan g. e. \cos. l \text{ et } \sin. v = \frac{\sin. t. \cos. p}{\sin. s}$$

quibus inuentis habebitur angulus $ZSE = u - v$

quem scilicet ecliptica cum circulo verticali ZS orientem versus constituit.

Si obseruatio instituaturs ante meridiem, in calculo tantum angulus t ex tempore a meridie definitus negatiue capi debet, vnde simul angulus v prodit

prodit negatius, fietque, calculo ceterum eodem manente, angulus

$$ZSE = u + v.$$

HVIC igitur angulo ZSE in figura disci solaris obseruata constituatur aequalis angulus ACE, quem diameter verticalis AB in centro C ortum versus cum ecliptica ECF comprehendit. Atque hinc iam innotescet angulus ECM, quo recta CM ex centro disci ad maculam ducta ad eclipticam EF inclinatur, quo inuento in figura diameter verticalis AB omnino deleatur, cum eo amplius non sit opus; distantia autem maculae a centro disci CM retineatur, vt ante fuit inuenta, ita vt cognita sit ratio huius distantiae CM ad diametrum vel semidiametrum disci. Fig. 1.

NVNC igitur obseruationem eo reduximus, vt praeter distantiam maculae a centro disci ad semidiametrum relatam angulus quoque ad eclipticam ECM pateat.

Huiusmodi autem reductio a diametro verticali ad eclipticam pro singulis obseruationibus circa maculas factis instituatur; inter quas imprimis eae notentur, quae ad eandem maculam pertinent, vt ex collatione plurium huiusmodi determinationum eiusdem maculae motus eius verus concludi queat.

IAM primam hanc operationem sequi debet secunda, qua ex loco maculae in disco assignato, eius

eius locus in ipsa superficie solis sphaerica, seu sphaera maiore ei concentrica inuestigatur, si quidem maculae in ipsa superficie solari haerere non censeantur.

Hoc autem casu calculus non multo difficilior euadet. Loco Solis enim substituatur mente globus maior vsque ad regionem macularum extensus, unde aliud discrimen in calculo non redundabit, nisi quod discus Solis maior, quam reuera apparet, assumi debeat; sicque in figura diametrum disci AB aliquantum augeri, ad eumque distantiae CM rationem indagari conueniet; quod augmentum etsi est adhuc ignotum, tamen quantitas incognita ob id introducta calculum non admodum turbabit.

Interim tamen totum negotium aliquot hypothesibus circa distantiam macularum a Sole fingendis promptissime absoluetur, dum aliquot calculis subductis facile colligetur, quaenam hypothesis optime secum consistat, atque ad veritatem proxime accedat; ex collatione autem errorum, quibus forte singulae inquinatae deprehendentur, veritas facillime elicietur.

Tab. IV. DESIGNET ergo circulus CDGH globum Solis
 Fig. 3. vel naturalem vel auctum ea ratione, qua maculas ab eius superficie distare suspicamur; terra autem fit in T, unde ductis tum ad centrum Solis O, tum ad contactum D rectis TO et TD, angulus OTD exhibebit semidiametrum disci apparentis, quem

quem siue obseruationi conformem, siue certa quadam ratione auctum assumamus.

Punctum porro C referet centrum disci, et quilibet circulus maximus per C ductus in disco per lineam rectam centrum traicientem representabitur; per hoc punctum C transibit quoque circulus maximus in superficie Solis eclipticam referens, ad quem ergo quilibet alius circulus maximus per C ductus aequae erit inclinatus, atque eius species in disco ad rectam EF, eclipticam repraesentantem. Nempè si CDGH fuerit circulus maximus per locum maculae M transiens, eius inclinatio ad planum eclipticae aequalis erit angulo ECM in fig. 1. expresso.

Nunc igitur quaeritur in superficie Solis arcus CM seu angulus COM.

SIT r semidiameter Solis apparens, iam ratione quapiam auctus, prout hypothesein circa macularum distantiam finxerimus;

in disco autem Solis fuerit distantia maculae a centro (fig. 1.) $CM = x$.

Nunc igitur in fig. 3. habebimus angulos

$$OTD = r \quad \text{et} \quad OTM = x$$

unde erit $OT : OD = r : \sin. r = OT : OM$

At est $OM : OT = \sin. x : \sin. TMN = \sin. r : r$

hincque nanciscimur $\sin. TMN = \frac{\sin. x}{\sin. r}$,

ex quo porro colligitur angulus $COM = TMN = x$.

Tom. XII. Nou. Comm. N n EX

EX data ergo in disco Solis distantia maculae a centro $CM = x$ et semidiametro disci $= r$; quia anguli r et x sunt valde parvi, quaeratur angulus w ut sit

$$\sin. w = \frac{x}{r}$$

atque in superficie Solis habebitur angulus $COM = w - x$.

Angulus autem, quo arcus CM seu planum COM ad planum eclipticae inclinatur, aequalis erit illi, quo in observatione disci (fig. 1.) recta CM ad eclipticam EF inclinata est reperta.

Hoc igitur calculo operatio secunda erit absoluta.

Tab. IV. **SEQVITVR** tertia operatio, qua sphaeram solaris iam sine respectu ad spectatorem habito, per eclipticam ECF in duo hemisphaeria diuisam nobis repraesentamus, quae si cum disco, qua forma nobis apparet, comparetur, terminus E nobis ortum, terminus F autem occasum versus conspicitur; at ex centro Solis vicissim punctum E occasum et F ortum versus apparet, vnde puncta E, C, F secundum signorum seriem erunt disposita.

SVMTO ergo in ecliptica puncto fixo E veluti principio arietis, ad tempus propositum colligatur locus terrae heliocentricus, qui erit $180^\circ + l$, eique convenienter capiatur punctum C , quod tam ex terra tanquam centrum disci solaris spectabitur. Sumatur

matur porro angulus ECM aequalis ei, qui ex obseruatione est inuentus, et arcus $CM = w - x$ secundum operationem praecedentem; eritque M verus locus maculae in globo solari tempore obseruationis.

Similique modo pro singulis obseruationibus situs macularum ad veram sphaeram solarem referetur.

CVM autem pro diuersis obseruationum momentis punctum C aliis atque aliis eclipticae gradibus respondeat, conueniet locum maculae M ad punctum eclipticae fixum veluti principium arietis, quod sit in E, referri.

Ex E ergo ad maculam M ducatur arcus circuli maximi EM, et quia in triangulo sphaerico ECM dantur

I. Longitudo terrae heliocentrica seu arcus EC

$$= 180^\circ + l$$

II. Distantia maculae a puncto C seu arcus CM = m

III. Angulus ECM per obseruationem, qui sit = n.

Reperitur pro loco maculae ad punctum fixum E relato $\text{cos. EM} = -\text{sin. } l \text{ sin. } m \text{ cos. } n - \text{cos. } l \text{ cos. } m$

et $\text{cotang. CEM} = \frac{\text{cos. } l \text{ cos. } n - \text{sin. } l \text{ cotang. } m}{\text{sin. } n}$

Vel commodius ex M in eclipticam ducatur perpendiculariter arcus circuli maximi MN, eritque

$\text{sin. MN} = \text{sin. } m \text{ sin. } n$ et $\text{tang. CN} = \text{tang. } m \text{ cos. } n$.

N n 2

Quare

Quare si capiatur polus eclipticae π indeque ad maculam M circulus latitudinum πM ducatur, erit
 $\cos \pi M = \sin. m. \sin. n$

et $E \pi M = 180^\circ + l - CN$

existente $\text{tang. } CN = \text{tang. } m. \cos. n$.

Tab. IV. HIS expeditis, opus tandem quarta operatione
 Fig. 5. absoluetur. Notatis enim tribus eiusdem maculae
 successive obseruatae locis per praecepta ante tradita
 in globum solarem translatis M, M', M'' , quaestio
 iam huc reuocatur, ut in globi superficie quaeratur
 punctum \mathfrak{P} , quod ab his tribus locis M, M', M''
 aequae sit remotum, hoc enim punctum erit alter
 axis polus, circa quem sol gyatur, eiusque oppo-
 situm dabit alterum polum.

Sumto ergo polo eclipticae π , sint ea quae
 dantur :

I. angulus $\sphericalangle \pi M = a$; arcus $\pi M = f$;

II. angulus $\sphericalangle \pi M' = b$; arcus $\pi M' = g$;

III. angulus $\sphericalangle \pi M'' = c$; arcus $\pi M'' = h$; porro

μ tempus a prima obseruatione M ad secundam M'
 elapsum

ν tempus a prima obseruatione M ad tertiam M''
 elapsum.

Deinde pro iis quae quaeruntur, sit retro po-
 ne globum angulus $\sphericalangle \pi \mathfrak{P} = \gamma$

ut longitudo huius poli sit $= 12^\circ - \gamma$

et distantia eius a polo eclipticae ponatur $\pi \mathfrak{P} = z$.

Quas

Quas binas incognitas inde determinari oportet, quod tres distantiae $\mathfrak{P}M$, $\mathfrak{P}M'$, $\mathfrak{P}M''$ inter se aequales esse debent.

VERVM tria triangula sphaerica $\mathfrak{P}\pi M$, $\mathfrak{P}\pi M'$, $\mathfrak{P}\pi M''$; ob angulos $\mathfrak{P}\pi M = a + y$; $\mathfrak{P}\pi M' = b + y$ $\mathfrak{P}\pi M'' = c + y$ dabunt:

$$\text{col. } \mathfrak{P}M = \text{col. } f \cdot \text{col. } z + \text{sin. } f \cdot \text{sin. } z \cdot \text{col. } (a + y)$$

$$\text{col. } \mathfrak{P}M' = \text{col. } g \cdot \text{col. } z + \text{sin. } g \cdot \text{sin. } z \cdot \text{col. } (b + y)$$

$$\text{col. } \mathfrak{P}M'' = \text{col. } h \cdot \text{col. } z + \text{sin. } h \cdot \text{sin. } z \cdot \text{col. } (c + y)$$

et ex trium harum formularum aequalitate consequimur:

$$\text{cotang. } z = \frac{\text{sin. } f \cdot \text{col. } (a + y) - \text{sin. } g \cdot \text{col. } (b + y)}{\text{col. } g - \text{col. } f} \text{ et etiam}$$

$$\text{cotang. } z = \frac{\text{sin. } f \cdot \text{col. } (a + y) - \text{sin. } h \cdot \text{col. } (c + y)}{\text{col. } h - \text{col. } f}$$

hincque porro:

$$\begin{aligned} &+ (\text{sin. } f \cdot \text{col. } g - \text{sin. } f \cdot \text{col. } h) \text{col. } \{a + y\} \\ &+ (\text{sin. } g \cdot \text{col. } h - \text{sin. } g \cdot \text{col. } f) \text{col. } \{b + y\} = 0 \\ &+ (\text{sin. } h \cdot \text{col. } f - \text{sin. } h \cdot \text{col. } g) \text{col. } \{c + y\} \end{aligned}$$

ex qua tandem colligimus $\text{tang. } y =$

$$\frac{+\text{col. } a \cdot \text{sin. } f (\text{col. } g - \text{col. } h) + \text{col. } b \cdot \text{sin. } g (\text{col. } h - \text{col. } f) + \text{col. } c \cdot \text{sin. } h (\text{col. } f - \text{col. } g)}{+\text{sin. } a \cdot \text{sin. } f (\text{col. } g - \text{col. } h) + \text{sin. } b \cdot \text{sin. } g (\text{col. } h - \text{col. } f) + \text{sin. } c \cdot \text{sin. } h (\text{col. } f - \text{col. } g)}$$

hocque valore substituto $\text{cotang. } z =$

$$\frac{\text{sin. } (b - a) \text{sin. } f \cdot \text{sin. } g + \text{sin. } (c - b) \text{sin. } g \cdot \text{sin. } h + \text{sin. } (a - c) \text{sin. } f \cdot \text{sin. } h}{\left\{ \text{sin. } f^2 \text{col. } g (\text{col. } g - \text{col. } h) + \text{col. } (b - a) \text{sin. } f \cdot \text{sin. } g (\text{col. } g - \text{col. } h) (\text{col. } h - \text{col. } f) \right\}} \\ \sqrt{2} \left\{ \text{sin. } g^2 \text{col. } h (\text{col. } h - \text{col. } f) + \text{col. } (c - b) \text{sin. } g \cdot \text{sin. } h (\text{col. } h - \text{col. } f) \text{col. } f - \text{col. } g \right\} \\ \left\{ \text{sin. } h^2 \text{col. } f (\text{col. } f - \text{col. } g) + \text{col. } (a - c) \text{sin. } h \cdot \text{sin. } f (\text{col. } f - \text{col. } g) (\text{col. } g - \text{col. } h) \right\}$$

INVENTO autem angulo γ , ex eo facilius inuenitur z per formulam :

$$\text{cotang. } z = \frac{\sin. f. \text{ cof. } (a + \gamma) - \sin. g. \text{ cof. } (b + \gamma)}{\text{coj. } g - \text{ cof. } f}$$

vnde porro elicitur distantia maculae a polo Solis $\mathfrak{P}M$ quippe erit $\text{cof. } \mathfrak{P}M =$

$$\frac{\sin (b-a) \sin . f \sin . g \text{ cof. } b + \sin . (c-b) \sin . g \sin . b \text{ cof. } f + \sin . (a-c) \sin . f \sin . b \text{ cof. } g}{\sin . (b-a) \sin . f \sin . g + \sin . (c-b) \sin . g \sin . b + \sin . (a-c) \sin . f \sin . b} \cdot \text{cof. } z$$

Hinc autem protinus angulus $M\mathfrak{P}M'$, quo macula tempore μ circa polum \mathfrak{P} rotatur innotescit, erit nempe

$$\text{cof. } M\mathfrak{P}M' = \frac{\text{cof. } f. \text{ cof. } g + \text{cof. } (b - a) \sin . f. \sin . g - \text{cof. } \mathfrak{P}M^2}{\sin . \mathfrak{P}M^2}$$

qui angulus se habebit ad tempus μ vt 360° ad tempus periodicum Solis circa axem.

SIMILI modo ex tempore ν quoque hoc tempus periodicum obtinetur, ex cuius consensu vel dissensu cum antecedente, hypothesis circa distantiam macularum assumpta vel confirmabitur, vel emendabitur.

Praestabit autem tam eiusdem maculae plures obseruationes, quam plurium macularum obseruationes hoc modo expendisse, atque ex plurium conclusionum consensu axis solaris positionem vna cum celeritate gyrationis demum constitui.

PHYSI-

PHYSICA.

DE

201

DE
CALORIS COMMUNICATIONIS
 EXCEPTIONE PHAENOMENA NOVA EXPERIMENTIS ELICITA, ET EXPLICATIONES.

Auctore

I. A. BRAVNIO.

Quum in gradus caloris hydrargyri bullientis accuratius inquirerem, vti experimenta in dissertatione mea de gradibus frigoris fluidorum, sub quibus in statum firmitatis transeunt, et caloris, sub quibus bulliunt, allata monstrant: (cf. Comm. Tom. VIII.) obseruavi diu hydrargyrum in vase contentum ante ebullisse, quam in thermometro mercuriali ebullire inciperet. Tempus hoc interiectum inter ebullitionem mercurii in vase, et thermometro contenti, vel ideo necessarium esse iudicavi, quod communicatio caloris tantum temporis spatium requirat, vel quod differentia caloris inter mercurium in vase et thermometro contentum, non solum ab initio, sed in progressu bullitionis sit, et perpetuo maneat. Prius non probabile mihi videbatur, quoniam tanto tempore communicatio caloris licet successiua, indigere non videbatur; posterius autem, quod differentia caloris inter mercurium in vase

Tom. XII. Nou. Comm. O o vase

vase et thermometro contentum ebullientem intercederet, paradoxum visum est, quoniam calor thermometri et aëris thermometrum ambientis, vel aliorum fluidorum thermometra ambientium, pro vno eodemque haberi solet. Experimentis igitur rem dubiam decidendam censui. Sed quum in mercurio ebulliente, thermometro mercuriali hoc explorari non possit; experimenta in aliis fluidis et liquoribus capienda existimavi, quae bullientia, mercurium in thermometro immerso bullientem non efficiant. Primum, quod cepi fluidum, fuit aqua. Hanc ebullientem feci in vase cupreo maiori, in quo vasculum itidem cupreum aqua ad duas tertias plenum positum erat ita, vt aqua maioris vasis altior esset aqua in minori contenta, ne qua pars aquae minoris vasis, non cincta esset aqua maioris vasis. Aquam in vase maiori ultra horam vehementissime bullientem serpavi, et nullum ebullitionis vestigium in aqua minoris vasis apparuit.

Vix igitur ac ne vix quidem amplius dubitare poteram, quin calor aquae bullientis in vase maiori diuersus esset, a calore aquae vasis minoris, quae nullo modo per aquam ebullientem vasis maioris perducere ad ebullitionem potuit. Restabat igitur, vt hanc caloris differentiam determinare, id quod thermometro mercuriali perfeci. Thermometrum scilicet Delilianae in aquam bullientem vasis maioris immersum, monstrabat ciphram, nullitatis notam,

notam, siue gradum 150. supra punctum congelationis. At enim vero calor aquae minoris vasis eodem modo et eodem thermometro exploratus nouem gradibus minor deprehendebatur, quae differentia constans manebat, vt neque aucta neque diminuta, durante ebullitione aquae in vase maiori, videretur.

Repetii hoc experimentum saepius et sub variatis circumstantiis, et euentum semper eundem obseruavi. Scilicet cepi vasa varii generis, metallica, vitrea, lapidea etc. sed differentia vasorum differentiam in effectu nullam produxit; aqua nimirum in nullo vase minore, in media aqua ebulliente vasis maioris posita, ad ebullitionem cogi potuit, et differentia vtriusque aquae constans fuit 9°. Experimenta haec omnia in aëre aperto, in vase non clauso sunt instituta, adeoque de his tantum valet, quod euentus semper fuerit idem, qui tamen diuersus fuit obseruatus, si in vasis clausis experimenta caperentur, de quo experimentorum genere in sequentibus dicam.

Vtrum in aliis quoque fluidorum generibus idem phaenomenum paradoxum obtineret, vltioribus experimentis explorandum existimaui. Cepi primum spiritus vini, et ante omnia spiritum vini rectificatissimum optimae notae. Ebullit plene sub gradu thermometri nostri 32. vti calorem ebullitionis spiritus vini rectificatissimi determinauimus in dissertatione nostra citata, Vid. Comm. Acad. Nov.

Tom. VIII. p. 358. sed spiritus vini idem contentus in paruo cylindro vitreo, immerso bullienti, nullo modo ad bullitionem perducı potuit. Explorandum nunc erat, vtrum differentia caloris, et quanta intercederet inter S. V. R. in cylindro cupreo bullientem, et in cylindro paruo vitreo immerso, non bullientem. Thermometro immerso, reperi differentiam quatuor graduum. Scilicet bulliens S. V. R. 4° calidior erat, quam non bulliens, ascenderat enim mercurius ad gradum 36.° tantum in cylindro paruo vitreo. Habuit igitur spiritus vini rectificatissimus eadem phaenomena, ac aqua, hoc tantum cum discrimine, quod differentia caloris minor, quam in aqua esset. Praeter hoc fluidum, nullum aliud a me exploratum eadem monstravit phaenomena, vti experimenta porro mihi instituta ostendunt.

Spiritus vini gallicus bulliens factus, effecit quidem alium in medio positum quoque bullientem post paruum tempus interiectum; interim differentia caloris inter vtrumque ebullientem in vase maiori et minori deprehendebatur = 12°.

Spiritus vini ruficus melioris notae idem phaenomenum praebuit. Scilicet factus est et hic in cylindro paruo contentus, et in cylindro maiori positus ebulliens, ab ebulliente in vase maiore contento, paruo temporis spatio interiecto. Differentia caloris vtriusque bullientis erat fere aequalis superiori, scilicet 13°.

Spi-

Spiritus vini ruffici vulgaris explorati idem fuit euentus, differentia tantum caloris reperiatur maior fcilicet 15°.

Praeter hos fpiritus vini, ipfa quoque vina exploravi. Phaenomena fere fuere eadem, bullientia fcilicet vina omnia effecere bullientia in medio pofita poft paruum tempus, ebullitione in vafe maiori facta. Differentia caloris erat vt plurimum = 6 et 7°.

Eadem quoque fuere phaenomena in cereuifia et lacte, tantum differentiae erant diuerfae. In cereuifia vulgari differentia caloris erat 4 et 5°. in lacte 6 et 7°.

Tandem etiam varia olea deftillata exploravi. Omnia bullientia in vafe maiori facta, fecerunt quoque paruo tempore interiecto bullientia in vafe minore in maiori contento.

Nimirum Oleum Terebinthinae bullit fub gradu 125. fupra 0, ficut punctum caloris aquae bullientis, et paullo poft bullire quoque caepit contentum in phiala minore.

Oleum ferpilli bullit ad gradum 150. fupra ciphram thermometri noftri.

Ad eundem fere gradum quoque bullit oleum fuccini, et paullo poft in minore phiala immerfa quoque bullire coepit.

Oleum Petrae destillatum circa gradum 90. supra 0. bullire coepit. In omnibus hisce oleis recensitis calor in bullitione continuata auctus est, ut quoque consistentia eorum et color mutabantur. Differentia caloris inter utramque ebullitionem vasis maioris et minoris oleorum adcuratissime mihi notari non potuit ob celeriores mercurii in thermometro adscensum. Existimo tamen a vero vix me aberraturum, si ponam, differentiam inter 15 et 20. contineri. Sufficiant huius generis experimenta pro scopo nostro, quia euentus aliorum facile nunc praevideri potest.

Sed restant alia adhuc experimenta in vase clauso facta. Nimirum aquam bullientem in vase clauso multo maiorem caloris gradum adsumere posse et solere; phaenomena machinae Papinianae satis superque demonstrarunt. Metalla enim, plumbum et stannum a calore bullientis aquae in dicta machina fundi posse constat.

Nam quis ignorat generatim, aquam bullientem eo maioris caloris fieri capacem, quo maior est atmosphaerae pressio, adeoque quo altior mercurius in tubo Torricelliano tunc temporis esse solet. Quum igitur elasticitas aëris et vaporum in vase clauso mirum in modum augeatur: quis est, qui non videat hanc elasticitatem pressioni aëris maximae aequipollere debere; adeoque calorem mirum in modum quoque augere.

Cepi

Cepi igitur phialam, vitream quam ad tertiam partem impleui aqua, cui inserui thermometer mercuriale, porro cylindrum vitreum, in quo aliud inerat thermometer. Lutum adhibui simplex, scilicet pastam farinaceam. Imposui nunc eos carbonibus non admodum candentibus, et haud ita multo post, aqua in phiala bullire coepit, sed in cylindro inserto nullam adhuc ebullitionis signum adparuit, neque mercurius adhuc gradum caloris attigerat, qui ad ebullitionem requiritur, duodecim enim gradibus adhuc distabat a ciphra, nota caloris ebullientis. Sed calor in phiala luto clausa mox augebatur, ita vt thermometer gradum 20. supra 0. indicaret, et sine dubio mercurius in thermometro altius adscensus fuisset, nisi vapores per lutum erumpere coepissent. Interim aqua in cylindro paruo inserto, aperto tamen, ebulliens quoque facta est. Idem quoque dicendum est de spiritu vini rectificatissimo. Nam et ille in phiala clausa maiorem caloris gradum adsumsit, et alium in cylindro paruo phialae inserto bullientem fecit. Quum haec duo fluida tantum, ebullientia in aëre libero, bullitionem cum contentis communicare non potuerint: superfluum fuisset pro scopo nostro experimenta similia in ceteris liquoribus capere, quum et effectus et euentus similis praevideri et praedici facile queat.

Haec hactenus de phaenomenis et experimentis; sequitur, vt ad explicationes eorum et confectaria

ctaria progrediamur. Eruendae igitur sunt phaenomenorum causae quantum fieri potest, sine quibus explicatio vere physica locum habere non potest, adeo quoque nulla phaenomenorum cognitio philosophica, vera animum voluptate afficiente.

Omnia phaenomena hactenus mihi recensita redeunt ad genera duo, quorum fluidum alterum bulliens bullitionem producere in alio, in medio posita, non potest; alterum vero potest. Nimirum aqua et spiritus vini rectificatissimus bullitionem in aliis efficere nequeunt, si in aëre aperto, in vase non clauso ebulliant, et ea cingant. Contra liquores omnes ceteri bullientes, alios, quos circumdant, bullientes efficere possunt et solent. Quomodo igitur horum phaenomenorum causa reddi potest? Ad phaenomena aquae et spiritus vini rectificatissimi quod attinet, eorum ratio quaerenda est in eo, quod in ebullitione constantem retineant gradum. Nam, quum differentia inter aquam bullientem et eam, quae ab ea circumdatur sit 9 graduum, sequitur ut ad punctum caloris ad ebullitionem requisiti aqua in minore vase peruenire nequeat, adeo quoque ebullire in aëre aperto, in vase non clauso, nunquam possit. Par ratio est similis phaenomeni spiritus vini rectificatissimi. Nam et hic, uti aqua, retinet inter ebullendum constantem caloris gradum. Quum igitur differentia inter spiritum vini bullientem, et non bullientem, licet a bulliente cinctum, sit et maneat quatuor graduum; facile conspicitur hunc

hunc posteriorem ad gradum caloris ad ebullitionem necessarium quoque peruenire non posse.

Sed est diuersa ratio, si haec dicta fluida in vase clauso ebulliant. Nam tunc maiorem solito caloris gradum adsumere solent, quid igitur mirum nunc dicta fluida a bullientibus circumdata, bullire posse et solere. Potest nunc aqua ab alia, in qua inest, ita calida fieri, vt attingat gradum ad bullitionem necessarium. Idem valere quoque de spiritu vini rectificatissimo, me non monente facile adparet.

Reliqui liquores omnes mihi explorati, tam nunc temporis, quam quondam, quos in dissertatione mea citata indicaui, constantem inter ebullendum caloris gradum retinere non solent, sed quo diutius ebullitio continuatur, eo magis calor augeri solet, propterea quod sunt heterogenea, texturam et consistentiam inter ebullendum mire mutantia. Hinc ratio intelligitur, cur ebullientia, ea, quae ambiunt, bullientia quoque efficere queant. Nam, quamuis differentia inter fluidum circumdans et circumdatum ebulliens semper maneat; maior minorque pro diuersitate fluidorum: fluidum tamen circumdatum gradum ad ebullitionem necessarium paruo tempore interiecto acquirere potest et debet, adeoque ebullire. Ergo semper praeuideri et praedici euentus diuersorum fluidorum potest hoc respectu, vtrum scilicet, circumdata a circumdantibus ebullientibus reddi possint ebullientia, an non? Si

enim sunt heterogenea, circumdata ab ebullientibus quoque fient ebullientia; si sint homogenea, eundem gradum caloris in ebullitione seruantia, gradus caloris ad bullitionem accessarius cum iis non communicabitur.

Paradoxum igitur insigne est, fluida bullientia aequalem caloris gradum cum contentis et circumdatis non communicare. Pro lege enim vniuersali adhuc habitum est, fluida ambientia cum iis, quae ambiunt, aequalem communicare calorem. Gradus enim caloris, qui a thermometro indicantur, in aëre aperto pendente, habentur pro gradibus aëris ambientis, et sic in ceteris quoque fluidis, in quibus thermometrum immergitur, et generatim omnia corpora sufficiente tempore aëri exposita ad aequalem redire temperiem cum aëre ambiente reputantur.

Videtur igitur inde sequi, gradus caloris fluidi, siue generatim corporis pro calore illius, quod ambit, falso haberi solere. Hinc thermometra quoque neque gradum aëris, vel alius fluidi ambientis vnquam adcurate, sed semper minorem indicare. Si differentia caloris, non solum in fluidis bullientibus, sed ceteris quoque caloris temperati inter circumdans et circumdatam perpetua est; potest et debet pro lege vniuersali, haberi corpus ab alio corpore circumdatum, minorem possidere calorem, quam est corporis circumdantis vel ambientis.

At

At enim vero eiusmodi lex vniuersalis ex nostris experimentis deduci non potest, nisi a particulari concludere ad vniuersale velimus. Hinc vltioribus experimentis decidendum existimaui, quatenus lex dicta obtineat. Variis ad hunc finem captis experimentis reperi, hanc legem nequaquam esse vniuersalem, sed particularem, quam ad phaenomenae ebullitionis fere restringi debeat. Nam aquae minoris caloris, tepida, frigida, licet ab initio differentia caloris inter aquam ambientem et circumdatam esset, haud ita multo post tamen ad aequalitatem caloris et temperiei peruenerunt. Quod de aqua, idem quoque de reliquis fluidis valere debere, per se facile conspicitur. Cepi aquam tepidam, ea impleui cylindrum vitreum, quem inserui in vas maius frigidioris aqua impletum. Sed haud ita multo post idem caloris gradus, tam in aqua ambiente, quam ambita mihi reperiatur.

Variaui hoc experimentum vario modo, ita ut ambiens fluidum, et quod ab hoc ambiatur variis caloris gradibus primo tempore differrent, sed sufficiente temporis interuallo perfecta caloris et temperiei aequalitas inter fluidum cingens et cinctum a me deprehendebatur.

Scilicet calor mixtus et medius, vti alias, si fluida diuersi caloris miscentur, oriebatur in fluido ambiente, et eo, quod ambiatur. Ergo ad fluida ebullientia in diuersis vasis contenta, quorum vnum alteram continet, communicatio caloris, inae-

qualis pertinere tantum videtur, tanquam exceptio a regula. Alias omnia corpora, si tempore sufficienti in aëre et alio fluido sint, semper ad eandem plane caloris gradum reduci solent, quum motus ignis in corpore calidiori maior, minor vero in minus calido tam diu nititur ad aequilibrium, donec in utroque oriatur eadem celeritas. Hinc porro sequitur gradus caloris a thermometris indicatos, pro gradibus caloris aëris thermometrum ambientis, vel aliorum fluidorum ambientium omnino porro haberi posse, si scilicet tempus sufficiens fuerit adhibiturum, quod requiritur, ut communicatio temperiei perfecta inter fluidum circumdans et circumdatum fieri queat, etiam si circumdans fuit frigidius, adeoque celeritas alterius minus frigidi corporis diminuenda.

Sed merito amplius quaeritur, quaenam sit exceptionis dictae ratio, cur non aequilibrium et aequalis celeritas ignis inter utrumque fluidum circumdans et circumdatum, uti alias, nasci possit et debeat. Enodatio huius quaestionis tam facilis non esse videtur. Existimaverim tamen differentiam caloris inter fluidum cingens et a bulliente cinctum inde potissimum provenire, quod fluidum bulliens cingens contineatur in vase quod igni vel prunis immediate impositum est, id quod paullo maiorem materiae caloris motum efficere potest et debet, obferuare enim mihi saepius visus sum differentiam, licet exiguam caloris in thermometro immerso in
aqua

aqua bulliente, quando fundum vasis attingebat, et quando non; et prouti maior et minor superficiei internae pars attingitur, paullo maior et minor calor obseruari solet in aqua bulliente, id quod et aliis experimentis adhuc confirmari posset, si opus videretur.

Quomodo, et qua occasione ad haec experimenta, et considerationes motus et incitatus fuerim, indicaui iam supra. Iure meritoque igitur omnium phaenomenorum recensitorum inuentorem haberi me posse et debere iudicaui. Nam nullius phaenomenorum recensitorum mentionem reperire potui, donec tandem compertum est forte fortuna, Olauum Borrichium vnus phaenomenorum dictorum fecisse mentionem, scilicet aquae non bullientis in aqua bulliente. Inseruit enim in primum volumen Actorum Hauniensium dissertationem, cuius titulus: Aqua in medio aquae ebullientis, non ebulliens. Cupidissimus igitur factus sum euoluendi hanc dissertationem, vt perspicerem in quo cum celeberrimo viro mihi conueniret, in quo non. Sed proh dolor Acta Hauniensia neque in publicis neque in privatis Bibliothecis nancisci potui, quod omnino mirandum videri potest, sed magis adhuc mihi admirandum videtur, huius phaenomeni omnino paradoxo in libris physicis crebriorem non fuisse factam mentionem. In Chemia enim *Neumannii* editionis nouissimae obiter tantum iniicitur huius phaenomeni aquae in media aqua ebulliente, non ebullientis. Sic ve-

tera in obliuionem veniunt, et saepe pro nouis venditantur idque partim bona fide, dum libris rarioribus continentur, partim negligentia, dum nouis tantum intenti vetera negligimus.

Quum gloria inuentionis tribui illi solet, qui inuentum primum publicauit, quamuis alter aequè proprio Marte id eruerit, adeoque vere inuenerit de nouo, propter ignorantiam non facile vincibilem: aquae non bullientis in media bulliente, inuentionis gloria illi facile a me, idoneo merito concedetur. Quum vero rationibus non contemnendis ductus existimem, dissertationem meam multa praeterea noua phaenomena, et alia noua continere: Spes me tenet fore vt nemo facile laborem huic meum pro superfluo sit habiturus.

Citare quoque potuissent uti nunc demum video, *Richmannum* in eo, quod ad phaenomenum aquae attinet, sed *Cottin. nostr. Tom. IV. ad maris*, quum haec scriberemus, non fuit, in quo quidem de hoc phaenomeno, sed non ex instituto, actum est, et pro naturae mysterio adhuc habendum esse, dictum phaenomenum declaratur.

Iudicium igitur antea latum, hic valere debere, quis est, qui non perspiciat?

DE
ELECTRICITATE
BAROMETRORVM DISQVISITIO.

Auctore

F. V. T. AEPINO.

§. 1.

Seculum fere effluxit, cum Celebris Galliae Astro-
mus *Picardus*, nouam quandam ac tum tempo-
ris valde inexpectatam barometri proprietatem de-
tegeret. Instrumentum enim tale, quod possidebat,
casu in tenebris agitans, obseruabat, descendente in
barometro φ io, lucem quandam superiori mercurii
superficie quasi adhaerentem, ac cum ipsa simul
descendentem, conspiciendam se praeberet. Postquam
insignis haec proprietas barometri *Picardiani* innotue-
rat, in innumeris barometris idem tentamen insti-
tuebatur, ast non in omnibus aequae felici successu.
Etsi enim plura barometra lucem edere deprehende-
rentur, non tamen pauciora, aequae alias bona,
proprietate ista destituta inueniebantur.

§. 2. Euincebant tentamina ista, proprietatem hanc barometris nullatenus esse essentialem, sed pendere ab accidentali quadam circumstantia, in qua detegenda plurimum laboratum est, sed frustraneo labore;

labore; unde constructio barometrorum lucentium res erat, quae non in physicorum potestate posita, sed casui relinquenda erat, vsquedum sub initium huius seculi summus geometra *Iob. Bernoulli* diu desideratam methodum, conficiendi barometra lucentia detegeret.

§. 3. Manifestum est ex methodo hac *Bernoulliana*, artificium construendi eiusmodi barometra totum eo reduci, ut a tubo vitreo qui adhibetur sordes omnes ipsi adhaerentes sollicitè detergantur, ac mercurius bene depuratus in usum vocetur, praecipue vero eo respiciatur, ut tam tubus quam mercurius sollicitè siccentur, nullaque ipsis adhaerente humiditate inquinata sint. Regulis istis conformiter barometra lucentia hodie ita confici solent, ut

a) interna tubi barometrici superficies ab omnibus sordibus diligenter purgetur, immo si opus fuerit spiritu vini feruido abluatur.

b) Mercurius adhibeatur destillatus, qui quippe purissimus est habendus.

c) Dum repletur mercurio tubus, ad ebullitionem mercurii usque super carbonibus hic calefiat, hac enim ratione, si quae adhaereant mercurio, aut se introduxerint in tubum, particulae aquae, quod cauere difficillimum est, in vapores resolutae expelluntur.

§. 4. Noua postmodum detecta est barometrorum proprietas, itidem non omnibus communis, sed

sed solis lucentibus propria. Obseruatum nempe est, si prope summitatem barometri eiusmodi, ☉o vacuum, papyri frustulum, gossypii flocculus, aut leue aliud corpus suspendatur, tumque agitetur barometrum, ita vt oscillare incipiat mercurius, regulariter admodum, in descensu mercurii, accedere corpora haec leuia ad tubum, et ab ipso attrahi, ascendente vero rursus mercurio separari ab ipso, et in situm priorem reuerti. Quis primus sit huius experimenti inuentor, ignoro, primus vero, qui quantum scio mentionem eius publice iniecit, est *Hambergerus*, *Elementorum Physices Cap. X. §. 576. Schol.* qui vero loc. cit. ita verba facit, vt appareat, se sibi inuentionem ipsius non attribuere.

§. 5. Varias excogitarunt Physici hypotheses pro reddenda phaenomenorum istorum ratione. Vix autem ante annum 1733. fuit, cui in mentem venisset, esse phaenomena ista electricitatis effectus. Postquam autem publici iuris facta essent Illustris *du Fay* et aliorum de electricitate inuenta, aliqui numerare barometrorum phosphorescentiam atque vim attractiuam, inter phaenomena electrica, non dubitarunt. Dantur autem et adhuc, qui aut aliunde deriuare phaenomena ista malunt, aut de ortu ipsorum ambigunt.

§. 6. Quanquam persuasus semper fuerim, pertinere phaenomena haec inter electrica, nouas tamen circa ipsa instituere disquisitiones in mentem
 2. Tom. XII. Nou. Comm. Qq induxi.

induxi. Partim enim leuari sic posse dubia, quibus retinentur. Physicorum nonnulli, ne phaenomena haec electricae vi tribuant, posse credebam, partim mancā esse, nec absolutam, de barometrorum electricitate doctrinam, existimabam, quamdiu leges vis attractivae barometrorum in lucem plenariam positae non essent. Facile quidem theoria duce, quales esse debeant hae leges, praevidere poteram, aut non pudet me, fateri, tam meticulosum me esse Physicum, ut ratiociniis in Philosophia naturali aegre fidem habeam, nisi experientia veritas ipsorum comprobetur; unde necesse esse, ut ad experimenta procedatur, ipsaque interrogetur natura, iudicavi.

§. 7. Notissima sunt, quae circa barometrorum lucem observata sunt, neque nisi unicum phaenomenon, ad hactenus cognita addendum, habeo. Cum vero iam hoc agam, ut an et quomodo phaenomena ista ab electricitate pendeant, inquiram, brevis mihi tradenda erit ipsorum historia.

§. 8. Notissimum itaque est, ac experimentis certissime evictum,

a) In parte barometri lucentis aëre vacua, interea dum descendit mercurius, in oscillationes agitatus, conspici lumen quoddam pallidum, perquam simile isti, quod edere solent corpora electrica, quae parte quadam in spatium aëre vacuum intant. Curatior autem observatio docuit, dari inter

ter varia barometra varietatem quandam. Quae enim non summe perfecta sunt, ac negligentius aliquantum constructa, luculam solum spargunt, latius non diffusam, sed summae mercurii superficiei quasi adhaerentem, ipsamque in descensu comitantem. Generosa autem barometra lucida, statim dum descendere incipit ζ us, largam edunt lucem, per vacuum fulguris instar se expandentem, totamque aëre vacuum barometri partem superiorem, penitus replentem.

b) Contingunt haec in descensu mercurii, neque ordinario, dum hic ascendit, lux vlla conspicit solet. Interim quaedam quoque, ast non nisi pauca, inueniuntur barometra, quae interea, dum ascendit mercurius, lucent. Est vero lux ista nunquam non debilis, mercurii superficiei summae adhaerens, atque cum ipsa ascendens, et per tubum vniuersum nunquam expansa.

c) Edunt barometra, quorum pars suprema ab aëre penitus vacua est, omnino lucem, modo rite constructa sint, atque falluntur, qui aëris ad producendam lucem necessitatem defendunt, neque lucere posse barometrum, nisi vna alterane aëris bullula tubi summitatem occupet, existimant, ex quorum numero est *Celeb. Muschenbroeck.*

d) Neque tamen aër barometrorum phosphorescentiae omnino aduersatur, vidi enim saepius, viuidam procreasse lucem barometra, in quibus no-

tabilis aëris quantitas mercurio supernatabat; immo aliquoties data opera vnam alteramue aëris bullam ad barometri summitatem ascendere feci, absque lucis notabili debilitatione.

e) Si tamen maior aëris quantitas in barometrum immittatur, insigniter tandem lucis productioni nocet, neque tamen, si rite paratum sit barometrum, vnquam lucem progignere penitus desinit. Immo, si in tubo vitreo recuruo, purissimo ac sic-
 Tab. V. cissimo *abc*, fig. 1. mercurio, puro quoque atque sicco, repleto; in oscillationes agatur mercurius, lux quaedam debilis cernitur, etsi tubus vtrunque sit apertus, sic vt naturalis densitatis aër ipsam mercurii superficiem contingat.

f) Aëris bullulam in barometrum immissurus, obseruavi, oscillante mercurio antequam ipsa ad summitatem enisa erat; et quamdiu inter binas mercurii columnas suspensa esset, luce quoque repleti, vbi tamen hoc peculiare annotavi, siue descendat, siue ascendat mercurius, lucem vtroque casu aequae esse fortem, aliter vti contingere solet in summitate barometri. Raro enim suprema mercurii superficies in ascensu columnae lucet, atque si tum lucet, debiliorem longe lucem, quam in descensu, edit.

§. 9. Subsistamus hic, neque statim ad vis attractivae barometrorum examen transeamus. Differamus hoc potius, vsquedum, quomodo haec recensita phaenomena ex electrica vi orientur, distincte

stincte exposuerimus. Constat attritum metallici corporis ad vitrum, electricitatem producere posse, ea quidem lege, vt vtrumque horum corporum fiat electricum, alterum vero vnam, alterum contrariam electricitatis speciem nanciscatur, prouti demonstrari, in libro meo: *Recueil de differents Memoires sur la Tourmaline* pag. 69 et 73. Cum itaque oscillans in barometri tubo mercurius necessario frictionem quandam exercent, procul dubio quoque inde electricitas procreari debet. Quodsi ergo iam ad ea, quae teste experientia electricitatis productionem impedire, quae iuuare possunt, respiciamus, minimo negotio eorum, quae obseruanda sunt, si phosphorescens barometrum construere animus est, ratio reddi poterit.

§. 10. Quae impedire valent, ne vitri atque mercurii superficies arcte se contingant, prohibendo ne immediatus fiat inter vtrumque corpus affricus, electricitatis quoque productionem sufflaminabunt. Sordes itaque, quibus vel vitrum vel mercurius inquinantur, praecipue vero humiditas omnis, quam maxime noxia erunt. Per se itaque patet, artificiorum, quae in barometrorum lucentium constructione obseruanda sunt, ratio, vnde plura adicere superuacuum duco. Ast monendum adhuc est, de circumstantia quadam, quam insuper habuisse hactenus plerosque artifices, suspicor. Indubium est, non omnia vitri genera, producendae electricitati aequae apta esse, sed alia sub iisdem circumstantiis,

Qq 3

for-

fortiorem, (sunt haec vitra dura atque fragilia) alia debiliorem gignere electricitatem. Suaeor itaque sum iis, qui generosa construere cupiunt barometra lucida, vt tubos barometricos, quos adhibere volunt, prius tentent, eosque praecipue eligant, in quibus frictio et facile et fortem producit electricitatem, caeterosque barometris aliis, a quibus, vt luceant, non requiritur, conficiendis seruent.

§. 11. Per superius exposita, iure supponere quidem possumus, frictione, quam columna mercurialis descendens exercet, electricitatem tam in tubo, quam in mercurio, produci, ast determinari cum certitudine haecenus non potest, in quonam istorum corporum accumulatio, in quonam priuatio fluidi electrici contingat. Etsi enim, vt infra demonstrabo, tubus electricitatem, quam *du Fay* vitream, *Francklinus* positiuam appellat, nanciscatur, nemo tamen, nisi hypothesibus fingendis adsuetus, cum certitudine affirmare haecenus potest, accumulari proinde in tubo materiam electricam. Quicquid autem huius rei sit, supponere tamen, quasi positua aut vitrea electricitas ea sit, quae in augmento consistit, placet. Quamuis enim, dum hoc suppono, ab errore me securum non existimem, tamen, si contingat aliquando, vt asserti huius falsitas omnino demonstratur, facillime mea explicandi phaenomena ratio, inuertendo solummodo ratiocinia, quibus vsus sum, ad casum istum adaptari poterit.

§. 12.

§. 12. Assumo itaque, postquam mercurius ex *ab* ad *cd* Fig 2. descendit, abundare in interna Tab. V. tubi superficie, quae frictionem passa est, *abcd*, materiam electricam, mercurium vero ipsa esse euacuatam. Quodsi ergo mercurius tantisper subsistere cogitetur ad *cd*, legibus electricitatis conformiter, materia electrica ex *abcd* in mercurium fluido hocce vacuum transire conabitur. Transitus itaque iste actu contingere debet, modo nullum adfit impedimentum externum, effluxum istum inhibens. Ast cum summitas tubi aëre penitus vacua sit, (hunc enim casum primum considero) nihil adest, quod fluidi electrici motum impedire possit, quapropter et actu, quae eius portio in parte tubi *abcd* abundat, in mercurium transire debet.

§. 13. Dum autem ex vno corpore in aliud transit materia electrica, lucem semper edit, vnde quoque in barometro, dum fit is, quem modo dixi, transitus, ex suo more lucem progignere debet. Per hunc iam transitum aequilibrium statim restituitur, vnde per frictionem perducta electricitas statim aut omnis, aut maximam saltem partem destrui debet.

§. 14. Si itaque mercurius oscillare pergat, atque denuo ascendat, lux electrica nulla exoriri potest, cum tubi partes, ad quas ascendendo pergit mercurius, electricitate per descensum producta iam orbatae sint. Ac etsi vel maxime sup-
pone-

ponere quis vellet, per frictionem, quam ascendens mercurius exercet, denuo electricitatem produci, euidens tamen est nullam exinde lucem progigni posse. Ascendens enim mercurius, parti in quam frictionem exercuit, arcte statim adplicatur, atque contiguus ipsi manet, vnde materia electrica immediate ex vitro in mercurium, ac proinde sine luce, transire potest. Aliae enim longe hic sunt circumstantiae, quam in descensu mercurii, vbi ipse partem eam, in quam frictionem exercuit, protinus relinquit, sic vt fluidum electricum non immediate in mercurium transire queat, sed vt per vacuum transfluat, cogatur.

§. 15. Hac ratione in generosioribus atque diligentius constructis barometris lucentibus res procedit, ea enim, quae, dum ascendit in ipsis mercurius, lucem edunt, ex minus perfectorum sunt classe. Hoc nempe phaenomenon, non nisi in iis deprehenditur, quae ab aëre non sollicitè satis purgata sunt.

§. 16. Sumas namque, vt huius rei ratio pateat, in summitate barometri, *a e b* aliquid aëris reperiri, atque negari quidem nequit, in descensu columnae mercurialis aequè fortem produci electricitatem, ac in barometro penitus aëre vacuo, modo reliquae circumstantiae omnes sint eadem, at aequali gradu producta electricitas, non aequè vividam utroque casu procreabit lucem. Aër nempe,
tan-

tanquam corpus per se electricum, effluxui materiae electricae ex vitro aliqualem opponit difficultatem, eo maiorem, quo densior, eo minorem, quo rarior est. Cum proinde, si aliquid aëris in barometri summitate reperitur, fluidum electricum non tam libere ex parte tubi electrica facta *a c b d* effluere queat, et debiliorem tale barometrum lucem edere, et in vitreo tubo electricitas quaedam conservari debet.

§. 17. Oritur ex postremo hoc, quod eiusmodi barometra etiam in ascensu mercurii lucem quandam edere soleant. Dum nempe ascendens mercurius, partibus tubi superioribus, aliquam adhuc electricitatem retinentibus propinquior redditur, transilire potest fluidum electricum in mercurium propinquiorem ipsis factum, in quem ad maiorem distantiam, ob aëris resistantiam, transire non valebat, unde simul perspicitur, vndenam fiat, quod in ascensu mercurii se monstrans lux, debilis sit, mercuriique summitati adhaerere quasi videatur.

§. 18. Quanta sit, ad quam hic prouoco, aëris in impediendo transitu fluidi electrici ex vno corpore in aliud, potentia, ex sequenti experimento intelligere poterunt lectores. Campana vitrea, *f e g*, fig. 3. ad *e* perforata pura et sicca imponatur disco metallico *c d* anthliae pneumaticae, et huic non ope corii madidi (humiditas enim omnis in experimentis electricis sollicitè vitanda est), sed ope

Tab. V.

annuli ceracei iungitur. Ad *e* intret in campanam filum metallicum *ab* modicae crassitiei, cui infra affixus est globus metallicus *b*; ita vero ordinentur omnia, vt intrudendo filum *ab*, aut retrahendo istud, distantia globi *b* a disco machinae imminui et augeri pro lubitu queat. Rarefacto tum aëre sub campana, electricetur filum *ab*, cum annexo globo *b*, atque repetito aliquoties experimento, variata distantia globi *b* a disco, manifesto obseruabitur, scintillam electricam inter discum et globum progigni in maiori distantia, si aër rarior, in minori vero, si densior est. Sic vidi subinde scintillam a lagena Lugdunensi productam ad distantiam aliquot pedum, per spatium aëre valde rarefacto plenum, transiisse.

§. 19: Non minus, quam haëtenus exposita lucis barometricae phaenomena, etiam vltimum, § 8. num. f. a me adductum, cum electricae vis legibus consentit. Sit nempe bullula aëris *ab* Fig. 4. intercepta inter cylindrum mercurialem *bd* et *ca*, atque luce repleri debet spatium *ab*, quod aërem naturali rariorem continere, manifestum est

a) in descensu mercurii.

Dum nempe cylinder *bd* descendens, partes tubi vitrei, quibus contiguus est, fricat, electricas ipsas reddit, statim vero ipsas liberas relinquit, ita vt materia electrica ex ipsis in spatium *ab*, simili ratione, vt §. 12. exposui, emanare queat

b) in

b) in ascensu mercurii.

Etsi enim tum cylinder *bd*, partes tubi, in quas frictionem exercet, statim contegat, sicque electricitas forte producta, sine luce sensibili destruat, alia tamen longe est ratio cylindri *ac*, qui quippe ascendens, et tubi partes electricas reddens, liberas ipsas relinquit; ita vt simili ac ante ratione hae partes lucem in spatium *ab* spargere queant.

§. 20. Accedo iam ad disquisitionem phaenomenorum, quae in attractione et repulsione barometrorum lucentium obseruantur. Etsi agnouerint ex longo iam tempore aliqui philosophiae naturalis scrutatores, exercere barometra eiusmodi attractionem aliquam, nemo tamen fuit, qui experimenta sua ita instruxisset, vt apparere inde queat, an vis haec attractiua sit electrica, et an ipsa legibus, quas sequi vis electrica solet, obtemperet. Id itaque praecipue mearum duxi partium, vt quid huius rei sit, diligenter inquirerem.

§. 21. Non sine artificio aliquo scopum meum obtinere potui. Etsi enim manifesta et satis euidentia in barometro meo deprehenderem attractionis indicia, debiliores tamen erant effectus, quam vt praeterea aliquid exinde concludere mihi licuisset. Penitatis tamen omnibus circumstantiis in medium incidi, difficultati leuandae penitus aptum: Erat, de quo loquor, medium istud, vt summitatem barometri, mercurio vacuum, *ab*, Fig. 5. exterius Tab. V.

R r 2

foliis

foliis metallicis tenuioribus, (*Spiegel - Fosse*) obducerem, sic enim praeuidebam, fore ut electricitas tubi vitrei *ab* in metallum colligeretur, simili ratione, uti fieri solet in lagena Lugdunensi, quam hodie experimentatores et interius et exterius metallo obducere solent.

§. 22. Supra spem feliciter cessit hoc artificium, eiusque ope rem omnem in plenariam ponere lucem mihi licuit. Postquam nempe descripta ratione exteriorem tubi superficiem metallo obduxe-

Tab. V. ram, atque pendulum *fg* Fig. 5. ex filo tenui ferrico sicco, 5 ad 6 pollices longo, et globulo ex subere facto, *g*, lenticulae minoris magnitudinem habente, praeparaueram, sequentia detegere mihi licuit phaenomena.

a) Postquam mercurius aliquas absoluerat oscillationes, denuo vero ad quietem peruenerat, appropinquabam pendulum *fg* foliis metallicis, quae protinus globulum *g* ad se rapiebant, statim vero denuo ipsum repellebant, ita ut globulus *g* barometrum quasi fugere videretur.

b) tubum vitreum, et deinde cerae hispanicae cylindrum, frictione electricum factum, si pendulo appropinquabam, a priori repellebatur globulus, a posteriori vero fortiter attrahebatur.

§. 23. Bina haec phaenomena tam euidenter probant, attractionem a barometro editam, ad electricarum actionum pertinere classem, ut indubium vocari

BAROMETRORVM DISQVISITIO. §17

vocari hæc res omnino nequeat. Pendulum enim, aut globulum potius *g*, re vera a foliis metallicis electricam vim accepisse, inde luculenter patet, quod corpora alia electrificata, vitrum nempe et cera sigillatoria, penitus simili ratione in istud agant, ac in corpus electrica vi imbutum agere solent.

§. 24. Inquiramus autem adhuc aliquanto diligentius in phaenomenorum istorum explicationem. Ex cognitis naturae legibus, liquet, mercurialem cylindrum, frictione quam in tubum exercet, interiori ipsius superficiem electricam reddere debere, ea lege, vt eam nanciscatur electricitatem, quam *Francklini* exemplo hodie positivam vocamus. Consequi vero hinc necessario debet hoc, quod et externa tubi superficies, foliaque metallica ipsi applicata, eiusdem generis obtineant electricitatem, quod cur ita euenire debeat, luculenter exposui in *Memoire contenant une exacte description des expériences faites avec la Tourmaline*, quod scriptum insertum est libro meo: *Recueil de differents Memoires sur la Tourmaline.*

§. 25. Et si itaque superuacuum quodammodo sit, plura de hæc re loqui, addere tamen quaedam consultum duco, quoniam phaenomena, isti quod hic recensco, similia physicorum aliquos seduxerunt, vt de primaria quadam electricae vis lege, a *Francklino* primum inuenta, dubitare inceperint.

Putarunt enim Clarissimi quidam Viri, elucere ex eiusmodi phaenomenis, in errore versari *Francklinum*, dum vitrum materiae electricae impermeabile esse statuit, non enim concipi posse putant, quomodo vtraque vitri superficies, et ea, quae immediate fricatur, et opposita, simul positivae electricae euadant, nisi fluidum electricum ipsam vitri substantiam penetrauerit.

§. 26. Enodatio autem difficultatis, ex alia quadam materiae electricae proprietate, quae itidem *Francklinum* inuentorem habet, tam luculenter deduci potest, vt impermeabilitatem, de qualis movetur, penitus demonstrat, modo iusta de hac corporum proprietate, quae impermeabilitas vocatur, nobis formemus ideam.

§. 27. Dico, modo iusta formetur huius proprietatis idea; videor enim mihi iure asserere posse, nec *Francklinum*, nec qui ipsum sequuntur, observasse, esse proprietatem, quae impermeabilitas vocatur, cum essentiali corporum per se electricorum proprietate, de qua Physicorum nemo dubitat, quod per huius generis corpora materia electrica difficulter se diffundat, prorsus eandem. Cum vero hoc in lucem sufficientem iam posuerim, partim in *Tensamine meo Theoriae Electricit. et Magnetismi*, partim in *Libro: Recueil de diff. Mem. sur la Tourmaline*, pag. 187 - 190. plura hic addere nolo.

§. 28.

§. 28. Ideae huic conformiter, dum in interiori superficie tubi barometrici fluidum electricum accumulatur, transire quidem ipsius ad superficiem exteriorem pars nulla potest, sed omnis in interiori subsistere cogitur. Quoniam vero in materiam electricam in vitri substantia contentam repulsionem exercet, cogit eam, quae vitri interiora occupat, vt versus exteriorem vitri superficiem transeat, ibique accumuletur, vnde et exterior tubi superficies positive electrica non fieri non potest, etsi fluidi in interiori superficie accumulati nihil ad exteriorem penetrauerit.

§. 29. Cum attractio haec barometrorum lucentium, res sit tam manifesta, atque euidens, miratus sum sub initium, vnde factum sit, quod physicorum aliqui, v. g. Celeb. *Muschbenbroek*, existentiam ipsius omnino negauerint. Postquam vero rite omnia examinaui, perspicere mihi visus sum causam, quae verosimiliter in errorem induxit viros, in instituendis experimentis alias versatissimos. Supra enim, §. 13. iam monui, in barometris lucentibus optima notae, electricitatem equidem viuendam produci, ast subito rursus fere omnem destrui debere. Quodsi itaque Physicorum aliquis experimenta sua ea ratione instituit, vt post peractas mercurii oscillationes, et postquam ad quietem ipse rediit, an producta sit electricitas, examinauerit, certe, si generosum adhibuit barometrum lucens, nullum electricitatis indicium obseruare potuit, quod

BON

non deprehendere non potuisset, si aut barometro, aliquid aëris continente vsus esset, aut eo ipso tempore, vbi mercurius descendit, non vero post peractum descensum, quid eueniat, examinasset.

§. 30. In barometro, quod etiam post peractum mercurii descensum, sensibilem satis retinebat electricitatem, electricitas omnis, qua imbuta erant folia metallica, destruebatur, si inclinando barometrum, mercurium lente ad summitatem ascendere faciebam. Huius autem phaenomeni ratio facile perspicitur. Cur nempe ascendens mercurius, omnem in interiori tubi superficie residuam electricitatem extinguat, supra §. 14. iam explicauimus. Ast si in interna tubi superficie electricitas deletur, cessat repulsio, quae materiam electricam ex vitri substantia versus exteriorem tubi superficiem transire coëgerat, vnde ipsa ad interiora loca, ex quibus expulsa erat, reflueret, sicque electricitas omnis in exteriori tubi superficie cessare debet.

§. 31. Postquam feliciter cesserant haec hactenus institutae disquisitiones, inquirere in mentem venit, anne possibile foret, ope barometri eam quoque producere electricitatem, quam negatiuam vocamus, atque re bene considerata, non difficile fuit in medium incidere, quod experientia comprobauit. Sequenti nempe ratione in hac operatione procedebam. Inclinando primum barometrum, mercurium vsque ad tubi summitatem ascendere faciebam, tumque fo-

liis

liis metallicis externam superficiem obtegentibus digitum adplicabam. Reclinando deinde barometrum, descendere faciebam mercurium, quo facto digitum remouebam, tumque denuo, simili vt ante ratione mercurium ad summitatem tubi lente ascendere faciebam. Post institutas hac ratione, et hoc ordine, qui sollicite obseruandus est, operationes, tandem pendulum laminis metallicis appropinquabam, a quibus protinus attrahebatur, statim vero rursus repellebatur. Vt denique intelligerem, cuius generis sit hac ratione producta electricitas, quam laminae metallicae possidebant, et cum globulo penduli communicauerant, ipsi tubum vitreum electricatum, atque cylindrum ex lacca sigillatoria constantem appropinquabam, a quorum priori pendulum attrahi, a posteriori repelli, deprehendebam, quod manifesto est iudicio, exteriorem tubi superficiem negatiuam obtinuisse electricitatem.

§. 32. Notabile est in hoc experimento, quod, si alternis vicibus, mercurium lente descendere, lenteque ascendere faciamus, (quod inclinando et reclinando barometrum facile efficitur) in descensu, mercurii, electricitas exterioris superficiei tubi destruat, saltem insigniter debilitetur, in ascensu vero quasi resuscitetur, quod quidem valde paradoxum non videri non potest, iis qui eorum recordantur, quae §. 13. protuli, ubi monstrauimus, ascendente mercurio, non solum non produci posse electricitatem, sed etiam, si aliqua superflua fuerit in

tubo destrui debere, cuius quidem rei hic penitus contrarium contingere observatur.

§. 33. Videamus iam, quomodo hactenus recensiti effectus, cum cognitis electricitatis legibus ehaereant. Dum descendit mercurialis columna, interior tubi superficies positive electrica evadit, prouti supra monstratum est, unde consequens est, ut materia electrica ibi accumulata, in eam, quae tam in ipsa vitri substantia, quam in exteriori tubi superficie, continetur, consuetam repulsionem exerceat. Accumulari proinde in ipsa exteriori superficie, folisque metallicis ipsam obtegantibus deberet fluidum electricum, nisi a digito contingeretur, prouti fit in hoc experimento. Quoniam nempe propulsa materia electrica libere in ipsum, tanquam corpus non per se electricum transire potest, emanabit ipsa ex metallo, quod una cum exteriori tubi superficie, quam tegit, negative electricum evadet.

§. 34. Tubi itaque summitas *ab*, penitus in eundem statum redigitur, ac lagena Lugdunensis in consueto commotionis experimento, unde omnia in ipsam quadrant, quae de lagenae Lugdunensis effectibus constant. Cum ergo in hoc instrumento, si ipsum ita suspendatur, aut collocetur, ut ex utraque parte, corpus nullum non per se electricum contingat, non nisi debilia monstret electricitatis indicia, protinus vero ex altero latere electricitas insigniter quasi adaugeatur, si oppositum latus, a
corpo-

corpore quodam non per se electrico attingatur, facile patet, cur necesse sit in barometro, ut mercurium ascendere faciamus, si negativae electricitatis, qua imbuta sunt folia metallica, viuida desideremus indicia, curque alternis vicibus descendens et ascendens mercurius, electricitatem debilitare, ac fortiorē reddere videatur.

§. 35. Reduxi iam haec barometri lucentis phaenomena, ad ea, quae B. *Richmannus* in lagena Lugdunensi detexit; quomodo vero ipsa haec phaenomena ex proprietatibus primariis fluidi electrici profluant, ample exposui, in *Explicatione phaenomeni cuiusdam lagena Lugdunensis, a B. Richmanno, inuenti*, quae subiuncta est *Tentamini meo Theoriae Electricitatis et Magnetismi*.

§. 36. Pro penitus tandem confirmanda eorum, quae protuli veritate, etsi hoc indigere vix videantur, sequens addidi experimentum. Tubo vitreo *ag*, Fig. 6. ad *a* clauso, inserui embolum *cdf*, ex *Tab. V.* lo ferreo *fd*, et circumuoluto panno lanco, *cd*, constantem. Exteriolem tubi superficiem ad distantiam pollicis circiter laminis metallicis *ab* obduxi, prouti feceram in barometro. Agitando iam embolum, intrudendo ipsum ac retrahendo, omnia supra recensita, in barometro instituta experimenta in hoc instrumento repetii, atque euentum vidi, quoad omnes circumstantias penitus eundem; nisi, quod non nisi admodum debilem lucem obtinere potuerim, quod quidem inde deduco, quod nec tubus

S s a. fatis

fatis rotundus, nec embolus *c d* aëris introitum in spatium *a b* inhibere aptus fuerit.

§. 37. Perspicitur sine negotio, embolum in his tentaminibus, columnae mercurialis vices sustinere. Cum ergo penitus eadem hinc exoriantur phaenomena ac in barometro, manifestum vero sit, emboli ad parietes tubi frictione electricitatem produci, dubitari nequit, esse quoque electricitatem a frictione columnae mercurialis productam, vim eam ex qua barometri lucentis phaenomena pendent.

§. 38. Videor mihi iam totam de barometris lucentibus doctrinam ita pertractasse, ut pro absoluta haberi queat, neque opus sit, ut circa hoc instrumentum ulteriori instituantur disquisitiones Physici. Cum enim euidenter probatum dederim, pendere omnes ipsius effectus, ab electricitate, sperandi locus non est, fieri posse, ut noua quaedam detegantur, quae praetudere isti, qui theoriam electricitatis rite callent, difficile fuisset.

EXA-

EXAMEN

THEORIAE MAGNETICAE

A CEEBERR. TOB. MAYERO

PROPOSITAE.

Auctore

F. V. T. AEPINO.

Philosophiam naturalem appellare malle[m] scientiam eam, quae eruit atque explicat leges, secundum quas in actionibus suis natura procedit, quam hoc nomine insignire scientiam, quae in investigandis et eruendis causis actionum et phaenomenorum naturalium, atque rationibus, cur leges naturae ita, non aliter sint comparatae, versatur. Etsi enim scientiae, qualis posterior haec, notionem formare queamus, experientia tamen monstravit, tantis obseptam esse ipsam difficultatibus; ad tam obscuras, immo ultra humani intellectus vires positas disquisitiones nos detrudere, ut vano fere conatu in ipsa colenda hactenus elaboratum sit, atque qui ipsi se adplicuerunt, nubem pro Iunone captantes, theoriarum nomine, mera somniorum systemata produxerint. Priorem vero scientiam humanae mentis vires non tanto interuallo transcendere, ex veloci cognitionis naturae progressu, quem incredibili felicitate cepit, ex quo *Baconi de Verulamio*

consilium et *Newtoni* exemplum secuti sunt naturae scrutatores, manifestum est.

Etsi deinde vel maxime in potestate foret, causas, a quibus pendent leges naturae, eruere, nescio tamen an operae pretium foret, disquisitionibus istis magna industria incumbere. Non enim ex ipsis nisi solae curiositatis expletionem expectare possumus, cum ad reliquos usus, quorum causa naturae cognitio hominibus exoptanda est, scientia ea, quae leges naturae explicat, sola abunde sufficiat.

Quid sentiam, exemplo declarabo. Postquam detexerat magnus *Newtonus* coelestium corporum motus omnes pendere a vi quadam, qua corpora omnia mundana sollicitantur ad mutuam accessum, ita ut vis huius intensitas, uti quadrata distantiarum decrescunt, augetur, in potestate fuit exinde deriuare, fluxus et refluxus oceani leges et phaenomena; motuum lunarium inaequalitates, turbationes cometarum atque planetarum mutuas, innumeraque alia, quae alias sine dubio in aeternum tenebris sepulta fuissent. In omnibus vero his inquisitionibus, cognitione causae huius attractionis tam parum indigemus, ut cuius rei gnaro euidenter appareat, ad perfectionem nostrae de motibus coelestibus cognitionis, ne hilum quidem addi posse, etsi causa ista aliquando detegatur.

Erat dum viueret ex numero eorum, qui in disquisitionibus ad philosophiam naturalem pertinentibus,

tibus, laudatam modo viam secuti sunt, cuius illustre nomen ab interitu securum erit, nisi scientiarum memoria aliquando intéreat; *Celeberr. Tobias Mayerus*, qui eodem circiter tempore ac ego, inquirendae theoriae phaenomenorum magneticorum, *Newtoni* vestigia calcans, operam dedit. Tradidit *Illustri Societati Scientiarum Göttingensi*, circa medium Anni 1760, commentationem, suas de hac re cogitationes explicantem, quae etsi typis nondum expressa sit, prostat tamen de contentis ipsas recensio in nouis litterariis *Göttingensibus* eiusdem anni, quae fidem plenam ea propter meretur, quod sub ipsis *Mayeri* oculis, tum adhuc viuientis, impressa sit.

Observauit *Celeberr. Mayerus*, similiter ac ego feceram, in *Tentaminis Theoriae Electricitatis et Magnetismi* locis diuersis, pro condenda theoria attractionum et repulsionum magneticarum tali, quae calculi legibus subici, mathematicisque phaenomenorum istorum considerationibus locum praebere queat, praepriis necesse esse, vt constet, quaenam distantiarum functio, sit ea, secundum quam particula quaedam infinite parua, magnetica vi imbuta, agat in aliam particulam itidem infinite paruam; sique deinde detur corpus quoddam magnetica vi praeditum, praeter ipsius figuram, inquiri adhuc debere in legem distributionis vis magneticae per vniuersum hoc corpus, siue quod ad idem recidit, in legem ex qua, quanta sit vis magneticae in quovis

vis puncto, aut quavis particula infinite parua, intensitas, determinari potest. His enim factis, problema de inuestiganda vi, quacum agit corpus magneticum in distantia quacunque in corpus aliud, eo redactum erit, vt nudae analyseos, calculique integralis ope, expediri queat.

Putat Celeberr. *Mayerus* vtrumque se rite determinasse, atque functionem quidem attractionum et repulsionum magneticarum, a particula quadam infinite parua exsertarum sequi, legemque eam statuit, vt

Sollicitationis intensitas in duplicata distantiarum ratione decreseat.

Quoad legem vero intensitatis vis magneticae, monet primum, se hic non considerare, nisi magnetes prismatica aut parallelepipeda figura praeditas, tum vero statuit, per magnetes huius figurae, ita diffusam esse vim magneticam, vt

Intensitas in quouis puncto sit directe vti distantia ipsius a medio prismatis puncto, quod centri nomine ipsi venit.

Fateor me valde dubitare de veritate legum istarum a Celeberr. *Mayero* assumptarum, cumque veriorum dubiorum meorum declaratio, spiritum ad dilucidandam magnetis naturam facere posse videatur, tradere ipsam Academiae operae premium duxi, quod quidem dum facio, detrahere meritis Illustris

Viri animus non est, neque aliter acturus sum cum ipso, quam vt mecum agant alii naturae scrutatores, excepto.

S E C T I O I.

De situ centri magnetici.

Quid nomine centri magnetici, in *Tentamina meo Theoriae Electricitatis et Magnetismi* intelligam, breuiter repetere hic non inutile puto. Cum nullus reperiatur magnes, qui vnico solum magnetismi genere gaudeat, sed omnes tam australem, quam borealem simul possideant; atque vis magnetica non vnico puncto inhaereat, sed per totum magnetem diffusa sit; tandemque magnetismus australis et borealis oppositae sint naturae; liquet in quouis magnete dari locum quendam, qui partem boreali magnetismo praeditam, discernit atque separat, a parte australem magnetismum possidente. Cumque hic locus is sit, in quo magnetismus borealis in sui oppositum transit, per se liquet ipsum hoc punctum magnetismo plane expers esse. Locum hunc veterum Physicorum aliqui *aequatorem magneticum* vocarunt, ego *centrum magneticum* appellauit.

Similiter ac ego rationes subduxit Celeberr. *Mayerus*, ea solum intercedente differentia, vt quod ego *centrum magneticum*, id ipse simpliciter *centrum* nominet. Prima quae circa hoc centrum magneticum moueri potest quaestio, ea est, vt determine-

tur in quouis magnete, prismaticae figurae (de his enim solis nobis sermo erit) locus, vbi hoc centrum magneticum est, atque ad hanc quaestionem Celeberr. *Mayerus* omnino aliter respondet ac ego feceram. Data enim opera, in *Tentamine Tb. Electr. et Magnetismi*, saepius monui, centrum magneticum non semper in virgae medio situm esse, neque partem boreo magnetismo praeditam, aequalis esse longitudinis cum parte, australi magnetismo imbuta. Celeberr. autem *Mayerus*, quasi centrum magneticum, cum centro longitudinis virgae aut prismatis exacte semper conueniat, statuere non dubitauit.

Nescio an per ratiocinia, an per methodos vulgares situm huius centri examinandi seductus fuerit *Mayerus*. Id certe scio, in magnetibus naturalibus rarissime, inque ferreis prismatibus arte magnetificatis, vix vnquam, nisi methodus duplicis contactus (*la double Touche*) adhibita fuerit, legem ab ipso tanquam generalis esset, stabilitam, locum habere. Vt fidem verbis faciam, methodum hic indicabo, qua ad inuestigandum situm centri magnetici vti soleo, quae ita secura est, vt in determinando ipsius loco, errorem longitudinis vnus lineae pertimescendum non habeam.

Magnetem aut ferramentum magneticum examini subiiciendum, chartae mundae folio tego, quod scobe ferrea constro, atque post leues aliquas concussio-

cussiones tabulae impressas, et postquam se disposuit limatura ferri, in consuetas curuas ellipticas, a parte australi ad borealem magnetis tendentes, oculorum iudicio et aestimationi confusus, plumbaginis apice, in charta centri curuarum ellipticarum locum designo, cuius deinde ab utroque extremo prismatici magnetici distantiam dimetior, sicque cum securitate dimidia, aut ad summum, integrae lineae, experientia teste, magnetici centri situm determino.

Alia datur methodus, centri situm inuestigandi, quam vero minus securam esse, ac admodum sensibilibus fallere posse, expertus assero. Virga exploranda in verticali situ detenta, acus magneticae alterutri polo, v. g. boreo D, (Fig. 1.) Tab. VI. admoueatur extremo suo A, ac obseruabitur, si AB fuerit virgae polus borealis, repelli apicem versari D. Eleuetur tum lente virga, atque repulsio sensim sensimque decrescet, vsquedum omnino insensibilis euadat, atque tandem in attractionem abeat. Ea iam virgae regio, quae in acus apicem D, nullam nec attractionem nec repulsionem exercere obseruatur, continere centrum magneticum, censenda est.

Qui methodum hanc tentauerit, quam lubrica ipsa sit, statim obseruabit. Versus medium nempe virgae, in regionem, pro circumstantiarum ratione plures pollices longam incidet, quae in acum nullam sensibilem actionem exserere videtur, vnde

errorem, in situ magnetici centri hac methodo determinando, in satis angustos limites coërcere, frustra speratur.

Non difficile est, vnde lubricitas haec ortum trahat, perspicere. Si nempe centrum virgae magneticae ad B reperiendum sit, qui naturae consuetudines callet, facile suspicabitur, magnetismum borealem non subito et per saltum in hoc puncto transire posse in magnetismum australem. Secundum legem continui potius, quam natura amare constanter deprehenditur, lente decrescet magnetismus borealis, vsquedum omnes gradus infinite parvos percurrendo tandem ad B penitus evanescat, et in contrarium australem magnetismum abeat, qui rursus omnes gradus infinite parvos pertransiendo ad datum terminum increfcere debet. Facile itaque concipitur, vtrinque a puncto B, ad satis magnum spatium tam debilem esse debere magnetismum virgae, vt vix ac ne vix quidem, aliquem, qui sentiri queat, in acum edere effectum valeat.

Quodsi iam placeat eam, quam ego indicavi, pro explorando magnetici centri situ, methodum adhibere, non dubito deprehensurum quemuis, quod ego, in magnetibus naturalibus quos haecenus exploravi, reperi: rarissime aliquem, etsi parallelipeda figura praeditum inueniri, in quo *Celeberr. Mayeri* regula locum haberet. Superficies nempe, partem borealem ab australi discriminans, fere nunquam

quam prismatis longitudinem bisecat, fere nunquam ad longitudinem ipsius normalis est, ac fere nunquam plana, sed potius irregulariter curua deprehenditur.

Quod porro spectat ferramenta magnetica vi arte imbuta, quo pertinent magnetes artificiales, deprehendi, pro varia methodo, quae adhibita erat, dum magnetica vis ipsis inducebatur, varium fuisse magnetici centri situm. Duplex quidem contactus rite administratus, in eum semper reducere solet statum ferramenta prismatica, quem *Mayerus* supponit, non tamen loquor nisi de virgis modicae longitudinis, quid enim de longioribus statuendum sit, postea indicabo. Quodsi vero alia quaecunque magnetificandi methodus, a duplici contactu diuersa in usum vocetur, rarissime, ac non nisi fortuito *Mayeri* regulam locum habere obseruauit. Labet aliqua hic experimenta addere, quae assertorum meorum veritatem demonstrant.

Experimentum I.

Parallelipeda ferrea diuersae longitudinis, 2. lin. lata et $\frac{1}{2}$ lin. crassa, modice dura, magnetis artificialis fortioris polo B, (Fig. 2.) apposui, et Tab. VI. separatis ipsis post vnus circiter minuti interuallum a magnete, centri magnetici situm inueni talem, qualem sequens tabula indicat.

T t 3

Long.

Long. Parallelip.	Distantia centr. mag. a puncto C.	Dist. centr. magn. a medio virg.
1, 37 poll.	0, 58 poll.	0, 10. poll.
2, 78	1, 06	0, 33
4, 10	1, 86	0, 19
5, 48	2, 01	0, 73
6, 33	1, 87	1, 29
12, 12	1, 51	4, 55.

Experimentum II.

Parallelipeda, qualia modo descripti, magnetis polo A secundum totam longitudinem stricta Tab. VI. (Fig. 3.) exploravi, atque in ipsis locum centri magneti inueni quem monstrat tabula

Longit. Parall.	Dist. centri magn. a puncto C	Dist. centri magn. a medio
1, 37 poll.	0, 73 poll.	0, 05 poll.
2, 78	1, 52	0, 13
4, 10	2, 25	0, 20
5, 48	2, 82	0, 08
6, 33	3, 54	0, 38
12, 12	6, 99	0, 93

Expe-

Experimentum III.

Similia parallelipeda, magnetis incurui artificialis polo utroque strinxi per totam longitudinem, (Fig. 4.) euentu quem sequens exhibet tabula.

Tab. VI.

Long. Parall.	Dist. centr. a puncto. C	Dist. centr. a medio
1, 37 poll.	0, 74 poll.	0, 06 poll.
2, 78	1, 63	0, 24
4, 10	2, 55	0, 50
5, 48	3, 52	0, 78
6, 33	4, 56	1, 40

sexti parallelipedi 12, 12 poll. mentionem non in inicio, quoniam hac magnetificandi methodo ipsum, septem polos alterno ordine se excipientes, siue ut loqui amant physici, totidem puncta consequentia acquisiuerat, qui casus huc non pertinet.

Quae hic exposui satis commostrarant, magnetici centri situm, neque in magnetibus naturalibus, neque in ferramentis magnetica vi arte imbutis, seu magnetibus artificialibus, semper eum esse, quem *Celeberr. Mayerus* supponit; etsi fatear, in parallelipedis chalybeis, quae ordinario magnetum artificialium nomine veniunt, et quae methodo duplicis contactus magnetificari solent, enunciata *Mayeri* locum habere. Inter praerogatiuas enim duplicis contactus numerandum est, quod magneticum centrum ad virgae medium semper reducat, prouti monui, in

in *Tentam. Theor. Electr. et Magnet.* pag. 222. 223. Videtur mihi exinde, Celeberr. *Mayerum* fortasse non nisi magnetes artificiales examinasse, cumque in iis regulam suam semper locum habere obseruaret, ex inaduertentia quadam, ipsam tanquam generalem statuere non dubitasse.

S E C T I O II.

De scala intensitatum vis magneticae.

Ordiamur disquisitiones nostras, a virgis parallelipipedis methodo duplicis contactus magnetificatis. Assumantur virgae ferreae diuersarum longitudinum, et dicta ratione magnetificentur, atque constantis est experientiae, solummodo virgas modice longas eo reduci posse, vt binos nanciscantur polos, reliquas, eo maiorem punctorum consequentium, siue polorum alterno ordine se excipientium adipisci numerum, quo ipsae longiores sunt. Euidens hinc primum est, si infinitae longitudinis prisma magnetificari fingatur, infinitos hoc acquirere debere polos, alterno ordine sibi succedentes. Cum ergo quemuis polum septentrionalem, ab australi succedente discriminet peculiare quoddam centrum magneticum, atque scalae intensitatum ordinatae in centro magnetico semper euanescere debeant, oppido liqueat, fore in virga infinitae longitudinis, scalam intensitatum, talem curuam, quae axem infinitis vicibus

vicibus fecat, siue ad genus curuarum transcendentium pertinere.

Et si quoque prisma non infinitam habeat, ast tantam tamen, longitudinem, vt plures quam 2 nanciscatur polos, v. g. 4, 5, 6, etc. cum scala intensitatum hoc casu axem in pluribus, quam vno, punctis, fecet, denuo liquet, esse ipsam curuam quandam altioris ordinis, non rectam, prouti statuit *Mayerus*, haec enim axem non nisi in vnico puncto traicere potest.

Solus itaque is casus, vbi ita attemperata est virgae longitudo, vt non plures quam 2 accipiat polos, remanet, vbi suspicio esse potest aliqua *Mayerianam* regulam locum habere posse; ast ego quidem nescio, an verosimile sit, intensitatum scalam tam subito naturam suam mutare, vt ex altioris ordinis curua transeat in rectam, quauis vice vbi non plures quam 2 adsunt poli, quod naturae consuetudini parum conueniens mihi videtur.

Meretur omnino res, quae clarius adhuc exponatur. Sit prisma AB (Fig. 5.) eius longitudi- Tab. VI.
nis, vt 4 acquirat polos, dum duplici contactu magnetificatur, et liquet hoc casu scalam intensitatum certo certius esse curuam quandam altioris ordinis. Cogitetur iam virga haec abbreviari, facto transitu per continuum, siue fingatur series virgarum caetera penitus similia, nisi quod sequens quaeuis a praecedente infinite parum longitudine
Tom. XII. Nou. Comm. V v diffe-

differat, atque patet, intensitatum scalam itidem mutationes continuas, aut infinite parvas pati debere. Cum ergo notum sit, constantes, quae ingrediuntur curvae altioris ordinis aequationem, ita determinari posse, ut in quamvis inferioris ordinis lineam ipsa transeat, negare equidem nolo, fieri posse, ut scala intensitatum, per gradus infinite parvos ad rectam accedat, tandemque sub data virgae longitudine penitus in rectam euadat. At, etsi haec concedantur, evidens tamen est, non nisi unicam determinatam dari posse longitudinem virgae, sub qua *Mayeri* regula valere potest, atque si aut longior aut breuior assumatur virga, non rectam, sed curuam quandam, pro intensitatum scala assumendam esse.

De magnetibus naturalibus, atque ferramentis, alia, quam methodo duplicis contactus magnetificationis omnino loqui superuacuum puto, de prioribus enim per experientiam satis constat, valde irregularem esse solere per ipsos magneticae vis distributionem, ac de posterioribus, iis, qui vnquam magneticis experimentis operam dederunt, notissimum est, esse distributionem magneticae vis per ipsa, in experimentatoris potestate quodammodo sitam, ita ut variare ipsam, ac pro lubitu fere irregularem reddere liceat.

SECTIO

S E C T I O III.

De functione attractionum et repulsionum magneticarum, et experimentis a *Mayero* pro confirmanda hypothesis sua institutis.

Attractiuarum virium, quarum in natura exemplum habemus, praecipua sine dubio habenda est ea, quam *Newtonus* grauitatis vniuersalis nomine appellauit, quamque secundum distantiarum rationem inuersam duplicatam exerceri, iam penitus compertum habemus, ex quo demonstratum est, omnes corporum coelestium motus leges, immo et quam maxime complicatas ipsorum inaequalitates, mira felicitate ex hac suppositione, profundioris analyseos ope deduci potuisse. An reliquae vires huius generis, eandem legem sequantur, quaestio est, ad quam Physicorum aliqui nimis festinanter affirmatiue respondere ausi sunt. Nulla enim hactenus apparet necessitas, cur omnes eiusmodi vires vniam eandemque legem sequi debeant, neque, quamdiu origo, intimaque ipsarum natura ignoratur, vndenam depromi queant argumenta, rei vniuersaliter diiudicandae propria, perspicio. Immo ipsa experientia luculenter demonstrat, dari vires, v. g. eas, quibus superficies fluidorum certis vasis contentorum incuruantur; fluida in tubulos capillares abripiuntur; lumen in refractione et diffractione

via recta detorquetur, etc. quae legem quadratorum omnino respuunt, cuius rei luculentum est indicium, quod hae vires non nisi in minimis distantis sint sensibiles, atque distantia quantumvis parua aucta, immensa quasi velocitate decrescant.

A priori itaque aliquid de functione actionum magneticarum statuere velle, temerarium foret, neque alia veritatem detegendi via patet, quam experientia, quae an phaenomena cum *Mayerana* suppositione conueniant an minus, sola ostendere potest.

Anxie quaesivi, in euoluendâ theoria magnetica, quam in *Tentamine Theoriae Electric. et Magnetis.* exposui, occupatus, qualis sit lex functionis actionum electricarum et magneticarum, quo minus enim pro absoluta ipsam venditare possem, hoc unicum deesse videbatur. Incidi tum in suspicionem, electricas actiones eam sequi legem, vt in distantiarum ratione inuersa decrescant, et coniecturam postea exinde aliquam deduxi, an forte magneticarum actionum lex, eadem sit quae electricarum. Non tamen neque quoad magnetismum, neque quoad electricitatem mihi satisfacere potuerunt experimenta eo gradu, vt aliquid certi statuere ausus essem. In iisdem limitibus et adhuc me contineo, hic tamen, qua ratione ad coniecturas istas perductus fuerim tum temporis, breuiter enarrabo.

Notissimum phaenomenon, quod lagena Lugdunensis electricitate repleta, in exteriori sua superficie

ficie nullum electricitatis monstret signum, si superficies haec a corpore non per se electrico contingatur, occasionem praebuit ad disquisitiones diversas, de causa huius phaenomeni in *Tentamine Theor. Electr. et Magnet.* amplius expositas, quarum partem hic, quo clarius rem exponere queam, repetere consultum duco.

Sit lamina quaedam AB, (Fig. 6.) electricitate positiva praedita, alteri CD negativae electricae, propinqua, inter utramque vero laminam reperienda sit materia quaedam per se electrica, quae fluidi electrici ex AB in CD transitum impedire potest, atque laminae CD, propinquum sit corpus quoddam F. Nititur iam superficies CD negativae electricae, ad reducendum corpus F in eum statum, ut fluidum electricum in ipso contentum se versus partes CD propinquiores recipiat, averfas vero derelinquat. Non vero solum laminae CD actioni expositum est corpusculum F, sed a corpore AB quoque aliquam patitur actionem, quae ad inducendum corpori F prorsus contrarium statum, ac CD tendit. Corpus enim AB tanquam positivae electricum, fluidum electricum ex partibus CD propinquioribus propellit, et versus magis distantes cedere cogit. Sunt itaque laminarum AB, CD actiones in corpus F prorsus oppositae naturae, unde aliter fieri nequit, quam ut una alterius effectum imminuat. Facile autem patet, si in potestate sit alterius harum laminarum electricitatem pro lubitu

vel augere, vel imminuere, perducere eo rem semper posse, ut actio unius laminae in corpus F eam alterius penitus destruat. Hoc ergo casu corpus F a statu suo naturali omnino non deturbatur, unde neque fluidi electrici transitus aliquis ex F in CD locum habet, neque corpus F, quod electricum non euadit, attrahi aut repelli potest, prouti detexi et in *Tent. Theor. Electr. et Magnet.* saepius allegato demonstrari; sicut quod ad idem recidit, lamina CD in corpus F nullam actionem electricam exercent. Invertere haec ratioxia, atque transferre ipsa ad casum, ubi CD positivam, AB vero negativam possidet electricitatem, res est difficultati nullae obnoxia.

Postquam iam eo perducta est res, ut laminae CD et AB, descripta ratione coniunctae, in corpusculum F nullam edant actionem, tum experimenta optata demonstrativa, et nulli dubio subiecta, quae decidere penitus queant, an, si corpus F in f aut Φ transferatur, ibi actionem quandam electricam sentiat, an minus. Si nempe satis evidenter monstrari possit, semper, quando laminarum AB, CD, iunctarum actio in F, fit nulla, euadere ipsam quoque, in puncto alio quouis, aut propinquiori aut longius distante, f aut Φ , nullam; tum leui negotio probari poterit, esse suam actionem electricam eam, ut in distantiarum ratione simplici inuenta decrescat. At quisquid egerim, nunquam eo peruenire potui, ut experimentis,

tiſ, a me in hanc rem inſtitutiſ omnimodam fidem habereſſem.

Quonia hæc ratiocinia, ad magnetem tranſtuli, eo quidem cum fructu, vt noua phaenomena magnetica varia, electricis analoga, in *Tent. Theor. Electr. et Magn.* pag. 155. ſqq. receptiſſa, detegerem, aſt quoad functionem actionum magneticarum, mihi ipſi non magis, quam quoad electricitatem ſatiſfacere potui.

Cum itaque mihi non licuerit, arduam hanc quaestionem enodare, dubium ſuperreſt, anne *Mayeriana* regula vera ſit, cuius quidem validum videri poteſt argumentum, quod perhibeatur in nouis literariis, *Göttingenſibus*, tentamina circa quantitatem viſ, qua magnetes parallelipedi ſe attrahunt, aut repellunt, a Celeberr. *Mayero* inſtituta, cum conſectariis calculi ope ex theoria deductis, penitus conſentientia deprehenſa fuiſſe. Eſti autem fidem illi viri, cuius memoriam veneror, in dubium non reuocem, aſſerere tamen poſſum, experientiam hypotheſibus ipſius penitus eſſe contrariam.

Primo ſtatim loco, quo appareat iure me ita agere, phaenomenon producere poſſum, cuius frequens in *Phyſicorum* ſcriptis mentio iniicitur, quodque, ſi quis de ipſo dubitet, ita comparatum eſt, vt minimo negotio repetere quiuſ iſtud, ſeque de veritate ipſius conuincere queat, quod vero cum hypotheſi *Mayeriana* non ſolum non conciliari poteſt, ſed etiam penitus ipſam refellit.

Bini

Tab. VI. Bini magnetes artificiales ABC, *abc*, (Fig. 7.) sibi inuicem ita opponantur, vt in directum iaciant, sibi inuicem vero obuertant polos cognomines, inimicos alias vocatos, v. g. boreos aut australes. Examinetur bilancis mobilioris ope actio horum magnetum in se inuicem, atque obseruabitur, si maiori interuallo a se inuicem distant, repellere ipsos se mutuo, et repulsionem quidem sub initium, maiorem euadere cum imminuta distantia, ast si continuo magis magisque propiores sibi fiant magnetes, repulsionem terminum quendam maximum attingere, quem si praetergressa est, decrescere incipit, cum imminuta distantia, immo per zero in contrarium tandem transit, ita vt magnetes se attrahant, et sub ipsum contactum notabili vi cohaereant.

Fallit hoc experimentum nunquam, siue in magnetibus naturalibus, siue artificialibus instituat, modo magnetum alter, aut insigniter debilior, sit, aut ex chalybe molliori constet, quam alter. Immo et grossiori modo instituta experimenta, transitus huius ex repulsione in attractionem manifesta produunt indicia, ita vt hoc phaenomenon familiare non esse nequeat, iis, qui experimentis magneticis instituendis, ynquam incubuerunt.

Manifestum autem est, cum theoria *Mayeriana* conciliari phaenomenon istud nunquam posse, sed potius ex ipsa necessario sequi, repulsionem cum
im-

in
ab
netis
mum
gnerem
it? Etsi
fit, esse
puncto *m*,
onalem, ita
im dicatur *x*,
proportionale *x*;
soluta quantitate
quendam, quem
m, ut fiat $\mu x = x$.
distinctionis et breui-
is vocabo, quaestio-
nem

Satis quidem ex vnico hoc experimento liquet, hypothefi *Mayeriana* cum natura non conuenire, aft praeterea et circa hypothefin, et circa experimenta pro confirmanda hypothefi instituta, hoc mouendum habeo, quod, fi experientia conclusionibus ex hypothefi deductis omnino confora reperia fuerit, tantum abfit, vt hic confensus probandae veritati huius hypothefeos inferuire queat, vt potius pro valida demonstratione, fundamento ipsam defitutam effe, habendus fit.

Rem valde paradoxam proferre lectoribus non videri non poffum, aft facile me explicare et asserti mei veritatem in lucem ponere, in potestate est.

In ponendis theoriae magneticarum attractionum et repulfionum fundamentis, abfolui totum negotium putat Celeberr. *Mayerus*, modo lex distributionis vis magneticae per totum magnetem, et functio attractionum et repulfionum magneticarum cognita fuit. Aft tertia occurrit circumstantia, non minus, quam priores, essentialis, quam cum ipfuper habuerit *Mayerus*, calculus ipfum nunquam ad leges experientiae conforas deducere potuit, etfi concedatur hypothefes ipsius veras effe, aut fi ad tales ipfum deduxit, indicio hoc est, in constituendis theoriae fundamentis errores tales commiffos effe, qui ex neglectu circumstantiae cuiusdam, essentialis oriundos errores, rara fortuna, destruxerunt.

Exa-

Examinemus primum casum, qui simplicissimus videtur, ubi magnes in ferrum, vi magnetica nulla imbutum, agit, ostendi, ut puto, primus, magnetem, in ferrum magnetica vi expers, planè nullam exercere actionem, ita ut, si aliquo artificio effici queat, ut ferrum magneticam vim nullam adipiscatur, etiam a magnete non alliciatur. Dum itaque ferrum, v. g. filum *ab* (Fig. 8.) a magne- Tab. VI.
te *CD* attrahitur, res tota ita procedere concipienda est, ut ferrum *ab* primum, per actionem magnetis cui appropinquatur, magneticam emadat, tumque tanquam verus magnes attrahatur.

Videri potest, facile adaptari posse theoriam *Mayerianam* huic casui, supponendo abesse filum *ab* in magnetem, qui polum amicum polo magnetis *D* obuertit. Ast ab ita agente Physico primum quaero, qualem filo *ab* ex hypothesi in magnetem transmutato scalam intensitatum tribuere velit? Etsi enim ex hypothesi *Mayeriana* assumendum sit, esse intensitatem vis magneticae in quouis puncto *m*, distantiae a centro magnetico proportionalem, ita ut, si intensitas vis magneticae generatim dicatur *z*, recta *mc* vero ponatur $=x$, *x* sit proportionale *x*; liquet tamen, pro determinanda absoluta quantitate ipsius *z*, introduci debere factorem quendam, quem per μ indicabimus, ita comparatum, ut fiat $\mu.z=x$. De hoc autem factore, quem distinctionis et breuitatis causa, *exponentem intensitatis* vocabo, quaestionem

X x 2 nem

nem instituo, an qui cum *Mayero* sentit, ipsum constantem; an variabilem assumere velit? Quodsi quis, prouti *Mayeriana* theoria hoc postulare videtur, prius asserere velit, in mentem ut reuocet experimenta, velim, quae ostendunt, quo propius adiuuetur ferrum magneti, eo fortiolem nancisci magnetismum, qualia tentamina tam obuia sunt, ut de iis loqui superuacuum foret. Consequens autem ipsorum est, quod exponens intensitatis cum mutata distantia perpetuo mutetur, unde functio quaedam distantiae ferri a magnete non esse non potest. Ab eo itaque, qui calculum experimentis aptare vult, iure exigo, ut indicet qualis functio distantiarum sit exponens dictus, ipsumque in calculum introducat. Sin vero hoc neglexerit, et prodeant nihilominus formulae experientiae consonae, nil aliud inde concludi potest, nisi tam feliciter, in reliquis suppositionibus peccatum esse, ut insignis qui commissus erat error, inde refarcitus siue destructus sit.

Secundam deinde mouebo quaestionem, vbi nam, qui *Mayeri* sententiae accedit, in ferro a magnete attracto, centrum magneticum, ex quo abscissas scalae intensitatum computat, collocare velit. Nam si cum *Mayero* in medio ipsius constanter supponere istud vellet, experientiis facile instituentis, iisque, quae in *Tentamine Theor. Electr. et Magnet.* pag. 176. sqq. describuntur similibus contrariatur. Haec nempe tentamina demonstrant, lo-

CUM

cum centri magnetici variationi obnoxium esse, et per functionem distantiae ferri a magnete explicari debere. Quodsi ergo et haec circumstantia quam maxime essentialis in calculo negligatur, conclusiones experientiae contrariae prodire debent, nisi alibi ita erratum sit, ut errores compenseantur.

Quae de magnetis in ferrum actione protuli, ita comparata sunt, ut de actione magnetis in magnetem, qui alteri polum amicum obuertit, quoque valeant. Etsi enim magnes, magnetem alium sibi propinquum magneticum reddere opus non habeat, agit tamen in ipsum, non solum attrahendo, sed etiam statum ipsius immutando, ita ut magnetici centri situs, et exponens intensitatis cum distantia variata, simul mutantur. Prostant de primo experimenta penitus rem demonstrantia, in *Tentamine Theor. Electr. et Magnet.* loc. alleg. posterius vero inde liquet, quod magnes debilior, quo propius fortiori admouetur, eo maiorem vim attractiuam in tertium corpus ipsi admotum exserere solet.

Denique de tertio casu, ubi cognomines aut inimici magnetum poli, sibi inuicem obuersi sunt, similia dicenda sunt. Neque enim hic mutua magnetum actio ad id solum reducitur, ut attrahendo et repellendo in se inuicem agant, sed considerandum praeterea venit, quod mutuum edant conatum statum suum immutandi, ita ut scala intensitatum,

X x 3

et

et magnetici centri situs, mutationem patiantur. Luculenter hoc commonstrant experimenta a me in *Tentam. Theor. Electr. et Magnet.* loc. alleg. prolata, est aequali euidencia ex tentamine, cuius antea mentionem feci, quod repulsio magnetum, si propius sibi inuicem admoucantur, decrefcere incipiat, immo in attractionem abeat, concluditur. Phaenomeni enim huius causa alia nulla est, quam quod fortior magnes in debiliorem eo gradu agat, vt magnetismum poli, qui ipsi obuertitur, debilitet, immo immutet, et contrarium ipsi statum inducat.

DE-

DESCRIPTION
NOVI PHAENOMENI ELECTRICI
DETECTI IN CHRYSOLITHO SIVE SMA-
RAGDO BRASILIENSI.

Auctore

F. V. T. AEPINO.

Postquam mirabiles Tourmalini proprietates a me detectae, in Anglia innotuissent, magnis et egregiis in Philosophiam naturalem meritis conspicuus *Wilsonus*, repetisse experimenta mea, nouaque plurima, ingeniose excogitata addidisse, non contentus fuit, sed et spartam in se sumit, inquirere, anne inter corpora mineralia reliqua, lapidesque in terrae gremio repetendos, alii, similibus proprietatibus praediti inueniantur? Tam quoque felicem habuerunt ipsius perquisitiones successum, ut varias detexerit gemmas, aliquas eleganter rubras, alias pallidiores, unam coloris in aurantium vergentis, in electricis experimentis Tourmalino similes, respectu duritiei vero, et politurae quam admittunt, Topazio analogas, prouti testantur *Philosophical Transactions Vol. LII. Part. II. pag. 443 - 447.*

Gemmae haec omnes, quantum ex Domini *Wilson* descriptione iudicari licet, non solum quoad proprietates electricas, sed etiam quoad reliquas
Tour-

Tourmalino Ceyloniensi tam analogae sunt, vt pro nudis varietatibus, si ita loqui licet, vnus eiusdemque lapidum speciei ad quam pertinet Tourmalinus, haberi ipsas posse, mihi fere persuasum habeam, cum in nulla re nisi in coloris specie et gradu, (*Nuance*) mox in rubrum, mox in brunneum vergentis, mox dilutioris mox magis saturati, differre videantur. Dubitandi itaque adhuc locus foret, an praeter vnicum lapidum siue gemmarum genus, aliud detur, similibus proprietatibus electricis praeditum, ac mirabilis iste lapis Ceyloniensis, nisi in lucem produxisset *Celeb. Wilsonus*, loc. cit. *Chrysolitum Americanum*, cui praeter electricas proprietates cum Tourmalino nil commune est, quique proinde, pro lapide omnino diuersi, et sui generis agnoscendus est.

Acceptit *Wilsonus* huius lapidis frusta, ab eruditissimo in omni Mineralogia, et hoc nomine Celeberrimo Viro, Dno. *Mendez da Costa*, qui eam reme cum ipso exemplaria quaedam communicauit, vt inquirendi ansam ipsi praeberet, an quoad virtutem electricam, aliqua detur ipsius cum Tourmalino similitudo, quod quidem sic se habere, non sine insigni laetitia agnouit *Wilsonus*.

Quod ad historiam naturalem lapidis huius spectat, sequentia ad *Domini da Costa* peruenerunt notitiam:

„Quod oblatum sit ipsi sub nomine Smaragdi
„Brasiliensis, sit vero species crystalli, congregatae in
„colu-

„columnas, laterum et angulorum irregularium, aut
 „secundum longitudinem striatas et canaliculatas. Quod,
 „cum omnia quae vidit ipse specimina, non fuerint
 „nisi fragmenta, suspicetur, non generari hasce crystal-
 „los in antris aut rupium fissuris, uti alias crystal-
 „solent, sed quod procul dubio ita nascantur, ut rupi
 „duriori (Quartz) inclusi sint, et ab ipsa arte am-
 „bianantur; quodque riuorum et aquae torrentum impetu,
 „similiter uti aurum in Brasilia aut Guinea reperiu-
 „dum, a rupe separatae, et ex ipsa euulsae sint; in-
 „deque causam, cur non reperiantur nisi diffractae, re-
 „petendam esse iudicat. Addit Celeb. da Costa, me-
 „tallifodinas Cornwallenses, aliasque Europaeas conti-
 „nere crystallos nigras, huic similes, quarum exempla
 „reperiuntur, in britannico, aliisque musaeis. Suecos
 „vocare hoc corporis genus, lapidem corneum crystal-
 „liferum, et Wallerium allegare, lapidem corneum
 „crystalliferum viridem, qui verosimiliter cum nostra
 „crystallo americana eiusdem sit speciei. Metallifossores
 „germanos insignire eiusmodi crystallos nomine Schirll,
 „et anglicos adhibere nomina Cockle et Call. Annu-
 „merare velle hanc crystallum lapidibus corneis, non
 „erroneum solum, sed et risu dignum videtur Dno. da
 „Costa, cum et manifesto, et vera sit crystallus, ac
 „potiore iure nominari queat: Crystallus viridis co-
 „lumnaris lateribus inordinatis,,

Descriptioni huic addo, colorem huius cry-
 stalli esse coloris, quo imbutum esse solet vitrum
 Tom. XII. Nou. Comm. Y y viride

viride vilioris notae, ita similem, vt vix distingui queant.

Redux nuper ex Anglia, summe Rev. Dnus *du Maresque*, Academiae nostrae socius, attulit, a Clar. *Wilsono* dono mihi transmissos aliquos huius generis lapides, quos postquam accepi, summa auiditate examen ipsorum aggressus sum, atque non solum vera narraffe *Wilsonum* de electricitate huius lapidis, Tourmalino penitus analoga, deprehendi; sed etiam post *Wilsonum* obseruavi, vt Clar. Viri verbis vtar: „quod directio fluidi electrici se in hoc „lapide mouentis, sequatur *directionem striarum suae* „*columnarum*, ex quibus constat haec *crystallus*, vno „harum columnarum extremo semper positiuam, altero negatiuam, acquirente electricitatem,, Recordatus autem sum hac occasione experimenti, de quo instituendo iam olim cogitaueram, quod vero in actum perducere mihi non licuerat, ob vtriusque mei Tourmalini figuram scopo proposito prorsus ineptam; et decreui, deuouere aliquem ex *crystallis Brasiliensibus*, quos dono miserat *Wilsonus*, auiditati meae naturae arcana detegendi, et tentamini, quod diu meditatus eram. Cum hoc experimentum euentum habuerit non vna ex ratione mirandum, et in se elegantissimum, mearum duxi partium Academiae eius descriptionem impertiri.

Ex *crystallis* proinde *brasiliensibus*, Londino transmissis maximam, (figurae ac magnitudinis eius,

eius, quae in tabula adiecta exhibetur) elegi, et repetitis experimentis inueni, ipsam eius esse naturae, vt caloris ope extremum AB negatiuam, extremum vero CD positiuam adipiscatur electricitatem. Hanc crystallum in medio circiter ita diffrangi, vt fracturae planum, ad strias crystalli esset normale, et vtrumque frustum nouo subiecti examini, atque mirabundus inueni.

1) In frusto AB EF circa AB adhuc negatiuam, circa EF vero positiuam electricitatem obtinere

2) in altero frusto, circa GH negatiuam, circa CD positiuam electricitatem locum habere.

Nonne summe miranda est, haec in crystalli nostrae et magnetis indole similitudo? Contingere enim prorsus eadem in magnete diffracto, vt partes in lapide integro contiguae, in diffracto contrarias possideant virtutes, tam nota res est, vt indicio meo non indigeat.

DE
 VITRO FOSSILI NATVRALI
 SIVE DE ACHATE ISLANDICO.

Auctore

D. IOH. GOTTL. LEHMANNO.

§. 1.

Achates Islandicus est lapis vel, ut mihi equidem videtur, vitrum quoddam naturale et fossile, satis durum, caloris primo nigri, ubi vero in tenuiores finditur lamellas obscure bruni, in igne per se facile fluens, cum chalybe percursum, scintillas edens, reliquam polituram elegantem admittens.

§. 2. Mirabuntur forsitan nonnulli, quod lapidem nostrum, vitrum naturale appellem, cum huc vsque in mineralogia, vitra nullum inuenerint locum. Ast desinent mirari, quando perpendent, corpora omni ex parte sibi inuicem homogenea, eodem nomine, ad minimum generico, insigniri debere. Paucis igitur per experimenta videamus, an lapidi nostro titulus vitri conueniat. *Vitrum est corpus durum, fragile, glabrum, polituram admittens, plus minus diaphanum, diuersimode iunctum, mediante igne ex variis materiis conflatum, et in igne non admodum vehemente per se fluens. Omnes has qualitates*

litates in lapidem nostrum quadrare, paulo infra videbimus. Antequam vero ad experimenta ipsa accedamus, pauca ad historiam eius naturalem spectantia, exponam.

§. 3. Plerumque hic lapis, Achates Islandicus, lapis Islandicus, non raro a recentioribus quoque nonnullis Crystallus Islandica dicitur, quamvis si verum dicere velimus, vltimum hoc nomen minime in eum quadret, vel figuram vel naturam suam si spectemus. Quin immo sub voce Crystalli Islandicae, quamvis non magis commode, lapis quidam seleniticus, potius intelligitur, diaphanus, obiecta per eum contemplata, duplicia reflectens, Androdamantis Plinii forsitan species. Locus natalis ipsi est Islandia, et in eadem insula mons Krasle, in prouincia septentrionali (*Norder - Syssel*) referente Horrebowio in Descriptione Islandiae §. 16. p. 81. Edit. German. vbi sequentibus eius mentionem injicit. *In Islandia duo reperiuntur succini genera, quorum prius accensum candelae instar ardet, et ideo ad bitumina pertinet, reliquum nigrum et satis durum. Alterum genus ab incolis Hrasn-tinna, silex cornua nigra, dictum non ardet, durius est praecedente et in tenues lamellas se scindi patitur, diaphanum naturamque vitri aemulans. Hunc lapidem cum Andersonio pro vitrificatione habeo, quae opinio eo verisimilior mihi videtur, quoniam ingens quantitas huius lapidis ex monte Krasle eruitur, qui ante aliquot annos vulcanum furentem agebat. Huius lapidis non raro frustra magni-*

tudinem mensae minoris aequantia et nonaginta libras pendencia reperiuntur. Celeberrimus Dnius *Cronstedt* in *Mineralogia* p. 261. Edit. Germ. hunc lapidem quoque in insula Ascensionis reperiri perhibet. Ad reliquos Mineralogos quod attinet, tam antiquiores quam recentiores, nullus huius lapidis mentionem fecit, si solum *Henckelium* in *Tract. de Generat. Lapid.* §. 104. *Vogelium* in *mineralogia* p. 134. *Pottium* in *Lithogeogn. P. I.* p. 45, et *Plinium* sub titulo lapidis obsidiani, ut mihi quidem videtur, excipias.

§. 4. Cum igitur parum de natura huius fossilis inter Physicos constet, operae pretium duxi, nonnulla experimenta cum eo instituere, ut, ad quam Mineralium classem proprie pertineat, patefieret. Eo fine primum *menstrua fluida* in subsidium vocavi, et ut haec experimenta eo tutiora evaderent, purissima frustra lapidis selegi. Antequam vero ipsa experimenta enumerarem, moneo, lapidem nostrum per calcinationem lenem nullo modo mutari nec ullos extrudere vapores, et ideo nihil de pondere suo amittere; per fortiolem vero, in fluitorem abire, et propterea omnia experimenta cum crudo instituta, in calcinatum quoque quadrare.

§. 5. *Acida concentratissima vitrioli nitri, salis communis*, non minus quam *dilutiora*, nullam vim in hunc exercent lapidem, et ne in calcinatum quidem, quod phaenomenon singularem eius naturam demon-

demonstrat, quae a plerisque aliis quamvis durissimis lapidibus vitrescibilibus differt, quippe qui diu multumque calcinati et tandem in mortario vitreo in pulverem reducti, partes suas metallicas, si non ex toto, tamen ex parte, in acidis concentratis deponunt. Id quod multo aliter fit cum vitris durissimis tinctis, quae ab acidis neque extrahuntur, multo minus solvuntur.

Menstrua alcalina fluida tam fixa quam volatilia eum nullo modo aggrediuntur.

§. 6. Properabam nunc ad *fusionem* lapidis nostri, eamque vario modo tentabam. Drachma una gr. 37. *per se* in furno anemio vulgari detenta, vitrum bene fusum diaphanum sed spengiosum et porosum exhibebat, quod tamen non tantum pristinum servabat colorem verum etiam duritiem, cum chalybe enim percussum scintillas de se spargebat. Ponderis eius erat Drachma j. Scrup. 2. et ideo gr. 3. ponderi accreuerant. Drachmae 2. eius per quatuor horas fortissimo igne in furno anemio maximo fusae, eodem modo uti antecedens, se habebant.

Drachma j. lapidis cum ʒss. *pulveris carbonum* in furno anemio vulgari fusa, idem vitrum largiebatur.

Drachma j. lapidis cum drach. dimid. *salis tartari*, et ʒss lapidis cum ʒj. eiusdem *salis elegans* dedit vitrum sub viride et nullatenus spengiosum, hinc inde

inde maculis rufescentibus notatum , inter fundendum massa nonnihil in crucibulo intumuerat.

Drachmae duae huius lapidis et Drachmae sex *salis tartari* purissimi , exacte inuicem fusae , massam viridem diaphanam exhibebant , quae cum aqua destillata soluta , et filtrata , in filtro scrup. j. terrae albae leuissimae relinquit. Liquor filtratus sequentia exhibuit phaenomena :

a) Mercurium viuum in acido nitri solutum , colore sulphureo praecipitabat.

b) Solutio aquosa mercurii sublimati aurantio colore , ab affuso hoc liquore , fundum petebat.

c) Cum oleo vitrioli coagulum format.

d) Floribus viridis aeris affusus liquor , et calore temperato digestus , elegantem offerebat vegetationem.

e) Cum vitriolo cyprino purissimo , leni digestioni expositus liquor intumescit , et post breue tempus , speciem vegetationis cuiusdem exhibet ; ex quibus experimentis omnibus conuenientia summa cum filice et cum vitro puro apparet , quippe quae ambo corpora , cum sale alcali fixo vti nunc exposui , tractata , eiusmodi liquorum filicum largiuntur , qui eadem phaenomena producit.

Terra in filtro residua Scrupulum j. pendens , per se quidem in vitrum abire recusat , cum *salis tartari* vero , post vnus horae fusionem , elegant-

gantissimum largiebatur vitrum coloris bruni. Lapidis nostri drachma j. cum scrup. j. boracis coctae, vitrum eleganter fustum, diaphanum, nigrum, in superficie rufescens obtulit.

Cum *sale commune et nitro* fortiter calcinatus lapis, neque haec salia, neque suam mutauerat indolem.

§. 7. Ex his fusionibus omnino apparet partes metallicas easque martiales lapidi nostro inesse, quippe sine quibus nulla hoc modo tincta vitra oriri possent. Constituui igitur alias adhuc fusiones in subsidium vocare. Non prolixus ero in enumerandis omnibus et singulis eum in finem institutis experimentis; sufficiet dixisse me omnes et singulos huc pertinentes labores docimasticos, quantum per exiguam huius lapidis quantitatem licuit, adhibuisse, sed neque ferrum neque aliud metallum in forma metallica nactum esse, ex quo apparet partes metallicas fingentes non nisi in parcissima quantitate immixtas esse, id quod eo minus mirum videri cuiquam debet, qui nouit, quam exigua quantitas croci vel calcis metallica, magnam vitri massam fundendo tingere queat.

§. 8. Cum aliis corporibus per fusionem unitus hic lapis, varia monstrat phaenomena.

Cum ana *arenae magneticae* ex sabulo maris Balthici per magnetem extractae, scoriam bene fustam ex parte parum tantum spongiosam nigram

praebet, quae cum chalybe percussa scintillas spargit, a magnete vero non amplius trahitur.

Cum ana *silicis* praeparatae fusus lapis, non in vitrum confluxerat, sed tantum firmiter cohaeserat.

Drachma vna huius lapidis cum drachmis duabus *selenitis* purissimae calcinatae, inuicem fusae, ad summam fere duritiem coaluerant, vitream tamen naturam adeptae non erant.

Lapidis nostri drachma j. *Topazii Saxonici* calcinati drach. ß. in massam duram cum chalybe scintillas edentem coloris plumbei coierant.

Cum vero lapidis et *Topazii* commemorati ana drachmam vnam et boracis coctae scrupul. j. functem elegantis proueniebat vitrum coloris nigri cum maculis rubris in superficie.

§. 9. Ad *destillationem et sublimationem* quod attinet, quilibet in antecessum perspiciet, ab eis nihil expectari potuisse. Per se igitur destillationi subiectus lapis nihil exhibuit, *Cinnabaris*, *mercurius sublimatus*, *Sal Alembrois*, *Sal Ammoniacum*, ne vestigium quidem sublimati notatu digni monstrarunt. Lapis ipse neque de pondere neque de reliquis proprietatibus quidquam perdiderat, nisi quod cum mercurio sublimato tractatus nigredinem maiorem, cum cinere vero colore cinerem contraxerat. *Salia metha*, *sal ammoniac* et vitrum destillationi subiecto non ignota, intacta manserunt.

§. 10. Quoad *calces metallicas* non nisi duo experimenta cum eis et lapide nostro instituere potui, cum sufficiens quantitas eius non suppeteret.

Cum *mini* partibus quatuor pars vna lapidis fusa, vitrum dedit obscure hyacinthinum, tenuis coactum, cum maculis rubris in superficie.

Lapis dr. j. cum gr. vj. *viridis aeris crystallini* fusa in vitrum obscure plumbei coloris coierat, de cupro reducto ne vestigium quidem ob oculos veniebat. Extremum hoc experimentum eo fine institueram, vt palam fieret, vtrum forsitan a calcibus et crocis metallicis alios colores lapis noster induere posset.

§. 11. Et haec de experimentis cum lapide nostro institutis sufficiant. Plura quo minus tentarem, exigua quantitas, huius lapidis, cuius per Celeberr. Dnum. Tesdorpfium, mercatorem Lubecensem historiae naturalis scrutatorem indefessum, factus fueram compos, prohibuit. Superest vt meam de eo dicam sententiam. Perhibui §. 1. hunc lapidem, mea quidem sententia, vitrum magis esse fossile. Incumbit mihi probatio, quam ex antecedentibus experimentis depromam. Definitionem vitri §. 2. dedi, cum igitur lapis noster plurimis in rebus cum vitro proxime conueniat, vix sibi locum inter lapides veros vindicare poterit.

I^{mo}. Enim absque aliis additamentis in fluorem vitreum idque moderato satis igne abit, quod neque

a lapidibus cornuis vulgaribus neque a Quartzis; multo minus a gemmis expectari potest, a vitris vero artificialibus denuo fufis notissimum est, quamuis omnino ad lapides cornuos semidiaphanos satis prope ex eo quoque accedere videatur, quod diffractum hoc vitrum nostrum in partes irregulares quoad figuram, acutas, conuexo-concauas semidiaphanas diffiliat, quae tamen proprietates etiam in aliis quam plurimis vitris artificialibus obseruatur.

II^{do}. Nullus lapis cornuus; quantum ego quidem sciam, neque alii lapides sic dicti vitrescentes e. g. ardesia in tam moderato ignis gradu confluunt. Obiicient forsitan nonnulli

III^{do}. Vitra vulgaria, nullas cum chalybe scintillas edere; verum enim vero, vitra sic dicta duriora, i. e. vitra quae absque calcibus saturninis ex mera terra silicea et ex paucis partibus salino alcalinis fixis parantur, idem monstrant phaenomenon, id quod tamen vitra vel merè vel plurima ex parte metallica et boracina facere recusant.

§. 12. *Quaeritur nunc quomodo et ex quibus materiis hoc vitrum ortum suum traxerit.* Haec quaestio sane altioris est indaginis, et si serio res agitur, non nisi verisimiles casus fortuitos allegare poterimus, quorum effectus vitrum nostrum fossile erit. Vidimus §. 3tio ea quae Horrebowius de lapide nostro et monte Kraffe retulerit. Quid si igitur lapis noster nihil aliud foret, quam vitrum
per

per ignes subterraneos ex aliis lapidibus productum. Quid si forsitan verus esset lapis Obsidianus *Plinii*? Vitrum esse antecedentia docent experimenta, ita vt pluribus argumentis, vti spero, superfidere queam. Obsidianum esse *Plinii*, autoris verba, vt mihi quidem videtur, docent, in Hist. Natur. Lib. 36. Cap. 26. dicentis: *In genere vitri et Obsidiana numerantur, ad similitudinem lapidis, quem in Aethiopia inuenit Obsidius, nigerrimi coloris; aliquando et translucidi, crassiore visu, atque in speculis parietum pro imagine umbras reddente, gemmas multi ex eo faciunt etc.* Miror proinde quo iure quibusque argumentis innixi recentiores quoque obsidianum lapidem cum Gagate, et Samotracia *Plinii* confundere potuerint, cum Gagathes sit bitumen nigrum siccum durum, laeue, ponderosum, opacum, polituram ad instar succini admittens. Obsidianus contra, iuxta ipsius *Plinii* descriptionem est lapis niger interdum translucidus, speculi et gemmarum polituram admittens, quae omnia cum vitro nostro fossili eleganter conueniunt. Samothracia *Plinii* est verum lignum fossile bituminosum nigrum. Nec confundendum erit vitrum nostrum cum Morione et Pramnione *Plinii*, quippe qui nihil aliud sunt, quam crystalli verae hexaedrae nigrae ex parte pellucidae.

§. 13. Sed his omnibus missis, vltimam ad huc mouebo quaestionem. *Ex quoniam lapidum genere conflatum est vitrum nostrum?* Paucis quae mea

sit sententia, dicam: Lapidés Amianthini et Asbestini praeprimis in censum hic venire debent, quippe quod lapidum genus prae reliquis fortissimo ignis gradu fustum, huius generis vitrum largiri solet. Intelligo sub voce fortissimi ignis gradus, ignem intensissimum per specula caustica concava concitatum, ignemque in furnis fusoriis maioribus consuetum. Sub eiusmodi speculo caustico Cl. Dnus D. *Hoffmannus* Asbestum Hungaricum intra tres horas secundas in vitrum eiusdem indolis et coloris fudit. v. Hamburg. Magaf. Tom. 5. pag. 278. Ex furnis fusoriis eiusdem naturae scoriae apprimae vitrificatae effluunt, quando minerae metallica ex matricibus asbestinis et amianthinis excoquantur, ut Olonetzi et prope Petroskam Slabodam, albique Quidni igitur et natura in furnis suis fusoriis Colossacis subterraneis huiusmodi vitra praeparare poterit? Ast ne quis sibi persuadeat hoc meum effectum meris inniti hypothesebus, argumenti loco ad Lauas prouoco, vel ad materiam istam nunc perfecte nunc imperfecte vitrificatam, quam alii montes igniuomi eructant. Mea parum interest, sintne omnes Lauae vnus eiusdemque indolis, coloris, consistentiae. Sufficit omnes Lauas, vitreae esse naturae, et omnis differentia forsitan in eo consistet, quod nonnullae melius et perfectius excoctae, aliae contra vix liquefactae ante eructationem fuerint.

Ex

Ex huc vsque prolatis satis superque, vti confido, constat, *Achatem sic dictum Islandicum verum esse vitrum fossile naturale, i. e. vitrum ex aliis terrarum et lapidum, praesertim apyrorum generibus per ignem subterraneum vulcanorum fusum et subinde quoque versus superiora eructatum.* Forsitan quoque arenae splendentes nonnullae magneticae maris Baltici, Olonezenfes aliaeque ad hanc classem pertinent. De quibus vero propediem plura sum dicturus.

DE

DE
 CVPRO ET ORICHALCO
 MAGNETICO.

Auctore

D. IOH. GOTTL. LEHMANNO.

§. 1.

Corpora sublunaria varium in modum mutari, inuerti, destrui, inuicem coniungi et iterum separari, notum est. Constat insuper his modis eorum figuram, texturam, colorem et reliquas eorum proprietates variari, quorum omnium exempla vbiuis prostant, quae nunc a natura, nunc ab arte producuntur. Huc ex naturalibus pertinent omnes fere mineralisationes, metalla natiua mixta, aliaque corpora composita et super decomposita. Ex artificialibus myriades allegari possent, nisi verendum foret ne rem actam agerem. De Orichalco tantum pauca differam.

§. 2. *Orichalcum est metallum compositum ex cupro et zinco conflatum, coloris aurei, nunc plus nunc minus elasticum et malleabile.* Omne fere Orichalcum studio elaboratur, si solum excipias, quod casu in fusione mineræ cupri cum Pseudogalena rubræ mixtæ in Suecia productum fuit, testantibus Ephemeri-

meridibus Academiae Scientiarum Suecicae. Modus praeparandi Orichalcum varius est, nunc enim ex cupro et zinco, ipso, nunc ex cupro et lapide calaminari calcinato, mox ex cupro et cadmia fornacum zincina, curiositatis gratia quoque ex cupro et floribus zinci parari potest. Quocunque tamen modo paratur, semper in fusione pulvis carbonum addi debet et solet, ideo quod zincum facile in flammam erumpat, calcinetur et in forma florum in auras auolet, siue in substantia adiciatur, siue ex mineris suis inter fundendum reducatur. Superuacaneum foret methodos diuersas, proportionem cupri et lapidis calaminaris vel zinci, furnos, instrumenta, et labores ipsos describere et delineare, quae omnia a Celeberr. Autoribus plus vna vice enumerata sunt. Vid. *Swedenborg* de Cupro et Orichalco, *Erkerus* in Aula subterranea, *Loehneis* in *Vnter-richt vom Bergwerck*, alique. Addo quod prope diem examen lapidis Calaminaris Deo volente communicaturus sim, qua occasione varia hanc rem concernentia adhuc exponam.

§. 3. Orichalci species vulgari modo ex cupro et lapide calaminari vsto paratae diuersimode a se inuicem differunt, idque nunc respectu coloris, consistentiae, elateris et imprimis habitus erga magnetem et verforium magneticum.

Color nunc magis aureus, nunc pallidior ad citrinum vergens. Cuius rei causa nunc in lapidem
 Tom. XII. Nou. Comm. A a a cala-

calaminarem ipsum additum, nunc in eius naturam deuolui debet. Accedit quod pro quantitate addita et pro eius puritate color quoque Orichalci nunc magis rufescat nunc flavescat. Malleabilitas et elasticitas huius metalli plerumque varia obseruatur, prouti plus vel minus lapidis calaminaris additum fuerit. Quin immo differentes calcinationis gradus, in vstulatione lapidis calaminaris adhibitae, et constitutio ipsa huius mineræ, diuersos quoque elasticitatis gradus Orichalco conciliant.

Curiosissima vero phaenomena eaque non omnibus et singulis adhuc nota, exhibent diuersae species Orichalci erga magnetem de quibus nonnulla in praesentiarum expositurus sum.

§. 4. Ante quatuor, et quod excurrit annos in Ephemeridibus societ. Reg. Scient. Londin. paucis tantum indigitabatur, a Gallo quodam Orichalcum magneticum obseruatum fuisse. Ego nouitate rei captus, hanc obseruationem vltiori examine dignam censui et per instituta experimenta inueni, hunc magnetismum a partibus martialibus lapidi calaminari immixtis et in praeparatione Orichalci per Phlogiston reducti dependere.

§. 5. *Lapis calaminaris est corpus minerale solidum, durum, satis ponderosum, coloris nunc obscure fusci nunc dilutioris, interdum pallide flavescentis et albescantis ex zinco, ferro, et terra quadam alcalina semper constat, forte fortuito non raro et alia metalla*

talla et mineralia continens, cum cupro fusum Orichalcum constituens, per destillationem vero zincum fundens.

Omnis lapis calaminaris antequam ad conficiendum Orichalcum adhibetur, calcinatur, non tantum ut superflua humiditas plerumque ipsi adhaerens extrudatur, verum etiam ut mollior et tenerior reductionique magis obediens reddatur. In hac calcinatione color eius ut plurimum mutatur, ita ut quo magis fuerit martialis, eo rubicundior euadat et contra.

Lapis calaminaris hoc modo calcinatus certis Encheirisis ferrum exhibet, quamuis omnino ex vno eius genere plus quam ex altero exsudet. Ex nonnullis per vulgarem Docimasiam ne granum quidem ferri elicitur, nisi operosiora experimenta via humida instituantur, praemittantur.

§. 6. Ex his praemissis ratio patet, cur nonnulla Orichalci genera magnetica, complura magnetismi expertia obseruentur. Ego ut huius rei certior fierem sequentia institui experimenta, cum lapide calaminari diuersi generis calcinato et crudo, cum cadmiis fornacum diuersae indolis, cum cupro et limatura martis purissima, cum pseudo-galenis diuersis. Antequam vero ad enumerationem ipsorum accedam experimentorum, sequentia praemittenda censeo.

A a a a

1) Ex

γ) Ex lapidibus calaminaribus sequentes experimentis meis adhibui, eosque crudeos a me ipso plurima ex parte collectos.

a) Aquis granensem durissimum, saturate fuscum, qui per calcinationem vulgarem ex luteo rufescit, per fortiorem, nigrum ferri colorem adipiscitur.

b) Aquisgranensem flavum non aeque durum ac antecedens, per calcinationem flavescentem, fortissimo igne nigrescentem.

c) Briloniensem ex Westphalia, ochraceum per calcinationem saturate rufescentem.

δ) Ex Tarnoulcenfibus ex Silesia superiori.

a) Obscure fuscus per calcinationem solitam rufescens, fortissimo igne ante folles prunis immediate iniectus et calcinatus, totus niger et martialis,

β) Luteus durus ochraceus eodem modo ac antecedens, sic gerens.

γ) Luteus mollior post calcinationem flavescentem.

δ) Luteus mollis friabilis, nigris arbusculis conspicuus, lamellosus, terram argillaceam simulans, colorem per calcinationem vix mutans,

adhibiti sunt.

ε) Bohemicum de Tscharen prope Comnodaviam quamvis minus adaequate sic dictam ex cinereo flavescentem examinavi.

f) Mi-

f) Mineram istam zincinam ex monte Ram-
melsberg prope Goslarium in Hercynia, quae ibi
locorum Graue Gans vocatur, ex cinereo flavescentem
mineram plumbi et cupri inhaerentem et adnatam,
addidi.

2) Ex cadmiis fornacum sequentes adhibui.

a) Cadmiam fornacum Goslariensem, quae
priscis temporibus per ignorantiam abiecta fuit,
(Halden - Gallmey).

b) Cadmiam fornacum Goslariensem recentem
(Grüneu - Gallmey).

c) Cadmiam fornacum luteam filamentosam et
lamellosam phosphorascentem Freybergensem.

d) Cadmiam fornacum nigram squamosam non
phosphorascentem Freybergensem.

e) Cadmiam fornacum maiorum, ex fusione
minerae martis prope Grashow ad fluvium Malu-
panam in Silesia superiore oriundam.

f) Tutiam sic dictam Alexandrinam.

3) Ex Pseudogalenis sequentes experimentis
meis inseruierunt.

a) Pseudogalena fusco bruna ex fodina Louise
Charlotte prope Hasselrodam ad ipsam Brußteri pe-
dem in Principatu Halberstadiensis.

b) Pseudogalena flava non phosphorascens ex
fodina Gütte Gottes prope Scharffenberg Dresdam
inter et Misenam.

c) Pseudogalena nigra lamellosa Freybergensis de Lorentz - Gegentrum , pyrite arsenicali inspersa.

d) Pseudogalena coeruleascens , vel potius chalybei coloris cum viridi montano ex Permia Russiae.

§. 7. Cadmiae fornacum absque vltiore calcinatione adhibitae sunt. Pseudogalena vero sub tegula per 8. horas fortiter aut per gradus procedendo calcinabantur. Lapidés calamináres.

1) Eodem modo tractabantur.

2) Frusta eorum nonnulla ante folles prunis immediate iniecta per horam dimidiam primo vrebantur , postea per $\frac{1}{2}$ horae ventus per folles admitterebatur , et inde magnetica aut non admodum fortia euadebant.

3) Alia eius frusta eodem modo tractabantur , sed per horam dimidiam ventus per folles afflabatur , et inde in corpus semimetallicum vel potius ferriaceum nigrum summe magneticum coibant.

4) Alia ad plenariam vsque vitrificationem hoc modo vrgebantur. Vitra exinde emergentia obscure viridis erant coloris , dura , cum chalybe scintillas edentia , nonnihil magnetica.

§. 8. In fusione ipsa plurima ex parte , anatica vsus sum proportione cupri et materiae zincinae. Fluoris crudi semper partes duas ad partem vnam cupri , et quartam partem pulueris carbonum pini adhibui , id quod ideo moneo ne inutili opus sit
repe-

repetitione, et idcirco nunquam adhibiti fluoris et pulueris carbonum in subsequentibus experimentis mentionem sum facturus. Fusiones ipsas in furno anemio vulgari institui, crucibulis Moscouicis ordinariis et crucibulis infra supraque conuergentibus in medio ventricosus (Duten) vtens, quae vasa operculis suis rite tegebantur, nullo tamen luto oblitinis. Ignis per gradus adhibitus subministrabatur per horam vnam, interdum quoque vnam cum dimidia, vsque dum flamma ex omni parte serena appareret, qua visa vas ab igne remouebatur, blande concutiebat, et ad refrigerandum reponebatur. Reliquum omnes hae fusiones et reductiones cum fluore crudo institutae more consueto sale communi tegebantur.

§ 9. Exper. I. Lapidis calaminaris obscure fusco-bruni Tarnouicensis §. 7. 3. calcinati fortissimo igne et cupri purissimi ana vncia dimidia fusa, Orichalcum elegantissimum at durum suppeditabat, cuius limatura tota fere a magnete summa cum vi trahebatur, et acum magneticam de loco mouebat ad horam integram circulo horario inscriptam. Massae accreuerat drachma vna, grana tria. Moneo hac occasione in perpetuum, me in his experimentis eo tantum respexisse, vt Orichalcum purum, bene fusum, quantum per naturam et quantitatem lapidis calaminaris licuit probe tinctum obtinerem, quo ad obseruationes magneticas instituendas tuto vti possem, et ideo in praesentiarum nihil de elasticitate

tate horum mixtorum dicam, quippe de qua alio tempore sum locuturus. In determinandis momentis declinationis acus magneticae, pyxide magnetica vsus sum vulgari, qua metalliflores vtuntur, cuius annulus in 24 horas, quaeuis vero hora in 8 partes etc. subdivisa erat. Magnetem adhibui artificialem satis validum, cui pro explorando magnetismo tufusis reguli, scobem limatam eiusdem subieci.

Exper. 2. Lapidis calaminaris eiusdem indolis ast blandius calcinati §. 7. 2. cum ana cupri vncia dimidia fusa, satis vehementer a magnete trahebatur, ast non aequae ac antecedens. Orichalcum erat elegans, ductilius praecedente, et ponderabat vnciam dimidiam, drachmam dimidiam. Acus magnetica declinabat $\frac{1}{4}$ horae.

Exper. 3. Vncia vna cupri et tantandem lapidis calaminaris lutei durioris Tarnouicensis §. 6. 3. β . mediocriter calcinati §. 7. 2. ad drachmam vnā aucta erat pondere, a magnete satis luculenter movebatur, acum vero intactam relinquebat.

Exper. 4. Lapis calaminaris aquisgranensis luteus compactus vulgari modo §. 7. 1. calcinatus cum ana cupri vncia dimidia fusus, orichalcum offerebat quod a magnete non leuiter trahebatur. Acum magneticam non feriebat. Ponderi cupri accesserant grana 33.

Exper.

Exper. 5. Partes anaticae cupri et lapidis calaminaris Tarnouicensis lutei duri dendritis notati et leuiter calcinati scrupulos duos pondere profecerat. Acus magnetica nullo modo mouebatur, et magnes segnissime in hoc Orichalcum agebat.

Exper. 6. Orichalcum ex ana, vncia dimidia cupri et lapidis calaminaris Tarnouic. crudi lutei §. 6. δ. pondere auctum erat ad scrupulos duos grana 15. sed neque a magnete mouebatur, neque acum mouebat.

Exper. 7. Vncia dimidia cupri et drachmae sex lapidis calaminaris Tarnouic. duri obscure fusci §. 6. 3. α. leuiter tantum calcinati, Orichalcum exhibuit plane non magneticum, cum tamen idem lapis calaminaris fortius et fortissimo igne calcinatus (Exper. 1. 2.) insignem actionem et reactionem in magnetem monstraret.

Exper. 8. Lapis calaminaris Tarnouic. §. 6. 3. γ. ast crudus cum aequali pondere vnciae dimidia cupri fusus scrupulum vnum gr. 15. profecerat, sed vix ac ne vix quidem a magnete tangitur.

Exper. 9. Lapis calaminaris calcipatus Brilonensis ex Westphalia cum ana drachmis tribus cupri fusus, pondus eius ad grana 15. auxerat. Ast hoc mixtum non tam Orichalcum, quam potius aliud metallum Tombak dictum dederat, id est, cuprum pulcro zinco tinctum, ex quo apparet exi-

- Tom. XII. Nou. Comm. B b b guam

guam tantam zinci quantitatem in hoc lapide calaminari haerere. Reliquum limatura huius metalli fortiter a magnete trahebatur. Scoriam erat nigra.

Exper. 10. Lapis falso sic dictus calaminaris crudus coloris ex flauo cinerei de Tſcheeren prope Commodarium in Bohemia, vncia dimidia, cum ana cupri fufus, peculiare phaenomenon exhibuit. Cuprum enim nullo modo tinctum fandeatur, in medio eius reguli conici haerebat regulus verus ferri, albus, compactus, purus, conicus, et ideo pondus cupri ad ſcrupulos duos grana 7. auctum erat. Scoriam erat ex nigro cinerea. Hanc ob causam etiam acus magnetica fortiter ab eo mouebatur.

Exper. 11. Idem lapis calaminaris sed calcinatus cum ana cupri vncia dimidia fufus non nisi 4. grana profecerat. Nullus in cupro fuso regulus martialis, et a magnete debilissime eius limatura trahebatur. Celeberr. Dnius. Director Marggrafius in Differt. de methodo zincum reducendi ex vera sua minera iamiam animaduertit, huic mineræ Tſcheerenſi falso nomen lapidis calaminaris tribui V. mem. de l'Acad. de Berl. Tom. 2. p. 52. et eiusdem Opera Chymica German. edita p. 267.

Exper. 12. Lapidis calaminaris obscure brunæ §. 6. 3. æ. in crucibulo absque puluere. Carbonum sed per se tantum ad nigredinem calcinati vncia dimidia cum ana cupri parte fusa, Orichalcum palli-

ET ORICHALCO MAGNETICO. 379

pallidum largiebatur satis magneticum cui accretie-
rant, drachma una gr. 34.

Exper. 13. Lapidis calamitatis obscure fuscū
Tarnouicensis crudi, cupri ana vncia una, pondere
profecit drachmas duas et vix a magnete tangebatur.

Exper. 14. Eiusdem lapidis in medio pruna-
rum ante folles in vitrum obscure viride mutati,
cupri ana vncia semis nullam vim magneticam
monstrat. Pondus cupri granis 32. auctum erat.

Exper. 15. Drachmas duas scrupuli duo cum
semisse mimetae istius Goslarensis, §. 6. 1. f. et
curius Celserr. Dnus. Marggrafius l. c. pag. 64.
Ephem. Berolin. mentionem facit, vulgo Graue
Gans, et cupri ana unam fondebantur, et Orichalcum
inde prodians satis erat magneticum, re-
gulus vero 37. granis auctus. Haec minera Gosla-
riae ex monte Rummelsberg dicto eruitur, solida,
dura, compacta, ex gryo pallide flavescent, me-
tallifossoribus eius loci dicit Graue Gans, nonnulli
plumbi et cupri, parum argenti continens, et est
ea ipsa ex qua Goslariae vitriolum album zincium
praeparatur, et dum imprimis cadmia fornacum zif-
cinae originem suam debet. Vid. de huius vitrioli
praeparatione Schwaetors Unterrichts vom Hüttenwe-
sen p. 597.

§. 16. Progreſſor nunc ad Cadmias fornacum
zincicas, quas experimentis meis adhibui §. 62.
Cadmiae hae fornacum sunt concreta solida, plerumque
satis

satis dura; nunc grisea interdum albescentia, lutescentia, nigra et viridescencia, lamellosa nonnunquam radiata, et striata, ex fusione minerarum metallicarum varii generis zincum tamen continentium oriunda, lateribus furnorum fulviorum internis adhaerentia, et cum cupro fusa Orichalcum efficientia.

Non omnes et singulae fornacum Cadmiæ, Zincinæ observantur, sed complures sulphureae martiales et arsenicales, nonnullae martiales cupreae et arsenicales (Eisensäuen) aliae non raro martiales cupreae arsenicales et Regulinae Cobaldinae observantur, et quis omnia et singula mixta metallica et semimetallica per fusionem orta enumerare sustineat. Hic mihi tantum sermo de Cadmiis fornacum zincinis est, quas supra descripsi. Ex his quinque species §. 6. 2. allegavi, quae omnino omnes Orichalcum cum cupro fusae reddunt; et vario modo respectu magnetismi se habent.

Exper. 16. Cadmia fornacum antiqua Goslarisium (Alter Halden - Gallmey) quae priscis temporibus ex ignorantia abiecta fuit, nunc autem summo cum studio ex scoriarum et recrementorum metallicorum cumulis denuo eruitur, (§. 6. 2. a.) cum ana cupri uncia dimidia fusa, ad drachmam unam pondus cupri auxerat, et magneti parum obediens erat.

Exper. 17. Eiusdem indolis Cadmia sed recens (§. 6. 2. b.) cum cupri ana uncia dimidia liquata scrupulos duos grana duo superpondij monstrabat, et satis fortiter a magnete trahebatur.

Exper.

Exper. 18. Cupri vncia semis et Cadmia fornacum phosphorascens Freybergensis (§. 6. 2. c.) ana. inuicem fusae satis lente a magnete trahebantur.

Exper. 19. Cadmia fornacum Freybergensium nigra squamosa (§. 6. 2. d.) cum ana cupri vncia dimidia fusa, Orichalcum quidem dederat, sed magneti non obediens.

Exper. 20. Cadmia fornacum maiorum in quibus ferrum ad fluuium Malapanam in Silesia superiori funditur (§. 6. 2. e.) Orichalcum dabat, cum ana cupri fusa, parum magneticum.

Merito huc pertinet quoque sic dicta tutia Alexandrina, id est, massa ista cinerea, dura, plerumque fistulosa, nonnihil aspera, et si vera fuit semper zincina, quae in primis scopo medico et chirurgico adhibetur. Multiuariae huius materiae dantur species, quae tamen omnes et singulae ad artis producta pertinere videntur. Non satis adhuc inter Mineralogos eius praeparatio constat, cum alii sublimatum quoddam in fabricis Orichalci enatum, alii crementum in fusione cupri rutabulis adhaerens, nonnulli mere artefactum esse perhibeant. Necum non est hanc litem dirimere. Interim tamen a viris fide dignis comperi, eximiam eius quantitatem a Iudaeis aliisque in Polonia praeparari, eosque ad hunc laborem flores istos in praeparatione Orichalci auolantes et tectis vlrinarum in-

haerentes omni studio conquirere, et una cum lapide calaminari griseo calcinato adhibere, cum terra pinguiori ex his subiectis tubulos solvantes. Haec sententia si non tutissima ad minimum veritati prae reliquis convenientissima vel ideo videtur, quod maxima eius copia ex Polonia afferatur, Alexandriae vero ne nomen quidem cognitum habeatur. Quin immo ipse varias Tutiae species examinaui, quae mera constabant argilla cinerea et sabulo, ne vestigium quidem principii zincini inhaerentis vlllo modo monstrantes, luculentissimo indicio, fraudes quoque in praeparatione huius massae adhiberi.

Exper. 21. Vncia dimidia Tutiae crudae cum ana cupri fusa, regulum exhibuit Orichalceum, at magis rufescentem, quoniam in Tutia nonnisi exigua zinci quantitas latet, qui vnciam semissem et grana decem pendebat, a magnete debilissime movebatur.

Exper. 22. Eadem Tutia sed per horas 6. sub tegula calcinata, eadem proportione cum ana cupri fusa, nil nisi cuprum purum Scoria obscure viridi tectum et nullo modo magneticum refundebat. Nullus tamen dubito, occurrere posse in Commercio Tutiae species, quae forsitan maiorem magnetismum cupro communicare queunt.

§. 11. Notum est, nonnullas Pseudogalenas zincinae esse indolis. Nouimus insuper omnes turgere parti-

partibus martialibus, ideo et hoc minerale exploravi.

Exper. 23. Pseudogalenae nigrae lamellosae non calcinatae ex fodina Lorentz Gegentrum Freybergae, cui pyrites arsenicalis adpersus est, et cupri ana vncia dimidia, Orichalcum pallidi coloris praedurum et mediocriter magneticum dedit pondere cupri ad drachmam vnam grana IX. aucto.

Exper. 24. Idem pondus cupri et antecedentis Pseudogalenae sed calcinatae, regulum dedit quoad pondus ad drachmas tres auctum, chalybeae ferri durities, pallide flavum, totum quantum fere magneticum.

Exper. 25. Cupri et Pseudogalenae lutesae Scharfenbergensis calcinatae, ex fodina Gütte Gottes Dresdam inter et Misenam, ana vncia dimidia elegantissimum dedit Orichalcum pondere drachmarum quinque, granorum decem, plane non magneticum.

Exper. 26. Pseudogalena obscure fusca Hasserradana calcinata cum ana vncia dimidia Orichalci regulum 4 et dimidiam drachmam pendentem parum magneticum fudit.

Exper. 27. Liceat addere experimentum cum vitrioli zincini rite parati et cupri ana vncia dimidia, elaboratum. Regulus exinde emergens purum putum erat cuprum et plane non magneticum.

§. 12. Exper. 28. Quoniam non raro minerae cupri occurrunt, quae maxima ex parte Pseudogalena constant, etiam huius generis experimenta institui, et eo fini mineram cupri Permienem Pseudogalena remixtam coloris coeruleo-chalybeati cum viridi montano asperso calcinaui, calcinatae unciae dimidiae, unciam unam fluoris nigri et drachmam unam pulveris carbonum pini additi. Hoc mixtum in furno anemio fustum, regulum elegantissimum cupri nigri ast purioris drachmae unius gran. 35. dedit parum magneticum.

Exper. 29. Eadem haec minera calcinata cum ana cupri uncia dimidia praedicto modo fusa regulum drachmarum quinque scrupulorum duorum, granorum quinque exhibuit, non tam cupreum quam Tombacinum potius elegantem et satis magneticum.

Exper. 30. Eadem haec minera cupri cruda cum ana cupri uncia dimidia fusa regulum cupri vix magneticum drachmarum V. Scrup. 2 ss dedit.

Exper. 31. Minera cupri Pseudogaleni Olozeensis uncia dimidia c. Vn. j. Fl. nigri et drachm. j. pulu. Carb. fusa regulum cupri 6. Drachm. cum gr. V. mediocriter magneticum obtulit.

§. 13. Ex huc vsque adductis patet.

1) Magnetismum cupri et inde parati Orichalci a partibus martialibus lapidi calaminari, Cadmiis fornacum, Pseudogaleni admixtis dependere. Ori-
cial-

ET ORICHALCO MAGNETICO. 385

chalcum enim ex cupro et zinco purissimo elaboratum nullum monstrat magnetismum.

2) Quo magis lapis calaminaris, Cadmia fornacum, Pseudogalena, partibus martialibus abundant eo maior et fortior magnetismus in Orichalco cum eis parato apparet

3) Quo fortius quoque et diutius lapides calaminares cum Phlogisto vel absque eo calcinantur, si tantum vitrificatio §. 7. 4. euitetur, eo maiorem acquirunt magnetismum. Vid. Exper. 1. 2. 3. 4. 9. 10. 12. 15. 17. 23. 24. 29. 31. Accedunt quoque sequentia huius theses testimonia:

a) Lapis calaminaris obscurae fuscus durus Tarnouicensis fortissimo igne ante folles inter carbones immediate in vitrum conflatus a magnete vix ac ne vix quidem tangitur.

β) Idem lapis calaminaris in crucibulo per folles 376. vicibus motos calcinatus, ex vncia vna drachmis duabus scrupulo vno, vnciam dimidiam scrupul. j. perdidit. Color niger scoriaceus; magnetismus vehementissimus.

γ) Idem lapis calaminaris 200. follium sufflationes expertus satis magneticus, priori tamen debilior euasit.

δ) Idem lapis calaminaris 120. follium afflationes sustinens, debilior respectu magnetismi observatur.

• Toti. XII. Nou. Comm.

C c c

*) La-

ε) Lapis calaminaris luteus durus Tarnouicensis dendriticus leuiter calcinatus mediocriter magneticus factus est.

ζ) Lapis calaminaris Tarnouicensis pallide luteus friabilis leuissime calcinatus nullum magnetismum monstrat.

4) Mineræ et Cadmiæ zinci plurima ex parte vel ferro destitutæ vel parum tantum eius continentes, aut ad vitrificationem vsque calcinatæ, vel plane nullum vel debilissimum monstrant magnetismum. Vid. Exper. 5. 6. 7. 8. 13. 14. 16. 18. 19. 20. 21. 22. 25. 26. 27. 28. 30. Eteodem modo quoque Cadmiæ fornacum et Pseudogalenæ se habent, de quibus tamen prolixior esse nolo.

§. 14. Superest vt nunc de proportione ferri ad cuprum pauca exponam ad quam vsque cuprum magneticum redditur. Ne et hic meo deesse videar officio, experimenta nonnulla hunc in finem instituta adiungam, Tab. * contenta. In his experimentis instituendis sequentibus vsus sum cautelis.

1) Cuprum purissimum et limaturam chalybis purissimam ad omnia et singula adhibui.

2) Semper duplam addidi partem fluoris nigri et octauam pulueris Carbonum pini, ad pondus cupri et chalybis simul.

3) Labor ipse in furno anemio factus est.

4) Pon-

4) Pondus mixtorum et productorum, habitum eorum ad magnetem et acum magneticam Tabula citata monstrat, ex qua quoque apparet grana XV. chalybis magneticas adhuc reddere Drachmas duodecim cupri, i. e. $x = 48$.

5) Quoad experimentum ultimum in Tabula allegatum, sciant lecturi, me mineram martis lacustrem Olonezensem adhibuisse et ideo non adeo mirabuntur regulum maxime magneticum fuisse, si meminerint observationis §. 9. Exper. 10. expositae.

6) Quod reliquum est, quo magis lapides calaminares fuerint martiales, eo duriora exinde emergunt Orichalca, quae observatio non parum emolumenti mechanicis artibus afferre potest.

Et haec sunt quae de cupro et Orichalco magnetico in praesentiarum proferre potui, volui. De elasticitate horum mixtorum plura in posterum Deo volente communicabo.

C c c a

Tabula

Tabula *

Mixture cupri et ferri continens.

Pondus mixti.	Pondus Reguli	Habitus ad magnetem.	Habitus ad acum magneticam.
No. 0. Limat. mart. Vnc. 3. - - Vener. Vnc. 2.	Vnc. 4. Drachmae 5.	Fortissime trahitur.	Vehementer mouet.
1. - - Veneris - - Martis ana Vnc. jβ	Vnc. 3.	vt antecedens.	Fortiter mouet.
2. - Vener. Vnc. jβ. - Mart. Vnc. j. Drachm. 3.	Vnc. 2. Drachmae 7.	vt antecedens.	Satis mouet.
3. - Vener. Vnc. jβ. - Mart. Vnc. j. Drachm. 2.	Vnc. 2. Drachmae 5.	vt antecedens.	vt antec.
4. - Vener. Vnc. jβ. - Mart. Vnc. j. Drachm. j	Vnc. 2. Drachmae 4. et dim.	fortiter trahitur.	vt antec.
5. - Vener. Vnc. jβ. - Mart. Vnc. j.	Vnc. 2. Drachmae 3β.	vt antecedens.	vt antec.

Pondus

Pondus mixti.	Pondus Reguli	Habitus ad magnetem.	Habitus ad acum magneticam.
No 6. Limat. Ven. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 7.	Vnc. 2. Drachmae 2. Scrup. 2.	vt antecedens.	vt antecedens.
7. - Vener. Vnc. jß. - - Mart. Drachm. 6	Vnc. 2. Drachmae 1. Scrup. j. gr. 15.	Paullo debilius antecedente trahitur.	Satis moueri
8. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 5.	Vnc. 2. Drachmae ß. gr. 13.	vt antec.	vt antecedens
9. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 4.	Vnc. j. Drachmae 7. Scrup. j. gr. 5.	vt antec.	vt antecedens
10. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 3.	Vnc. j. Drachmae 6. Scrup. 2.	vt antec.	vt antecedens
11. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 2.	Vnc. j. Drachmae 5. Scrup. 2.	paullo debilius.	paullo debilius.
12. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. j.	Vnc. j. Drachmae 4. Scrup. 2. gr. 5.	magis debilius.	vt antecedens.
13. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Scrup. 2. gr. 5.	Vnc. jß. Scrup. j. gr. 15.	adhuc debilius.	debilius praecedente.

C c c 3

Pondus

Pondus mixti.	Pongus Reguli	Habitus ad magnetem.	Habitus ad acum magneticum.
No. 14. Limat. Ven. Vnc. jß - Mart. Scrup. jß.	Vnc. jß. Scrup. j. grana 8.	adhuc debilius.	Non amplius agebat in acum.
15. - Vener. Vnc. jß - Mart. gr. 15.	Vnc. jß gr. 15.	debilissime.	- - -
16. - Vener. Vnc. jß - Mart. gr. 8.	Vnc. jß.	Non amplius trahitur.	- - -
17. - Vener. Vnc. jß - Mart. gr. 4.	Vnc. jß. gr 4.	- - -	- - -
28. - Vener. Vnc. jß. - Mart. gr. 2.	Vnc. jß. gr. 2.	- - -	- - -
Cupri Min. Mart. lacustr. Vnc. j. Drach- calcin. ana Vnc. j. mae 6. Scrup. 2. Fluor. nigr. Vnc. 2. Pulu. Carb. Dr. j.		Fortissime trahitur.	Fortiter agit.

SPECI-

SPECIMEN
ORYCTOGRAPHIAE
STARA-RVSSIENSIS ET LACVS
ILMEN.

Auctore

D. I. G. LEHMANNO.

Non omnis fert omnia tellus, est vetus adagium, quod omni ex parte experientiae respondet, cuiuscunque regni naturae producta spectemus. Operae igitur pretium duxerunt complures rei naturalis amatores, nunc Floras nunc Faunas et Zoologias, nunc Oryctographias Regionum, Prouinciarum, Oppidorum, conscribere. Hoc negotium quamuis compluribus superuacaneum videatur, non exiguam tamen vtilitatem in commodum publicum aequae ac in scientias conferre potest. Non indignabuntur igitur mihi lectores, quando in praesentiarum nonnullas obseruationes Oryctologicas in nuperrimo, ex mandato Augustissimae nostrae, a me Stara-Russiam facto itinere collectas, cum eis communico. Notum est Ingriam, Estoniam et Principatum Nowgorodensem fertilitate complures alias superare prouincias, flumina enim has prouincias irrigantia, lacus et stagna piscibus abundantia, prata multifariis herbarum et florum generibus superbia, siluae fere con-

continuae omnis generis animalibus refertae, mirum in modum iter facientes delectant. Et quamvis non paucis in locis, paludes proficiscentibus sint offendiculo, tamen et hoc incommodum variis modis releuari potest. Primum igitur obseruatum dignum phaenomenon Mineralogiam spectans, est prope pagum Tschudowam centum et sedecim leucas Russicas a nobis distantem et ad fluiuium eiusdem nominis situm, Petropolin inter et Nowgorodum. Ibi strata ingentia horizontalia schisti albi calcarei sub humo fertilissima latebant, ita ut ripae fluminis ab utraque parte ex eo compositae viderentur. Nonnullis in locis quoque fundum fluminis constituant, quamuis plurima ex parte minera martis caesus esset. Haec minera martis ad eas pertinebat species, quae lacustres vocantur, coloris fusci, non admodum duras, et proinde quoque ipsa fluminis aqua ochraceo tincta erat colore. Haec minera arte elocinastica excocta, ex centumpondio non nisi reddidit ferri libras, fragilis et refractarii, qua propter nullam utilitatem ab hac minera expectari potest, nisi forte alia melloris notae inueniatur, quam tamen inuestigare neque tempus neque alia negotia permiserunt. Vestigia lapidis calcarei ubique fere Nowgorodum usque occurrebant. In campis passim lapides ingentis magnitudinis dispersi circumiacebant qui omnes et singuli ad saxa micacea pertinebant. De origine horum lapidum alio tempore sum dicturus. Newgorodi in lapidibus calcareis, ex quibus

bus moenia castelli nunc collapsa et diruta exstructa fuisse, conchyliis petrefacta complura inueni, inter quae praecipue Pectunculi, Mytuli, Strombi, Terebratulae et Chamae laeues minores occurrebant. Ego qui nulla petrefacta in lapidibus calcareis, in hac via visis, obseruaueram, tanto magis cupiditate flagrabam sciendi, vbi locorum hi lapides eruti essent, id quod tamen rescire non poteram. In reditu vero, cum lacum Ilmen glacie tectum traicerem, littus, a natura, aggeris instar, meris lapidibus calcareis munitum, reperi, qui petrefactis recensitis turgebant. Forsitan igitur lapides, praeiis temporibus, pro moenibus istis exstruendis, ibi eruti fuerunt, id quod vero eo similis videtur, quoniam ex lacu Ilmen per Wolgowam facile et paucis impensis transferri potuerunt. Sed de his infra plura. Minuscham inter et Namschajam, haud procul a fluuio Scelon, prope pagum Vgla, scaturigo salina in campis huius pagi exilit, cuius aqua in riuum Fasinka et cum eo in fluuium Scelon descendit. Vbiq; schisti albi calcarei strata sibi invicem incumbentia occurrunt, qui etiam schisti circa pagum Vgoltza in calcem viam vruntur. Hic schistus calcareus non nisi rarissime petrefactorum Conchyliorum vestigia monstrat. Reliquum omnes hae regiones paludosae et viginosae Staram-Russam vsque.

Stara - Russa est Oppidum satis amplum in principatu Nowgorodensi, 120. leucas Russicas a Tom. XII. Nou. Comm. D d d me-

metropoli huius principatus , et 28. Leucas a lacu Ilmen ad fluuios Russam et Polissam in ipso oppido concurrentes , situm , Paludibus , campis fertilissimis , pratisque amoenissimis se inuicem excipientibus , siluisque densissimis circum circa oblitum. Hanc urbem inter et lacum Ilmenum , Polissa quae Russam sibi itinxit , vti dictum est , a flumine Lovat absorbetur , posteaquam 18. Leucas Russicas tractu serpentino perrepsit. Tota regio plana , et nisi siluae obstarent , latissimus oculis pateret prospectus. Salis scaturigines antiquis iamiam temporibus notae fuerunt. Quo autem tempore , qua occasione , fuerint repertae , quis primo eis fuerit vsus , ex defectu Historiae antiquae Russiarum , minime constat. Anno 1679. mens. Mart. Augustissimus Imperator *Fedor Alexii* filius , Mercatori cuidam Permieni Moscuae tunc temporis degenti , optime de Augustissimo , totoque Imperio merito , cui nomen , *Nikifor Fedoroffin Wenewidow* , has Salinas adidit , eumque splendidissimo ornauit Priuilegio. Ex eo tempore Salis cocturae nunc numerosiores nunc pauciores fuere , prouti felicitas vel calamitas temporum tulit. Ante vndecim et quod excurret annos , Salis coctores ab opere destiterunt. Ast quid falcem in Historiographi messem inmitto ? Historiam potius naturalem Fontium salinorum prosequar. In antecessum moneo , omnes fere fontes oppidi non minus quam circumiacentis Territorii vestigia salis communis monstrare , id quod praecipita-

pitatio argenti et plumbi in acido nitri soluti monstrat, quippe quae metalla per affusionem harum aquarum cornua redduntur. Cum vero cum fructu singulorum aquae in sal coqui nequeant, de iis tantum dicam quae prae caeteris sale turgent. Est igitur meridiem vertus in ipso oppido, Lacus satis amplus et profundus ex cuius fundo tres scaturigines, summa cum vi ebulliunt, quorum quaelibet ad altitudinem 13. et ultra fere vlnarum Russicarum (Arfchin) aquam eructat. Prior harum scaturiginum littori proxima parum tantum salis continet, reliquae duae in libris quatuor aquae, vnciam salis fouet. Haud procul a Lactu septentrionem versus, alius eiusdem indolis fons exsudat, cuius aqua per canalem in eundem lacum defluit. Ab initio affluxus aquarum debilis fuit, ita vt non nisi paucis cocturis satisfaceret. Huic defectui vt remedetur, salis coctores profundius venas amborum in lacu sitorum fontium fodiendo scrutari coeperunt. Ast vligine effossa, vix ad stratum quoddam schisti coeruleo peruentum erat, cum summa cum vi ambae scaturigines erumperent, quae postea canalibus perpendicularibus exceptae, per continuum aquarum suarum effluxum Lacum formarunt. Hae aquae praeter salis communis partes, sal quoddam medium, sali mirabili fere analogum, continent, quod tamen ideo impurius deprehenditur, quoniam insuper non parum terrae calcareae et argillosae ipsi inhaeret, quae terrarum genera inter coquendum, si rite pro-

cedatur, sponte separantur. De modo sal coquendi, non est quod prolixior sim, cum omnibus sit notus. Hoc tamen silentio praeterire nequeo, muriam, quando ad Crystallisationem coquendo tendit (wenn es fochet) vehementissimum acidi salis odorem suffocantem eructare, id quod eximiae acidi Vitriolici in supra allegato sale mirabili latenti quantitati adscribendum esse censeo. Id quod et ex eo quoque magis palam fit, quod circa lacum vbique fere, imprimis autem in ipso lacu et fossis ex eo decurrentibus, terra quaedam pinguis et primo nigra, post exsiccationem vero cinerea, in largissima quantitate eruitur, penetrantissimo hepatis sulphuris odore, praedita. Haec terra praeter phlegma foetidum et liuescens, oleum foetidum largitur. Eadem terra cum mercurio sublimato vestigia cinnabaris donat. Cum Arsenico mixta et sublimata, nonnihil arsenici flavi monstrat, vt alia huiusmodi experimenta, sulphuris praesentiam monstrantia, taceam. Haec obseruatio, quamuis nonnullis leuioris momenti esse videri queat, nihilo secius tamen ideo eam notatu dignam censeo, quoniam forsitan in posterum lumen afferre potest, demonstrandi, quae, ratione originis, sit Analogia acidum Vitrioli inter et acidum salis. In Ephemeridibus Academiae Scientiarum Berolin. Tom. XIII. p. 104. seqq. varias iamiam obseruationes hac de re exposui; memoratu enim semper erit dignum nullas offendi salis natiui fodinas, nullas muriae scaturigines, quae non vestigia sulphuris

et

et acidi Vitriolici exhibeant. Addo quod compluribus in locis ipsum sulphur nativum, circa salis fodinas reperiatur, cuius rei Exemplum salisfodinae Polonicae, quin et nostrae, imprimis in regione Astrachanensi circa Samaram, alibique exhibent. His nunc missis ad reliqua fossilia circa Stara - Russam occurrentia, me conuerto. Supra dixi, Polissam cum Lowat fluuio 18. Leucas Russicas ab oppido distante se iungere. Huius fluminis Polissae ripas ad ostium vsque suum examinaui, et expertus sum, ripas ambas, sub humo, ex stratis terrae martialis ochraceae et terra quadam nigra pingui, constantibus, seque inuicem excipientibus, compositas esse. Haec strata nunc vnicum tantum, nunc plures pollices crassitiae aequant. Terra martialis ferrum fundendo largitur, tam quoad quantitatem, quam quoad qualitatem, nulla attentione dignum, centum pondium enim vix ac ne vix quidem quinque libras fundit, idque refractarium. Terra nigra, tam quoad colorem quam consistentiam terram istam nigram sulphuream mentitur, de qua supra diximus, odor vero ipsi plane nullus, quemadmodum et experimenta Chymica cum ea instituta, diuersam et mere argillosam esse monstrarunt. Antequam Polissa cum Lowat iungitur, ad latus sinistrum, lacus praegrandis cum Lacu Ilmen cohaerens obseruatur. Hic lacus nostris fere temporibus ortus est, et Senes Stara - Russenses recordantur, eum per subsidentiam terrae primo ortum esse, suc-

cessu temporis verò de die in diem magnitudine creuisse. Eiusdem indolis Lacus ad dextram offenditur, cum fluuio Lowat cohaerens, qui eidem causae originem suam debet. Haec subsidentia terrae, lapidi calcareo iis in locis vbique latenti adscribenda erit, vtpote qui, vti notum est, ab aquis subterraneis sensim sensimque soluitur, et postea terram istam alcalinam constituit, quae vulgo marga calcarea dicitur, et non tantum loco lapidis calcarei ad aedificia exstruenda, verum quoque ad fertilitatem telluris augendam, adhibetur. Huius originis Lacus aliis in locis in primis in Germania obseruavi, quae communiter Erdsälle vocantur. Ex hoc quamvis exiguo itinere ad Lowat vsque facto, redux, nouum aggrediamur, et Polissam eiusque ripas supra Stara - Russam visitabimus. Quatuor Leucas supra oppidum, fluuius minor, magnitudine tamen riuos superans, Snesza dictus, Polissam ingreditur. Hic fluuius vndequaue nemoribus densissimis et pratis cingitur. Solum paludosum agriculturae incongruum. Ripa Sneszae lapidem calcareum vulgarem passim fouet, vbi vero altius Polissam prosequimur, circa pagum Kotzscharina, lapis calcareus conchyliis vbique refertus in stratis horizontalibus ob oculos venit. Haec conchylii petrefacta et ex parte testam naturalem adhuc monstrantia ad pectines, pectunculos, Terebratulas, pertinent. Omnia et singula haec petrefacta lapidi calcareo nunc albo nunc rufescenti inhaerent. Haec lapidis strata, stratis

rtis argillosis sunt intertexta, quae nunc viridem, nunc roseum, nonnunquam et purpureum, saepe quoque purpureum cum viridi mixtum, ochraceum, nunc pallidum nunc magis saturatum colorem praeseferunt. Hae terrae argillosae praeter micam talcosam albam, veram terram calcaream admixtam continent, et ideo cum spiritibus acidis effervescunt. Lutum fulvum ibi locorum non minus quam prope Stara - Russiam inveniri, effodi et ad lateres coquendos adhiberi, non est quod moneam, quamvis omnino fatendum sit, lateres ex eo formatos non omnino optimae esse notae, propter terram calcaream huic luto admixtam, quae per coctionem laterum in calcem viivam abit, et propterea humiditatem ex aëre facile attrahit. Sed iam satis diu Stara - Russiae commorati sumus. Petropolin repetamus, et cum propter gelu mihi licuerit Lacum Ilmenum equis traicere, videamus quid Natura in cryptis suis ibi deposuerit. Triginta Leucas Russicas a Stara - Russa distat Korostina vicus ad Lacum Ilmen situs cum pago adiacente Offin. Via eo usque ducens, tota nemorosa, paludosa. Littus totius lacus Ilmen, siue dextram spectes siue sinistram, lapides calcareos et schistos rubros subministrat. Lapidés calcarei vulgari sunt indolis, schisti vero ad schistos magis cornuos pertinent, et ex terra argillosa, talcosa et martiali constant, et ideo quoque rubro gaudent colore. In primis vero strata lapidis calcarei elegantissimum oculis praebent spectaculum,

pro-

propter situm suum plane singularem, strata enim eorum horizontaliter sibi inuicem incumbentia, structuram muri a natura exstructi exacte referunt, nonnullis in locis fortaliti praerupti cum suis Polygonis faciem aemulantur. In lapide calcareo Pectunculi diuersae magnitudinis in sat magna copia apparent. Haec strata lapidis calcarei et schisti se vbique mutuo excipiunt, et haec strata mutua, quantum ego quidem noui, a Lacu Ilmen versus Porchouam et occidentem versus ad Pscowam et Iztorsk progrediuntur. Forsitan et alios limites tangunt, id quod tamen inuestigare nequii. His schistis omnes incolae pro construendis furnis, quin et Salis coctores Stara - Russenses pro furnis suis coctoriis vtuntur, quoniam igni fortius resistunt quam lateres. Iomstonam inter et Golinam fluuius Szelon totus salus Lacum Ilmenum ingreditur. Littus vbique schistum rubrum et lapidem calcareum Conchylis petrefactis refertum monstrat. Haec lapidum strata horizontali gaudent situ, eorumque descensus versus inferiora vix angulum quinque graduum format (hat kaum 5. Grad Fallendes). Haec strata fere ad ostium vsque fluuii Vdnizi viam suam prosequuntur. Fundus Lacus Ilmen compluribus in locis terra soluta calcarea scatet. Littus huius lacus dextrum Stara - Russa proficiscentibus eadem Phaenomena monstrat, et Insula Schelesno, fluuios Bistrizsam inter et Rog, qui brachia maioris fluminis Msta sunt, terram martialem et lapides mar-

martiales cum calcareis mixtos ubique exhibet, unde quoque forsitan nomen suum adepta est. Quae circa Nowgorodum Petropolin usque obseruauerim supra iamiam dixi. Superest ut paucis adhuc meam de causis horum Phaenomenorum sententiam exponam. Vniuersa Ingrida non minus quam Principatus Nowgorodensis pars inundata olim fuisse uideatur. Vestigia huius rei ubique fere occurrunt, quia ante nostros quasi pedes circumiacent. Beatus *Gmelinus* in Commentariis nostris de An. 1728. p. 246. seqq. de Belemnitis, Orthoceratitibus, Alueolis prope Slowianka, Duderhof et Krasna - Sielo reperiendis, uerissime dixit. Ipse ante biennium prope Pudes pagum 42. Leucas Russicas ab hinc distantem, in lapide arenario et calcareo Ectypos piscium, Stromborum, Mytutorum, Buccinorum, Cochlearum uulgarium et ipsa haec conchylia petrefacta affatim uidi, quin et in infimo lapidis arenarii strato ferrum equinum lapidi inclusum repertum fuit. Haec omnia uerissime testantur, lapides initio molles fuisse et Conchylia ista mari alias familiaria casu quodam eo delata esse. Progrediuntur haec lapidis calcarei strata, una cum petrefactis, uti in praesente Dissertatione exposui, in Principatum Nowgorodensem, et montes Waldaiam inter et Wischnel-Wolocsock usque Torzock, Corallia petrefacta ingentis magnitudinis largiuntur, inter quae in primis Tubiporae, Milleporae et Lithostrotia Luidii primas tenent. Quin immo *Gmelinus* iter in Sybiriā faciens
 Tom. XII. Nou. Comm. E-e e prope

prope Iaroslavam Conchylia marina in magna quantitate petrefacta obseruauit, quae omnia testes sunt irrefragabiles metamorphoseos ingentis, quam haec regiones priscis temporibus subierunt. Adde quod inter omnes constet, schistos terrae vliginosae marinae originem suam vt plurimum debere. Quae omnia et singula si inuicem conferantur, mea quidem sententia, clarissime euincunt, terras istas priscis temporibus aquis marinis inundatas et submersas fuisse. Diluuium autem cuidam vniuersali haec omnia adscribere, non ausim, cum inundationes particulares nostris quoque temporibus haud raro obuenire soleant.

DE

FORMATIONE INTESTINORVM

PRAECIPVE, TVM ET DE AMNIO SPVRIO;
 ALIISQVE PARTIBVS EMBRYONIS GALLI-
 NACEI, NONDVM VISIS,

OBSERVATIONES, IN OVIS INCV-
 BAVIS INSTITVTAE.

Auctore

C. F. WOLFF.

Pars I.

§. 1.

Generalem haecenus in theoria generationis huius
 negotii naturae ideam exhibui; leges enodaui,
 secundum quas partes corporum organicorum natu-
 ralium, quae vtrisque eorum generibus, vegetabili-
 bus et animalibus, communes sunt, vasa nempe et
 partes, ex his compositae, formantur et causas vi-
 resque detexisse puto, quibus haec formatio peragi-
 tur. Tum praeterea in plantis diuersas partes ple-
 rasque, quae fere similes, sibi sunt, cognituque
 ideo faciliores, folia puta, calycem, petala, peri-
 carpium, semina, cauleni, radicem, ex suis causis
 efficientibus explicare tentavi; in animalibus autem

Introdu-
 ctio. In-
 stitutum.

E e e 2

prac-

praeter dictas generales formationis leges et generalissimam de ortu in corpore animali cordis vasisque ramificatis, cum illis necessario connexis, notionem neque ego neque quisquam alius quod scio, vilius ex diuersis partibus, quibus animal componitur, formationem explicare suscepit.

§. 2. Primum itaque huiusmodi disquisitionis specimen Illustrissimae Academiae nunc offero. Canalem intestinorum in ipsa sua origine adeo deprehendisse puto, vt, qua ratione ex primis suis principiis oriatur, et ad plenam adolescentiam vsque successiue perficiatur, exponere queam, et quidem, quod eo magis acceptum fore spero expertis naturae scrutatoribus, ex solis fere observationibus, vel tamen ex propositionibus, quae immediate tanquam corollaria ex observationibus deducuntur, tota, quatenus proponetur, de formatione intestinorum theoria concinnata erit.

De theoria
Generatio-
nis anima-
lium gene-
ratim. Con-
ditio theo-
riae gene-
rationis
plantarum
quae faci-
lius expi-
scatur.

§. 3. Antequam autem ad ipsas has obseruationes transeo, accuratiorem paulo conceptum meae disquisitionis praemittere liceat, eiusque conditionem et naturam paucis verbis exponere. In plantis dixi, diuersas, quibus componuntur, partes egregie analogas sibi esse, vnde facilius cognoscerentur, generisque earum erueretur. Haud magno ingenio opus est, vt quis videat, praesertim in nonnullis plantis, calycem a foliis modice tantum differre, illumque, vt breui dicam, nihil aliud proprie esse, nisi

nisi . congregationem plurium foliorum minorum et imperfectiorum. Pleraque , quae floribus compositis dictis gaudent , plantae annuae id facile demonstrant , ubi videas folia , quo superiora in trunco sunt , et minora et imperfectiora , eoque copiosiora sibi que viciniora successive euadere , donec tandem , quae in summo loco proxime sub flore trunco adsident , minima dense conglomerata , ipsas calycis lacinias dictas referunt , omnesque simul sumtae calycem ipsum constituunt. Pericarpium non minus euidenter ex veris foliis componitur , ea tantum differentia , vt quae in calyce simpliciter congregari solent , folia , in pericarpio vere conglutinentur. Rei veritatem demonstrant capsulae seminales non modo variarum plantarum , dum dissiliunt et in folia , tanquam partes suas , ex quibus componebantur , sponte se resoluunt , sed mera pericarpiorum consideratio et externus habitus idem iam satis docent. Denique semina , quamuis primo aspectu toto caelo a foliis differre videantur , vera tamen itidem folia conglutinata sunt ; lobi enim seminales , in quos finduntur semina , illa , ex quibus dixi semina composita esse , folia referunt , quae quidem sint omnium totius plantae maxime imperfecta , informia , parua , crassa , dura , exsucca , alba. Qui dubitat , videat hos lobos , dum semen terrae committitur , vt vegetationem , in planta matre interruptam , nunc prosequatur , in perfectissima , viridissima , succulenta folia abire , quae seminalia vul-

go dicuntur. Quod autem corollam et stamina attinget, ea iterum nihil aliud esse, quam folia modificata, id ex peculiaribus saltem observationibus colligi potest. Videmus haud raro in plantis individuis lacinas calycis in petala, et haec vice versa in lacinas calycis abire; quodsi ergo hae calycis lacinae folia vera, corollae autem petala lacinae calycinae sunt; nemo dubitabit inde colligere, petala quoque vera folia modificata esse. Simili ratione stamina saepe in polyandricis *Linnaei* plantis in petala degenerare observamus, unde flores pleni nascuntur, iterumque petala ad stamina redire, unde simili ratione iterum patet, stamina quoque ipsa quoad suam naturam proprie folia esse. Vt breui me expediam, in tota planta, cuius partes adeo mirifice, adeo egregie varias primo aspectu miramur, omnibus rite consideratis, denique nihil aliud video, nihilque aliud agnosco praeter folia et caulem, (radix enim ad caulem referenda est). Hae vero sunt partes immediatae et compositae; partes mediatas, et simplices, ex quibus illae componuntur, sunt vasa et vesiculae.

§. 4. Si ergo omnes plantae partes praeter caulem, ad unicum foliorum genus reductae, nihil proprie sunt quam folia modificata; facile inde patet, theoriam generationis plantarum non adeo difficili negotio absoluendam esse; quin, quid illi faciendum sit, qui velit hanc theoriam elaborare, aequè

aeque manifestam est. Prius per experimenta inueniat, oportet, qua ratione ordinaria folia formentur, seu, quod idem est, quomodo ordinaria vegetatio peragatur, et quibus causis quibusue viribus id fiat. Si hoc perspectum habet, tum inquirat in eas causas, easue circumstantias et condiciones, quae in superioribus plantae partibus, vbi ista, quae noua videntur, phaenomena apparent, istaeque, quae diuersae videbantur, partes producuntur, vegetationi, hactenus celebratae accedant, eamque ita determinent, vt loco ordinariorum foliorum eiusmodi modificata folia inde proueniant. Sic olim processu; inueni, a vi vegetationis sensim imminuta, sensim, quo diutius vegetatio peragitur, quo plura per eam folia producuntur, decrefcente, tandemque penitus euanescente, omnes has determinationes pendere, adeoque illas modificationes foliorum proprie in defectu perfectionis consistere. Demonstraui, quod facile fieri potuit, hoc successiuum vegetationis decrementum, eiusque simul causam, quam recensere hic supersedeo, multis experienciis, et explicui ex hoc solo fundamento omnia illa phaenomena noua, quae circa fructificationem contingunt, partes, quae adeo diuersae a ceteris foliis videbantur, multasque adeo minutias, quae huc pertinent.

§. 5. Sic sibi comparatam rem habet, qui Longe aliter comparatum est cum theopros-

ria genera-
tionis ani-
malium.

progređitur. Prolixior fui in exponenda conditione et natura theoriae generationis plantarum, vt eo clarius ostendere possem, quomodo se habeat genium huius partis scientiae naturalis, quae circa explicandam generationem animalium versatur; nam sine illo adminiculo hoc fieri non potuisset.

§. 6. In animalibus nulla eiusmodi inter diversas partes, quibus animal componitur, analogia, nulla eiusmodi partium ad se inuicem relatio datur, nulla earum similitudo existit. Comparemus intestina cum hepate, cor cum cerebro, hepar cum corde, quid hae partes simile inter se habent? Adeo certe tota sua natura a se inuicem differunt, vt quoque vitium existimem haud vili pendendum in anatomia, quod omnes hae partes sub vno communi viscerum nomine comprehendantur, quae nihil inter se commune habent, nisi quod omnes intra corporis cauitates recondantur, id quod certe rebus diuersissimis contingere potest. Hepar pars est, ex meris vasis facta, vt more anatomicorum loquar, tela cellulosa inter se in vnā massam solidam connitit, apta, vt sanguis per eam diffundi, certaquo eius miscibilia ea occasione inde separari queant. Tractus intestinorum tubus est membranaceus, tenui substantia, larga cauitate instructus, irritabilis, adeo comparatus, vt materia mollis, cibaria, in eum recipi lenteque per eundem promouari possit. Cor est vas sanguineum, valdopere compositum, cuius vi
et

et fabricae beneficio sanguis per vniuersum corpus distribui, indeque rursus reuocari potest. Cerebrum denique substantia est, peculiari et admiranda, nobisque hactenus plane ignota qualitate aut vi praedita, qua corpus nostrum ita dispositum redditur, vt anima immaterialis suas functiones per idem exferere possit. Nam organica cerebri compositio, ni multum fallor, nihil ad functiones animales confert. In his definitionibus, quantum intelligo, nihil simile occurrit. Non omnes quidem sed pleraeque tamen partes corporis animalis hoc modo differunt. Hepar cum renibus, imo et cum liene maiorem similitudinem habet. Pulmones hisce similes videntur, non vere sunt. Extremitates autem omnino magis inter se conueniunt.

§. 7. Si ergo pleraeque et praecipuae quidem, vti monstratum est, corporis animalis partes adeo inter se et tota sua natura differunt; non vnam ad alteram certis determinationibus additis referre poterimus; non dicere licebit, vnam esse alteram sed modificatam. Ne concipi quidem aut fingi poterit, qua ratione hepar v. gr. determinandum aut modificandum esset, vt tubus cibarius inde resultaret, neque quid cordi addendum, auferendum, commutandum, quo cerebrum prodiret.

§. 8. Non ergo, quod in plantis fieri vidimus, certae causae determinantes, certae conditiones aut circumstantiae in animalibus aliarum partium

causis efficientibus accedere easque ita determinare potuerunt, ut loco priorum partium nunc aliae novae inde resultauerint. Non fieri potest in corpore animali, ut vno eodemque principio generationis, varie modificato, omnes corporis partes productae sint, neque philosopho ergo, haec naturae producta inquirenti, adeo brevis, quam in plantis vidimus, et facilis via cognoscendi patebit. Sed potius ita res adeo esse videtur, uti nunc continuo dicam.

§. 9. Corpus animale organicum, nam de animalis natura hic non loquor, est res satis complicata, et quasi ex congressu variarum causarum, quae non necessario connexae sint, neque a se invicem dependeant, subortum. In plantis vna earundem causarum actio est, vna simplex vegetatio, quae dum sensim gradu imminuitur, sensimque plane evanescit, totam plantam producit. Planta inde vnum simplex productum est, ex variis quidem partibus compositum, sed systematicum tamen, in quo certus ordo inter partes cognoscitur, in quarum aliis rationem videas, cur aliae adsint et cur hoc et nullo alio modo connectantur. Sic folia sursum paulatim minora explicant, cur calyx post haec sequatur; in calyce pericarpium atque in hoc semina aliquomodo praevidet. In animalibus plura principia fiendi, plures inde natae actiones, plura hinc orta producta se produnt, quae partes animalis nunc referunt, in quibus ergo nullus ordo percipi-

cipitur, et in quarum aliis aliarum ratio nulla intelligitur. Est, quasi diuersa naturae producta, immo diuersa corpora organica inter se conglutinata, vnoque deinde vinculo in vnum opus coactae fuerint.

§. 10. Ita cerebrum cum toto genere nervorum; ita cordis et vasorum sanguineorum systema: porro totum tubum cibarium; pulmones cum systemate bronchiali; hepar cum systemate venae portarum; ductuumque biliferorum et vesicula fellea; renes cum viis vrinariis reliquis; denique partes, quae generationi inserviunt, omnes considero, quarum quidem diuersorum systematum, vel si volueris mecum sentire, animalium conglutinatorum; priora duo praecipua videntur, quibus reliqua simul quasi vinculis, quae dixi, dum per omnia se extendunt, miro satis modo in vnum corpus connectuntur.

§. 11. Satis hinc manifestum est, animal non adeo facile fore cognitu et perspectu, quam quidem plantae mihi fuit simplex vegetatio, patetque, illi, qui corporis animalis generationem explicare velit, tot principia generationis totidemque modos fiendi detegendos esse, quot partes dantur vere diuersae.

§. 12. Verum est, extremitates dictas vti alas auium, et pedes, dum sub forma tuberculorum primum in conspectum veniunt, deinde magis elongantur, noua ad extremum sui terminum tubercu-

la, rudimenta digitorum, emittunt et sensim hac ratione adulti pedis aut alae figuram et organisationem acquirunt, vna eademque ratione, per modum nempe vegetationis, formari, quo et folia plantarum formantur; sicuti hunc generalem formationis modum in theoria generationis quoque exposui. Nimirum succus primo nutritius in parte prius formata deponitur, vnde haec ad hunc locum intumescit, quod tuberculum primum nouae partis rudimentum est. Iste succus sensim in solidam substantiam conuertitur, simulque nouis succis nutritiis transeuntibus in ea solidescente substantia vasa formantur. Sic noua pars organisatur. Tum ipsa incipit per succum, ad varia loca depositum, noua tubercula, noua partium rudimenta, producere. Eadem ergo in formatione alarum et pedum animalium et in productione partium plantarum leges regnant, eademque principia agunt. Verum sciendum est, extremitates animalium non partes esse iis proprias, sed quarum analogae plantis quoque communes sunt; his enim rami et folia idem sunt, quod animalibus extremitates. Sed hic de folis partibus animalium propriis sermo est, veluti illae sunt, quas pro exemplis adduxi, cerebrum, cor, intestina etc. Illae quae plantis aequae ac animalibus communes sunt, eodem quoque, quo omnes in plantis partes, modo formantur. Istae vero partes, quae neque cum partibus vegetabilium, neque inter se ipsas quicquid commune habent, singulari quoque sin-

lingulae modo formantur, atque huius indolis ut omnes modo recensae partes animalium sunt, ita tubus intestinalis quoque est, cuius formatioem explicare institui.

§. 13. His ergo de genio theoriae generationis animalium praemissis, quod quidem facere eo magis necessarium esse putavi, cum in hac scientiae naturalis parte nihil vere haecenus ab aliis autoribus scriptum sit, ad observationes transeo in ovis incubatis institutas, quibus modus, quo intestina producantur, elucescat. Inuolucra embryonis, quibus primis diebus iste inuoluitur, praecipua harum observationum obiecta sunt et argumenta, nam ex ipsis hisce inuolucris, quae singulari fabrica gaudent, intestina oriuntur. Oportet ergo primo loco inuolucra describere, utpote quae aequae innotae haecenus sunt, ut intestinorum formatio ipsa; nemo enim has notabiles partes observavit neque ullam earum mentionem fecit. Deinde explicandum erit, qua ratione ex his inuolucris intestina fiant.

Argumen-
ti disserta-
tionis di-
spositio.

§. 14. Circa medium diem tertium incubationis, vel et paulo prius, vel versus finem huius diei, nam, quod in primo limite observare oportet, tempus incubationis, quo certae in ovis perfectiones obtinentur, mire variat, adeo, ut non rarum sit, ova aperire, sex v. gr. dies incubata, quae aliis quinque dies incubatis, vix aequalia sint, iterumque alia sex dierum ova videre, quae ova

Area va-
sculosa.

F f f 3

septem,

septem, immo octo dierum alia superent, quamuis, quod magis mirandum esse cenſeo, omnia, ſiue tardiora fuerint tempore incubatorio, ſiue praecocia, die vigefimo primo abſoluto, nec facile prius, ſi paucaſ horas largiaris, matureſcant tamen, fetum que excludant. Situm ouorum ſub gallina incubante multum huc conferre puto, maxime cum inde ſimul intelligatur, qua ratione retardata oua compenſari, et praecocia limitari poſſunt; nam durante incubatione gallinam ſaepius deprehendi totum nidum euertere non ſine ſtrepitu et aliquo clamore, adeo vt inferiora ſuſum, ſuperiora deorſum commoueantur; ſaepiusque hac occaſione accidit, vt oua nido extrudantur et frangantur. Deinde vero plurimum quoque contribuere animaduerti, quod perill. *Hallerus* obſeruauit, varium gallinae in ſuo inſtinctu feruorem. Aliae enim ſunt, quibus nulum cubandi ſtudium eſt, quae pingues ſunt et rubro peſtine ornantur, hae oua deſerunt, et ſi coguntur ea tamen vix calefaciunt; aliae autem praecupidine cubandi victum negligunt, et quaſi febre ardente laborarent, toto corpore vrunt, vnde breui emaciantur, peſtineque notantur, quod vulgo etiam notum eſt, albo, contracto, exſucco. Circa medium ergo dico diem tertium, vel paulo prius, vel paulo ſerius ſtatus embryonis huiusmodi eſt, qualem nunc continuo deſcribam.

§. 15. Area vasculosa, quae pars est inuoluc-
 cri vitelli, vasis ornata, in qua media embryo con-
 tinetur, duplici membrana constat. Exterior tenuis
 est, pellucida et vasis expers; ea super amnium,
 in quo embryo existit, recta transit, idemque in
 superficie sua superiori tangit. Primo incubationis
 tempore adeo leuiter cum interiori cohaeret, vt in
 aqua sponte ab ea soluatur, supernatet, et illam
 vna cum embryone grauiorem fundum petere sinat,
 vnde embryo, qui eo tempore amnio proprio caret,
 nudus illico in conspectum venit. Postea vero et
 die praecipue tertio interiori membranæ, nec non
 amnio, interea circa embryonem nato, paulo fir-
 mius adhaeret. Haec membrana dum circa amnium
 nullo modo voluitur et adeo ne eleuatur quidem a
 subiecto et intumescente amnio, quin recta vt dixi
 transit, et aequalem cum reliquo vitello superficiem
 in hoc quoque loco, vbi amnium ei subiectum est,
 producit, nulla quoque ratione ad inuolucra propria
 embryonis referri potest, sed communem et potius
 vitelli tunicam constituit, qua tamen embryo et
 amnium simul includantur. Eadem ante incubatio-
 nem solum vitelli inuolucrum existit, dum mem-
 brana interior primo incubationis die vna cum em-
 bryone oritur.

Eius con-
 structio.
 Tab. VII.
 (Fig. 1.)

§. 16. Interior autem inuolucris vitelli et (Fig. 2.)
 areae vasculosae membrana, quae, si ad aream va-
 sculosam, quam inuolucris vitellarii partem esse
 dixi, praecipue respicis, eius membrana inferior
 quo-

quoque appellari potest, quo respectu exterior superior nominari debet, minus tenuis est, dum mediocris chartae crassitiem aequat et potius superat. Mollior eadem existit et opaca et vasis ornata, quae in huius membranae substantia ipsa exarantur. Videntur quidem haec vasa, dum per superiorem egregie pellucet, vtrisque potius membranis communia esse, et quasi in cellulosa, qua membranae connecterentur, distribui, vti vasa mesaraica inter duas mesenterii laminae distribuuntur, sed facile experimentum, quo superior membrana ab inferiori detrahitur, illaesis et nullo modo mutatis nec tactis vasis, demonstrat soli interioris membranae substantiae ea inesse, et euentus phaenomenorum, quo, quid singula proprie sint, tandem observatori manifestatur, idem quoque docet. Haec vasa mere venosa sunt ad diem fere quartum vsque, vbi primum arteriarum distributio observari solet. (Nonne autem, si ex sententia perill. *Halleri* euolutio, quae obtineat, areae vasculosae, hactenus conuolutae, ab impulsu sanguinis penderet, a corde proiecti, arteriae potius et prius in conspectum venire deberent?) et propagines quidem existunt vasorum mesaraicorum, vnde aream hanc vasculosam dicere malui, quam vulgari termino umbilicalem. Vasa enim umbilicalia multo serius oriuntur et nunquam quidquam ad hanc aream conferunt. Inter has areae vtrasque membranas embryo singulari, quem in subsequentibus dicam, modo intercipitur.

§ 17.

§. 17. Vasorum in area distributionem cum Eius vasa. facillima sit obseruatu, et prima aperto ouo phaenomena oculis sponte quasi offerat, ideoque obseruatoribus plerisque praecipuum, quod perlustrent, obiectum dederit, paucis tantum verbis tangere, et praesertim ortum horum vasorum et diuersa eorum genera, quae magis latent, determinare liceat. Tria venarum genera sunt, quae aream vasculosam a reliqua vitelli superficie distinguunt. Primum genus Venae vitellariae laterales. sunt, quae praecipue merentur venae vitellariae vocari. (Fig. 3.) Eae lateraliter vtrinque de embryone egrediuntur et lateralibus praecipue partibus areae prospiciunt. (Fig. 3. 6. 6.) Ex vena portarum ortum ducunt. Dextra quidem in area adhuc recente et calida (fig. 4.), quam viuam apello, vbi cor palpitet, vasaque omnia sanguine rite repleta sint continua cum vena caua et auricula dextra et corde conspicitur, sinistra vero in suo ortu a spina dorsali tecta, quasi abrupta apparet. Die autem tertio dextra quoque ob alam dextram nunc primo protuberantem, venaeque cauae ortum tegentem, simili modo abrupta apparere solet. Vtraeque venae oblique paulum descendunt, et tum in duos ramos insignes diuiduntur. Eorum (fig. 3. 4.) inferior minor varios ramulos, non notabiles, vtrinque exfrendo, serpentino ductu deorsum tendit, et in parte areae inferiori numerosis surculis minimis, vix oculo distinguendis, tum inter se, tum cum ramulis venae, quam dicam, descendens, in retis formam coniunctis, venae terminali se inserit.

- (e) Superior autem aequae flexus et arcuatim adscendens, vnum vel duos vel plures quoque ramos notabiliores extrorsum emittit, qui mediis lateribus partibus prospiciunt. Ipse reliquus truncus serpentino ductu sursum tendit, vtrinque ramulos exferendo, perinde ac inferior, et simili ratione copiosis anastomosibus cum vena adscendente factis, venae terminali vltimos furculos reddit.
- (s)

Vena adscendens.

(k)

§. 18. Alterum venarum genus sunt duae venae perpendiculares, quarum altera adscendit, partique arcae supremae et venae terminalis prospicit, altera descendit et imae parti arcae venaeque terminalis ramos reddit. Illa ad medium diem tertium vsque continua ex summa vena caua deducta in area viua cernitur; (fig. 4. c. d.) inde ilico circa caput embryonis et circa puncta salientia sursum flectitur, et simplex sine ramo in area vasculosa dato ad supremam vt dixi arcae partem ascendit, ibique toti in ramulos anastomoticos diffunditur, qui venae terminali inferuntur. Circa diem tertium autem huius venae origo a capite embryonis increfcente et a ceruice tegitur; tunc eadem in summo embryonis vertice sine abrupto oriri videtur. Egressus huius venae ex embryone singularis est, quem autem nonnisi post descriptum amnion, quod spurium dico, explicare possum. Nonnunquam vena haec comes datur, quae seorsim ab illa vel inferius ex vena caua vel a vena vitellina dextra oritur et in superiori aere parte evanescit.

(Fig. 3. k.)

§. 19. Vena descendens oriri videtur in area Vena de-
 viua ex uno vertice embryonis dum spinæ dorsa- scendens.
 lis parte inferiori eius ortus tegitur. Oritur autem (i)
 ex altera vena vitellaria, indeque recta deorsum
 petit et simplex in infima parte areae in multos
 ramulos dispergitur, qui cum ramis inferioribus ve-
 narum vitelliarum coniuncti rete illud, quod
 dixi, constituunt, quodque cum vena terminali con-
 iungitur.

§. 20. Tertium denique et mirum venarum Vena ter-
 genus est vena terminalis. Ita dico venam, quae minalis.
 circumferentiam areae describit, quam, si perfectus (l)
 circulus esset, quilibet forte circulum venosum ap-
 pellaret, sed figura huius venae et inconstans est et
 nunquam perfecte circularis. Plerumque in parte (Fig. 1. 2.
 superiori et inferiori inflexa est, saepe latior quam b. Fig. 3-
 longa. Perill. *Hallerus* figuram venosam vocat. l)
 Certe vena est, quae aream vasculosam terminat et
 definit, ideoque terminalis non improprie dici posse
 videtur. Quisnam eius truncus sit, quae radices,
 seu rami, difficile est dictu. Plures assignare trun-
 cos non difficile quidem, sed mirum. Malpighius
 videtur voluisse, quod vena ascendens ille truncus
 sit, in quem ex tota peripheria sanguis effundatur.
 Praecipuum esse, et primitivum, concedo, sed non
 unicum; venae enim laterales vitellariae et descen-
 dens aequae ac ascendens huic peripheriae infe-
 runtur. Videtur autem ex partibus areae, quae
 venis lateralibus et venae ascendenti, nec non quae

G g g 2 illis

illis et descendentibus, intermediae sunt, et quas dictae venae sua ramificatione non tangunt, sanguis subortus colligi et venae terminali dari, indeque rurtum per vitellarias venas et descendentem et ascendentem ad venam caavam deriuari.

Areae successivae mutationes.

(Fig. 4.)

§. 21. Sed eiusmodi quem descripsi areae vasculosae status praecipue a die tertio ad quartum finitum vsque est; priori tempore vti die secundo non omnia haec vasa adsunt; successivae oriuntur, et ramificationes ad diem sextum vsque adeo augentur, vt nihil fere ornatus spectari possit quam area viua hoc tempore. Nonnullas variae aetatis areas delineatas dabo, quibus successivae eius mutationes facilius intelliguntur, quam accuratissimis descriptionibus. Inter prima fere vasorum tentamina vena ascendens est cum parte venae terminalis, ceu peripheriae, superiori. Saepe tamen quoque inferior huius venae pars prima apparet cum multis maculis sanguineis fuscis in areae parte, sibi proxima, inconnexis, quae vasorum rudimenta sunt. Et venae terminalis pars ipsa, quae adest, multis locis interrupta, nusquam cum corde embryonis communicat.

Areola pellucida. Eius phaenomena. (Fig. 1. 2. b.)

§. 22. Sed ad structuram areae redeo magis essentialem, et quae minus aut visu aut intellectu facilis est. Area vasculosa haecenus descripta, quae colore est ex flavo albicante, vasisque ornata, non immediate embryonem tangit, sed spatium inter se et embryonem relinquere videtur, seu aliquam sui par-

partem, quae omni vasorum ramificatione non modo, sed omni quoque colore et opacitate expers sit, pellucidam. Figura huius spatii apparentis valde varia est et inconstans, semper tamen oblonga, et plerumque eiusmodi qualem fig. 1 et 2. exhibui. Nunquam primo incubationis tempore embryo apparet, quin haec simul circa eum immediate areola oblonga pellucida quoque appareat et a reliqua area vasculosa se distinguat. Haec eo tempore vasa nondum habet, sed sub specie maculae albae apparet, unde macula quoque optimo iure hoc tempore vel cicatricula ab autoribus vocari solet; sed color eius albus facile tamen discrimen reddit inter aream vasculosam, seu maculam, et areolam pellucidam, interiori illius partem, et embryonem immediate continentem, utpote quae ob pelluciditatem obscura potius apparet, et quasi inane spatium. Inde continuo ad diem usque quintum vel quartum finitum observatur, ita, ut pro eadem agnosci adhuc possit; die quinto autem vel sexto annulus eius loco apparet angustus et vix notabilis, nisi attentus observator fuerit. Iste cum areolae locum teneat, eiusdemque naturae sit, et constructionis, et pellucidus obscurus, opacitate et vasis expers, quantumvis figuram dissimulat, tamen illa ipsa areola esse videtur, quae vere tamen non est, sed novum phaenomenon ex subsequentibus intelligendum. Areola die iam quarto evanuit. Denique post diem decimum annulus quoque evanescit ipse et annihilatur,

G g g 3

quod

quod qua ratione fieri possit, ex subsequentiis patebit. Sed neque diebus secundo et tertio, ubi maxime viget, areola mutationibus miris expers est quoad limites quibus terminatur adeoque respectu figurae et magnitudinis. Ad diem tertium vsque crescit continuo, inde vero sensim pallescit et evanescit. Figura valde variis est, non modo diuerso, sed et eodem in variis indiuiduis tempore; plerumque tamen in initio fere quadrilatera est et oblonga, angulis autem obtusis lateribusque paulo curuis. Inde solet in media parte contrahi superius autem et inferius dilatari. Sub hac figura crescit sed pallescit simul tandemque plane disparet et annulus eius loco comparet, qui tamen, quemadmodum dixi, et ipse denique evanescit.

§. 23. Generatim autem, quod magis miratus sum, deprehendi, areolam hanc figuram circumferentiae embryonis, quae pro vario eius situ diuerso tempore differt, imitari. Primo die et initio secundi embryo erectus et pronus iacet, et ex mera spina dorsali et capite gracili constat, tum ergo areola oblonga est, fere quadrilatera, lateribus tamen superiori, quod capiti, et inferiori quod caudae respondet, curuis. Secundo die finito et tertio die caput embryonis versus pectus deprimitur, et ad finem eius inferiorem pedum tubercula vtrinque propullulant, in media autem parte sola gracilis spina existit, inde superius et inferius circumferentia em-

embryonis latior, in media parte angustior est. Eiusmodi ergo tum quoque esse figuram areolae iam dixi. Die tertio finito embryo magis contrahitur, ut caput caudam tangat, et in sinistram latus decumbit. Hinc circumferentia resultat, quae in latere embryonis anteriori, quod spectatori dextrum est, linea recta, in posteriori autem, quod curuata spina dorsali efficitur, curua linea terminatur. Exactissime tunc quoque eandem figuram areola exprimit. Denique die quinto finito noua vesicula suborta embryo adhaeret, eiusque limiti anteriori additamentum conciliat, unde iste margo qui rectus hucusque erat curuilineus fit, et tota ergo embryonis circumferentia rotunda fere nunc euadit. Hinc loco areolae ultimo tempore annulus pellucidus quoque adest.

§. 24. Haec ergo areola, phaenomenis suis Areolae
explicatio. adeo notabilis, et notabilior longe ideo, quod summis obseruatoribus, *Haruaeo*, *Malpighio* et *Hallero* imposuerit, quid proprie sit, nunc quaeritur. *Haruaeus* colliquamentum vocat et amnium esse credit, (*Exerc. XVI. ad finem*) *Malpighius* simili vocabulo eam denotat, sed pro chorio agnoscit (*App. pag. 5. fig. 22. E.*) *Hallerus* (*sur la formation du coeur. Part. II. sect. II.*) sententiam *Haruaei* secutus, itemdem pro amni primordio accepit, eiusque variam magnitudinem ad medium diem quartum vsque, ubi eam disparere moui, dimensus est. In Ele-
men-

mentorū autem Physiologiae Tomo VIII. et quidem in additamentis pag. 217, vbi Perill. Vir contra me disputat, nouaque in hunc finem instituta experimenta adducit; ipsum deprehendisse video hunc errorem et quasi indicare his verbis: „et „amnion (nostram areolam intelligit) ambit, eam, „quam hactenus omnes scriptores pro amnio habuerunt. Nam mihi quidem tunc videtur tenerior „pars esse membranae vitelli „. Certe neque amnium neque chorium esse posse, vel inde iam colligas, quod ante medium incubationis tempus iam euanescit, sed certissimum hoc esse patebit, si, quomodo oratur, iterumque euanescat, explicauero, et si addiderim, amnium verum eodem tempore cum areola obseruari post diem tertium nempe, illudque intra areolam contineri et satis euidenter ab eadem distingui.

§. 25. Sed mirum est, quantum, etiamsi Oedipus fuerit, in scrutandis et eruendis ouis incubatis facile quis decipi possit, quasi oua scrutare et non simul errare, impossibile sit. Fabricius ab Aquapendente magnus sui temporis anatomicus, et *Harvaei* praceptor, punctum saliens, dum pulsare videret, pro corpore fetus habuit, referente *Haruaeo*. Cum primum oua incubata adirem embryonem in chalazis quaesui, et adhucdum chalazam, magna cura delineatam mihi conferuo, memoriae causa, in qua embryonis rudimenta deprehendisse putabam.

bam. Postea non sine voluptate in *Harvæo* legi; Fabricium in eodem errore fuisse, et adeo mansisse. Nuper denique miraculum me inuenisse certe credebam, aortam nempe ad diem quartum vsque ex ventriculo dextro oriri; postea inde ad finistrum translocari; quantumvis *Hallerum* ex ipsa huius rei impossibilitate *Malpighii* errorem de primo cordis dextro ventriculo refutate legeram; nam ipsum Perillustrem Virum errasse magis multisque rationibus persuasus eram.

§. 26. Sed quid proprie areola sit, continuo nunc dicam. Neque amnium neque chorium esse dixi, et tamen neque simplicem partem teneriorem membranae vitelli dicere qua certe sub specie die quidem toto tertio et postea apparet, sed inter verinominis inuolucra, seu potius habitacula embryonis, sed primitiua et temperaria et vicaria eam referre, nullus dubito. Intelligo sub his vocibus involucra, seu loca pro embryone constituta, quae ad aliquod tantum tempus huic vsui inseruiunt, donec alia constantiora suborta sint et quae ergo interim vsque eorum munere funguntur, eorumque vices praestant, deinde illis constantibus subortis, successive euanescent. Eiusmodi rem areolam pellucidam esse, ex eius constructione et mutationibus, quas subit, patebit.

Areolae
vera con-
structio.

§. 27. Die ergo tertio fere finito et paulo postea aream vasculosam compositam esse dixi ex
Tom. XII Nou. Comm. H h h dua-

duabus membranis, quarum superior tenuior, inferior autem crassior et mollior est, et quae vasa in aream distributa, materiamque opacam albam, interstitia vasorum replentem, continent, ita tamen, ut materia opaca aequè ac vasa magis membranae inferiori adscribenda sint. Coherent autem certe hoc tempore inter se, ut vnam quasi membranam efficiant, quo usque nempe area vasculosa ipsa contingat. Iam prope embryonem, ubi areola pellucida incipit utraeque hae membranae incipiunt a se invicem solui, solutaeque ad embryonis limites usque continuantur, quo eum intercipient, superior super embryonem transeat, inferior sub eodem pergat. Eaedem vna dum solvantur, vasorum, quae per totam aream vasculosam distributa existunt, ramificatione omni destituuntur, proinde quoque illa materia alba opaca iis deficit, quam ad inferiorem membranam magis pertinere dixi, et in qua illa vasa exarantur, quaeque eorundem interstitia replet. Inde haec interior ergo areae vasculosae pars, quae immediate embryonem cingit, cum superior eius lamina per se tenuis et vasis expers sit, inferior autem hisdem similiter et materia opaca nunc destituatur, opacitatem quoque omnem et albedinem amittit, et pellucida redditur et tanquam obscura apparet. Hoc modo notandum, ab omni vforum sanguineorum genere areolam haud liberam esse, sed quibus ornatur, vascula ex alio fonte ducuntur, ex vena scilicet ascendente, alius porro indolisunt,

mip -

minima, quae oculis nudis vix distinguantur; cylindrica, microscopica. Proinde minorem quantitatem materiae albae sibi interiectam habent, et parum pelluciditati detrahunt. Haec vascula elegantissima suo tempore describam.

§. 28. Postquam membranam superiorem ab area detraxissem, ut, qua ratione embryo vtrisque membranis interceptus inhabitaret, inferiorique incumberet, considerarem, hunc, qui in area integra fixus in suo loco haeret, mobilem, licet membranae inferiori alligatum vinculis, in subsequentibus explicandis, et satis liberum inueni, sed amnio suo proprio, quamuis tenerissimo et subtilissimo, indutum.

§. 29. Hinc ergo nunc satis, quid areola proprie sit, patet. Nihil aliud est hoc quidem tempore, die nempe tertio et postea, quam interior areae vasculosae pars, in qua membranae solutae a se inuicem sint, ut embryonem cum amnio interceptant, vasisque maioribus, et materia opaca, destituuntur. Est, quasi in area vasculosa ambae membranae per ipsam illam materiam albam et opacam, in qua vasa exarantur, secum inuicem simul connecterentur, quae cum in areola deest, efficeret, ut membranae solutae a se inuicem sint. Nunquam ergo amnium esse, quod eodem tempore cum ea observatur, ab eademque distinguitur; neque chorium, quod non solum embryonem cum amnio

ea ratione interciperi, sed totum simul vitellum comprehendere debet.

§. 30. Num autem contiguæ sibi sint profus hæ membranæ in areola pellucida, licet solutæ, an potius paululum distent, humoremque aliquem exhalabilem contineant, proprio experimento definire non possum. Interim admodum probabile est, aliqua tamen, etiamsi quam minima forte distantia, a se inuicem remotas eas teneri, et huiusmodi humorem qui continuo exhalet, citoque resorbeatur, inter se fouere; dum alioquin concreverent, materiamque albam sibi interponerent, quod tamen ad diem medium quartum, quo vsque existit, non fit.

Qua ratio-
ne oriatur
et figuram
embryo-
nis imite-
tur.

§. 13. Patet hinc simul qua ratione areola producat et suo tempore iterum dispareat, quin, quomodo et cur figuram successiue mutet areola et circumferentiam embryonis æmuletur, manifestum est. Crassiusculus embryo dum membranæ utrisque interpositus hæret; fieri non potest, quin eas dispellat a se inuicem paululum, soluatque ad certum aliquod circa se spatium. Deinde quoque certum est, ad locum embryonis, aliqua sine dubio irritationis specie, humores magis quam vllibi concitari, qui humectent continuo has separatas membranæ, vel et colligantur, illasque a se inuicem solutas teneant, impedianque, quo minus concrecant. Hinc ergo eiusmodi spatium in area vasculosa prope em-
bryo-

bryonem oritur, quo membranae solutae sint, et, nullam materiam opacam inter se fouentes, sed subtilem potius eius loco humorem, pelluceant. Ea autem membranarum dispulsio sine dubio a circumferentia embryonis horizontali, proinde a figura et situ eiusdem dependet, unde ergo intelligitur quomodo areola in sua figura embryonem imitari possit.

§. 32. Denique circa diem tertium finitum ea areae vasculosae pars, quae areolam pellucidam constituit, valde crescit, indeque longinquius ab embryone remouetur. Inde facile patet, quo magis hoc fit, eo magis utrasque membranas contingere sibi inuicem applicari posse, unde quae circa hanc periodum apparent, phaenomena pendere puto. Areola licet dilatata, magis magisque pallescit, ut vix a reliqua area vasculosa distinguatur, tandemque plane disparet. Credo igitur, et vix, quin res ita se habeat, fieri potest, membranas contiguas plane, et minus praeterea humoribus nunc abundantes, coalescere, materiam inter eas opacam albam deponi, et hoc modo areolam pellucidam disparere. Alia vero et valentior forte huius coalitionis causa est nouum a die secundo subortum receptaculum embryonis, amnium spurium, de quo ex instituto agere promisi. Hoc enim embryonem in se recipit, efficitque ea re, ut iste minus cogatur suo volumine membranas areae a se inuicem dispellere, unde ergo eo citius eiusmodi earum concretis fieri potest.

Et quomodo denique dispareat.

H h h 3

§. 33.

Vfus areo-
lae assigna-
tus.

§. 33. Constructionem areolae dixi, et qua ratione se habeat erga embryonem die circiter tertio. Nullum inde vidimus peculiarem embryoni usum praestari, quo certum munus areolae assignari, et, quid ergo propriae sit, definiri possit. Embryo enim propriis suis inuolucris, amnio vero, et amnio, quod dicam, spurio inclusus, neque tertio amnio eget, neque si vere dicendum est, ab areola includitur, quae membranis suis, fere contiguus, ad embryonis limites usque pergit, tum novis partibus locum cedit, ut ergo hoc tempore embryonem plane non includat. Interim nec prorsus nihil esse dixi, quod quidem de primo tempore intelligendum est. Primo ergo incubationis die alia omnino rerum facies est. Areola eodem quidem modo ex membrana superiori, primitivo vitelli involucro, et interiori, quae eo tempore adeo mollis est, ut vix solida vocari possit, constructa existit; verum istae membranulae magis nunc longe a se inuicem distare, et profundiores foueolam, in qua embryo residet, formate videntur. Haruaeus areolam hoc tempore super vitelli superficiem leuiter eminere putat, comparatque cum cornea oculi et vocat ideo interdum oculum vitelli. Sed ea nondum sunt ipsa, quae volo. Postquam membranam superiorem ab area deduxi, quae sponte in aqua ab illa soluitur, embryo ipse nudus ilico in conspectum venit, sine villo alio, quod eum obscuraret, uti aliis fieri solet, velamento. Iste quidem parte sua inferiori

friori plusquam mediae membranæ inferiori adhaeret, parte autem superiori, quae caput et pectoris regionem refert, liber ab ea membrana et mobilis. Incumbit, pronus caeterum, rectus et fere linearis. Areola pellucida, vel potius ea membranæ inferioris pars, quae ad areolam constituendam concurrat, limbo crassiusculo albo cingitur, qui ipse margo et terminus interior maculae, seu futurae areae vasculosae est, et a materia alba opaca, quae per totam maculam distributa est, conficitur. Hic interior maculae terminus prominens per superiorem membranam transparentem illud phaenomenon in integro vitello producit, quod *Malpighius* aggerem vocare solet, quo colliquamentum cingeretur (App. fig. 2. D.). In hac ergo ita formata faecula, a superiori membrana tecta et clausa, tanquam in proprio receptaculo suo embryo residet, et continetur itaque ab areola ipsa, quod quidem die tertio non fit, ubi ad limites tantum embryonis illa tangit, tum vere cessat, aliisque ut dixi partibus locum cedit, et continetur quidem immediate nudus embryo, qui nullo amnio, nullo alio involucre indutus est. Quae propter merito areolam embryonis habitaculum hoc tempore vocari posse existimo. Sed primum quoque omnino est, cum nisi prius, saltem eodem tempore cum embryone oritur. Nunquam enim embryo conspicitur, quin areola quoque haec circa eum obseruetur. Sed vidisse quoque mihi visus sum in ovis duodecim circiter vel octo-
decim

decim horas incubatis istam foueam vacuum sine villo embryonis vestigio. Et in aliis eiusdem aetatis ouis similiter areolam vidi, in qua tamen embryonis rudimentum, sed veri nominis rudimentum continebatur. Nam ea felicitas, quae *Malpighio* fuit, nunquam mihi contigit, vt embryonem in ouis non incubatis vidissem. Erroneas has obseruationes putat Perillustris v. *Haller*. Forte etiam seruor aestatis in Italia aliquas in ouis mutationes producere potuit. Sed iste primus embryonis status seorsim et sub proprio titulo tractari meretur, cum nonnullas de eo felices obseruationes habeo, quae illas simul generales vegetationis leges, quas in theoria generationis exhibui, egregie vindicant et in parte quidem adeo notabili, qualis cum medulla spinali cerebrum est, primum totius animalis stamen, demonstrant. Nunc indicasse sufficit, quod areola primum embryonis habitaculum sit.

§. 34. Sed vti in plantis foliola dantur, quae non perpetui vsus sunt, sed eo vsque tantum involucrorum munere funguntur, donec iuniora folia, quae continent, adolescant, tum plerumque decidunt, ideoque a *Malpighio* in anatomia plantarum caduca vocantur; illae nempe squamulae, quae gemmas inuestiunt; ita quoque hoc embryonis habitaculum vix duas integras dies hoc officium praestat. Die enim ipso secundo noua iam sedes pro embryone construi incipit, quae isto die finito maximam quoque

que partem perficitur, ut postea ergo areola pellucida in ovo incubato inutile phaenomenon et merum ornamentum existat. Non solum ergo temporarium embryonis habitaculum est, quod, quousque existit, saltem eiusmodi usum praestaret, sed prius cessat inuolucrum esse, deinde cessat existere. Adeo enim facile est in ovis explicandis errare, ut, dum quis areolam pro amnio habet, uti vidimus, errat. Si, non amnium, nihil praeter interiorem pellucidam areae partem, esse, dicit, errat quoque. Denique, si neque amnium, neque simplicem areae partem, sed aliud ab amnio diuersum receptaculum vocare velit; reuera iterum error subest; nam ad diem tantum secundum finitum usque verum hoc est, ad medium quartum usque falsum,

§. 35. Quae haecenus exposui, visa sunt egregie ab omnibus autoribus et satis magni facta, sed male intellecta. Quae nunc proponam, neque visa sunt, quantum scio, ab ullo obseruatore, neque intellecta. Facilius est inuenire in hac speculationum genere, quae nondum recte explicata sint, quam inuenta eiusmodi phaenomina melius explicare; quod quidem, cum de explicationibus anatomicis sermo sit, mirum omnino videri oportet. Inuenire autem, quae plane nondum visa sunt, difficilius esse credo hoc quidem tempore longe, quam phaenomina explicare. Intelligo quae notabilia sint; non minutias puto, quas autores consilio neglexisse

Tom. XII. Nou. Comm. I i i crede-

credere posses. Huius enim generis materiae omnia in ovis incubatis plena sunt. *Malpighius* enim, licet phaenomena, quomodo appareant, negligenter descripserit, saepiusque false et inepte pinxerit, minimeque recte, quid ea, quae apparent, phaenomena vere sint, intellexerit, omnes tamen angulos quasi adeo perreptaui, ut vix, quod inter primi generis notabilia referri posset, aliquid sibi non visum superfit, et aliqua ratione indicatum. Quod iste denique intactum reliquit, *Hallerum* fugere vix potuit. Inde dico, plane non visa inuenire difficile hodie quidem est. Ad explicationem vero haec duo momenta refero; exponere, quomodo vere se res habeat, non quomodo appareat, et quid vere existat, unde tale phaenomenon resultat; deinde indicare, cuiusnam partis primordium tale phaenomenon sit. Hoc autem adeo multis et variis difficultatibus stipatur, ut nihil quam errare in ea re facilius sit.

Bulla, in
 areae pel-
 lucidae su-
 perficie in-
 feriori ap-
 parens seu
 amnium
 spurium.
 fig. 2. 5.
 6. 7.

§. 36. Membranam superiorem areae vasculosae die tertio recta per areolam pellucidam quam constituit, recta quoque super locum, ubi embryo residet ipsum, areae vasculosae centrum, transire, vnamque ea ratione aequalem totius areae superficiem, leuiter conuexam, efficere, in superioribus dixi. Aliter comparatum est cum superficie areae inferiori seu interiori, quae a membrana eiusdem interiori exhibetur. Ea membrana, dum ex area vasculosa circumquaque versus embryonem procedit,
 in

in plano versatur, quod embryone tantum superius est, quantum eius et amnii, cui inest, crassities requirit, ut super eum transire eiusque faciem superiorem tangere possit; tantum ergo, quantum exterior membrana superior est, quae vere transit, et vere amnii faciem superiorem tangit. In eo plano aream pellucidam percurrit, eamque una cum exteriori, cui contiguam esse dixi, constituit. In eodem porro ad limites amnii et embryonis, in eo contenti, pervenit, eosque limites vere transit partemque notabilem amnii hac ratione superat, semper exteriori contigua, quasi una cum eadem totum amnium embryonis subiectum transire et tegere esset futura. Exiguum tantum in amnii superficie superiori spatium medium relinquitur, quod ab illa membrana interiori non tangitur. In subsequentibus hoc spatium accuratius definietur. Postquam ad hunc terminum usque membrana perventum ilico reflectitur, angulo facto acutissimo; deorsum nunc quidem petit, et circa limbum amnii, quod tenuissimum quidem est, et embryonis se revolvit, eaque re ipsa in superficie inferiori areae bullam circa embryonem, tenuissimo amnio obductum, format, embryonem et amnio, quod vii tenuis, ita angustum quoque modo est, longe ampliore, et inflatam, caeterum tum ipsa forma et habitu singulari, tum ob connexionem cum embryone, aliisque praedicata quam plurima, adeo spectabilem, ut, qui fieri potuerit, ut bulla haec

fugerit obseruatores, intelligere vix queam. Certe nullam aliam ob causam hoc factum esse videtur, quam quod solam areae superficiem superiorem vel in integro vitello, vel in area excissa, nunquam inferiorem priori incubationis tempore consideraerint. Quod enim si factum esset, bulla ista egregia sua forma obseruatorem, quaeuis alia inquirentem, adeo attraxisset, vt neglectis omnibus solam hanc bullam perquisiuisset, neque, vti fieri solet in his rebus, cessasset, quin penitus eam perspexerit eiusque conditionem et naturam intellexerit. Attamen fateor mihi quoque eam non visam esse ante annum 1764, cum ab anno 1759 iam oua speculauissem, neque ob hanc solam sed alias quoque ob causas eo vsque me latuisse. Id praeterea reticendum non est, in aliis bullam hanc ornatiorem, magis inflatam, accuratius delineatam, in aliis vero rudiorum interdum, crassiorum et minus elevatam esse subiectis. Praecipue in earum gallinarum ouis, quae anglicae vulgo dicuntur, et vulgaribus maiores sunt, omnium elegantissima bulla apparere solet. In eiusmodi quoque ouis, quae ipsa quoque vulgaribus ouis maiora, ceterum figura oblonga, vtrisque verticibus valde acutis, et fere aequalibus esse solent, illam primum detexi.

§. 37. Quicumque obseruator animum ipsum in primo suo ortu, aut diebus saltim tertio et quarto non viderit, pro annio certe hanc bullam acciperet,

ret, adeo videtur inflata et humore distenta bulla totum embryonem qui transparet, immediate includere. Amnium enim ipsum ob sui pelluciditatem hac ratione non distinguitur. Quapropter amnium spurium illam vocavi, quamvis cum amnio proprie nullam similitudinem habet. Cum aureliis, quae papilionem continent comparare, praecipue si certae observationes pro exemplis sumerentur quae illarum formam non male exprimunt, multis quidem placeret, qui hypothesei evolutionis exornandae student, sed nulla his quoque rebus analogia vera subest. Embryo prior formatus et prior in conspectum venit; deinde successive amnium spurium oritur. In aureliis contra involucrum prius existit, ut intra illud papilio formetur. Neque etiam structura amnii spurii cum structura aureliae quicquid simile habet.

§. 38. Figura amnii spurii etiam eodem tempore, die tertio absoluto, quem diem in describendo amnio spurio pro norma constituo, non semper accurate eadem reperitur sed variat paululum. Credo autem, et certe persuasus sum, eiusmodi varietates, quae in phaenomenis ouorum observantur, non plane accidentales esse, sed potius a diuersis ouorum generibus pendere, et phaenomena inde quoque si in eiusdem generis ouis examinantur, eadem semper et constantia fore. Amnium spurium figura sua, licet bulla tantummodo sit, si in superficie areae inferiori consideratur, sacculum tamen

Figura
amnii spurii.
fig. 2. 7.

mentitur integrum, membranae superiori incumbentem, quod quidem, cur fiat, ex modo constructionis exposito intelligitur, et sacculum quidem oblongum, leuiter compressum, qui vertice superiori latiori, rotundo, sine interiori magis acuto, lateribusque parallelis, et dextro quidem, quod spectatori in area inuersa sinistrum est, paulum inflexo, sinistro autem conuexiori terminatur. Eiusmodi enim figuram embryo quoque ipse intus reconditus, hoc tempore refert. Sicuti enim areola pellucida, ita quoque amnium spurium generatim figuram embryonis sed longe euidentius adfectat, adeo, ut bula ab ipso embryone, qui partes sui corporis intus magis magisque extendat, ficta, et suam formam nacta esse videatur. Inde, prout embryo vel crescendo, vel nouis acquisitis partibus, vel situ quoque mutato, sui que corporis contractione, aliam figuram refert, ita amnium quoque spurium aliam ostendit figuram, embryo semper similem. Embryo nimirum hoc tempore maxima et in specie superiori sui corporis parte in sinistrum latus decumbit, minori, eaque inferiori parte, pronus situs est, et caput versus pectus depressum habet. Inde cum vertex igitur superior capiti, inferior caudae, margo dexter ventri, sinisterque dorso respondet; tota nunc illa descripta sacculi figura, cur ita se habeat, intelligitur. Nam vertex superior a capite complicato et cervice sursum, spectante latior et rotundus, a cauda vertex inferior acutus, margo

margo dexter ventralis a curvatura embryonis inflexus, et sinister a dorso eiusdem curvato conuexus est. Hinc in embryonibus proeëctioris paulum ætatis, nam embryo ab hoc tempore continuo magis contrahitur, inflexio lateris ventralis cito augetur, et quæ nunc vertex est superior, bullæ pars, capiti respondens, ea versus dextrum latus recta protruditur, vt tota nunc bulla parte sua superiori inflexa appareat. (fig. 7.)

§. 39. Multae sunt causae, cur varias in Variarum eius
 amnio spurio partes, quibus illud componitur, partes; va-
 quaeque facile se distinguunt, notari et fixo voca- gina capi-
 bulo denominari velim. Earum primaria est tota (fig. 7. b.)
 superior bullæ pars, quam vel ipso iam die tertio a. b.
 finito vel tamen paulo post notabiliter inflexam esse
 dixi a curvato et constricto embryone et quæ adeo
 quidem circa medium diem quartum inflexa est,
 vt recta dextrorsum spectans cum inferiori parte,
 verticaliter posita, ad angulum fere rectum compo-
 sita sit. Ea caput embryonis et collum et pectus
 includit, et sola ex reliquis partibus integrum, li-
 cet non clausum, sacculum constituit. Membrana
 enim areae inferior totum caput et pectus inuoluit,
 cum reliqui embryonis superficiem modo inferiorem
 obducat. Eadem, quæ recte ergo ob hanc causam (fig. 5.)
 vocatur, vagina capitis inter omnes reliquas bullæ
 partes, prima producitur, solaque existit die secun-
 do, dum reliqua bulla nondum eleuata est. Eadem
 porro

porro est, quae cum contentis embryonis partibus, capite et pectore, die quarto finito in area fundum petit ob grauitatem capitis, vnde dimidius superior embryo hoc tempore in area euanescit. Eadem denique, quae plurium aliorum, quae in subsequenti- bus exponentur, phaenomenorum causa et principium cognoscendi est. Cum integumento caeterum capitis stramineo, cuiusmodi mulieres berolinenses vtuntur, magnam mihi similitudinem habere semper visa est haec pars, cuius aut prima rudimenta, aut ipsum habitum perfectum, aut vestigia denique et reliquias aut effectus quoque et phaenomena, quae producit, toties cum animi inquietudine contemplatus sum, antequam, quid proprie sit, aut vnde sit, cognovissem.

Innolu-
crum cau-
dae.
fig. 2. 7.
m. b.

§. 40. Alia bullae pars est inferior, quae finem eius inferiorem constituit, minus quidem quam prior notabilis, sed singulare tamen, quod eo ideo nomine venire quoque potest, inuolucrum caudae. Caudam autem et pedes simul inuoluit, et quae pars soli caudae respondet, ea aequae ac capitis vagina a membranis areae expansis, quibus reliqua bulla incumbit et adhaeret, eleuata et separata existit. Interim tamen tota pars inferior, quae caudam vna cum pedibus comprehendit, tanquam vna et eadem pars considerari debet. Figuram haec habet fere pyramidalem, cuius apex inferior, basis superior sit.

§. 41.

§. 41. Denique laterales quoque partes dextra ^{Partes bul-}
 et sinistra notari merentur, vtraeque semicylindri- ^{lae latera-}
 cae fere et breues, illa tamen ventralis inflexa bre- ^{les.}
 vior et angustior, haec dorsalis paulo longior et die ^{(fig. 2. 7.}
 saltim tertio finito aut principio quarti diei priori ^{f. m. f. f.)}
 latior, cuius rei causa est situatio embryonis supe-
 rius dicta. Iste enim circa hoc tempus adeo tor-
 quetur, vt ex situ prono, quem primo tempore
 colebat, successiue in sinistrum latus vertatur, dum
 simul magis magisque contrahitur. Ea nimirum ^(fig. 5.)
 situs mutatio a capite primum incipit, quod dex-
 trorsum vertitur, simulque flecti incipit; interea
 totum embryonis corpus pronum adhuc est. Postea ^(fig. 6. 7.)
 collum et thorax simili modo vertuntur simulque
 contrahuntur, dum regio ventris et cauda antiquum
 situm adhuc obtinent. Denique et ipsa pars em-
 bryonis inferior et cauda eadem ratione voluuntur,
 simulque adeo curuantur, vt caudae apex occiput
 embryonis fere tangat. Nunc die tertio finito, quo ^(fig. 7.)
 tempore bullam consideramus, toto iam capite et
 fere pectore in sinistrum latus embryo iacet, ven-
 ter oblique situs est, volutus scilicet paulum versus
 latus sinistrum, et cauda cum pedibus fere prona
 adhuc se habet. Inde ergo intelligitur, cur angu-
 stior bullae pars lateralis dextra et ob contractio-
 nem embryonis paulo breuior quoque sit parte si-
 nistra. Caeterum, vti vagina capitis caput et tho-
 racem, inuolucrumque caudae caudam cum pedibus,
 ita partes hae laterales limbos continent seorsim ab-

dominis, partes embryonis singulares, aequae minus quam quas recensio, ab autoribus obseruatas, aliaque occasione explicandas.

Varietates in figura bullae. (fig. 5-6.) §. 42. Praecipuae, quas respectu figurae varietates obseruavi, in vagina capitis occurrunt, quam, cum in plerisque oualis fere sit figurae superiorisque arcu terminetur, et generatim figuram curvatae ceruicis et capitis imitetur, in nonnullis fere triangularem deprehendi, adeo, ut basis huius trianguli superior, apex ad regionem cardiacam positus sit. Sed cum eandem vaginae capitis figuram non in vno, sed in pluribus iam subiectis obseruauerim; neque alias tamen aberrationes notabiles facile deprehenderim; valde, ut supra iam monui, suspicor, has varietates non veras, quo sensu botanici intelligunt, varietates, sed potius species esse ouorum et gallinarum, quae illa pepererunt; quod idem, cum de pluribus in ouis incubatis occurrentibus phaenomenis valeat, res mihi esse videtur, quae notari debeat a speculatoribus ouorum. Caeterum et hoc notabile est, in iis subiectis, ubi vagina capitis triangularis occurrit, quae eadem hac ratione totam fere bullam triangularem reddit, quod areola pellucida quoque triangularis figurae sit, certo testimonio, non a causis accidentibus, sed a viribus potentius et principiis vegetationis ipsis, quae latius effectus suos et actiones extendunt, illas varietates pendere.

(fig. 5.)

§. 43. Constructionem amnii spurii in eius prima indicatione fere iam dixi. Nonnulla sunt, quae addere oportet. Bullam dixi, quatenus a sola membrana inferiori producitur. Si vero pro amnio spurio completum embryonis receptaculum sumere velis, quod quidem vere natura constituit, et quod ideo quoque conuenientius rei veritati iudico esse, si ita definiatur; tum vero dicendum est, vtramque quidem ad amnium spurium constituendum membranam areae concurrere, adeo tamen, vt maxima receptaculi pars a membrana inferiori efficiatur, et quasi operculum tantum eius capsulae a membrana superiori suppeditetur. Membrana enim inferior, quando ex areola pellucida et ex area vasculosa, quemadmodum in superioribus dicere institui, ad embryonem circumquaque aduenit, et nunc ad limites eius vsque pertigit in parte areae superiori, hos limites non modo transcendit, sed totum quoque super caput continuat. Imo si paulo prouectioris aetatis, v. gr. septuaginta et duas horas, vel quatuor dies incubata subiecta fueris, totum quoque thoracem supergreditur et regionem lumborum attingit, indeque demum flexa reuertitur, vt bullam constituat. In parte areae inferiori caudam saltim, id est ossis coccygis et sacri regionem transit et regionem fere lumborum hic quoque attingit, vnde ad bullam producendam reflectitur. In lateralibus denique partibus quicquid de abdomine adest, limbi ergo, et angusta vtrinque ad spinam dorsalem fascia

Amnii
spurii con-
structio.

carnea decurrens, ab illa membrana superatur, prius quam ad bullam formandam descendit. Inde patet, maximam certe partem amnii spurii membranae inferiori deberi; superiorem membranam aperturam tantum, quae quasi relinquitur in sacco, ab inferiori formando, claudere et complere; denique partem embryonis, quae a membrana inferiori non tegitur, superiori relinquitur, minimam esse; solam eam partem spinae dorsalis, quae a vertebrae lumborum componitur; reliquum totum embryonis corpus a membrana inferiori, et a bulla, quam ea format, complecti.

Eiusdem
vasa pro-
pria.
(fig. 6. 7.)

§. 44. Vasis quoque egregiis multisque amnium spurium, et propriis sibi, ornatum est, ab iis vasis, quae per aream vasculosam distribuuntur, diuersis. Oriuntur maximam partem a vena ascendente, praecipue illa, quae vaginae capitis prospiciunt, quorum numerus quoque maximus est. Haec vena, quam primum ex embryone emergit, in ipsa iam fouea, quam in subsequentibus dicam, cardiaca, vnde prodit, incipit in latere suo dextro, quod margini bullae ventrali respondet, venulae emittere dense coordinatas, in eadem bullae membranula proserpentes, et directionem ipsius trunci aemulantes. Circa enim inferiorem vaginae capitis partem paulo magis, quam reliqua bulla, inflatam, flexae in ipsa vagina capitis, ductu venae ascendenti fere parallelo, et vaginae capitis ipsi conformi, adscen-

ascendunt. Successius dum progreditur iste truncus venosus, copia emissorum ramulorum imminuitur, ut ad limitem bullae superiores dum pervenit, nullos fere ramos porro edat, sicuti in eius venae descriptione annotavi, et maxima venularum copia ex ipso venae ascendentis primo fonte prodeat; aliter ac fieri solet in aliis exemplis, ubi ramificatio progrediente trunco non imminuitur sed augetur potius et increvit continue ad ultimos fines usque.

§. 45. Alia eiusmodi vascula venosa, sed pauciora, quae partibus bullae lateralibus et involucri caudae prospiciunt, ex vena descendente, et illa, quae nonnunquam ascendenti comes additur, ortum ducunt. Illae, quae in partibus lateralibus occurrunt, fere transversaliter, paulum tamen diuergentes, eas partes transeunt. Inferiores autem involucri caudae venulae ductui huius involucri conformes descendunt.

§. 46. Sed non ortus solum harum venularum, sed directio quoque earundem et modus progressus et figura et magnitudo singularia habent, quae notatu digna videntur. Radiatim fere disperguntur, ita tamen, ut partim diuergant, et in certa a centro distantia fere parallelae procedant. Maximam partem dixi oriri ex venae ascendentis prima radice, vel in ipsa fouea cardiaca, vel prope tamen eandem. Hic locus ergo centrum quasi

K k k 3

refert

refert (fig. 6. x.). Inde quae primae oriuntur, in latere amnii spurii ventrali descendunt. Proximae (fig. cit. et 7. r. r. r.) hisce paulatim transuersaliter progrediuntur. Sequentes oblique iam, tum porro recta aliae et aliae denique oblique retrorsum ascendere incipiunt (fig. 6. b. fig. 7. b.). Vltimae tandem transuersales in latus amnii dorsale excurrunt. Quae autem ex vena descendente oriuntur secundum quoque huius venae ductum, oblique quidem et diuergendo exteriores, mediae vero et quae proximae illi trunco sunt, recta, descendunt.

§. 47. Progressus et ductus serpentinus est. Non magnas quidem flexiones efficiunt, sed leuiter flexae per suam membranam repunt. Neque facile ramos edunt, sed simplices plerumque sine vilo ramo per totum amnium spurium decurrunt. Nimirum ipsa haec vascula a vena, vti dixi, ascendente, vel a descendente oriuntur, ipsa ergo harum venarum rami sunt, sed alios ramos porro non facile emittunt, et vena ascendens et descendens tanquam vasa potius areae vasculosae considerari debent, in quam disperguntur. Propria ergo amnii spurii vasa sine ramis plerumque sunt. Hoc tamen notandum est, in area pellucida, cui eadem bullae vascula prospiciunt, aliam iis rationem distributionis esse, dum copiosis anastomosis inter se coniuncta rete potius efficiunt, quod aliorum quoque vasorum vltimis distributionibus familiare est. Quatenus

tenus autem in amnio ipso versantur, neque rete, neque quod alias fieri solet, arboris imaginem sua ramificatione exprimunt, sed vasa potius sunt linearia et simplicia.

§. 48. Hanc ipsam ob causam respectu figurae cylindrica sunt. Notum enim est, vasa in corpore animali generatim eatenus cylindrica esse, quatenus sine emissis ramis procedunt, conica autem fieri, dum ramos de se emittunt, eoque magis in suo lumine decrescere, quo vel maiores, vel plures sint rami, qui eduntur. Denique magnitudine vix capilli crassitiem aequant et aegre nudis oculis distinguuntur. Inter vasa igitur capillaria et microscopica, quae plures tamen simul globulos sanguinis admittunt, merito referuntur.

§. 49. Haec sunt, quae de amnio spurio, Scholium. qua facie imprimis die tertio finito, quando maxime perfectum est, apparet, in vniuersum notari merentur. Nonnullae in eodem et ipso eo tempore res occurrunt, quas eius amnii partes anatomici suo more dicerent, fouea cardiaca, (fig. 7. k.) raphe amnii spurii (*l. n. n.*) eiusque orificium inferius, quae omnibus hactenus dictis longe notabiliores sunt. Eas autem ad partem secundam huius dissertationis relegabo. In eadem quoque, prius quam ad modum formationis intestinorum transeo, mutationes, quas a primo initio ad tertium diem finitum vsque,

que, et inde rursus ad plenariam evanescentiam vsque subit, nec non qua ratione dispareat, enarrandum erit. Interim propior iam sum formationi intestinorum explicandae, quam lector credere potest, et adeo plura iam de hac re dixi. Nam ipsa haec membrana arcae inferior, quatenus eleuata bulam constituit, quam haecenus descripsi, ea membrana est, ex qua intestina componuntur, quod, qua ratione fieri possit, et fiat, ut scilicet ex simplici membrana canalis formetur, suo loco explicabitur. Et in specie quidem foueam cardiacam ventriculi, raphen intestini primitiui, et orificium inferius intestini recti primordium esse, in parte secunda patebit.

DE

FORMATIONE INTESTINORVM

Pars II.

Fouea cardiaca; Sutura amnii spurii; Foueola inferior; horum phaenomenorum ortus, incrementum, decrementum.

§. 50.

Amnii spurii figuram et constructionem haecenus Fouea cardiaca. descripsi, et vasa, quibus instructum est. (Fig. 7. k. Fig. 6. i. Fig. 5. k.) Nunc aliae res porro in eodem occurrunt, aequae et magis, quam priora omnia, dignae, quae notentur. Et primo quidem in parte huius bullae fere media, sub ipsa vagina capitis, quae regio est cardiaca, fouea reconditur, quam a regione foueam cardiacam dico. Potest quodammodo orificium vocari; nam vena ascendens in hanc foueam se immergit, et ad interiora penetrat. Adeo tamen margo huius foueae circa venam se applicat superne, ut nullus praeter venam ipsam ibi aditus pateat; inferne autem latera foueae ipsa secum inuicem simili modo conglutinata quasi sunt, ut nulla apertura relinquatur. Hoc saltem die tertio finito et postea ita se habet; priori autem tempore, die secundo, verum orificium apertum est, a vena ascendente non decimam partem repletum, quod

Tom. XII. Nou. Comm. L 11 acum

acum quoque subtiliorem admittit , adeo , vt orificii margo eleuari possit.

Eius figura.
(Fig. 7. k.)

§. 51. Figura haec fouea oualis fere est , superne et versus latus amnii spurii ventrale rotunda et latior , deorsum vero sensim angustior , et denique in futuram amnii excurrit. Haec fouea , sicuti area pellucida et amnium spurium figuram affectabant embryonis , similiter situi et figurae embryonis , vel amnii spurii conformis , est. Superior enim et anterior foueae pars , quam latiore et rotundam esse dixi , capiti respondet embryonis , vel vaginae capitis ; pars inferior angusta caudam refert , eiusue inuolucrum ; margo foueae sinister , qui convexus est , similis est lateri bullae dorsali et margo denique dexter inflexus lateri ventrali embryonis et amnii spurii respondet. Sicuti porro amnium spurium et ipse intus embryo curuatus est ; ita tota fouea quoque curua existit , et eo magis , quo magis embryo sensim curuatur , vt pars illius latior , capiti respondens , versus latus dextrum seu ventrale , angustior , quae caudam refert , deorsum tertio die respiciat , et in lineam rectam verticalem excurrat. Quando cauda embryonis curuari incipit , tum quoque inferior foueae vertex curuatur. Imo die secundo , dum solum caput embryonis antrorsum deprimitur , reliquus embryo ideo non rectus extensus est , sed in formam fere litterae S inuersae flexus existit , atque tum fouea quoque eiusmodi figuram expri-

exprimit. Praeterea vero quod sola fouea cardiaca respectu situs et figurae similis est embryoni, alia quoque eiusmodi et accuratior quidem similitudo obtinet inter totam amnii spurii futuram, quae ex fouea cardiaca, futura proprie dicta, et inferiori foveola componitur, et totum embryonem, quam, postquam has aperturæ partes exposuero, indicabo.

§. 52. Haec certe inter res adeo diuersas euidentiſſima analogia illis, quae praemissi, de generatione animalium principiis generalibus contraria esse videtur; et suadet, non a pluribus, quale adultum corpus animale productum esse videbatur, sed potius ab vno principio omnia pendere. Nihilominus vero in subsequentiſſimis patebit, hanc similitudinem nullam identitatem causarum demonstrare, quin potius intestinorum formatio, quae per experimenta patebit, sententiae illi praemissae accurate consentit.

§. 53. Dum ergo fouea cardiaca amnio spurio et embryoni similis est, oblonga ideo erit secundum hanc normam, et curuata. Vertex superior latior et rotundus ideo est, et versus latus ventrale inclinatus; inferior angustus recta deorsum tendit et postea curuatur ob eandem causam. Ex simili denique ratione margo sinister, siue dorsalis, conuexus, dexter et ventralis concauus est.

§. 54. Ora huius foueae non aequaliter vbi-
 que eminent, nec aequè ergo fouea vbi-
 que profunda est. In parte superiori et anteriori foueae, quae
 (Fig. 7. k.)

L 11 2

pars

pars capiti respondet, maxime ora elevata est, et fovea profundior quoque, quam alibi, quocumque tempore. In hoc enim loco proprie introitus datur ad interiora, et vena ascendens exit, quem singularem huius venae ortum in superioribus iam notavi. Ea nempe (fig. 6. 7.) intra embryonem ex summa vena caua orta, retrorsum oblique descendit, et in eadem directione ad orificium provenit; in eo vero dum versatur, curvari incipit arcu angusto, et hac ratione cito circa hanc oram sursum et antrorsum flectitur, ubi tum porro continuat. Aequali fere eminentia ora continuat per totum marginem dorsalem ad finem foveae inferiorem usque. Latus vero foveae ventrale vix ora cingitur, sed plana superficies bullae in hoc loco in foveam continuat, eamque sensim declinata constituit, quod, aequè ac reliqua foveae figura, a situatione embryonis dependet. Nam hac foveae conditione efficitur, ut ei us ostium non recta versus spectatorem respiciat, vel, quod idem est, in plano cum area eodem situatum sed obliquum potius sit, qualem hoc tempore embryonis quoque et bullae situm esse, in superioribus dixi. Denique ista ora, quo usque continuat, albiore quam reliqua bulla colore gaudet, et ora ideo quasi distinctum limbum circa foveam in dorsali latere constituit.

Eiusdem
Constru-
ctio.

§. 55. Quod constructionem foveae cardiacae attinet, oriri eam dicere possumus ex vagina capitis,

pitis, quae ad hunc locum tanquam ad centrum se colligit et intus ad embryonem se recipit. Vasa vaginae ex vena ascendente in ipsa fouea oriri vidimus (§. 44.). Inde tanquam ex centro radiatim per totam vaginam disperguntur, et secundum tractum horum vasorum vagina quoque ad idem centrum colligitur foueamque producit.

§. 56. Haec fouea cardiaca, seu orificium Foucae
cardiacae
explicatio. cardiacum, ventriculi primum rudimentum est. Euentus enim id demonstrat. Bulla successive adeo mutatur, vt eius pars illa, quae foueam constituit, in ventriculum abeat. Qua ratione haec transmutatio fiat, id tum facilius intelligi poterit, quando mutationes, quas bulla ad sui euanescentiam vsque patitur, expositae erunt. Sed quae partes de ventriculo in hac foueae repraesentatione existant, quae adhuc deficient, et qualis in eadem ventriculi conditio haecenus sit, id quidem adeo iam explicari potest, vt euidentissimum epigeneseos argumentum facile inde capiatur; quod tamen ad finem dissertationis, cum reliquis, ad theoriam spectantibus collateralibus, fusius peragam. Cautas nimirum foueae cauitatem quoque ventriculi refert; proinde illa quoque membranae pars, quae ad foueam constituendam contribuit, ad ventriculum pertinet, ipsamque eiusdem membranam et substantiam exhibet. Praeterea autem notandum est, totam foueam non totum ventriculum referre, sed partem eius tantum, eamque quidem posteriorem et superiorem, totam

vero reliquam, eamque maximam, eius partem, quae in aubus anteriorem regionem occupat, et ex duobus tuberibus componitur, superiori fere solido musculari, inferiori sacco musculofo, adhucdum deficere. Denique ventriculus, qui sub huius foueae forma nunc existit, in anteriori latere apertus est. Generatimque ita se res habet, quasi pars postrema, eaque exigua, de adulto ventriculo, anteriori maxima parte resecta, superesset, quae ergo necessario anterieus cavitatem suam patentem offerret. Eiusmodi de ventriculo partem haec nostra fouea cardiaca exprimit. Membrana seu substantia ventriculi ad oram foueae, quo usque ad ventriculum pertinet, non resecta quidem existit, sed continuat in vaginam capitis inde in areae pellucidae et vasculosae et denique in vitelli membranam interiorem, sed hae huius membranae partes, quae in vagina capitis, vel in areis, existunt, minime quid conferunt ad constituendum aut supplendum ventriculum, sed primordia sunt partium plane aliarum, quae in adolescentiae statu a ventriculo longe remotae sunt, adeo, ut ex noua materia introducta, per simplicem quidem nutritionem, hanc ventriculi portionem, quae haecenus deficit, formari oporteat.

Scholium
de epigenesi.

§. 57. Ex hisce iam quilibet facile videt, haud ita naturae institutum esse, ut corporum naturalium organicorum partes, infinite paruae et invisibiles, perfectae tamen et completae prius existerint;

terint; atque a summo Creatore Ipso immediate productae, tandemque per causas accidentes euigilatae quasi, sese euoluere incipiant, expandant, et ad normam denique adulti corporis increcant. Non ita dico institutum esse videri de natura, sed ita potius, vt formatio corporum organicorum in vniuersum solis viribus relicta sit naturalibus, quae materiae animali aut vegetabili insint; eiusmodi vero materia, talibus viribus instructa immediate a Deo ex nihilo creata sit. Nam si ex paruo inuisibili sed integro et completo ventriculo praecexistente maiusculus sensim et visibilis emergeret; integrum quoque, quam primum videretur, et completum, veraque ventriculi adulti sub forma et specie, illum, quantumuis exiguum, oporteret videri; nunquam vero dimidium, nunquam apertum, nunquam alienis cum partibus coniunctum. Sed haec in corollariis dissertationis fusius pertractabo. Caeterum haec ventriculi prima adumbratio, fovea scilicet cardiaca, inter prima totius animalis stamjna referenda est. Primo incubationis die hoc orificium, quod eo tempore late patet, vidi, neque, postquam semel illud noueram, embryonem vidi, in quo idem ipsum non simul apparuisset. Sed etiam, quod vulgari opinioni et euolutionis quoque hypothese iterum contrarium est, saepius embryonem vidi, vbi orificium hoc cardiacum quidem, sed nullum certe cor aderat, vt ergo ventriculus omnino corde prior existat.

Suturae
conditio.
(Fig. 7. l)

§. 58. *Suturam* amnii spurii, seu raphen, dico longitudinalem, quae in media fere superficie bullae tertio die apparet, lineam depressam siue rimam, quae ex fine foueae cardiacae inferiori, sensim angustato, continua recta deorsum producitur, et prope inuolucrum caudae terminatur. Rima vere est inter vtrasque partes laterales bullae decurrens, easque a se inuicem distinguens, tertio quidem die finito; nam margines eius, sicuti de marginibus foueae cardiacae dixi, simili modo se tangunt et coaerunt quoque inter se, vt stilum intromittere, margines separare et rimam dilatare non liceat. Ante hoc tempus vero, die secundo, margines non solum separati sunt a se inuicem, sed late quoque distant (fig. 6. m. n.) adeo, vt tota superficies anterior spinae dorsalis, quod mirum certe videbitur, nuda, et sine vlllo cuiusuis generis integumento per hanc aperturam appareat. Orificium cardiacum eodem tempore cum similiter patet (fig. 5. k.), totus embryo antice apertus est, praeter partem eius superiorem, quae super foueam cardiacam sita est. Haec pars supracardiaca (fig. 6. e.) tum tubum integrum refert, superne clausum, inferne per ipsum orificium cardiacum apertum. Sed cor, quod regionem supra cardiacam tenet tamen extra tubi cauum ad eius superficiem anteriorem collocatum est (fig. 6. f.), et nudum quidem. Thoracem hoc tempore non adesse puto. Tubus enim thorax non est; oesophagus autem esse videtur, de qua re ad §. 128. plu-
ra

ra dicentur. Pars infracardiaca autem (fig. 6. l. s.) dimidium cylindrum catum fere repraesentat. Deinde vero successive tabia huius cavitatis contrahuntur et coalescunt, unde sutura haec, cuius nunc denominationis ratio constat, ad tertium diem in amnio spurio oritur.

§. 59. Figura, ergo suturae linearis, situatio eius longitudinalis est et recta. Situm in media fere superficie esse dixi. Paulum enim versus latus dextrum inclinat tertio die. Die secundo mediam superficiem tenet; die quarto magis, magisque in latus dextrum vertitur. Iste nimirum situs aequae ac situatio a situatione embryonis pendet. Dum hic versus dextrum latus tenditur, ut in sinistram decumbat, sutura simul dextrorsum promovetur; idemque dum contrahitur, sutura simul curvatur et breuior redditur.

Figura, situatio.
(Fig. 7. l.)

ut supra
vid

§. 60. Caeterum limbo ornatur sutura paulo candidiore, qui ex limbo foveae continuatur in foveolam inferiorem usque. Hic limbus suturae proximus est et angustior et respondet limbo foveae cardiacaе, ex quo derivatur. Sed eum alia zona (fig. cit. o.) paulo latior cingit, cuius fovea cardiaca expers est, et quae vero itidem ad foveam inferiorem usque continuat. Denique tertiam (x. x.) eamque latissimam et communem iterum foveae suturae et inferiori foveolae, et quartam (a. c. a.) extimam aequae communem admittere possumus, quarum illa ab

Eius limbi.
(Fig. 7. n. n.)

embryone transparente, haec vero extima a bulla ipsa, quatenus embryone latior et amplior est, resultat, et quae quatuor zonae fere concentricae totam bullam constituunt. Super hos limbos vasa vitellaria ex rima egressa transeunt. Ea nimirum utpote tertio die mere venosa ex vena portarum ortum suum ducunt, inde oblique descendunt intra amnium spurium, et ad suturae mediam partem intus perveniunt; ibi transmittuntur; dextra dextrorsum, sinistra sinistrorsum, ubi procedunt, super limbum flectuntur, et descripto superius modo aream pellucidam transeunt, in vasculosam distribuuntur.

Constru-
tio.

§. 61. Vti a vagina capitis fouea cardiaca sic sutura a partibus bullae lateralibus oritur, quae partes membranae oblongae dum utrinque concurrunt ad embryonem descendunt, et secum inuicem simul cohaerent, lineam coalescentiae illam seu suturam constituunt, cum a vagina capitis circumquaque ad commune centrum quasi collecta fouea potius oriretur. Sutura ergo nihil aliud est, quam coniuncta utriusque lateris bullae membrana, quae secundum longitudinem embryonis in superficie eius anteriori intus ad embryonem se recipit. Fouea cardiaca est collecta vaginae capitis in regione cardiaca intus se recipiens membrana.

Suturae
explicatio.

§. 62. Sutura haec intestinorum primordium refert. Phaenomena, quae in amnio spurio dissecto in membranae huius superficie interiori apparent, de

de quibus in subsequentiis agetur, eorumque eventus hoc docent. Notandum vero est, canalem intestinorum, qui primus integer et perfectus et intestini similis apparet adeo, ut pro intestinis agnoscat, tamen a tractu intestinorum in adultis admodum differre. Perillustris *Hallerus* ventriculum post dies quinque octodecimque horas, intestinum rectum, quod reliquo tubo intestinali prius perficitur, die quinto fere finito, intestina tertia septimo die finito primum vidit (Form. du Coeur. II. Mem. Sect. IX.). In elementorum autem physiologiae Tom. VIII. Vir perill. monet, in nuperis experimentis, (quae brevi nunc, uti ex litteris Perill. et humanissimi Viri cognovi, in operum minorum tomo II. prodibunt) se has partes priori tempore vidisse, ventriculum nampe die quarto finito, intestina vel eodem tempore vel serius. Circa hoc tempus, die quinto plerumque, canalis intestinorum primo integer apparet; nam post diem tertium quoque et duodecim horas, integrum canalem vidi, sed semel tantum. Iste vero canalis huiusmodi est conditionis. Ex ventriculo qui integer est, intestinum unum simplex ortum, recta descendit et immediate in intestinum rectum abit. Iste canalis rectus deinde successive dum crescit antrosum protuberat, arcumque producit magis magisque incrementem. Illum ergo canalem rectum totum *intestinum primitivum*, partem, ventriculo et intestino recto intermediam *intestinum medium* dico, idque die quin-

to apparere solet, et pro intestino facile habetur. Sed prima intestini et ventriculi rudimenta, quae non pro his partibus cognoscuntur ex habitu considerato, sed ex successiuis demum mutationibus et euentu phaenomenorum intelliguntur, longe prius apparent. Fouea nempe cardiaca, ventriculi prima adumbratio, die statim primo vna cum embryone, et prius ipso corde, prodit. Sutura et fouea inferior die secundo finito, vel medio tertio die, comparent.

§. 63. Illi nunc ergo intestino primitiuo medio simplici recta descendenti futura, quam explicare institui, respondet, eiusque proprie adumbrationem refert hac quidem ratione, vt rima intestini illius primitiui, recta descendens, cavitatem referrat, vti fouea cardiaca ventriculi cavitatem exhibebat. Membranae pars, quae futuram constituit est membrana intestini interna villosa. Intestinum ergo, in vniuersum consideratum, intestinum apertum est, cuius nempe partes laterales, quo intestinum illud integrum fiat, antrorsum complecti et coalescere oportet; atque hoc, quemadmodum in parte tertia dicitur, a natura vere peragitur. Hactenus autem partes hae laterales intestini aperti, quas coalescere oportet, dilatatae et in bullae partes laterales continuatae, expansae sunt.

Scholium
de epige-
nesi.

§. 64. Hoc modo formationis intestinorum rite considerato, nullum fere dubium de veritate epige-

epigeneleos restare posse existimo. Si enim intestinum prius simplex membrana est, quae deinde complicatur, ut duplex fiat, et ad aliquod a futura spatium anterius nova futura coalescit, ut cavitatis inter utramque futuram interque laminas membranae duplicatae supersit; si haec duplicatae laminae pars longitudinalis quae aliquod temporis spatium plana prius apparet, denique intumescit in cylindricam formam, et tum quidem intestini primitivi similis euadit; hoc intestinum euidenter formatum esse, non vero dudum latuisse integrum et completum, et nunc demum apparuisse, ego quidem pro certo habeo.

§. 65. Denique in parte bullae inferiori, proxime super inuolucrum caudae, foveola reperitur, foveae cardiacae fere similis, quae sub vaginam capitatis reconditur, et quae uti principium est futurae illa foveola inferior eius finem constituit. Huic eadem, quae foveae cardiacae et futurae, natura est. Die III. finito simplex fovea est, cuius latera in fundo contingunt et cohaerent, nullumque stylum transmittant; licet fovea satis profunda et ora elevata sit, adeo, ut fundus eius videri nequeat; quod tamen magis situi obliquo foveae, quam profunditati adscribendum est. Die vero II, etiam finito; amplam cavitatem foveola refert, et continuam cum larga illa fossa, quae in futuram abit, adeo, ut tanquam huius finis considerari possit (fig. 5. v.) Sicuti eo tempore in rimae patentis, fun-

Foveola inferior. Eius conditio tertio die absoluto. (Fig. 7. w.)

M m m 3 do

do spinam dorsalem nudam apparere dixi, ita in foueola inferiori, aequè patente hoc tempore simili modo apparet extremitas spinæ dorsalis, ossis sacri et coccygis primordium (fig. 5. o. fig. 6. v.); quod breui post sub figura caudæ conoideæ curuatae in conspectum venit, huiusque imprimis apicetæ repræsentat. Globum hoc primordium refert; nonnunquam quoque corpus conoideum, cuius basis superior, apex inferior est. Semper autem hæc spinæ extremitas a cavitate foueolæ accurate recipitur.

Quomodo
secundo
die se ha-
beant fo-
vea cardia-
ca, sutura
et foueola
inferior.
(Fig. 5. k.
n. v.)
(Fig. 6. m.
n. n.)

§. 66. Die ergo secundo, si res, vti se habeat, accuratius exprimenda est, una totius bullæ continua apertura datur, oblonga, satis larga et profunda, cuius finis superior obtusus rotundus in tubum thoracicum integrum, oesophagum tæmpè continuatus, fouca cardiaca est, inferior similis obtusus rotundus, aequè deorsum oblique aliquantum productus foueolam inferiorem refert. Deinde verò dum successiue hæc apertura annli constringitur; in tres dictas illas partes, valde distinctas, ea diuiditur. Hæc constrictio in supræma suturæ parte incipit et sensim deorsum pergit, ad foueam inferiorem vsque, quæ yltima aperta manet, tandemque verò et ipsa constringitur. Sicuti ad §. 102-109. vberius enarrabitur; vbi de incremento phænomènorum sermo erit.

§. 67.

§. 67. Regionem pubis fere occupat haec fo-
veola, ita quidem, ut super eum locum, qui in
adulto ossa pubis tenet, cavitatis introsum descendat;
et, ita situata est, ut eius ora cum ipsa area pellu-
cida vaum idemque planum efficiat, adeoque in
area expansa in situ naturali recta versus centrum
vitelli, in area inuersa versus obseruatorem respi-
ciat, aliter quam fovea cardiaca, quae situm obli-
quam obtinet. Cuius rei ratio haec est, quod em-
bryo parte sua supracardiaca dextrorsum respicit,
infracardiaca vero pronus adhuc iacet.

Situs fo-
veolae.
(Fig. 7. m.)

§. 68. Foveola inferior die III. absoluto fi-
gura sua, triangulum aequicrurum, repraesentat, cu-
ius quidem basis inferior est et linea exprimitur
curua extus versa. Crura introsum curuata sunt
et in pram rimae sursum excurrunt, vti cavitatis
foveolae in rimam ipsam continuatur. Hinc, licet
basis extrosum curuata sit, ob nimiam tamen ar-
rum intro versionem omnes anguli acutissimi sunt.
Sed hanc quidem figuram foveola habet certo tan-
tum temporis articulo, quando maxime perfecta
est, et saepissime diuersa inuenitur, si vel paulo
post, vel paulo ante hoc tempus deprehenditur,
dum vel magis iam constricta, vel magis adhuc
aperta reperitur. Ita in subiecto paulum iuniori
vidi triangularem rectilineam, cuius ergo area ma-
ior erat. Et in alio adhuc paulum iuniori figu-
ram oblongam foveola referebat, cuius crura, ad
quar-

Figura
eiusdem.
(Fig. cit.)

quartam partem futurae sursum se extendebant, antequam contingerent. Nimirum dum apertura amnii spurii constringitur et futura formatur, constrictio a fouea cardiaca incipit et deorsum pergit. Quo ergo minor aperturae pars clausa est, eo brevior futura, eoque longior foueola inferior erit et largior. Sed denique constrictio versus hanc foueam adeo vsque vrgetur, ut nihil de ea remaneret, nisi basis linea transversalis obstaret, quae in infima parte latera aperturae a se inuicem separata retinet. Inde ea latera in arcus intus versus mutantur. Hae autem mutationes omnes intra breue temporis spatium contingunt, dum frequentissime foueola aut nimis aperta, aut nimis iam constricta deprehenditur. Accedit ad difficultatem harum obseruationum augendam, quod oua eiusdem aetatis non aequae perfecta ideo sint. Denique quod neque omnes embryonis partes aequali iure crescant ac perficiantur. Saepius inuolucra interioribus partibus, et haec rursus illis praeferri, saepius cor cum hepate prae intestinis, et contra haec prae corde magis, quam solitum est, promoueri obseruatum est mihi.

§. 69. Haec caeterum, quam descripsi, orae proprie figura est, quae extus in conspectum venit. Fouea ipsa infundibuli fere formam habet, ut latior sit in extremo ambitu et in ora, angustior in fundo. Fundus retrorsum versus ossis coccygis regionem oblique descendit.

§. 70.

§. 70. Duplici limbo foveola inferior ornata Limbi.
 est, sed non per totum ambitum. Interior, vtrin- (fig. cit.)
 que ex interiori suturae limbo continuatus, crura
 triangularis foveae constituit. Haec crura non in
 limbum baseos continuant sed immergunt se sub il-
 lum et ultra eum producuntur, videnturque, dum
 simul versus ossis sacri regionem sese retrahunt, eo-
 que modo visum fugiunt, sensim evanescere, ante-
 quam ad basin pertigerint, papillasque suis extre-
 mitatibus formare planiusculas rotundas. Hunc lim-
 bum exterior cingit, ab exteriori suturae limbo de-
 riuatus et communis, qui basin aequae ac crura am-
 bit, illam quidem immediate, haec mediate. Ad
 crura angustior est ad basin latior.

§. 71. Vti a vagina capitis fovea cardiaca, et Constru-
 futura a partibus bullae lateralibus, ita foveola haec ctio.
 ab inuolucro caudae formatur. Haec enim mem-
 branae pars, quae inuolucrum illud constituit, pe-
 dumque tubercula vna cum cauda inuoluit, tum
 vtrinque a pedibus concurrente, tum inferne ab
 apice caudae ascendendo, huc ad foveolae locum,
 quem regionem pubis esse dixi, quasi ad centrum
 se colligit, et collecta introrsum ad embryonem se
 recipit, adeo, vt foveam seu officium tale, cuius
 figuram et conditionem descripsi, in centro rema-
 nere sinat. Foveola ergo nihil aliud est, quam
 membrana inuolucri caudae pedumque; ad regionem
 ossis pubis collecta, comprehensaue introrsum pro-
 ducta.

ducta. Atque haec ipsa simul membrana, ea ratione tractata, verum intestini recti primordium est, uti vagina capitis simili modo intus producta, ventriculorum, et futura intestinum medium constituit.

Explicatio.

§. 72. Foueola ergo intestini recti primordium repraesentat. Sed ut intelligatur, quo modo eiusmodi foueola, cuius ambitus et ora latior, fundus angustior est, intestinum rectum repraesentare possit, et pro eo agnosci, primus integri intestini recti status antea describendus est. Die scilicet quinto, dum intestinum primitivum integrum quidem, sed brevis et simplex rectus canalis existit, intestinum rectum eius pars est inferior, sed, aequae ac ventriculus, praeter reliquo intermedio tubo valde dilatata, adeo, ut pro singulari huius tubi parte, et pro intestino recto facile agnoscat. Hoc intestinum rectum eodem tempore, die quinto, duobus tuberculis in suprema sui parte gaudet, quae caecorum principia sunt et successu temporis valde elongantur. Cum hoc igitur intestino, quemadmodum die quinto apparet, foueola nostra insuadibiliformis satis iam convenit, ut ex figura et habitu et praecipue ex connexionione cum futura, quae in illam continuat, quae intestini medii primordium est, facile cognoscatur. Sed phaenomena, quae apparent, bulla dissecta, veritatem evidenter demonstrant. Ea autem in tertia dissertationis parte exponentur.

§. 73.

§. 73. Caeterum simili modo, quo fovea cardiaca ventriculum et sutura intestinum medium refert, foveola inferior intestinum rectum exhibet. Cavitas foveolae cavitas intestini recti ipsius est, et membrana, quae illam format, est tunica villosa recti. Tota fovea refert de intestino recto partem inferiorem angustiores, anum veritas spectantem integram et partis superioris portionem posteriorem; quae cum portione posteriori tubi intestinalis, quae sola hactenus adest, continuae. Portio superior anterior, eaque maxima, qua mediante cum portione anteriori intestini medii uniri deberet, deficit. Et ob huius portionis defectum intestinum rectum in parte superiori anterieus apertum est.

§. 74. Totus nunc canalis intestinalis, quo modo primo hoc tempore se habeat, patet. Ventriculi et intestini recti conditio eadem fere est; intestinum vero medium paulum differt. Oesophagus et cardia ventriculi integri existunt; de reliquo autem ventriculo exigua tantum portio, quae nempe ad fundum pertinet, adest; portio maxima anterior deficit, et ideo ventriculus apertus est. Ex portione, quae adest, posteriori portio intestini medii posterior derivatur; nam haec itidem sola existit, at portio eius anterior deest, et intestinum medium ob hanc rem totum apertum est. Inde rursus continuatur portio posterior intestini recti, cuius iterum portio anterior deficit, et hoc intes-

Tota apertura anna spurii quae ratione totum tubum cibarium exhibeat eiusque primordium sit.

num apertum reddit. Inde denique intestini recti pars inferior sequitur ad vnum producta, quae ut oesophagus integra est.

Scholium
de hoc
primordio.

§. 78. Singulare hoc mihi phaenomenon esse videtur. Haud raro quidem visa sunt corpora organica naturalia, quibus partes defuerunt integrae; non aequae, quod sciam, partes, quibus portiones tantum certae deessent. Et omnium minime eiusmodi exempla in animalibus adeo perfectis, quam aves aut quadrupeda sunt, exstare mihi videntur. Ita embryones innotuerunt ranarum, gyrini dicti, quibus pedes defuerunt, qui deinde succrescunt, quorum historiam *Roeselius* in conibus suis adeo egregie exposuit. *Reaumurius* cancris vidit, quibus chelae, quae casu destructae erant, succreuerunt. *Trembleius* polypos ostendit simplices, qui ramosi et compositi deinde fiunt. In plantis quoque partes suo tempore existunt, non integrae, foliorum nempe prima rudimenta, quae in sola costa primaria consistunt, cui alae deficiunt. (Theoria generat §. 46. Tab. I. fig. 6. p. a.). Et porro in avibus spina dorsalis sine alis, pedibus, visceribus, quae deinde succrescunt, et pedes denique sub forma tuberculorum, quibus nullum digitorum vestigium inest, cum digiti quoque paulo post item tuberculorum sub specie in conspectum veniunt, de quibus ad §. 165. 167. in parte III. dicetur. Sed pedes ranarum, et chelae cancrorum, polyporum rami, alae quoque foliorum et pedes et digiti avium semper integrae

grae partes sunt, non merae portiones, adeo indeterminatae, quales in ventriculo et intestinis definire vidimus. Praeterea partem, quae intus caua sit, et vel tubum, vel receptaculum quoddam in adulto corpore referat, in statu primordiali apertam visam esse, et simplicis membranae instar expansam, cui opus sit, ut latera eius concrecant, eaque ratione integrum tubum denique efficiant, non memini me legisse. Caeterum singularem hunc modum, quo intestina formantur, confirmare ea, quae ad §§. 9. 10. 11. a priori ex conditione partium corporis animalis de modo formationis earundem generatim concludi potuerunt, facile nunc patet. Interim tamen haud omni analogia destituta esse partes corporis animalis, ea phaenomena docent, quae ad §. 51. indicavi quidem, nunc autem, uti promisi, vberius exponam.

§. 76. Miri quid subest in ea harum rerum similitudine, quod in eo praecipue consistit, quod partes hae, quarum primordia adeo euidenter quoad figuram et situm similia sibi sunt, toto tamen coelo respectu suae naturae a se inuicem differunt, immo eiusmodi sunt indolis, ut plane comparari posse inter se minime videantur. Res enim, quae hic similes sibi esse deprehenduntur, sunt: tota futura amnii spurii, intestinum porro primitiuum, deinde primordium cerebri cum medulla spinali, denique totius embryonis primordium. Dum futura

Scholium
de mira
aliqua in-
ter partes
toto coelo
diuersas
analogia.

tota intestino primitiuo similis est, hoc certe nihil miri habet, siquidem hanc relationem explicui et illam huius primordium repraesentare ostendi. Fovea cardiaca cauitatem ventriculi anteriori aperti repraesentat, sutura intestini longitudinaliter aperti cauitatem, et foveola inferior intestini recti, superne aperti, orificium monstrat; necesse igitur est, ut figura et situ et situatione tota sutura toti intestinorum tubo primitiuo similis sit. Sed nulla eiusmodi relatio inter cerebrum medullamque spinalem et suturam amnii vel medullarem illum tractum inter et intestinum primitiuum, nota est mihi, neque villo modo hae partes aliquid commune inter se habere videntur, et tamen euidentissima inter eas partes similitudo respectu figurae, situs et connexionis intercedit. Quicumque rudimenta embryonum in ouis viginti quatuor vel triginta horarum viderit, vel ex *Malpighii* modo delineationibus nouerit, similitudinem hanc facile sentiet. In his rudimentis pars superior crassior oualis, quae caput vocari solet, cerebri potissimum flamina refert. Pars media angustior et linearis medullae spinalis primordium proprie est et inferior pars iterum latior, oualis tere, et in finem acutum terminata, ossi sacro et coccygis, imprimis vero medullari substantiae respondet, intra illius speluncam reconditae. Eadem ergo figura et situs et partium dispositio in prima hac medullari embryonis delineatione, quam in sutura amnii spurii, nec non in tubo intestinali primiti-

mitiuo , regnat satis quidem euidenter , quod accuratius cognoscitur , si icones horum phaenomenorum ad amussim comparantur. Cerebrum vna cum medulla oblongata exacte foueae cardiacaе figuram exprimit ; media pars angusta linearis , medulla spinalis , suturae proprie dictae respondet , et ex minutis quoque , quae in iconibus facilius deprehenduntur , quam verbis describuntur , pro simili eius re cognoscitur. Inferior embryonis pars latior foueam inferiorem et intestini recti primordium refert.

§. 77. Eadem nunc quoque figura et partium dispositio in embryone occurrit tres dies incubato , vbi non merum cerebrum cum spina dorsali sed ipsius trunci , capitis et extremitatum primordia existunt. Ergo et hoc totius animalis primordium figuram iterum illis similem refert. Generatim ea saepius descripta figura , quae in parte suprema latior et rotunda , inde sensim deorsum angustior , in parte media tenuis sit et fere linearis , et inferne iterum latefeat , tandemque infinem acutum excurrat , ea figura in omnibus , quae primis quatuor vel quinque diebus apparent , phaenomenis vel partibus , siue ad embryonem siue ad inuolucra pertinentibus , semper eadem recognoscitur. Obtinet in primo medullari systemate , quod dixi. Conspicitur eadem in totius corporis primordio. Adest rursus et cognoscitur in intestino primitiuo et consequenter , in sutura quoque amnii spurii. Eadem autem porro

porro apparet in vniuersa amnii spurii bulla, quem ad modum in superioribus notauimus, et denique ipsissima haec figura in areola quoque pellucida, primo embryonis habitaculo, iterum se offert.

Corollaria
huius obseruationis de natura animalium, eorumque formatione.

§. 78. Haec non imaginaria, sed veris suis fundamentis innixa et mira analogia in partibus, sua natura adeo diuersis, maximam physiologorum attentionem meretur, qui facile consentient, latere in ea aliquid altioris indaginis, quod ad generationem animalium, eorumque ad naturam attinet; videri quasi repetitis vicibus secundum vnam eandemque normam, diuersa, quae vnum deinde animal componerent, systemata producerentur, quae ideo similia sibi euaderent, licet ex diuersis principiis prodirent. Primum enim medullare systema producit, quod certam speciem certamque et determinatam suam figuram praese fert. Post hoc absolutum massa carnea, quam proprie embryonem constituere dicimus, secundum eandem normam effingitur, quasi secundum animal, quoad externam figuram priori simile, ex repetita eadem generationis actione prodiret. Tum tertium systema sanguineum in conspectum venit, quod certe, licet nullam eius mentionem feci, non adeo prioribus dissimile est, quin communis descripta systematum figura facile agnoscat. Hoc sequitur quartum; viae cibariae, quae iterum, vt totum aliquod absolutum et prioribus simile opus referant, secundum eandem normam effinguntur.

§. 79.

§. 79. Eadem ergo, aut similis sub aliquo respectu actio in generatione animalis aliquoties repetita obtinere videtur; non vna causarum et effectuum, nec plures diuersae, series. Cum autem producta haec systemata, licet respectu externi habitus similia sint inter se, respectu tamen naturae suae toto coelo a se inuicem differant; facile patet, causae quoque, quibus hi analogi actus excitantur similiter vt differant inter se, necesse esse. Hinc ergo conditio corporis animalis, non obstante hac analogia, tamen longe differt a conditione plantarum (§. 9.) et omnino plura, eaque diuersa, principia concurrunt ad construendum corpus animale, cum in plantis vnum idemque principium sit, cuius tantummodo actio per aliquam causam accedentem modificatur. In plantis, vt breui dicam, vnum principium plures partes producit, sed hae a causa quadam accedente varie modificantur respectu figurae, magnitudinis et dispositionis. In animalibus plura et diuersa principia plura et diuersa systemata producant, quae vero, quomodocunque hoc fiat, secundum vnā normam effinguntur.

§. 80. Ex eadem illa partium analogia simul respectu naturae corporis animalis patet, non ex partibus quibusdam immediate animalia composita esse, vt vulgo putantur, sed ex integris partium systematibus, cuiusmodi systema medullare, musculosum, sanguineum, intestinale, etc. censenda sunt.

Tom. XII. Nou. Comm.

O O O

(§. 10.)

(§. 10.) quæ res, licet prorsus innotâ non sit, (anatomiae enim diuisio partim huic fundamento innotitur); ab illa tamen similitudine et accuratius indicatur, et euidentius demonstratur. Similitudo enim horum systematum, quæ in adulto corpore nullo modo similia sibi sunt, demonstrat, vnumquodque eorum absolutum et perfectum opus esse, et independens ab altero, nec alterum alterius partem existimari posse. Intelligitur quoque, cur in adulto corpore dissimilia fiant. Nimia enim singulorum expansio et secum inuicem confusio, aliarum partium constrictio in minus volumen, aliarum distorsio, situs hinc necessaria mutatio, cuius rei cor, a Perill. *Hallero* expositum, exemplum egregium offert; hæc omnes dico mutationes efficiunt, ut primitius et originarius horum systematum habitus, qualem in embryone obseruamus, non recognosci possit.

Scholium
de metho-
do descri-
bendi histo-
riam ouo-
rum.

§. 12. Exposita totius amnii spurii, eorumque, quæ in eo occurrunt, notabilium idea, ad mutationes illius transeo. Eum enim ordinem præter consuetudinem autorum, qui in formam diarii obseruationes colligere solent, in describendis phaenomenis ouorum incubatorum obseruare institui, ut phaenomena prius, ut se habeant certo tempore, cum maxime vigent, et maxime perfecta sunt, anatomice describam, simulque, quid sint, definiam, deinde eorum ortum et succedentes mutationes repetam, quæ illis ad eum terminum vsque, sub

sub quo definita sunt, contingunt, et denique reli-
 quas subiungam mutationes, quas subeunt ad eo-
 rum evanescentiam usque. Hanc enim methodum
 unicam esse reperi, qua intelligibili modo phaeno-
 mena ororum describi possunt. Generationem circa
 historiam ovi incubati notandum est, eam diversam
 esse a simplici anatomica descriptione et simplici
 factorum enarratione, cuius utriusque, dum non
 combinantur, ordo facilis est. Illa nonnisi rerum
 constantium simplicem delineationem; haec simpli-
 cem factorum, quo ordine successerunt, recentio-
 nem requirit. In ovis autem utraque commixta
 occurrunt. Nova subiecta describenda et explicanda
 sunt, eorundemque, dum non constantia sunt, sed
 continuo mutantur, historia simul enarranda est.
 Cui utrique scopo nullo alio modo satisfieri posse,
 nisi quod uterque a se inuicem probe distinguatur,
 seorsim tractetur, et descriptio quidem anatomica
 subiectique definitio, eiusdem historiae praemittatur,
 cuiuslibet facile patet.

§. 82. Quum amnium spurium bulla sit, a Bullae or-
 membrana areae inferiori, circa embryonem, qui ei tus et suc-
 incubat, inflata producta; adfirmari potest, pri- cessivae
 mo incubationis die, vel viginti quatuor aut sex perfectio-
 horis elapsis, de eo amnio nihil existere. Mem- Prima eius
 brana enim hoc tempore recta expansa est, et vnum adumbratio
 idemque planum cum area pellucida constituit. die I.
 Embryo parte sua infracardiaca huic membranae pla-
 nae

nae inest, parte vero supracardiacâ libera ei incumbit. Die ergo secundo prima huius membranae inflatio et proinde bullae formatio incipit. Interim, licet de bulla ipsâ nihil existere possit, tamen aliqua ipso primo die, et inter prima embryonis phaenomena, bullae adumbratio circa spinam dorsalem, primum embryonis rudimentum, apparet. Oblonga ea area est, embryonis rudimento conformis. Est autem haec adumbratio nihil aliud, quam membranae pars embryoni proxima, aliqua crassitie et mollitie, adeoque maiori opacitate, a reliqua membrana, in aream pellucidam extensâ, se distinguens, quae bullae figuram exprimit. Bullae delineationem et adeo primordium vere esse, hanc membranae partem, euentus docuit; et fateor, hoc phaenomenon admodum evolutionis hypothesei fauere mihi visum esse, cum, quo tempore de vera bulla nihil adest, eius tamen figura, eiusque quasi imago ad locum conuenientem delineata spectatur; praecipue, cum et aliarum partium adumbrationes eiusmodi, verae earum existentiae praemissas, iam obseruauerim. Omnibus tamen reputatis, illa phaenomena et explicari possunt, et nihil de evolutione probare intelliguntur. Crassities huius partis membranae, qua bulla mentitur, a copiosiori affluxu humorum ad hanc partem, cui embryo inest, pendet; inde hic locus magis nutritur et crassescit. Cumque vera bullae inflatio ab accumulatione liquoris inter utramque areae membranam prope embryonem pendat;

deat; nemini porro mirum videbitur, si ab eadem causa bullae prius membranae incrassatio efficiatur. Haec ergo bullae imago primo iam die apparet.

§. 83. Deinde die secundo fere medio vera membranae elevatio in bullae speciem fieri incipit, sed in solo capite, quam bullae partem vaginam capitis dixi. Ea autem vagina et angustior est circa embryonis caput, quam esse solet die III. et minus ad superficiem superiorem embryonis producta. Vix enim frontem embryonis transit, quin reflectitur in aream pellucidam, cum die tertio super nuchae et thoracis regionem transeat, totumque caput cum thorace inuoluat. Dumque membrana reflectitur, singularis plica hinc oritur semilunaris in superficie superiori, quae synciput embryonis tegit. Ita vagina capitis quae die III. finito integer saccus est, die secundo ineunte aut medio dimidium tantum saccum vel magnam foueam refert, in qua embryonis pars supracardiaca recipitur. Eaque embryonis pars, dum membrana superior areae ab inferiori detrahitur, quod facile et sponte hoc tempore succedit, nuda, libera, mobilis in conspectum venit, ut acu ex sua fouea eleuari possit. Successu temporis autem plica illa semilunaris sensim super caput, collum, thoracem descendit, vnde totus fere embryo denique a vagina et reliqua bulla includitur. Plures bullarum in superficie superiori et embryonum delineationes hunc successuum plicae de-

Prima vaginae capitis inflatio et quomodo in superficie superiori sensim perficiatur. Die II. (Fig. 5.)

scensum et vaginae in ea superficie incrementum demonstrant.

(Fig. 5.)
(b. r.)

§. 84. In inferiori eam superficie vno actu vagina usque ad foueam cardiacam eleuatur; modo angustior est et minus inflata quam die tertio finito, (b.) dum partes bullae laterales et inuolucrum caudae merae adhuc adumbrationes sunt hoc tempore quales §. 82. explicui (e.).

Partes bul-
lae latera-
les et in-
uolucrum
caudae
eleuantur
die II. fi-
nito et ter-
tio ineun-
te.

(Fig. 6.)

§. 85. Deinde circa diem secundum finitum, aut tertio die ineunte partes quoque laterales et inuolucrum caudae successiue eleuantur. Partes laterales quidem in regione cardiaca incipiunt et successiue descendunt, sed cum inferiori harum partium portione inuolucrum caudae simul eleuatur. Ad vasa vitellaria usque inflatas, (fig. 6. c. c.) infra ea planas, (fig. cit. d. d.) figura docet. Totas autem partes laterales inflatas cum inuolucro caudae plano nunquam vidi. Caeterum, vti de vagina capitis monui, inflatio prius leuior est et successiue increfcit.

Harum
partium
conditio
in super-
ficie supe-
riori.

§. 86. Quemadmodum vero vagina capitis pli-
cam semilunarem super synapton embryonis produ-
cit, ita partes bullae laterales simili ratione super
limbum abdominis in superficie superiori transgressi
reflestantur in aream pellucidam datemlitar, et pli-
cam longitudinalem vtrinque ad embryonem effi-
ciunt, magis rectilineam. Idem denique de inuo-
lucro caudae valet, quod circa extremitatem spinae
dorsae

dorsalis sursum voluitur, inde in aream reflectitur, et similem plicam semilunarem, superiori oppositam, producit.

§. 87. Si igitur ante diem III. finitum membrana areae superior ab inferiore detrahatur, post hunc enim diem finitum superior inferiori et amnio proprio embryonis adeo firmiter adhaeret, ut non facile separari possit; tum in superficie superiori huiusmodi membranae inferioris conditio est. Pars spinae dorsalis dimidia inferior nuda apparet cum caput et thorax vaginae capitis, et apex caudae involucro suo tecta sint. In infima regione thoracis, foveae cardiacae opposita, plica semilunaris superior est, quae vero die III. vertente semicircularis est. Haec plica terminus vaginae capitis posterior est, cum anterior eius finis ad foveam cardiacam ponendus sit; ex ea plica enim membrana inferior recta in aream pellucidam continuat. Vtrinque ad spinam dorsalem nudam plicae laterales positae sunt, quae ergo eadem ratione termini partium bullae lateralium posteriores sunt, a quibus membrana ad aream pellucidam pertinere incipit, quae haecenus bullam constituerat. Finis partium lateralium anterior in futura est. Denique ad apicem caudae quarta plica est inferior, quae terminus posterior involucris caudae, cuius anterior finis in foveola inferiori. Ex his plicis ergo quae spatium oblongum intercipiunt, in quo dimidia inferior pars embryonis nuda continetur, bullae membrana in superficie su-

Superfici superioris accuratior descriptio.

peri-

periori areae seu embryonis posteriori incipit, inde circa reliquas eius partes conuoluitur et in superficie inferiori ad foueam cardiacam, suturam et fo-veolam inferiorem finitur. Si termini posteriores aequae contingerent, ac anteriores in futura contingunt, membrana non bullam sed integram vesicam constitueret.

Quomodo
inflatio
bullae fiat.

§. 88. Ex his qua ratione membrana in bullam eleuetur accuratius perspicitur. Membrana prius plana sensim leuiter eleuatur; tum in superficie superiori plicae nondum formantur, dum in inferiori superficie bulla parum inflata est. Deinde inflatio augetur et termini tamen bullae posteriores fixi permanent. Inde bulla non modo magis eleuatur sed eius circumferentia ultra terminos posteriores fixos vrgetur. Hinc plicae oriuntur, et bulla vesicae speciem induere incipit.

Quomodo
figura bul-
lae succes-
sive mute-
tur.

§. 89. Quando vagina capitis primum apparet, nondum diei tertii figuram habet. Angustior est, circa embryonem coarctata et oblongior. Prius quam vero partes bullae laterales eleuantur, vagina egregie iam inflata est et perfectam suam figuram induit. Deinde tota bulla quoque prius oblongiori figura gaudet, angustior est, magis erecta, fere cylindrica (fig. 2.) quae tota figurae determinatio ex figura et situ embryonis hoc tempore intelligitur. Iste enim sub initium tertii diei minus curuatus est. Inde etiam bulla minus ad regionem cardiacam in-

flecti-

fectitur, quam die tertio. Denique alarum et pedum tubercula adhuc deficiunt, quibus ad ea loca die tertio finito bulla dilatatur, unde latitudine vbiq; fere aequalis et cylindrica igitur priori tempore efficitur.

§. 90. Ad productionem foucae cardiacae, suturae et foucolae inferioris duplex momentum requiritur. Primo apertura amnii spurii effingitur, et perficitur, (Fig. 6.) deinde ea apertura constringitur; (Fig. 7.) eiusque vestigium in bulla relictum foueam cardiacam, futuram et foucolam inferiorem constituit. Et potuissent vtique haud inepte duo diuersa phaenomena duoque subiecta in hac mutationum serie distingui et constitui; apertura nempe amnii, certo tempore egregia et satis singulari sub specie apparens, adeoque a futura diuersa, vt nemo illam pro hac agnosceret, nisi illius transitum in hanc vidisset; deinde futura, quae ex illa euadit. Verum neque vitium esse crediderim, si apertura et futura tanquam vna res considerantur variabilis. Interim in describenda historia suturae ad eam rem attendendum erit, et prius videndum, quomodo apertura oriatur, deinde, quomodo successiue in futuram constringatur.

De futura, quomodo successiue oriatur, generatim

§. 91. Apertura amnii non in amnio iam facto producitur aliqua ratione, sed amnium dum fit, in media eius parte defectus relinquitur, qui ipse illius apertura est; proinde vna cum amnio

Quomodo apertura amnii spurii oriatur, generatim (Fig. 5. k. p. v.)

formatur. Amnium nimirum, siquidem nihil aliud est, quam membranae eleuatio, per eius eleuationem quoque oritur, cum in principio membrana plana fuerit. Iam ista eleuatio fit vtrunque longitudinaliter ad spinam dorsalem infracardiacam, et in tota embryonis parte supracardiaca et in apice caudae. In ipsa spinae dorsalis facie anteriori nulla fit. Fouea ergo oritur in hoc loco seu impressio, (p.) eo profundior, quo magis vtrunque membrana eleuatur, et longitudinalis, secundum ductum spinae dorsalis, ex qua sola nulla membrana eleuatur, et lata aequae ac spina dorsalis lata est.

§. 92. Et accuratior huius aperturae determinatio et quomodo aliquam notabilem cauitatem obtineat, ex eodem fundamento intelligitur. Nimirum sicuti (§. 88.) dum vagina capitis et reliqua bulla inflatur eius ambitus vltra membranae terminum posteriorem vrgetur, ita in hoc quoque anteriori termino membrana vtrunque ad latus spinae firmiter adhaeret neque, quantumuis bulla infletur, soluitur. Hinc fit, vt partes bullae laterales valde eleuari et vltra lineam adhaesionis introrsum vrgeri possint, vnde cauitas oritur, quae in fundo latior, in ipso orificio angustior fit.

(Fig. 5. p.)

§. 93. Tamen haud soli bullae eleuationi illa excauatio debetur, sed quoad aliquam partem iam formatur, priusquam membrana eleuatur. Illa enim prima bullae adumbratio (§. 82.) quae in maiori mem-

membranae crassitie vtrunque ad spinam dorsalem consistit, efficit, vt, cum spinæ superficies ipsa depressior sit, et maneat, in ea fouea, licet leuior, oriatur.

§. 94. Eiusmodi ergo spinæ dorsalis leuior depressio partiumque lateralium eleuatio, a mera membranae incrassatione facta, vna cum adumbratione bullæ ipsius primo iam die apparet, et simili ergo modo, vti in bulla producenda factum esse vidimus, aperturæ amnii futuræ adumbrationem aliquam vel imaginem exprimit, veræque illi aperturæ præmittit. In specie vero foueam cardiacam, dummodo quaesui, nunquam non facile inueni, cum nullum tamen de corde vestigium aut vmbra adest in eo loco, vbi, si existit, existere illud oportet. Itaque prima hæc ventriculi adumbratio inter prima embryonis stamina apparet, et distinctior quidem, quam reliqua amnii spurii apertura. Limbus enim, quo die tertio fouea cardiaca ornatur, non modo adest, sed fere crassior et euidetior, quam illo die apparet, et magis prominet, adeoque foueam, seu orificium quale nunc est, cardiacum satis euidenter reddit. Iste limbus dimidium annulum, seu arcum exprimit, cuius crura parallelæ deorsum ad aliquod spatium producuntur. Proinde orificium quoque et antrorsum apertum est, et deorsum in oblongam illam foueam continuat, quæ aperturæ amnii primordium est. Porro orificium hoc vna cum limbo in plano horizontali po-

Historia
aperturæ.
Primo die
est leuis
impressio
longitudi-
nalis.

situm, cum tertio die fovea oblique situata sit. Embryo enim hoc primò die plane erectus et pronus situs est, neque quidquam ad latus dextrum versus. Crura limbi, quae deorsum excurrunt, cito evanescent, et reliqua igitur apertura nullis limbis cingitur, neque foveolae inferioris vllum vestigium adest.

Inde distinctior et profundior fit die secundò ver-tente. (Fig. 5. p.)

§. 95. In eodem statu ferè ad diem secundum finitum vsque apertura permanet. Vagina capitis interim eleuatur. Die secundo finito vero notabiles mutationes in apertura contingunt. Primo quidem ab incrassatione membranæ ad latera spinæ dorsalis qua futuræ partes laterales bullae exprimuntur (fig. 5. r.), apertura distinctior paulumque profundior redditur. Deinde cum embryo iam verti incipiat, orificium quoque cardiacum paulatim oblique ponitur (fig. cit. k.). Sed singularia praeter hæc phaenomena hoc tempore accedunt, quae separatim considerare oportet.

Et duplici tandem distincto limbo cingitur ad diem II. absolutum. (Fig. 5. l. l. m. m.)

§. 96. In superioribus dictum fuit, suturam tertio die duplici limbo ornari, quorum interior sit membranæ, ex anteriori spinæ dorsalis facie productæ, et extrorsum in partes bullae laterales reflexæ, margo aut angulus, qui reflexione efficitur. Exterior est limbus abdominis, super quem membrana illa, quae pellucida est, transit. Notandum enim est, eo tempore de abdomine nihil existere praeter angustam et teneram fasciolam, vtrinque iuxta

iuxta spinam dorsalem positam, quae antrorsum suo limbo terminatur crassiusculo. Inde hoc tempore abdomen non modo apertum est anterius, sed haec apertura quoque cum abdomine ipso aequalem ambitum habet; totumque abdomen nonnisi leuiorem concavitatem refert. Deinde, prout fascia increfcit, abdomen profundiozem et largiorem cauitatem nanciscitur. Denique ea ratione in saccum mutatur, anterius apertum, vt apertura constrictione limbi orificium fit rotundum vmbilicale. Ille ergo est, quem limbum abdominis dico, qui aequali fere cum abdomine ipso ambitu tertio etiam die adhuc gaudet, per membranam bullae transparet, adeo, vt in ipsa bulla existere videatur, qui iuxta futurae proprium limbum et exterior quidem positus est, et secundarium limbum constituit, quo sutura exornatur cuiusque figuram in futurae descriptione accuratius definiui. Hi ergo limbi die secundo finito primum distincti et separati a se inuicem, quasi fissi, apparere incipiunt.

§. 97. Ad hoc enim tempus vsque membranam inferiorem vtrinque iuxta spinam dorsalem crassiozem esse dixi, quam in reliqua circumferentia, vnde vallecule vtrinque iuxta spinam formantur, et spina ipsa, profundior hinc sita, aperturam annii primam imaginem repraesentaret. Haec crassior ergo membranac pars zonam refert, primo die inferus latiore, in media parte angustiore, de-

Hi limbi quomodo formentur. (Fig. 5.)

P p p 3

inde

inde vero die secundo vertente, vbique aequalem, (fig. 5. r.) caeterum sine distinctis in ea apparentibus partibus. Nunc vero primum in superiori eius parte, in qua regione tubercula alarum propullulant, haec zona alba findi incipit, et linea obicura longitudinali in duas diuidi strias albas longitudinales, parallelas (fig. cit. l. l. m. m.). Harum exterior (l.) limbus abdominalis, interior (m.) limbus proprius aperturae amnii est. Ex interiori ergo membrana intestinalis, seu bullae, exoritur, continuoque reflexa-extrorsum, super transparentem limbum exteriorem transit in arcamque pellucidam expanditur. Atque sub hac membrana expansa propterque pelluciditatem suam non visa, illa limbi abdominis ab ipsa membrana separatio peragitur. Nunc successu temporis haec membrana, quae huc vsque separata quidem a limbo, sed contigua eidem applicata adhuc est, accumulatione fluidi exhalati sensim eleuatur a limbo abdominis, vt distet aliquantum, et in perfectam bullam abeat. Separatam enim vere iam fuisse hanc membranam a subiecto limbo abdominis, experimento cognoui, dum membranulam a limbo eleuauit, eumque tum nudam, glabrum, integerrimum detexi.

§. 98. Ergo ad bullae formationem videmus nihil aliud requiri, quam vt membrana vel a limbo abdominis separetur, et deinde accumulatione succorum infletur; vel tamen, quod idem fere est, vt

vt limbus abdominis, dum produetur, dumque eminere in superficie membranae superiori incipit, statim a membrana separetur, et potius separatus producatur, illam que liberam, vt eleuari et inflari possit relinquat.

§. 99. Deinde haec fissura, qua zona illa superius in duas strias albas diuiditur, successiue deorsum continuatur, adeo, vt ex striis limbi oriantur distincti totamque aperturam cingentes (fig. 6.). Valde tamen suspicor, limbos, licet haecenus confusi in vnam zonam esse videantur, prius iam vere separatos sed adeo contiguos fuisse, vt distingui non potuerint, nunc vero succorum accumulatione et interpositione remoueri a se inuicem, primumque ideo distinctos apparere. Hac ergo ratione tres actiones circa bullae formationem distinguendae sunt; formatio limbi abdominalis ad superficiem membranae superiorem (§. 98.) quae maximi momenti est; deinde huius limbi a principio membranae quo ex spina dorsali oritur, et quod limbum interiorem format, remotio per interpositum fluidum, quo zona primo in duas strias diuidi videtur; denique continuatae ex limbo interiori, et exteriori super ductae, membranae remotio a subiecto limbo abdominali, quo simul haec membrana in bullam eleuatur, quod itidem per succos, liquori amnii similes fieri, multorum exemplorum analogia suadet.

§. 100.

Singula-
ris, quae
hoe tem-
pore, die
III. ineun-
te, obti-
net, aper-
turae fa-
cies de-
scripta.
(Fig. 6.)

Limbi in-
terioris
constru-
ctio.
(n. m.)

§. 100. Interim singularem faciem prae se fert amnii apertura, postquam hi limbi plane distincti et remoti a se inuicem sunt. Limbi, qui prius confusi erant, et tertio die iterum magis coniunguntur, nunc adeo remoti sunt a se inuicem ut notabile spatium inter se includant et fossam quasi recondant. Itaque tres fossae nunc (fig. 6. r. p. q.) quatuor striis eminentibus (*l. m. n. k.*) vel parietibus interceptae existunt, quorum tamen binae exteriores a membrana, licet pellucida et vix visibili, bullae teguntur, cum media, quae aperturam amnii refert, vere aperta et vacua sit. Tamen notandum est, non in omnibus subiectis huius aetatis limbos abdominales adeo ab interioribus limbis remotos esse, fossasque illas exteriores tum aut minores longe aut nullas apparere. Vnde eo magis colligere licet, eorum separationem a copia fluidi interpositi maiori aut minori pendere. Deinde limbus interior qui hac limborum larga separatione egregie in conspectum venit, quemque nondum satis descripsi, ita se habet: Consistere eum dixi in angulo, quem membrana areae inferior, ex spina dorsali orta, dum extrorsum reflectitur, ut super limbum abdominalem transeat, producit. Id nunc sequenti modo perficitur. Ex marginibus lateralibus spinae membrana oritur. Superficies spinae anterior leuiter excavata est; eandemque cavitatem membrana producta perficit. Dum enim ex lateribus antrosum producitur arcum describit cuius cavitatem introrsum,

sum, conuexitas extrorsum respicit; eo facto, sub angulo, quem dixi, qui limbum interiorem constituit, acuto, illico extrorsum in planitiem reflectitur. Hac ergo ratione a spina dorsali et membranae parte, ad angulum vsque productae, dimidius tubus oritur, cuius margines ipsi limbi interiores et cavitata ipsa apertura amnii spurii est. Haec nunc fistula intestinalis, vt dici potest, (primordium me senterii), interior est, et exteriorem sibi habet, quam fistulam dicas hoc tempore abdominalem, similem tubum dimidium, ex spinae dorsali parte posteriori, ex fascia quam superius dixi (§. 96.) et limbo abdominali compositum. Dicta enim fascia abdominalis simili modo ex lateribus spinae dorsalis, sed ex parte magis posteriori oritur, inde antrorsum curuatur et limbo suo crassiusculo terminatur. Hic ergo exterior tubus priorem interiorem complectitur; et tota embryonis pars infracardiaca ex duobus his tubis composita est. Membrana denique ex limbo interiori super exteriorem reflexa, huic immediate incumbit, et cum pellucida sit, limbumque exteriorem, ac si nulla membrana tegetur, transparere sinat; facies oritur, quasi ex meris illis fistulis embryo infracardiaca componeretur, et interior quidem ad angulum suum seu limbum terminaretur, nullamque in membranam porro continuaretur, exterior autem omnino nudus esset. Quam primum vero haec pellucida membrana per succos accumulatos in bullae speciem eleuatur, tum et vterque limbus et membrana

Fistula intestinalis (p.) et abdominalis. (q. r.)

brana bullae a se inuicem discernuntur. Haec ergo conditio est amnii spurii, eiusque aperturae, seu futurae futurae, secundo die finito, aut tertio ineunte.

Apertura
per infla-
tionem
bullae per-
ficitur,

§. 101. Deinde vera membranae inferioris pel-
lucidae eleuatio in bullam fieri incipit. Ea nempe
ex limbo interiori continuata et extrorsum super
exteriolem expansa, plana haecenus et limbo exte-
riori contigua, nunc dum eleuatur, primumque
sponte se manifestat sub bullae specie, conuexa super
limbum exteriolem transit. Quo tempore autem et
quo ordine variae bullae partes eleuentur in supe-
rioribus iam dictum est.

Tandem
apertura
constringi
et in futu-
ram muta-
ri incipit
eodem
tempore
post diem
II. finitum
(Fig. 6.)

Quo ordi-
ne constri-
ctio fiat in
variis futu-
rae parti-
bus gene-
ratim.

(Fig 5. 6.)

§. 102. Denique vltima eodem quidem tem-
pore manus operi admouetur; apertura haecenus de-
scripta per constrictionem limborum in futuram
nunc mutari incipit. Quod quidem ita die secundo
finito peragitur, vt, dum in partibus inferioribus
limbi adhuc separantur, in parte media et superio-
ri bulla iam eleuetur et in suprema parte, in pri-
mis in fouea cardiaca constrictione ipsa iam incipiat.

§. 103. Et haec quidem non in aliqua de-
terminata parte simul efficitur, sed in suprema par-
te, in orificio nempe cardiaco incipit, indeque sen-
sim sensimque deorsum producitur. Ita fig. 5. ori-
ficium cardiacum solummodo angustatum, nondum
vero clausum; fig. 6. totum hoc orificium clau-
sum, inde proximam partem angustatam quidem,

(sed

sed adhucdum apertam, inferiorem reliquam late patentem monstrat. Sic sensim constrictio pergit vsque in foueolam inferiorem.

§. 104. Singularem autem modo constrictio peragitur, imprimis in orificio cardiaco. Non aequè utriusque lateris limbi ad se inuicem appropinquant, sed magis dextrum latus (*l. n.*) versus sinistram promouetur, sinistramque immotam videtur in suo loco consistere. Hinc illa foueae cardiaca clausura figura resultat (§. 53) qua linea concretionis hamuli instar versus latus ventrale curuatur, (*fig. 7. k.*) cum alioquin, si latera aequali iure se combinarent, linea recta potius, ut in futura, efficeretur. Porro autem, dum margo dexter versus sinistram attrahitur, idem simul sursum in directionem obliquam et introrsum trahi videtur. Eiusmodi enim loci mutatio in his partibus obseruatur. Denique non solum eo vsque margo aperturae dexter versus superiorem et sinistram oram promouetur, donec eam tangat, sed plane sub eam oram intra foueam retrahitur, seque abscondit. Et vicissim vagina capitis una cum contento embryone super hanc lateralem dextram partem foueae deuoluitur; et eadem porro ratione sinistram quoque totius bullae et contenti embryonis latus dextrorsum vertitur, et super latus dextrum foueae protruditur, licet membranam seorsim non trahi dextrorsum dixerim. Hinc tota figura et conditio foueae cardiaca, ut tertio die fi-

Constrictio illa peculiari modo absoluitur. (*Fig. 6.*)

Qq 2 nito

nito se habet, (fig. 7.) intelligitur. Marginem foueae superiorem et sinistrum habere oram eminentem vidimus. Dextrum vero latus planum esse. Nimirum vagina capitis cum embryone deorsum; sinistrum latus dextrorsum super marginem dextrum; hoc vero latus contra sinistrorsum intus retrahitur. Hinc ergo in dextro foueae latere planities necessario, vel leuis concauitas adeo et in sinistro latere et margine superiori eminens ora producit. Comparantur fig. 5. 6. 7.

Singulare
huius rei
documen-
tum.

(Fig. 5. g.
fig. 6. w.
fig. 7. 4.)

§. 105. Hanc actionem, quam effectibus descriptis determinavi, vere obtinere, sola vena ascendens, eiusque situs mutatio demonstrat. Ea enim primo tempore ex vena terminali collectis radicibus descendit iuxta vaginam capitis, ad dextrum eius latus. Dum ad regionem baseos vaginae pervenit, arcu facto versus embryonem tendit et in ipsa vaginae basi vel paulo super eam sere transversaliter progreditur vsque super limbum foueae; ibi membranae vaginae se immergit et evanescit (fig. 5. g.). In embryone prouectiori tota haec membranae pars, quae venam continet, vaginam capitis constituit ipsam, et vena in media superficie vaginae descendit; certo testimonio, membranam ex dextro latere sinistrorsum esse promotam. Inde ista vena arcu facto in ipsum limbum foueae superiorem se immergit (fig. 6.). Denique in adultioribus subiectis (fig. 7.) vena descendendo super limbum foueae transit

transit et arctissimo arcu sursum reflectitur rectaque in foueam cardiacam intrat. Hinc patet, membranam, quae venam continet, et vaginam constituit, non modo sinistrorsum, sed simul deorsum quoque et super limbum foueae denique introrsum esse promotam.

§. 106. In summo ergo loco orificium cardiacum primo constringi incipit, adeo, vt lateribus coniuuentibus formetur angulus acutus, cum prius orificium arcu superius terminaretur (fig. 5.) Successiua partium inferiorum constrictione, iste angulus deorsum sensim promouetur, et totum orificium cardiacum denique consuitur, futura hamuliformi, quae simul foueam sua curuatura includit, foueamque nunc, loco orificii, cardiacam refert.

Quo ordine in specie orificium cardiacum constringatur, et fouea cardiaca indoriatur. (fig. 6.)

§. 107. Inde constrictione ad partes bullae laterales, earumque primum ad loca superiora progreditur, indeque sensim ad inferiora pergat. Hic eandem constrictionis rationem obtinere, quam de fouea cardiaca dixi, fig. cit. 6. facile euincit. In ea enim videmus, latus bullae dextrum sinistrorsum esse promotum vsque ad medullam spinalem adeo vt dimidia superficies anterior spinae dorsalis et globuli vertebrales in hoc latere tegantur, cum bullae latus sinistram e loco hactenus non motum sit. Magis ergo limbus dexter versus sinistram adducitur; haud ambo aequali iure sibi appropinquant. Dum autem membrana huius lateris introrsum

Constrictione partium bullae lateralis. Formatio futurae. (fig. 6. l. n.)

trahitur, aequae ac dictum est de vagina capitis, ea limbum simul abdominis, super quem transit, ad suum, quem ipsa format, proprium limbum interiore adprimit, inde limbi in hoc latere proximi sibi et quasi compressi apparent, cum in latere sinistro non modo, sed etiam in parte aperturae inferiori, quo usque constrictio nondum propagata est, limbi late a se inuicem distent. Facile ergo patet ex omnibus his phaenomenis, totam aperturam secundum easdem regulas constringi, quas in orificio cardiaco obseruauimus.

Foveolae
inferioris
formatio.
fig. 6. t. u.)

§. 108. Sero et vltima foveola tandem inferior oritur. Eam praecipue coniunctio limborum abdominalium inferior, primordium nempe pubis (fig. 6. litt. t.) perficit. Iste enim limbus, dum increcendo magis magisque ascendit, foveam retro se, quae peluis primordium est, profundiore, et eo ipso aperturam amnii simul breuiorem reddit. Dum autem limbus ille inferior ex coniunctione limborum abdominalium ortus, ita successiue ascendit, tubumque quasi, fundo angustiori, orificio ampliori, primordium peluis producit, limbi proprii bullae, interiores nempe, in hanc foveolam descendunt, et per eius oram anteriorem transversalem, ossa pubis referentem, quasi abscissa obseruatori videntur. Dum nunc porro constrictio aperturae et futura igitur ad extremitatem inferiorem et ad foveolam usque propagatur, et foveola tamen ipsa ob latiore limbum

limbum inferiorem, ossibus pubis respondentem, super quem membrana inuolucris caudae in foueam descendit, dilatata manet; ea foueolae facies inde oritur, quam ad diem tertium absolutum descripsi, et figura 7. expressi, et generatim tota demum bulla eam formam induit, quam sub dicta figura delineavi et in superioribus sub nomine perfectae bullae, futurae et foueolae descripsi.

§. 109. In hac scilicet figura, si cum priori comparatur, praeter plenariam totius aperturae constrictionem, quam haecenus descripsi, et praeter embryonis incrementum, hae praecipue sunt mutationes, quae contigerunt. Pars supracardiaca embryonis una cum vagina capitis antrorsum valdopere inclinata est, ut cum parte infracardiaca angulum rectum includat. Pars infracardiaca erecta et futura rectilinea est; cum in priori observatione embryo, licet capite antrorsum depressus, in regione tamen cardiaca ipsa potius reclinaretur et orae aperturae inde figuram fere litterae s inuersae obtinerent. Ea igitur reclinatio euauit, et futura inde figuram rectilineam obtinuit, superius in fouea cardiaca hamuli instar curuatam.

Inde demum quomodo bulla resultat ad diem III. finitum descripta. (fig. 6. 7.)

§. 110. Ad decrementum ergo nostri phaenomeni veniendum denique est, cuius haecenus et statum perfectionis et originem et incrementum vidimus. Adeo enim totum annum spurium et fouea cardiaca et futura et inferior foueola successiue delen-

Decrementum anni spurii.

delentur, vt die iam circiter sexto vix vllum vestigium harum rerum superfit. Bulla quidem plane exstinguitur, sed fouea cardiaca, sutura et foucola inferior prius confunduntur in vnum orificium rotundum, in quo nihil de foueis illis aut sutura distinguitur. Tandemque illud orificium in canalem mutatur. Priusquam autem haec contingunt, nonnullae aliae mutationes intercedunt, quas secundum ordinem pertractare oportet.

Bulla, vti
figura et
situatione
mutetur
die IV.
ineunte.

§. 111. Et bulla quidem, quae hactenus ad diem III. absolutum vsque parte tota infracardiaca oblonga et erecta fuit, vagina capitis sola versus latus dextrum inflexa; ea nunc die quarto ineunte aut medio incipit inuolucro caudae siue extremitate inferiori simili modo et verti dextrorsum et simul curuari. Hanc enim situs mutationem embryo subit intus contentus inuolucrumque suum secum ducens. Et simul caput embryonis vna cum sua vagina magis quam huc vsque factum est curuatur. Media vero pars a regione cardiaca vsque ad regionem ossis sacri erecta adhucdum tenetur.

Et porro
die IV.
vertente.

§. 112. Die tandem quarto declinante, aut quinto ineunte haec omnia augentur. Embryo adeo dextrorsum vertitur, vt fere prorsus in sinistrum latus decumbat. Et cauda et caput valdopere curuata sunt. Ipsum dorsum curuatur et totus embryo conuolutus est. Praeterea bulla angustior est et arctius embryonem complectitur, indeque eius figuram

ram eo magis imitatur, et nunquam magis am-
nium verum, quam hoc tempore, mentitur, utpo-
te quae aequae ac illud margine dorsali convexo et
ventrali concavo et inflexo gaudet, et reniformem
fere figuram praese fert. Denique bulla hoc tem-
pore, licet minus et pulchra sit, et singularis
aspectu; tamen quo propior est plenariae suae eua-
nescentiae, eo perfectior est hoc saltem respectu, ut
completam fere et integram vesicam referat. Mem-
brana enim aene inferior super amnium proprium
embryonis fere totam transit, indeque ad bullam
formandam reflectitur; unde etiam fit, ut totus fo-
re embryo hoc tempore in integro vitello sub pla-
no aene delitescat.

§. 113. Interim vero dum haec mutationes in
figura et situatione bullae contingunt, fovea cardia-
ca et futura aequae insigniter mutantur. Et primo
quidem dum embryo et bulla dextrorsum vertuntur,
futura necessario quoque ad hoc latus promonetur,
tandemque in ipso margine dextro inflexo bullae
existit. Sed eodem tempore a continua embryonis
et bullae contractione, unde regio foveolae inferio-
ris regionis cardiacae maxime appropinquat, necesse
iterum est, ut tota futura longe brevior reddatur.
Atque tantum vere valet haec futurae contractio, ut
vix quarta ei maneat pars suae pristinae longitudi-
nis. Simulque eadem de causa futura, quae recti-
linea hactenus fuit, ipsa necessario curvatur; in

Fovea cardia-
ca, fu-
tura et fo-
veola infe-
rior con-
funduntur
in vnam
foveam
maio-
rem
ad diem
IV. fini-
tum.

hoc quidem subiecto, quod delineatum adiunxi, minus, in aliis vero, quae delineauimus, longe magis, et adeo, ut dimidium fere circulum aequet. Denique limbus dexter in tota superflite futura et in ipsa foueola inferiori euauit, adeo, ut in dextro hoc latere nulla ora, nulla eleuatio supersit, sed aequalis et depressior potius superficies eius loco appareat. His mutationibus omnibus simul sumtis, miro modo, adeoque mutatur, ut nisi successus rerum obseruatus sit, difficile intelligeretur, quid nouum hoc phaenomenon sit, aut quomodo ex prioribus ortum. Vna enim loco foueae cardiaca, futurae et foueolae inferioris, fouea maior subrotunda et plana apparet, quae ora sinistra eminente cincta est, in dextro vero latere ora destituta planitiam fere refert, sensim decliuem. Quae, cum soli foueae cardiaca olim fuerit conditio, dubium omnino mouere posset, nonne forte haec communis fouea sit fouea cardiaca sola? futura foueolaque inferiori extinctis. Sed transitus successiuus phaenomenorum et sola conditio subiecti delineati satis docent, hanc foueam ex contractione foueae cardiaca, futurae et inferioris foueae natam esse; nam haec aliquomodo in praesenti subiectio saltem ex situatione adhuc distinguuntur.

Euanescentia
amni spuri.
Amnion verum

§ 114. Denique circa diem quintum finitum, vel sextum, singularis mutatio in ovo contingit, qua non solum tota bulla resoluitur, sed adeo quoque

que noua rerum omnium facies suboritur, ut obferuator nouum prorsus subiectum, quod ignoret, se intueri credat, prioribus haecenus notis omnibus annihilatis. Embryo enim, qui haecenus submersus in area dependebat, cuiusque vix quarta pars super eam eminebat, totus nunc in fouea quadam, quam in vitello producit, conspicitur et nouo inuolucro, amnio nempe proprio indutus est, annuloque cingitur pellucido, cuius supra mentionem feci. Ut breui dicam, embryonis situs, situatio, inuolucra, partes eum circumdantes, omnia, mutata sunt. Ab vnica mutatione haec omnia phaenomena noua pendent. Membrana nimirum areae inferior, seu interior vitelli tunica, incipit a superiori membrana solui et sponte secedere. Incipit quidem primum die circiter sexto ineunte prope embryonem solui, inde cito quaquauersum pergit; donec tota illa interior membrana ab exteriori soluta sit, propriumque saccum vitellarium constituat, qui embryonem cum amnio suo vero excludit, cum eo tamen intra exteriorem areae membranam, tanquam commune inuolucrum, continetur. Quodsi nunc consideremus, qua ratione amnium spurium ex membrana areae inferiori constructum sit (§. 43.) facile inde intelligetur, cur ista solutione membranarum amnium spurium euanescat, quomodo annulus pellucidus oriatur, simulque amnium verum, quod haecenus a spurio obuolutum fuit, denudetur.

cum embryone emergens. Annulus pellucidus ie V. finito.

R r r 2

§. 115.

Horum
phaeno-
menorum
explicatio.

§. 115. In descriptione enim annii sparii (§. cit.) vidimus, hoc oriri, dum membrana areae inferior, superiori adhaerens, per aream pellucidam continuat superque annium verum ipsum transit quoad maximam partem, indeque demum sub angulo acutissimo reflectitur circa annium verum, bullam producendo largam. Quodsi nunc haec membrana inferior a superiori soluitur et secedit, necesse simul erit, ut ab ampio vero retrahatur. Inde ergo hoc denudabitur, et in area vix per superiorem membranam, qua nunc sola regitur, pellucidam, transparebit, integrumque in conspectum venit. Nunc membrana inferior ne limites quidem annii veri attingit, quod ante fere totum superauerat, quin potius, aliquid iam ab illis spatium, laxata a superiori secedit, verumque sub annium rugosa descendit. Hoc ergo dum fit, spatium circa annium verum oritur, sola pellucida membrana superiori occupatum. Hoc ergo annulum illum pellucidum refert, de quo in superioribus dixi. Denique sic patet, ea ipsa secessione membranarum bullam evanescere, necesse esse. Nec non, qua ratione a membrana inferiori, secedente a superiori, et sensim declinante fouea rotunda producat, in qua utrumque verum recipiatur subrotundum, inflatum, pellucidum, liquore repletum, suumque continens embryonem.

Quomodo
nunc
membra-

§. 116. Si nunc arta in superficie inferiori examinatur, loco bullae nihil vides praeter membranam

branam simplicem, super embryonem explanatam. Caeterum relaxata nunc et vinculis soluta contrahit se, variasque satis egregias plicas producit circa vestigium veteris bullae futurae. Cum enim plana nunc fere est, quae ante circa animum verum volebatur, et tamen in loco veteris futurae comprehensa intra embryonem per aperturam amnii veri rotundam recipitur; necesse est, ut in hoc loco plicae et rugae producat.

na areae inferior se habeat post diem V. finitum.

§. 117. Fovea autem illa maior, ex veteri futura orta, adeo nunc constricta est, ob ipsam membranae relaxationem, quae ideo facilius vi constringenti cedit, ut orificium relictum, vix acumen admittat, et microscopio vix detegatur. Multis enim rugis, multisque plicis et tuberculis, quae a corrugata membrana oriuntur, orificium hoc instructum est, quae eo magis impediunt, quin ipsum appareat. Labia et parietes interni collabescunt et praeterea orificium materia vitellaria obstructum esse solet. Ita ergo de tota fovea cardiaca, sutura et foveola, quod superest, vestigium vnum orificium exiguum et obstructum quidem est. Omnes autem hae mutationes, dum primitiva illa apertura amnii (§. 100.) late patens, in foveam cardiacam, suturam et foveolam inferiorem, concresecbat; hae porro in foveam subrotundam planam confundebantur, et haec demum in exiguum illud punctum microscopicum contrahitur, vni eidemque actioni,

Quae foveae nunc sit conditio. Vestigium foveae cardiaca et futurae foveolaeque vestigium.

constrictioni scilicet illi debentur, qua prima aperta-
ra claudebatur, et quae continuo huc vsque in has
partes vim suam exercet.

Vfus amnii
spurii.

§. 118. Vsum amnii spurii quod attinet, eum
satis perspicuum esse puto. Inuolucrum est em-
bryonis temporarium. Quemadmodum areola pel-
lucida primo et fere secundo quoque die vnicum
embryonis habitaculum fuit; ita a die secundo bulla
pro immediato et proprio eius receptaculo constitui-
tur; dum interim areola pellucida existere quidem,
sed nullum adeo euidentem vsum praestare pergit.
Tanquam exterius forte receptaculum considerari
potest, in quo bulla contineatur, quae embryonem
rursum comprehendat. Bulla enim quasi impressio
et profunda fouea est in areolae lamina inferiori,
in qua fouea embryo recipitur, qui, quo magis ea
fouea expanditur, eo magis in eam descendit, et
quasi se abscondit; vnde laminae quoque areolae ex-
tra bullam, dum minus quam antea volumine
embryonis a se inuicem distenduntur, collabascunt,
concresecunt et efficiunt, vt areola pellucida euane-
scat; cuius rei §. 32. mentionem feci. Tum igitur
bulla iterum vnicum embryonis inuolucrum
esset, nisi eodem tempore, dum areola euanesceat,
tertium intra bullam inuolucrum, amnium verum;
oriretur. Sic bulla, quae hactenus interius erat in-
uolucrum, nunc exterius esse incipit, donec interius
amnium verum perfectum sit; tum aequae ac prius
areola

areola pellucida, illa euanescit et amnio vero, in conspectum nunc venienti, locum cedit.

§. 119. Haec sunt phaenomena amnii spurii externa. Si hoc rite dissecatur, phaenomena interna apparent, ex quibus de formatione intestinorum constat. Phaenomena interna igitur proxime explicabo.

Explicatio figurarum.

- Fig. 1.** Area vasculosa (§. 14 - 21.) Eius superficies superior, ex ovo tres dies incubato.
- a.* area vasculosa *b.* areola pellucida (§. 22 - 34.)
 - c.* embryo, in quo caput, spina dorsalis et tubercula, quae alarum et pedum primordia sunt.
 - d.* Cor. *e.* venae vitellariae laterales *f.* vena descendens.
 - g.* vena descendens. *h.* vena terminalis.
- Fig. 2.** Eiusdem areae superficies inferior, in eaque bulla, siue amnium spurium. (§. 36 - 49.)
- a.* areae superficies inferior. *b.* areola pellucida.
 - c.* amnium spurium, in quo. *d.* vagina capitis. *e.* *f.* pars media per rimam longitudinalem in duas diuisa partes laterales. *g.* *h.* inuolucrum caudae.
 - i.* fouea cardiaca (§. 50.) *k.* *l.* futura (§. 58.) *m.* foueola inferior (§. 65.) *n.* venae laterales *o.* vena

vena descendens. *g.* ascendens. *h.* terminalis, quae eminentem limbum areae in hac facie producit.

Fig. 3. Areae vasculosae viuae superficies superior ex ovo 3 dies 12 hor. inc. Vasorum distributio (§. 17 - 20.).

a. embryo *b.* fouea ab embryone in vitello, cui incumbit, producta. *c.* trunci venarum vitellariarum (§. 17.) *d.* rami eorum inferiores. *e.* rami superiores, maiores. *f.* ramuli medii. *g.* ramorum superiorum distributio. *h.* vena ascendens (§. 18) ex superficie inferiori circa vaginam capitis in superficiem superiorem descendens, inde reflexa in venam terminalem ascendens. *i.* eius furculi in quos diuiditur. *j.* vena descendens (§. 19.) *k.* vena terminalis (§. 20.).

Praeter haec cor, sanguine rubens, aorta cum duabus suis radicibus, vena caua ante illam, et ab ala dextra tecta, vesiculae vitellariae apparent.

Fig. 4. Area viua. *a.* ventriculus cordis, cui superius bulbus aortae, posterius auricula adhaeret. *b.* aorta. *c.* vena caua. *d.* vena ascendens, vti, ex caua orta, circa vaginam capitis reflexa sursum tendit. *e.* descendens ex vena caua itidem orta.

Fig.

Fig. 5. Areola pellucida cum embryone in superficie inferiori, microscopio aucta, ex ovo 54. horarum.

a. areola pellucida. *b.* vagina capitis (§. 39. 42. 83.).

c. embryonis pars supracardiaca. *d.* synciput.

e. cor, valde constrictum. *f.* amnii veri primum tentamen.

g. vena ascendens. *h.* vaginae capitis principium *i.* limbus orificii cardiaci. *k.* orificium cardiacum adhucdum apertum licet arctatum (§. 50. 106). *l. l.* limbi abdominales. *m. m.* limbi interiores intestinales (§. 96.) *n.* rudimenta vertebrarum. *o.* extremitas spinæ dorsalis. *p.* aperturæ amnii primordium (§. 95.) *q.* medulla spinalis. *r.* prima adumbratio partium bullae lateralium, quæ hæctenus nondum inflatæ sunt (§. 94 - 97.) *s.* vasorum retiformium non rubrorum vestigia. *v.* inuolucricaudæ et pubis prima adumbratio.

Fig. 6. Pars areæ vasculosæ cum areola pellucida et embryone. Superficies inferior. Ex ovo 48 hor. illo tamen (fig. 5.) subiectum longe perfectius.

a. a. Areola pellucida. *b.* vagina capitis. *c. c.* partium bullae lateralium portiones superiores inflatæ (§. 85.).

d. d. harum partium portiones inferiores nondum inflatæ, (§. 85.) *e.* embryonis pars

supracardiaca. *f.* cor. *g.* occiput. *b.* fynciput. *i.* limbus foueae cardiacaе et fouea haec ipsa, adeo iam clausa, vt sola rima eius loco supersit (§. 104. 105. 106.) *k.* limbus abdominalis sinister, eius portio superior, aequè ac inferior eiusdem, circa. *d.* a membrana bullae, ex limbo interiori. *p.* orta, sed pellucida, tectus (vid. §. 100.) *l.* limbus abdominalis dexter, de quo idem valet; cum interiori constrictus intraque orificium cardiacum retractus (§. 104. 105.) *m.* limbus interior intestinalis; ex quo membrana bullae oritur (§. 100.) proprie mesenterii, nondum formati, lamina altera.

n. dexter, de quo idem dicendum. *o.* medulla spinalis. *p.* cavitatis fistulae intestinalis, quae fistula posthaec coniunctis lateribus mesenterium producit, nunc patens aperturam amnii constituit (§. 106.) *q. r.* fossae laterales, interstitia inter fistulam intestinalem interiorem et exteriorem abdominalem fistulam (§. 100.) primordium cavitatis abdominis. *s. t.* Inuolucri caudae adumbratio. *s.* limborum abdominalium coniunctio, primordium pubis. *t.* coniunctio limborum intestinalium primordium intestini recti. *v.* Extremitas medullae spinalis curuata paulum. *w.* vena ascendens. *x.* ramuli huius venae copiosi. *y.* vena lateralis dextra. *z.* sinistra,

niftra, quae licet videatur ex fossa laterali emergere, tamen ut dextra ex fistula intestinali oritur.

Fig. 7. Pars areae vasculosae, quae embryonem continet, amnio spurio involutum, ex ovo 60. horarum.

a a. Amnium spurium integrum (§. 36 - 49.)

b. a. b. vagina capitis (§. 39.) *c. c.* partes bullae laterales (§. 41.)

d. d. involutum caudae (§. 40.) *e. f. i. g.* embryo per membranam bullae transparentis.

f. occiput embryonis. *g.* tuberculum pedis dextrum. *h.* vropygii primordium, idem quod

o. fig. 5 et *v.* fig. 6. *i.* tuberculum alae sinistrum. *k.* fouea cardiaca et eius limbus (§.

50 - 57.) *l.* sutura (§. 58 et 64.) *m.* foueola inferior (§. 65 - 73.) *n n.* limbi suturae,

iidem, qui *n. m.* fig. 6. et *m. m.* fig. 5. *o.*

interstitium inter limbum abdominalem et illum intestinalem, idem quod *q. r.* fig. 6.

p. limbus foueolae inferioris. *q.* vena ascendens. *r. r.* eius ramuli. *s.* vena ascendenti

comes, prope foueam cardiacam emergens duobus ramis, altero ascendente altero descendente. *t.* huius ramuli. *u.* vena descendens. *x. x.* limbi abdominales, qui *k. l.*

fig. 6. et *l. l.* fig. 5. *y.* regio pubis, ex conjunctione limborum abdominalium orta, quae *s.* fig. 6.

OBSERVATIONES ET DESCRIPTIONES BOTANICÆ.

Auctore

SAMUEL GOTTLIEB GMELIN.

Quas novas plantas scio, quas obscuras nec, ut decet, descriptas, quasque demum haud ad amissum determinatas, ab interitu vindicare atque ad naturam exhibere animus est, utiliores observationes subiungendo. Primum specimen sequens esto.

I.

Scandix infesta.

Tab. VIII. Humanae altitudinis planta, in Aegypto habitans, caulem habet dichotomum, angulatum, scaberrimum, inferius lineis rubicundis notatum.

Folia pinnata, pinnis pinnatis vel incisus, infra glauca, supra tenuissime pilosa, ut glaberrima maneat, per aetatem vel senescentiam vel rubescit.

Involucrum universale fere nullum, uno tantum vel altero foliolo lineari praesente.

Partiale compositum ex foliolis aliquot numero inaequalibus, lineariibus, pedunculorum, partialem longitudine vel illis longioribus.

Umbella

Umbella universalis difformis radiis circiter duodecim constat. Particularis densa.

Corolla propria *petalis* quinque instruitur albis, cordata-inflexis, extimis duobus maioribus, minoribus intimis, ut in reliquis generis huius speciebus.

Partes genitales, ut in umbelliferis plurimis.

Pedicellum nullum. *Semina* congesta quata, exterioribus hirsutissimis, interioribus glabris.

Styl persistentes in fastigio seminum, primum recti, postea reflexi. Odor plantae nullus; sed venenatam tamen proprietatem ipsi esse, nervos obtundentem et temulentiam inferentem B. FORSKOEHL, qui hanc plantam primus in Aegypto legit, observasse dicitur, ut adeo novo exemplo constet, umbelliferas omnes suspectas semper esse, quas ipsas ad aquas crescentes prae aliis noxias cognovimus.

II.

Bunias Aegyptica.

E seminibus, Hafnia acceptis, in horto academico prodiit. Tab. IX.

Adposito iconi apparet, ad Buniaes pertinere, ob convenientiam floris et foliorum, habitumque respondentem.

Sed speciem distinguunt folia radicalia, quae lyrata sunt et in petiolum decurrentia, caulibus ha-

stato - trilobis, dentato - subsinuatis, tesserrimis, glaberrimis.

Siliculae rotundae, tetraedrae, muricatae.

Caulis teres, valde ramosus. *Radix* fibrosa, annua. Magnitudo pedis vnius cum dimidio.

III.

Tab. X. Quod III. SLOANE history of Jamaica Vol. I. pag. 135. descripsit Piper longum arboreum; foliis latissimis, non sat bene delineavit Tab. 88. fig. 1. exemplam enim, quod ex ipsa SLOANI collectione in vasto sup. omnibusque Europaeis reliquis nihil cedente herbario academia nostra adseruat, ad iconem adiectam compositum est, sequente sequente modo habet:

Caulis ad duos pedes ascendit, teres est, nec multum ramosus, pedunculos tantum emittens et petiolos.

Folia ovato - oblonga acuminata trineruia, dentata, latitudine inaequalia, saepe opposita, saepe alterna.

Spadices floriferi longissimi, incurui, ad foliorum latus oppositum excrecentes.

Plura siccata planta non adnotare permittit; sed sufficit paucis dignoscere inde speciem, quae in Celeberrimi von LINNE enumeratione plantarum non exstat, sufficitque eam amplo generi, ex autopsia castigatam, subiici posse.

IV.

IV.

In determinatione specierum generis *Triumfettae*; inque synonymis, quae illis adpofuit, minus distincte expreffisse se Cel. LINNEVS videtur, ut ateo non inanis opera fit, adnotare, quae melius obseruavi, iterum ex autopsia et attenta tabularum inspectione.

Triumfetta spicata.

Agrimonia madraspatana, folio rotundo singulari, subtus incano, PETIV. *Gazoph. nat.* t. 32.

f. 10.

Caulis teres, erectus, pedis circiter vnus vel vltra, hispida, simplex.

Folia orbiculata, petiolata, inaequaliter serrata. Supra scabra, infra alba lanugine obducta.

Spicae floriferae sessiles, in principio remotae, ad plantae fastigium in glomerem congestae.

Calyces lanuginosi.

Triumfetta Bartramia.

Lappula benghalensis tetraspermus, ribesii folio, echinis orbiculatis ad foliorum ortum plurimis sessilibus, *Plukn. alm.* 206. *Phyt.* Tab. 41. f. 5.

Bartramia, LINN. *fl. Zeyl.* 174. (vbi BVRMANNI Synonymon defendum, quod huc non pertinet).

Descr.

• Descr.

Habitus Vrenae.

Caulis teres, erectus sulcatus, fruticosus, multoque priore crassior, ramosus, scaber.

Folia vel vni-vel triloba, lobo medio infiore, serrata, subtus aspera lanugine adspersa.

Flores axillares, congesti, calyculati, lanuginosi.

Triumfetta rhomboidalis.

Triumfetta floribus calyculatis, foliis rhombouatis, *Lacq. bist.* 147. t. 90.

Distinctissima a priore species, quamvis LINNEVS cum ea confuderit, ob foliorum figuram et flores, qui vel gemini sunt, vel in segregata capitula congesti.

Triumfetta Lappula.

Triumfetta foliis basi emarginatis, LINN. *Sp.*

pl. I. p. 632. *Ej. Hort. Cliff.* 210 *Ej. hort. Vps.* 145. ROY. *lugd.* 476.

Triumfetta fructu echinato racemoso, *Phon. gen.* 40.

Agrimonia lappacea inodora, folio subrotundo dentato, SLOAN. *bist.* I. p. 211.

Cat. Jam. p. 90. *Lappula bermudensis* althaeoides, spicata, fructu orbiculari maiore, Plukn. *phytogr.* Tab. 245. f. 7.

Descr.

Descr.

Folia omnia triloba et aequaliter serrata. *Flores* inferiores axillares bini vel terni, superiores in spicam disticham congesti.

Caulis teres, glaber, simplex.

Calyx nullus.

Capsulae feminales valde echinatae.

Triumfetta semitriloba.

Triumfetta floribus calyculatis, foliis semitrilobis, *Iacq. bist. p.* 147.

Hanc speciem non vidi, sed ex Auctoritate CL IACQVIN adpono, qui tamen fatetur ipse, non fuisse a se ad amissimam descriptam.

Priori analogam dicit, sexpedalem, fruticosam, erectam, ramosam, floribusque calyculatis instructam. Refert ad illam BROWNII synonymon: *Triumfettam* villosam foliis inferioribus angulato-ouatis, serrato-dentatis, floribus ternatis; fasciculis geminatis, foliis suboppositis. *History of Iamaic. 2. p.* 233. Ill. von LINNE cum T. Lappula coniunxit.

Triumfetta laciniata.

Lappago amboynica, RVMPH. *herb. Amb. VI. p.* 59. t. 27. fig. 2.

Conuenit quidem et haec cum T. Lappula multum, ut et LINNEVS ad eam retulerit, distinguitur tamen sequentibus.

Tom. XII. Nou. Comm.

T t t

Fru-

Frutex elatus.

Folia non tribola, sed euidenter laciniata, rugosa, ferrata, inaequalia.

Flores non spicati, sed vel simplices, vel in capitula congesti, superius figuram subinde racemosam adfectantes.

V.

Asplenium Iamaicense, Lonchitidis falcatis foliis, ramosum, pediculis splendentibus, nigris, ita a PLVKNETIO in Almagesto, botanico, p. n. denominatum, et ab eodem Phyt. t. 53. f. 1. figura utcumque laudabili expressum, a SLOANEO deinde iterum in Iamaica observatum, et sub nomine Adianthum nigrum minus, non ramosum, pinnulis et furculis rarioribus, crassis et in trapezii modum figuratis, descriptum (history of Iamaic. T. I. p. 94.) est neque a BROWNIO, sedulo ceteroquin observatore, neque a Cl. IACQVIN, qui plantas cryptogamas omnes, minus sibi tum temporis, ut candide fatetur ipse, familiares, omisit, unde Ill. LINNEO incognitum vel certe obscurum mansit: hoc, inquam, PLVKNETII Asplenium tanquam singularis Adianthi species recenseri, atque ab interitu vindicari meretur. Patebit e descriptione, secundum plurima specimina a me adornata.

Caulem gerit triangularem, nigrum erectum, superne pilosum et ramosum, ramis pariter hispidis, sed

sed teretibus, longitudine pedis vnus cum dimidio. Euidens inde fit, male PLVKNETIVM caulem teretem et glabrum delineasse.

Fronde bipinnatae, alternae, extrema impari. *Foliola* breuissimis pediculis infidentia, vt fere pro sessilibus habeas, trapeziformia vel rhomboidea, serrata, alterna, glabra, tenuia, Adianti cristati L. foliolis duplo maiora, viridia.

Fructificationes in apicibus frondium reflexis, quem ad modum id in omnibus Adiantis obseruare est.

Haec Adianti species, quae Americam meridionalem et imprimis Iamaicam pro patria agnoscit, Adianto cristato L. multum analoga est, si ad hanc suam speciem SLOANII Adiantum nigrum non ramosum maius, furculis raris, pinnulis densis, crassis, minimis, cristatis et trapezii in modum figuratis (Cat. Iam. p. 4.) recte adlegauit, vt omnino videtur. Differt vero luculenter caule suo triangulari et hispido. Differt foliis, profundius et inaequaliter serratis, viridibus, tenuibus et longis.

Differt denique habitu, qui laetiores magis faciem exprimit, cum in *Adianto cristato* afri quid et tristis habere solet.

VI.

Osmundae lunariae duas LINNEVS varietates subiicit, quas equidem pro talibus agnoscere vix aude-
T t t a
derem,

derem, videoque praeterea, circa omnem illius historiam correctionem locum habere posse. Ergo *Osmunda lunaria* mihi proprie illa est, quae gaudet, scapo caulino solitario, frondeque pinnata solitaria. Descripsit eam LINNEVS in *hort. Cliff.* p. 472.

Osmundam folio pinnatifido, pinnis lunulatis. Adpellat eam TOVRNEFORTIVS *Osmundam foliis lunulatis*. Extat in *histor. plant.* Ioan. BAVHINI T. III. p. 709. sub nomine *Lunariae botrytis*.

Describit delineatque illam BREYNIUS, pater, in *Cent. plant.* I. ic. 93. p. 183. sub denominatione;

Osmundae racemosae minoris, quod synonymon LINNEVS pro varietate aliqua singulari nullo iure recenset.

Haec *Lunaria* vbiuis in Europa, et circa Petropolin frequentissime crescens, pinnulas habet integras, aut leniter aut profundius crenatas, semper lunulatas, et varietas illius inuentus, vbi caulis in duos ramos abit, quorum quilibet folio et racemo onustus est. Innuit hanc varietatem TOVRNEFORTIVS, vocavitque *osmundam foliis lunatis ramosam*. Haec *Osmundae* species proprie Austorum *Lunaria* est. Sed ab eadem distinguitur sequentes.

Osmunda Lanceolata.

Tab. XL Scapam habet caulinum solitarium, vt prior.
Fig. 2. Radicem habet eum illa eandem, paucis, crassis breui-

breuibusque fibris conflata, nascendique modum communem. Quae ipsam distinguunt notae, sequentes sunt.

Frons simpliciter pinnata, pinnae pinnatifidae, lacinae semper lanceolatae. Simillima est Lunarise racemosae minori, Matricariae folio, BREYN. Cent. I. p. 184. ic. 94. si non eadem. Differre videtur pinnulis angustioribus, et plerumque longiusculis, sed et interdum satis breues sunt, ut a BREYNIA-NA vix separari mereatur. E foliolis nequidem vnicum lunulae figura donatum est, nec in notabili distantia osmundam vulgarem lunato folio inuenire potui, ut adeo omne dubium cadat, illius varietatem esse.

Altitudo plantae palmaris et biuncialis. Sapor acceptus subdulcis.

Prouenit in humilloribus et ficcis locis, firma terra nec turfacea cooperta. Mense Iunii floret.

Osmunda multifida.

Lunaria racemosa, multifido folio BREYN. Cent. I. p. 184. ic. 95.

Lunaria minor ramosa, CLVS. *bist. hb. V.* Tab. XL
p. 119 botrydites ramosa, filesiaca, BAVH. *bist. 3.* Fig. 1
 711. Haec a LINNEO in *hort. Cliff.* pro varietate osmundae lunariae vulgaris perperam habita. Species, quod specificum nomen mereatur, sequentibus characteribus, ipsi propriis euinto.

T t t 3

Caulem

Caulem habet pedalem crassum, e viridi lutescentem, ad exortum leuiter rubentem, glabrum et rotundum, terminatum racemis, compositis e globulis floriferis flauescentibus.

Frondes binae decompositae, pinnis pinnatifidis, laciniis orbicularibus, vt eas, recte CLVSIVS pinnarum lunariae minoris foliis similes et longiores crassiusculasque pronunciauerit. Lacinae vel integrae sunt, vel leuiter crenatae.

Sapor plantae subdulcis est, sed in gula ardorem relinquit.

VII.

Cum *Osmunda Virginiana* coniunxit LINNEVS *Osmundam asphodeli radice*, PLVM. 136. t. 150.

Sed priori, quae in betuletis crescere amat, magnitudo est multo minor, ortus foliorum cum scapo communis, euidentisque diuisio pinnarum ad vltimas vsque pinnulas. Adeoque differunt.

VIII.

Duas noui e *Pteris* genere species, quas in Auctoribus non determinatas inuenio vel certe non ita descriptas, vt sapere inde possem. Exstant in Herbario Ammanniano, quod Academia seruat, refertque B. Possessor accepisse se illas a STELLERO in Sibiria lectas. Sit ergo prima.

Pteris

Pteris Stelleri.

Radix fibrosa, debilis. Ex ea palmaris aut Tab. XII.
 semipedalis capliculus prodit, tenuis, ad duas ter- Fig. 1.
 tias usque spadiceus, et eo usque nudus, hinc folio
 auctus, tribus aut quatuor pinnarum partibus com-
 posito, non ex aduerso, sed alternatim disposita-
 rum, impari vna. Duo inferiora parca, remota,
 tripartita superiora cum pinnula impari simplicissima.
 fig. 1. a. *Foliola* quato - lanceolata limbo latefcente do-
 nantur, qui farina seminali ad maturitatem prope-
 rantem, paulatim reflectitur, unde folia in adulta
 planta linearia adparent. fig. 1. b.

Cum Filicula montana vario folio, TOVRN.
 multum haec Pteris conuenit.

Pteris argentea.

Radix fibrosa, cirrhosa, nigricans. Tab. XII.

Multi ex eadem radice caules, e fusco rube- Fig. 2.
 scentes, vel egregie rubentes, palmares oriuntur,
 terminati folio, in tres principes partes diuiso, qua-
 rum singulae in quinque vel sex paria pinnularum,
 versus extremum paulatim, decrefcentium, vnaque
 impari, in ambitu subtiliter crenatarum, fere ad
 mediam costam usque diuiduntur. Inferiores autem
 tarsi, ex inferiore parte quasi appendiculati siue
 pari pinnarum deorsum spectantium, reliquis bre-
 uiorum, similitum cetera donati sunt, quam ob
 rem facies emergit quinquangula.

Color

Color frondium satore laetissimaeque viridis, inferne argenteus.

Limbus pinnularum simplici serie globulorum lutescentium constat, qui planta maturitati proxima in vnum corpus confluunt, antequam colorem cum nigro commutant. Quam primum planta maturitatem nata est, tarsi in globum contrahuntur.

Facies tota Hemionitidis profunde laciniatae, ad oras puluerulentae. Sed ab eadem differt colore foliorum saturatius viridi inferne candido, et statura humiliore.

IX.

Tab. XIII. Liquidambaris asplenifolii, optime a PLVKNETIO *phyt. t. 100. f. 67.* delineati, et sub nomine: Myrti brabanticae adfinis americana, foliorum laciniis asplenii modo diuisis, descripti curiosissima, pariter ac rarissima varietas datur, quae ab illis, qui multitudinem specierum amant, pro novo liquidambaris exemplo proponi posset. Prouenit in America septentrionali, et folia habet oblonga, aspleniformia alternatimque sinuata; sed tota pilosissima est, caulemque gerit adeo hispidum, ut superne totus lanuginosus sit. Folia deinde, quae latiora paullo et latiora illis sunt, quae liquidambar asplenifolium ordinarium gerit, pubescunt, ut caulis, pilis minimis marginem eorum circumdantibus;

ET DESCRIPTIONES BOTANICAE. 521

tibus ; superficies superior glabra est , inferior autem hirta , praeter numerosos pilos a petiolo excurrentes. Caeterum nullam differentiam inuenio , credidique tamen operae pretium esse , varietatem hanc peculiari figura exprimere , ad naturam facta.



DE

PROPRIETATIBVS PLANTARVM
EX CHARACTERE BOTANICO
COGNOSCENDIS.

Auctore

SAMVEL GOTTLIEB GMELIN.

Rem hodie, Academici, propono, non nouam, sed vestra tamen attentione dignam, quod de ea disputetur.

Praemitto botanica, sequentur, quae inde fluunt, medica.

Longa obseruationum serie perspectum habemus, tales Creatorem plantis ingenerasse notas, vt commode distinguantur, quasi ita voluisset imbecillitati succurrere humanae. Quis non solo cognosceret adpectu Saluiam quamcunque sibi oblatam? quis non Iusticias, Commelinas, Trifolia, Lotos, Hedyfara, Ranunculos, Parnassiam, Maluas, Gerania, Carduos, Hieracia, Ara, Orchides, Lathyros, Gnaphalia, Lychnides, Delphinia, Veronicas, rel.? Omnes hae plantae habent aliquid sibi proprium, quod vel imperitus animaduertit, characterem quendam, pro distinctione sufficientem. Et quemadmodum quodcunque plantarum genus priuo sibi instruitur signo, tamen vicinum vicino ita adnectitur,

vt

vt caractere suo in illud fundatur, inque ordinibus quam maxime naturalibus difficile proinde sit, genera subalterna, arte, vt puto, facta luculenter dignoscendi. Loquantur gramina, umbelliferae, plantae floribus labiatis et personatis instructae, tetrapetae regulares, compositae, asperifoliae, leguminosae, etc. Nonne ostendunt, genera in genera transire, species in species? Nonne in iis frequens obseruandi occasio datur, ita inuicem genera plantarum naturalia cohaerere vt vna nota caractéristica in propinquissimo incipiat, et in altero dein ita in conspectum veniat, vt limites agnoscere cogaris, cum sequens adfinitatem retineat, aliterque tamen iterum conformatum adpareat, varietate modo in hac, modo in illa plantae parte se manifestante, prouti de genere in determinato ordine agitur? Nonne euidenter concluditur vniuersalem celebrandam fore harmoniam vinculumque inter omnes plantas nullo hiatu interruptum, si omnes et singulae detectae, cognitae et secundum ipsam naturam propositae essent. Causas faciei huius harmonicae causasque differentiae non minus harmonicae rimaturi, non possumus non tanquam principalem agnoscere eam, quae a lege petitur, secundum quam proposuit sibi natura, corpora organisata omnia, quatenus viua sunt, ea scilicet, quae in globo terraqueo versantur, et ex insito quodam actuoso principio officia sua peragunt, ita formandi, vt quodvis eorum de omnibus aliquid habeat, accedente

V V V 2

sem-

semper caractere proprio, determinatam speciem distinguente. Foret ergo primaria causa, placitum Naturae, ordinis adeo exactas et tanta pulchritudine procedentis studiosae, ut perfectius quid excogitari non possit. Sed accedit altera, humanarum utilitatum ergo intenta. Ea scilicet, ubi manifestis exemplis edocemur, proprietatibus plantarum botanicis respondere vires earum medicatas, noxias, alimentares, tinctorias. Cuius rei demonstrationem haec habebit et proxima dissertatio, primo nunc exponens, quae ad medicinam spectant.

Characteres plantarum secundum characterem botanicum examinaturis, id praecipue agendum est, ut, ab omni characteribus humanis liberi, eos tantum semper ob oculos habeant, qui naturales sunt, quique consistunt in complexu partium omnium, ad plantas spectantium, quod praeterea moneo, ne quis putet, ab vnoquoque systemate abstrahi posse. Atque hoc primum est quam maxime obseruandum. Alterum erit hoc, ut attendas, quae sint plantis, sub determinata familia comprehensis, proprietates communes, quaeque illae sint, ad diuersas diuersae accedentes. Nouit enim natura, vna saepe fidelia duos pluresque dealbare parietes, adeo ut vna quoque et eadem planta pro variis, quas habet, partibus varia virtute donetur, re meis speculationibus plane non contraria, ut e sequentibus abunde patebit.

A plan-

A plantis, imperfectis dictis, incipio, ita vocatis, quod partes in illis deficient, aliis in plantis observabiles. In se perfectae sunt, quin quod summa sua simplicitate perfectissimae. Illas hic prouoco plantas, quae a gelatinoso incipientes bysso, et facie vix adhuc vegetabili gaudentes, sensim sensimque perfectiores fiunt, tandem *Lichenibus* terminati, ubi maior iam aliis cum plantis observatur analogia. Byssos ergo, Tremellas, Ulvas, Fucorum ordines omnes cum Conferuis, quarum articulae a globuliferis haud multum abluunt, volo, quae sane singulae cunctaeque plantae unum proprie genus naturale constituunt, rectissime a LINNEO suo *Algae* nomine propositum, et sine iure ab ADANSONO, qui Botanicum se omnium naturalissimum profiteatur, in plura laceratum. Harum plantarum characterem non dabo, fusius enim id a me factum est, in historia fucorum, sub prelo iam sudante; at ceterus adseuerare possum, omnibus his plantis vim *Saponaceam* inesse, deobstruentem, ad vltima in minimis glandulis vasa penetrantem, aliis in speciebus plus euidenter, in aliis minus, certo tamen in singulis praesentem. En Exempla! *Lactuca Marina*, quae *Tremellae* species est, podagram leuat. Quid autem hunc morbum constituit aliter; quam materies calcarea, sabuloso-calcarea, vage oberrans, et aucto sanguinis circuitu partiali exagitata, saponi soluenda? Nonne explicari inde virtus refrigerans potest? Febrem effectum scimus, qui tollitur sublatam

V V V 3

caussa.

caussa. *Sargasso* contra vrinæ difficultatem ab Americanis adhibetur. Nonne ea a spasmo nascitur, vel a calculo inducta vel quomodocunque aliter? Quidque propterea materia saponacea excogitari potest efficacius? Eodem ibidem mulieres spartum promouent, scimus quidem, pellentia hoc in casu omnia noxios plerumque euentus habere sibi pedissequos. Sed obstaculo tantum, a rigiditate nato, quid tollere illud est simplicius medicamine non calido. *Quercus marina* tot tantisque encomiis in scirrhis celebrata, et a magnis Viris, e quibus vnicum Ill. GAVBIVM, membrum Academiae nostrae honorarium dignissimum, excitare placet, singulari cum fructu ideo in frequentem vsum adhibita, quid iterum demonstrat aliud, quam quod vi agat saponacea, qua donata ad minutissima penetrat Vasa, eademque referat obstructa? Fuci vicini, illi nimirum, qui vesiculas gerunt in apicibus frondium vel sparsim in superficie dispositas, mucifluas, quin simili virtute gaudeant, non habemus, quod dubitemus, partim enim eatenus iam comprobati sunt, partimque experimentorum tantum defectus in causa est, quo minus pulcherrima res perspecta habeatur. Quibus cum iis perpensis, quae continuo sequuntur, non dubium amplius supererit, vigere in omnibus plantis, primo hoc ordine propositis, virtutem resoluentem, saponaceam, adesse autem in quibusdam gradu eminentissimo, in aliis eminentissime, sensim sensimque deinceps obscuriorem fieri. Ita
nouis

novis olim detectis speciebus e caractere botanico cognoscemus quatenus illis virtutes futurae sint, firmiterque coniectura erit, quam quae aliunde desumitur. Sed alia momenta prostant, rem confirmantia. Analysin chemicam primo adduco. Imperfectae, quas adlegavi, plantae, aquae calidae infusae, resoluuntur totae in mucilaginem gelatinosam, tragacanthae vel alio gummati similem; destillatione phlegma aquosum exhibent, post acidulum, ultimo olei empyreumatici tantillum. Superfites in retorta carbones, leniter calcinati salsum cinerem relinquunt, vapore albo exhalante, cum odore sub operatione assurgente, foetido, illi analogo, quem hepar sulphuris habet, in cinere alcalino non penitus evanescente, salis cubici mirabilisque vestigiis luculentibus accedentibus. Ita omnibus his in plantis generaliter, proportione tantum pro diversis diversa. Quid animadvertere elegantius est, respondere adeo characteri botanico principia, ex hisce plantis elicita? Principium inflammabile habemus, sali alcalino iunctum. Inde mucilaginis ratio. Inde foetidus hepatis sulphuris odor. Habemus ergo blandum in plantis his imperfectis saponem. Et unde ille? Fere mihi persuadeo, vires plantarum medicamentosas insinuari in illas extrinsecus, atque dein ab ipsorum fabrica modificari. Virium medicatarum principia pauca sunt, et forte tantum unum et alterum, quod varie modificatum, commixtum praeparatumque tot tantisque effectibus par est.

Saluta-
res

res in plantis, de quibus ago, partes ab ipsa maris, paludumque aqua, in eas peruenire, atque ab illis ulterius perfici et elaborari eo certius mihi constat, quo luculentius scimus, oleum cum aqua, alcali ope miscibilem esse, hancque mixtionem et in maris occurrere aqua, et in illa stagnantium paludum, Tremellarum Byssorumque patria. Inde forte similis in alcyoniis quibusdam et praesertim A. Ficus, Pall. El. n. 209. obseruata facultas deriuanda est. Habent ergo, qui inhabitant littora, plantis suis marinis efficacia resoluentia medicamina, sapore suo agentia, adeoque stases tantum frigiditas, resoluentia, morbos proinde tollentia, illis in regionibus familiaris. Neque impedit, si determinatae species determinatas adhuc obtinuerint olim obseruationibus confirmandas, virtutes alias. Sufficit enim sapanaceas esse omnes, hancque vim odore quoque et sapore prodere suo.

Altera plantarum imperfectiorum familia naturalis est, *Lichenes* complectens, plantas, cum fucis quibusdam adeo analogas, ut vix distingui possint. *Roccella* certe habitu adeo accedit, ut ni locum, quo prouenit scires, pro fucis haberes. Atque sic alii ex illis multi, qui *tubercula* gerunt, *fruticesque* aemulantur. Omnes repunt, omnes substantia gaudent, quae a calcarea non multum abluunt; facies omnium leprosa est, fructificationes videntur gerere, iam magis euolutas, partes scilicet utrasque genitales, quarum quaelibet sua ad procreationem conferat. Habitus in genere adeo singularis,

laris, ut si ab illa similitudine discedas, quaecum fucis Lichenibus interest, quemcunque oblatum facillime cognoscas. Vires Lichenum salutare nullis fere experimentis indagatae hactenus sunt, immo nostris temporibus certissimo vsui venit nullus. Neque, quantum scio, obseruationes chimicae habentur, e quibus saperemus plus. Sed videor tamen mihi detegere in iis materiem quandam acrem, salino-resinosam, fixam, vbi sal; terra, principiumque phlogiston ea inter se intima commixtione puncta sunt, ut vis emergat, incidens, stimulans, sed magis calida et irritans, vim fibrarum oscillatorium adaugens, proficua proinde in omnibus illis pathematibus, vbi lentescens infarctus stases inducunt, morborum chroniorum insignium, funesta feminia, in quacunq; demum corporis humani parte inueniant locum, hepate praesertim, vel alibi. Neque haec hypothetica putes. *Lichen pileatus paruus*, *foliis crenatis*, DILLENII, quae est *Marchantia hemisphaerica*, LINNEI in obstructionibus hepatis et vesicae vrinariae, in hectica, cutaneisque morbis mire olim commendabatur. *Lichen vulgatus maior*, *pileatus* et *verrucosus*, qui est *Marchantia conica*, LINNEI, in iisdem, cum *Lichene fontano maiori stellato aequae ac umbellato et cyathophoro*, LINNEI *Marchantia polymorpha*. De *Marchantia conica* MATTHIOLVS in CAMERARIVM habet: arcere inflammationes, impetigini mederi, regium morbum curare, ad Iecinorosos adfectus praeferrri. Nonne
 Tom. XII. Nou. Comm. X x x haec

haec omnia ex principiis supra memoratis? *Lichen pulmonarius* ad tabem conducebat, pectoris et pulmonis ulcera, cruentaque sputa, ad muliebrium profuua, dysenteriam, biliososque vomitus. Nonne haec e principio balsamico? Surgat *Islandicus*, atque hic internas obstructions soluit. *Cocciferus* tussim conuulsiuam sedat; nonne iterum ob vim balsamicam, demulcentem? Iteratis certe obseruationibus magis constabit, plures, quam nunc scimus, species iisdem similibusque morbis ex iisdem principiis pares fore, et analysis chemica, quam instituendam mihi Celeberrimus noster MODELIVS promisit, lucem, credo, non recusabit, minorem; modo semper maior minorue attendatur efficacia, insimulque perpendatur; quod addendum semper est, determinatas species determinatam adhuc facultatem aliam, ex alio accedente principio habere posse. Ita *Lichen caninus* tanquam specificum hydrophobiae opponitur, et *Roecellae* tinctoria virtus lippis quoque atque tonsoribus non incognita est. Vnde Lichenes resinam suam balsamicam accipiunt? Videtur in illis, qui cortices arborum perreptant, coniectura facilis esse: Scimus enim hos posteriores semper scatentes fluida resina, arte ab illis extrahenda. Peruenit ergo ex illis in Lichenes, eorumque vasis continetur. Memorandumque hoc est, annosiores arbores *Lichenibus* praecipue obsitos esse; quasi resina maxime accumulata opus esset, pro accersendis sustentandisque *Lichenibus* speciebus. Illae, quae repunt ad rupes, atque ad

patum fuit. Maior autem et in hoc ordine observationibus locus datur, quae euentiora reddant, obscura.

Filices quarto adfero, certitudinem insignem offerentes. Hae sunt e cryptanthemis illae plantae, quae perfectiores et fabrica magis absoluta plantis phaenanthemis propius accedunt, euidente scilicet radice distinctisque foliis gaudentes. Haeque illae sunt, quae proprietatem roborantem, atque ex hoc fonte diuersimode proficuas alias a natura obtinuerunt. Hae illae sunt, quae omnis noxiae expertes dotis, in omnibus illis morbis, ubi aperiendum, incidendum, vasisque referatis tonus excitandus est, tam singularem haecenus praestiterunt usum. Quis ignorat Adianti, quod *Capillum veneris* adpellant, quis Asplenii, *Ceterach*, *Trichomanes*, *Rutae murariae*, *Scolopendriae* virtutem tonicam? Quis nescit proinde efficaciam illorum in morbis frigidis lentisque, oedematosis, hydropicis, cachexiis, natisque inde hypochondriacis, hystericisque? Quis medicorum practicum est, qui non iisdem viscerum soluerit obstipationes? Qui que non blandam eorum indolem laetus secunde praedicauerit? Sed tantum abest, vt mox recensitae e filicibus plantae solae sint, memoratis vsibus adaptatae, vt potius ex illis non vniam speciem eximerem, cui non competeret expositae efficaciae aliquid? Quamuis enim per omnes experimenta facta non sint, sapor tamen omnium et pericula chymica rem satis euincunt. Quotquot enim
inda-

indagatae sunt, gummosas offerunt partes, cum resinosis mixtas, quibus terra pro basi est, e qua magnetes martiales atomi adtrahuntur. Inde tonica Virtus primaria debet esse, neque euanescere unquam, sed pro varia partium harum inter se mixtione aliae debiliores sunt, aliae fortiores, cum virtus modo simpliciter resoluens, vel diuretica, modo purgans ut in *Polypodio vulgari*, BAVH. modo et anthelmintica, ut in *Polypodio Filice mare*, surgat luculentior, omnes autem ex principio unico, varie transposito. Generale id est: Filices omnes propter principium martiale roborant, et ob sales deobstruunt, characterque botanicus hanc in- tus latentem facultatem, externe prodit.

Graminum semina, plantarum, rursus adeo caule, foliis, gluma, floribus inter se conuenientium, ut ordinem sistant, de quo nemo disputat, omnia farinacea sunt, ex partibus nempe mucilaginoso-oleosis conflata, vnde nutritiua illorum emollensque virtus pendet. Nemo a me exiget, ut per exempla eam. *Tritici, Hordei, Panicis, Zeae, Bromae, Festucae, Mili, Auenae, Secalis, Tripsaci, Oryzae*, reliquorumque, quis ignorat alimentarem vim, toties in tantum hominum emolumentum confirmatam? Quis non venerabundus agnoscit prodigiosa naturae bona in tanta alimentorum necessitate tantam eorum subministrantis materiem? Quisque non exploratum habet, manu quasi indigitatum esse, quo conferat se homo, ut homo maneat. Exce-

ptionem, fateor, *Lolium temulentum* facit, vi narcotica in nervos agens, eosque actiuitate priuans, sed tamen et de eo constat impune a pecoribus comedi, nec damnum in illa redundare vllum. *Folia* Graminum saponaceae indolis sunt, et quemadmodum iumentis laeta dant pabula, ita in homine, teneriore compage donato, medicamentorum sustinent vices adhibenturque, vbi saponis opus est. Sciendum vero, esse hunc in omnibus blandissimum, adeoque et non nisi blanda agere efficacia. *Radix* Graminum fortiores effectus edit, e partibus plus resinosis constans. Inde Virtus saponacea fortior, omnes secretiones et excretiones promouens, renalem praecipue, vt et calculos subinde soluant. Ambrosiaci quoque, aromatici, iucundissimo nares vellicantis odore principii graminibus quibusdam inest, quod vel solum comprobatur foenum, vnde leuiora deliquia dissipata sunt. Id habet *Lolium* eminentius.

Iungo sexto *Graminibus* ob virtutem analogam plantas *Leguminosas*, in quorum seminibus et pericarpis facultas eadem est, quae in seminibus Graminum datur. Neque differt nisi maiore quantitate olei, vnde virtus emergit magis nutriens. Sed ob hanc ipsam ea nimium vsurpata molestant, flatu inducunt, atque proinde mala ab his nascuntur. Quare *Cerealiis* praerogatiua est, quae nutrimento corpori humano magis accommodato, parciori, provida natura instruxit. Sed aliae in *Diadelphis* partes aliam quoque facultatem percipiunt. Folia eorum,

rum, et cum radice flores principiis plerumque sca-
tent saponaceo - gummosis, resinosis plus minusue
intermixtis, fere, vt in graminibus, sed aliter mo-
dificatis, inde vis eorum abstergens, resoluens, diu-
retica similesque. Hunc quidem in finem iam adhi-
bita sunt eorum aliqua, substitui possunt e reliquis,
aequali efficacia praedita, modo sciatur, vbi toties
in medium adductum: *plus minusue* illud, domine-
tur. Ob mucilaginis copiam Glycirhizae succus de-
mulcens pectoralisque qualitas cognita est.

Lilia septimo sequantur, cum *Graminibus* per
iuncos connexa. Haec omnia e partibus acris
composita, salinis volatilibus fixisque, gummosis et
resinosis, intermixtis terrestribus, vnde facultas ape-
ritiua prouenit. Euentissimum vero *Lilia* graduum
sunt exemplum, a commixtione principiorum
emergentium. Aliqua *Lilia* tam blanda et parca
ea habent, tamque mirifice inter se transposita, vt
vel comedantur, Asparagorum, Liriorum, Tulipae
exemplo. Alia phlogisto maiorem concedunt locum,
indeque odor surgit stimulan, quibusdam nauseosus,
vt in Allio, fragrans, acceptus, vt in Narcisso et
Hyacintho. Alia leniter purgant, alia potenter re-
soluunt, vt Irides. Alia emefin cient, vt Scilla.
gradibus intermediis adeoque et virtutibus plurimis.
Sufficit iterum, normam generalem nosse, characte-
re botanico perspiciendam.

Scitamina, calidissimarum regionum incolae,
aromatica omnia sunt, aromate feruidissimo, modo
in

in radice residente, modo in feminibus, conflata nimirum ex aethereo olco, vnde volatilitas eorum oritur, cum partibus terreis et resinosis mixto. Hac illae plantae comprehenduntur, quas impetum facientes HIPPOCRATES dixit, et quae igne, quod fouent, suo torpentes actiuosi principii motus vellitant, excitant, et in actum deducunt, siue vaporibus penetrantissimis, naribus excipiendis, siue ore ingestis. At caute cum iis agendum est, ne gladius fiant in manibus furiosi. Sub torrida zona hae plantae crescunt, adeoque hominibus data, illi adfuetis. Sin ergo a regionum frigidarum temperatarumque incolis in vsum trahuntur, trahi vero debere, nemo probabit, sua enim his et meliora sunt aromata, parcissima dosi opus est, ne agant nimium.

Umbelliferae plantae omnes, calidae sunt, sudoriferae, e partibus conflatae olcosis, quibus salinae, gummosae et resinosae intermiscuntur. Aromatica hinc ipsis competit proprietas, non tantum in primas vias agens, sed humores soluens. Inde carminatiuae sunt, alexipharmacae, febrifugae. Inde emmenagogae, diaphoreticae, diureticae. Inde venenatissimae inter eas dantur. Venena enim sunt, nisi medicamenta nimia. Tenendumque hoc est, umbelliferas, ad aquas crescentes, prae ceteris pleurumque suspectas esse, quasi effluuia illius vim augerent.

Com-

Compositae plantae salutare omnes sunt, et ex principio, quod continent, saponaceo, amaro proprietatem resolventem aperientemque obtinent. Hae plantae, ut numerosissimas species sistunt, ita insignem medicaminum farraginem suppeditant, quae tot tantisque probata vicibus exoptatum semper praestiterunt effectum. *Compositae* vegetabilia offerunt, quae gliscentem sub cinere tabis ignem suffocant, obstructions solvunt, solutamque materiem peccantem vel subigunt et assimilant, vel ad organa secretoria ablegant. Nolo ad exempla prouocare, quae non loquentur, sed clamabunt; medicos autem prouoco, ut, occasione data, *Hieracia*, *Crepides*, *Sonchos*, *Leucanthema*, *Chrysanthema*, *Obeliscothecas*, *Doronica*, *Conyzas* cet. legitimis experimentis prosequantur; deprehendent enim in illis, *Taraxaci*, *Bellidis*, *Millefolii*, *Farfarae*, *Eupatorii*que depraedicatas, at numquam satis depraedicandas virtutes. Si per omnem familiam transcurrere vellent, spe nunquam refragabuntur, quod certus scribo ob propria, quae habeo, experimenta, ob Analysin chemicam, et conuenientiam. Omnes sunt resoluentes, plus minus. *Radiatae* blandissime agunt, *Capitatae* intensius, *Corymbiferae* iam innatum sibi habent calidum; aguntque proinde vehementissime.

Cucurbitaceis plantis, ut undecimum exemplum proferam, mucilago inest, qua refrigerant, pomaeque sua eo anni tempore proferunt, quo corpus frigore opus habet. Inde patet eorum finis et

Tom XII. Nou. Comm.

Y y y

vfus.

vsus. At quemadmodum ni-nium ingurgitatae debilitant, tormina et diarrhoeas producant, ita in medio ipsorum *Bryonia* et *Momordica* collocantur, in quibus causam horum morborum explicitam graduque vehementiore donatam sistit, quod idem in *Fenillea* cordifolia, atque in cucumere *Colocynside* obseruare est, quae scilicet omnia validissime purgant, ventriculum et intestina fortiter commouentibus, *Elaterio* adeo, tam drastico, vt hydropicas aquas pellat. Factum hoc videtur esse, partim, vt sciamus, quatenam plantae sint, tantopere saepe a nobis in deliciis habitae, ne illis nimio vsu fallamur, partim vt noua sui generis purgantia habeantur.

Duodecimo *Orchides* propono, quae hircino, quem spargunt, odore quid sibi velint, iam e longinquo ostendunt. Nutrit mucilago in succulentis omnibus eorum radicibus contenta, partes oleosae calefaciunt. Quid, quaeso, proficisci aliud ex vsu plantarum eiusmodi potest, quam iucundus ad uenerem stimulus. Nutrientes partes, deperditas restitunt vires, his redditis amorem prouocant calidae. Inde non tantum conducunt uiris, quorum debiliores vel decrepitos orchidum bulbos cum effectu adhibere noui, sed uerum quoque confortant, atque ad conceptionem disponunt. Neque id solum orchis foliis maculatis praestat. Sed scimus id a pluribus annotatum, (conf. DALE Pharm. p. 278. sqq.) cumque Europaeae pleraeque vnum spargant et eundem odorem,

odorem, de exoticis non habemus, quod multum dubitemus, praesertim cum *Vanilla*, excellentissimum illud Chocolatae remedium, cordialem efficaciam suam satis iam confirmauerit.

Plantae *Coniferae*, facie naturali tantopere inter se conuenientes, quod omnes in se contineant resinam balsamicam, quodque exinde sanguinem, labe quacunquē corruptum, venerea praesertim, vt sint quasi *Orchidum* antidota, ea imbuant, imbutum stimulent, stimulum in maiorem circuitum deducant, motu auctum ad organa excretoria ablegent, atque sic per vrinam et sudorem quisquilias morbificas eliminant, id iterum res est, multa observationum serie comprobata. Resina vero his in plantis adeo abundat, vt e corticibus illarum vel sponte exsudet, *Therebinthinae* exemplo, quam *Larix* et *Abies* fundit. Viget in omnibus, in aliquibus tamen adeo efficax, vt vel foetum *Sabinae* exemplo, qua propterea parcissime vtendum est, quin *Taxus* adeo venenatus habetur, at tamen resina illius *Iuniperinae* non multum absimilis. *Cupressi* fructus quamuis adstringant, in eo tamen non minus dominatur resina, efficaciae similis.

Amentaceae adstringunt, continentque omnes principia salina austera et gummatosa, terrae martiali infixa, quam, qua talem magnes demonstrat. *Amentaceas* autem adpellamus plantas, quorum flores in amentis distinctis, intra calycem communem

Y y 2

inae-

inaequalem et imbricatum reconduuntur. Adstringentem *Platanus* virtutem in cortice habet. *Constrayeva*, quae *Dorstiniae* species, in radice. *Ambaiba*, quae est *Cecropia* LINNEI, in foliis et medulla arboris, qua Nigritae vulnera sanant. *Fagus* in Cortice, vt, Quinquinae ad instar, febres intermittentes eo curati fuerint. *Castanea* in cortice et nucibus, quibus et alui fluxus, et sanguinis profluuia sistunt. *Carpinus* iterum in cortice et *Ostrya*. *Alnus* et *Quercus* praecipue in gallis. Decantatissima *Simaruba*, quae *Bursera* est, in cortice, *Salices* in foliis. *Populus* in gemmis, vt fere omnes. Nolo prouocare ad alias.

Maluaceas plantas emollire omnes ne vnicuique probabo exemplo, cum superfluum patem, toties cocta recoquere.

Solana omnia venenata sunt veneno narcotico, ob copiosas, quas habent, summe acres salinas partes, sulphureis vaporosis remixtas, vt facultas exsurgat, opio analoga. Tristia exempla satis luculenta prostant. Neque solanum tuberosum exceptionem facit, cum sola ipsius radix esculenta sit, et baccae illius iure meritoque suspectae haberi debeant, minori quamuis gradu venenatae, quod vel ideo conficitur, dum fermentatione acris ex illis obtinetur inebrians spiritus, indolem plantae redolens, e familia nociua procreatae. Haud tamen obstat, quo minus *Solana* medicamina esse possint, venena enim
fortis-

fortissima contra dirissimos morbos auxilia prudenti medico subministrant, atque hic iterum repeto, venenum non esse nisi medicamentum, vi adactum, hocque venenum tantummodo mitius. Limites inter vtrumque non noui.

Decimo septimo plantae *asclepiadeae* noua venena sistunt, sed acria, conflatæ principiis salinis valde acribus, fixis volatilibusque, resinosis; Hæc quæ illæ sunt, quæ quomodocunque vulneratæ succum corrosiuum lacteum fundunt, nonnuquam in viridem colorem vergentem. *Hirudinariae* quidem radix in medicinam recepta est, et tanquam medicamentum diaphoreticam laudatur, sed agit potenter, fortiterque humores commouet, ad calidam, alexipharmacam vsque, vt pateat, dote sua non abluere, quantumuis debiliore sed reliquarum omnium virulentiorum indolem satis scimus.

Oleraceae plantæ, a quibus *Amaranthorum* species non differunt, quod contra Cel. ADANSONVM moneo, suis sæpe in familiis conuenientiam et differentiam inuenientem, quam quidem semper detegere, felicitate non fruor; mucilaginosæ sunt, nitrosæ, oleosæ, indeque mensis multoties adponuntur, Betæ, Polygonorumque exemplo, vel medicatis vsibus veniunt, vbi digerente, emolliente, temperante efficacia opus est. Inde *Bortrys*, *bonus Henricus*, *Atriplex syluestris*, *Parietaria officinalis* sunt, substituique illis ad eandem finem possunt.

Y y y 3

sent.

sent. In *Vulvaria*, ita dicta, quod vulvae singularem odorem habeat, vis aphrodisiaca praeterea commendatur.

Asperifoliae eandem oleracearum facultatem possident, ne vnica excepta, sed principia mucilaginosissima fere magis adhuc abundant, vt *Symphytum* et *Pulmonaria*, tanquam pectoralia, *Cynoglossum*, *Asperugo*, *Lithospermum*, *Buglossum*, tanquam medicamenta, acrimoniam humorum obtudentia, celebrentur, *Heliotropia* ipsis febribus profligandis destinantur, (Conf. CLVS. hist. 2. p. 47.) atque insuper ad menstrua promouenda adhibeantur, *Cerintbe* Borragini par habeatur, et *Onosma achioides* amarior, taenias adeo expellere credatur.

Gentianae omnes plantaeque illis vicinae, *Mennyambes* et *Exacum*, saporem habentes amarum, odorem aromaticum, e principiis constantes martialibus, aethereis, salinis, agunt roborando, atque ex hoc vnico principio ventriculum tubumque intestinale tenore suffulciunt, acidum debilitant, febres curant, vermes eliminant.

Anagallidibus analeptica virtus inest, reficiens excitans; inde suus est Primulae gratissimus odor. Inde Anagallis specificam in melancholia remedium. Inde *Cortusa* Matthioli grato suauisque odore praedita, instar saui mellis, subtilissima effluuia spargit, qui odorantis, cerebrum permeat, atque reficit. In-

de

de Auricula vrsi tanta hortorum decora praebet. Vt alia taceam.

In binis exemplis, desino, quae enim dicenda amplius restant, alterae de plantis tinctoriis dissertationi praemittam. In plantis *ringentibus*, et *tetrapetalis regularibus*, quae vtracque vim prioribus addunt maximam.

Ringentes *verticillatae*, quae plantae sunt, omnium fere fragrantissimae, odore aromatico, penetrantissimo, caput petente, et netuos mirum in modum restaurante, pendente a principis salinis et oleosis, vtrisque volatilibus. Magnam ergo hae plantae in se habent materiae inflammabilis quantitatem, quam an spiritum rectorem adpelles, cuius determinatam, an vero actiuum per se principium, pro varia planta varie modificatum, et modo sub hac, modo sub illa atomatici odoris specie vellicans nares, perinde mihi est: sufficit scire, phlogiston, fontem odorum pabulumque esse. Vtcunque autem hae plantae volatiles sunt, est tamen in ipsa volatilitate fixitas, scilicet in ea constantia quaedam, ut non statim dissipetur, sed tanta in nervos impressione agens, ut retineant, quod receperunt, id quod copiae adscribendum est, minus volumen occupanti. Nihilominus gradus dantur. Aliquae e *verticillatis* plantae omnium sunt fortissimae, ut *Dracocephali*; *Rosmarini*, *Ocimi*, *Maioranae*, *Meissae*, *Mentae*, *Sakiaae*; Ser-

Serpylli, *Marrubii*, *Clinopodii* etc. species. Aliquæ valde quidem odoratæ, sed odore tamen multo prioribus debiliore, vt *Teucrium*, *Lauenaula*, *Monarda*, *Ballota*, *Aiuga*. Aliquæ dein, quæ odoris principia adeo effecta habent, vt vix amplius oleant, quemadmodum in *Leonuro*, *Cunila*, *Phlomidæ*, *Lamio*, *Galeoside*, *Brunella*, cet. contingit; vt euentissimum nouum proffert exemplum, dominari quidem in vno eodemque ordine vnam virtutem, at iam modo efficacissimam esse, modo quam maxime torpentem. Quæ autem e principio odorato exurgere in verticillatis debeat, atque qua talis ab omnibus agnoscitur, vix recensere opus habeo. Est autem illa calida, roborans, peruina, resolvens, diaphoretica, diuretica, inde anthelmintica, febrifuga, antapoplectica, et demum vbiuis proficua, vbi indicationes locum inueniunt, per calida aromata explendæ.

Plantæ *personatæ*, si cum prioribus similem virtutem adscriptam illis ab aliis legas, mihi tamen aliam longe demonstrant dotem. Comprehendo autem sub illis non tantum personatas, *Adanffonii*, sed et *Verbenaceas* illius, quin quoque ex *Caprifoliis* aliquas. *Personatæ* omnes principiis gaudent saponaceis, sale sc. cum oleo vel phlogisto iuncto, quibus teneriores, terree, basin suppeditant. Inde resolvunt, abstergunt, vrinam et sudorem mouent, virtutisque tonicæ nonnihil insuper exserunt, multum ergo cum floribus syngenesiarum corymbosis analogiam

giam habent. Quis *Veronicae* nescit in obstructionibus efficaciam? Quis ignorat pectoralem illius virtutem, quam propter tonicam exferit. Quem fugit, *Verbenas* cum eadem indolem habere similem? Quem *Euphrasiae*, etsi debiliorem? In *Orobanchae* saponaceam virtutem veteres laudarunt, et tanquam medicamen diaeteticum, oleris loco edendum, commendarunt, quin contra colicam adhibuerunt. *Linnaea* diuretica est. *Cymbalaria* subadstringens. *Linnaria* anodyna. *Gratiola* purgat. Reliqua si quis iustis experimentis profequi vellet, inueniret procul dubio virtutes similes, e saponacea maiori minorive prouenientes.

Tandem *Nasturtina* adfero, tetradynamias *siliquosas* et *siliculosas*, de quibus omnibus, quod plantae plerumque in Europa sint, certissime cognouimus, esse excepta nulla, antiscorbuticas, conflatas ex principis salinis volatilibus, acris, acidis, quibus alcali, oleo attenuatum iungitur. Inde recenter adhibitas lentes viscidosque resolueret humores, curare scorbutum, et quascunque acrimonias alcalinas, mundificare, Diuresin excitare, indeque hydropem et calculum, quin et pathemata arthritica sanare, flatum pellere, incidere et attenuare, atque hinc viscerum infarctus et obstructiones tollere. Quoniam id de omnibus constat et quidem de omnibus euentius, pluribus verbis opus non est.

Sicque nunc insignia protulisse me exempla puto, quibus pateat quantum in dignoscendis plantarum viribus valeat character botanicus! Nolim vero haec nimium extendi, ne credat aliquis, illum sufficere solum. Meta datur, ultra quam progrediendum non est. Innuit botanica facies, quam oblata planta virtutem habeat generaliter. At quemadmodum ea in determinatae familiae plantis modo summopere viget, modo minus efficax est, et modo torpet, et quemadmodum diversis familiae cuiusdam plantis diversae virtutes aliae accedunt, quia quod una et eadem planta pro variis suis partibus varias habeat proprietates salutes, ita tunc experientiae locus datur, quae repetitis vicibus euincat, quo in gradu planta, de qua agitur, efficax sit, quamque forte adhuc aliam iunctam sibi virtutem habeat. Character botanicus digito quidem monstrat, quales facultates plantae in genere habere debeant. Experientia certo scimus, quales habeant, et quousque extendantur. Neque necesse est, ut omnes in uniuersum plantae examini subiiciantur, adeoque omnes in usum medicum trahantur. In Compositis v. c. scimus, nunc Taraxacum, Cichorium, Bellidem rel. praeditas virtute blanda, resolvente, saponacea. Quid interest, num sciamus, experientia teste, an habeant eam omnes, hac sub familia comprehensae. Augmentum inde caperet cognitio, non hominum utilitas. Medicus adeo
 plus

plus sibi consulit, si selectum faciat medicaminum adparatum, quorum qualitates ad amissim habet perspectas. Instabis ergo, characterem botanicum, quatenus vires eruit, esse quidem scitu elegantem, sed parum frugis adferre, quod tot iam et tanta habeantur in officinis medicamenta. Caue ita ratiocineris. Est manebitque res vtilissima. Plantam incognitam, de qua scire interest, quam salutarem vel noxiam habeat virtutem; non poteris ad primum intuitum determinare eatenus citius, quam characterem botanico, in consilium adhibito. Huius ope cognitum tibi reddetur, num noxia sit, et qualis naturae virus, in illa reconditum, huiusque ope scies, quemnam intret medicamentorum ordinem, postea experientia edoceberis, quo in gradu agat. Neque hic vtilitas subsistit. Saepe numero oportet remedia variare. Quomodo id fieri posset aptius, quam cognitione botanica, qua suffultus similia similibus commode substituuntur. Et plura. Nonne ea, vbi necessitas cogit, ad alia medicamina cogitare, vbi scilicet eorum copia non datur, quae vulgo rata habentur, facillimam methodum praebet, penuriae succurrendi? Medicus Europaeus Indias Orientales et Occidentales abeat, ibidemque discat, quomodo suis inde plantis suos curare soleant morbos, et mirabundus agnoscat, cuius regionis datas esse, quibus indiget. Ergo sua aromata, sua purgantia, sua resolutiva, vel desumpta ex eadem familia,

Z z z a

milia,

milia, cui nostra insunt, vel ex alia. Ita in regionibus aliis. Nosque aliquando ad medicinam Galenicam, quam feliciter VIENNENSES restaurant, penitus redituri simplicibus nostris apud nos vigentibus plantis melius, quam praeparatis chemicis, nostros curabimus morbos, et botanicus character illuminante face praecedet.

DE

DE

GLACIE MARIAE
RUTHENICA.

Differente

SAMVEL GOTTLIEB GMELIN.

Sibiria nostra, ut ferax est fossilium omnis generis mater, ita in extremis sui finibus singulare productum offert, quod fusius eo magis commemorari meretur, cum egregiis vñibus a longis inde temporibus inferuire solet. Glaciem Mariae volo, quae quidem in toto terrarum orbe notissima, nullibi tamen purior praestantiorque inuenitur, quam ad fluvium *Witimum*, in *Lenam* effluentem, tribus ostiis insignem. B. GMELIN Patruus meus, in Itinerarii sui Tomo secundo, p. 310. sqq. ubi directionem peregrinationis *Iacutiam* versus recenset, aduentumque ad *Witimskaia Sloboda*, vñum ex vetustissimis ad *Lenam* ruthenorum domicilium refert, fuisse se de vera glaciei Mariae origine cupidissimum docet, atque proinde secum consilium iniisse, trans *Witimum* nauigandi, atque hac occasione illum emetiendi, quod ante se factum non fuerat. Quae de Glacie adnotauit, in compendio tradam. Antequam ad riuum. *Kolotowka* peruenerit, animaduvertebat magnam regionem ad ipsum riui latus firmantem, re-

Z z z 3

fera-

ferebaturque ipsi, esse hunc fumum hominum indicium, glaciem mariae eo loco perquirentium. Hi *Shudniki* adpellantur, qui regionem, in qua glaciem mariae reperiunt, ignis flamma cognoscibilem reddunt, ut in eadem matrices alias inuestigare facilius possint. Montes muscis et arboribus referti sunt, ut, quid contineat, diuinari ab extus nequeas, muscis autem arborumque radicibus resectis, splendente sole suo se glacies splendore quoque prodit. Quum ad ipsam sodinam accesserit, glaciem Mariae videbat, iam ad effodiendam praeparatam. Lapis, qua recipiebatur, partim quartzum erat, ex albo flauescens, partim gryseus suor, in hoc lapide, ratione diuersa iacebat. In venis haud crescit, sed hic et ibi inueniebatur lamina, quae in quadrato modo vnam cum quarta illius parte, modo dimidiam tantum, modo et minus, in quadrato habebat, et aliquot uncias russ. crassa erat. Laminae hae vel integrae erant, vel per multas venas transversales fissae. Raro plus, quam ad tres uncias petrae perfodiuntur, aut propter earum duritiem, aut quod longo homines fatigentur labore. Aliam Cl. KRASCHENNINIKOW sodinam visitabat, et similia deprehendebat, aliamque a riuo *Kolosowka* remotiorem ipse PATRVVS, in qua glacies iam resecta habebatur. Pergit ad eam l. c. p. 332. illam optimam esse, quae clara sit, aquae ad instar, pretio multo minorem, quae in viridem colorem vergat. Respicitur deinde magnitudo. Reperta fuit, quae duas

vncias

vlnas in quadrato habebat, vna tantum quarta parte excepta. Ea vero exempla rara sunt; pretiumque adeo glaciæ illius iam satis magnum, quod tres tertias vlnæ partes explet, libra enim huius loco natali vno et duobus etiam Rubellis soluitur. Omnium ordinaria est, quæ *Tschetwertnaia* dicitur, inde nomen nata, quod quartam vlnæ partem in quadrato expleat. Vnum Pud octo ad decem Rubellis constat. Omnium vilissima est *Schitucha* appellata, magnitudinem habens, priore minorem, quæque acubus, vnde denominatio oritur, coniungi inuicem solet. Hastenus PATRVVS, qui vberiore glaciæ disquisitionem edere secum constituit, at præmatura, quam boni dolent, morte, grauiissimosque et diuturnos illius prodromos detentus fuit, vt cum plerisque contigit. Credo proinde, rem me Mineralogis haud præstare ingratham, si curiosissimi obiecti historiam ita tradam, vt quælibetque dissertatio monumentis Academiæ non indigna sit, illi ex adiciendo, quæ ab optimo PATRVO et indefesso STELLERO inueni adnotata.

Glacies Mariæ Russis, Sliuda, Germanis Fraton-Eis, das Russische; das Moscovitische Glas, dicitur. *Glacis* dicitur, ob transparentiam. *Mariæ* nomen ab Hispanis imponebatur, qui res, quascunque pulchras diuo sanctæ Virginis cognomine insignire solent, vt pretium inuuant, quo illas prosequantur. Acquiuoce aliis *Pbongites* dicitur, a Græco

co $\Phi\alpha\lambda\omega$, transpareo, denominatione certe vaga, cum materiae omnes pellucidae phengitae sint. *Argirolithos* aliis audit, quod sit quasi mercurius, in lapidis formam redactus. Mineralogi *glaciem Mariae* inter illos lapides enumerant, qui *apyri* dicuntur, tales nimirum, qui violentissimum ignem sustinent, absque quod vel in calcem, vel in vitrum mutantur, quae vero dos in glacie nostra cum grano salis accipienda est. Inter lapides apyros ad *Micae* genus refertur, quae lapides comprehendit, quorum partes conflatae sunt e tenuibus, flexilibus splendentibusque squamis siue laminis, igne friabilibus, violentiore, inuicem commistis, atque sub hac conditione ad fusionem dispositis. Molles deinde micae sunt, et tactu aliquantum pingues, Borace solvuntur et cum eodem in purissimum vitrum funduntur, purae tamen micae difficilius. *Glacies Mariae* micarum speciem illam constituit, quae membranaea est, lamellis magnis, pellucidissimis, albis, parallelis. Cronst. vers. einer neuen Mineralog'ie pag. 100. Ea, quatenus integra effoditur, opaca est, coloris fuscescentis, atque imaginem hominis, veluti speculum, reddit, findi patitur in tenuissimas et aequales laminas, ita diaphanas, ut pelluciditate a vitro et chrystallo vix distinguatur, adeoque *micam puram* sistit, hocque sibi peculiare habet, quod obiecta libero aëri exposita distinctissime ostendat, id quod minime contingit oculis, in clauso loco per illud obiecta intuentibus. Flexilis est et elastica, rubi-

rubiginem tractu temporis contrahit, et ab illa eroditur. Micas igni resistentes WALLERIVS Mineral. p. 173. pronunciat, at quemadmodum CEL. KRONSTEDT, eas eo ignis gradu, quo quartzum, calx et spatum immutata persistunt, in vitrum fluere experimentis didicit, ita et *mariae glacies* et per se fortissimo igne vitrescit, et ferro adiecto facilius. His recensitis dubiis mirari certe satis non possum, quomodo factum fuerit ut glaciem *Mariae cum selenitide* s. *lapide speculari* Auctores confuderint. Hic enim, quemadmodum ista patria differt, in variis Germaniae locis, Silesia, Thuringia, et alibi copiose proveniens, ita *Gyps* species est, crassus, in lamellas quidem fissilis, sed neutiquam in tenues et tenuissimas, sed crassas, rhomboidales, ille dein in minoribus tantum frustis diaphanus est, in calcem vitur, non cito destruitur. Differt ergo glacies evidenter. Sequitur, ut caractere illius vite tradito, modum ostendam, in quo effoditur, quod in hanc omnia cum labore collegi, quae partim in codicibus PATRI et STELLERI inveni, partim mihi aliter innotuerunt.

Archeae Rex Russiae in Sibiriam, Promyschleny dicti, in societates coeunt, quarum maximae quadraginta, mediae viginti, minime sex circiter hominibus componuntur. Societates societatibus iunguntur, et decem interdum, paucioresque non infrequentia sunt. *Isurus*, *Ilmsk*, *Isret*, ad effodendam
 Tom. XII. Nou. Comm. A a a Ma

Mariam glaciem proficiscuntur. . . Vnaqueque societas
 unum e sui medio eligit, cui omnes postea obedire
 tenentur, Peredowichschik appellatur, qui loca
 nosse debet, omnia ad iter cum instrumentis neces-
 saria procurare, nummos a membris colligere, iis
 impetratis nauigiolum, panem, carnem, pulverem
 pyrium et reliqua cœmere, omnia diario inferre;
 oportuit ergo, laboribus saepe aduiffe. . . Hic a sum-
 tibus et labore immunis, ortas forte lites dirimit,
 priuilegia et mandata societati procurat, eo praesen-
 te, nemini iurare, vel altari male dicere licet, se-
 cus mulctatur, atque reduci et querelas ad Cancel-
 lariam deferenti fides adhibetur maior, quam ahi
 cuiquamque. . . Vnicuique talem laborum adferri, cui
 maxime idoneus ipsius Iudicio censetur. . . Finita
 opera duplici nanciscitur parte, . . quam Pái vocant.
 Si iniustum imperium gessit, integrum est societati,
 illam accusare. . . Altera sub illo persona secunda
 est, starosta dictus, qui diarium scribit, nummo-
 rum curam habet, sumtus computat, omnia ne-
 cessaria emit, custodit, societatique determinato pon-
 dere et mensura quotidie largitur et notat. . . A la-
 bore immunis est, vnam portionem Pái accipit, et
 eligitur, cuius fides, sobrietas, scribendi et compu-
 tandi peritia prae aliis praeceptis cognita est. . . Ter-
 tiam publicam personam *Faber ferrarius* conficit,
 qui incudem et instrumenta necessaria, sua sumti-
 bus emta, adfert, et, si quo fonte, vel detracto labo-
 re franguntur, vel aliam laborem contrahant, re-

rat. Hic nummos antea debitos pro sua parte ex-
 soluens, ab aliis laboribus immunis est, et dupli-
 cem *Pai* portionem accipit. Quartus *coquus* est, qui
 nihil tribuit pecuniae, et dimidia tantum *Pat* parte
 fruitur. Reliquorum sociorum officia sunt sequen-
 tia. Indagatores glaciei bini semper una emittuntur,
 metu *serarum*, et *Tungusorum*, de quibus postea.
 Quodsi locum feracem inuenerunt, vnus ibi manet,
 instrumentum illi imponit et custodit; alter abit,
 societati nunciat, et operarios vocat. Quam pri-
 mum aliquis inuenit nidum, et instrumentum suum
 eo reposuit, nullus ex alia societate superueniens
 memoratum locum vindicare sibi potest; sed acce-
 dunt ex eadem alii, lapides remouent, et glaciem
 effodiunt. His accedunt tertii, qui effossam aufe-
 runt, atque id exstructa in sylvis domicilia adpor-
 tant. Interea temporis, dum fodiunt, indagatores
 nihilocius continuo rimantur, vt, nido vno ex-
 hansto, alii in promptu sint. Immo plures simul
 effodiuntur. Quin quod et inuenti rursus negligan-
 tur, si remoto recto; quod *Barka* vocant, glacies
 vel corrupta adpareat, vel vitiosa, vel nimis parua.
 Societates autem eiusmodi plures, obtento quotannis
 mandato ad *Lenam* proficiscuntur, ad *Witimum* sin-
 gulis diebus certisque horis praes fundant, et ma-
 ximam inter se pacem et concordiam alunt, ascen-
 duat dein *Witimum* vsque ad *Mama* fluium, *Wi-*
titimum intrantem. Hoc vbi peruenerunt, aedes li-
 gneas et balneum fundunt, quo parato indagatores
 A a a a 2 plerum-

plerumque iam nidum inuenerunt. Iter vero ita dirigunt, vt circa Festum Petri et Pauli fluium Mama iam attingant. Vtiterius autem rimando nondum peruenerunt, neque ad ostium Witimi abire ausi sunt, ob rupes et montes ibi altissimos, aeternaque in vertice niue tectos. Pisces capiunt, qui in exstructis aedibus resistant. Indagatores feras insectantur. Societates reditum parant circa initium Septembris, sed subsistere coguntur ad pagum trans *Lenam* exstructum, e regione *Witimi* ostii, ibique a visitatore quodam, Jacutia misso, expectantur, qui summam glaciei inquirat ac computat, decimas ab illis sumit, vel nummis vel ipsa glacie soluendas; hincque et minerale hoc perpetuum nomen glaciei *Mariae Iacutenis* sortitum est, cum infra *Witimum* illud profusus exspitot, neque vestigium amplius tam ad oceanum septentrionalem vsque, quam orientalem abhinc adpareat. Instrumentis vtuntur *Gostina*, malleo scilicet ponderosissimo, quo matricem glaciei diffringunt. 2) Bini semper ferrum *Kerkta* habent. 3) Vnusquisque spatha insuper ferrea instruitur, qua remoueant terram et lapides. 4) Mallei praesto sunt. 5) Fustibus vtuntur, ad lapides grandes e loco mouendos.

Tantum de modo, quo glaciem *mariae* in Sibiria effodunt. Sequitur, vt de locis dispiciamus, e quibus, in itineratoribus nostris, testibus effoditur. Rupes ingentes sunt, concatenatae, syluis umbrosae, irriguae, haud scilicet procul a fluuio remotae, et

praegrandibus faxis extantibus asperae, in quibus glacies Mariae occurrere solet. Versus omnes quidem plagas occurrit, ea tamen, quae septentrioni obversa est, gignit tam sola laminis compositam magnis, larga copia et constanter; meridionalis e contra rubiginosam sistit, quin saepissime ultra maturitatis terminum constitutam, molliorem, fragiliorem interitui adeo propiorem. Nonne recte rationem in eo ponimus, quod vapores a sole elevati continuusque proinde nascens mador texturam glaciei destruant, et substantiam illius dissolvant? Effoditur autem, ut GMELINVS olim noster adnotavit, non e venis, tractum quendam regularem et ordinem servantibus, sed variae dispositae laminae hic et ibi nidum glacialem offerunt, ita, ut vno euacuato, nulla amplius mica succrescat, neque illius quaquaversum vestigium detur vllum. Inde quoque fit, quod glaciem effodientes nulla pericula incurrant, quodque nullus halituosus vapor hisce in locis persistatur, neque nives deliquescant citius, quemadmodum id in locis metalliferis contingere solet. Glaciei nidi rarissime in vertice montium inveniuntur, vel, si occurrunt, parum et parvi momenti illius foveant. Optime notae est, quod in medio rupium et radices eorum, in conuallibus datur, neque enim tantum; illi nocet, quantum vapores humidi, et conditio loci, sicut modo, modo humida.

Rupes e radibus cinereis faxis, vel arenariis constantes, glaciei parum vel nihil exhibent. Ac

lutescens eorum color, alabastrum vel ochrace praesentia copiosior, spem, glaciem inveniendi, incutiunt maximam. Matrix ipsa lapis est, candidissimus, quarzeus, ita durus, ut nulli saepe ferro obsequatur, accenso ligno et super adfusa aqua post magnos labores rumpendus et comminendus.

Signum vero proximum certissimumque materia quaedam friabilis praebet, in lamellas divisibilis, phengitico, termino tecnico Barga vocatur, ex albido lutescens, tanquam crusta in superficie efflorescens, inter muscos delitescens, ac veluti medium quid inter talcum et mariae glaciem constituens, quae manu tractata in frustula minutissima argentea, tanquam in totidem hastulas dehiscit. Absque hac materia glacies in superficie numquam deprehensa fuit, sed ea praesente semper, siue bona sit, siue mala. Barga materia late diffusa, glaciei optimae praegransque spes augetur; interrupta et exigua peioris signum est. Latitudine spatium saepe occupat unius vineae russicae plus minusue, longitudine tres explet; crassities quinque vel sex unciis aequalis est. Ea, tanquam recto, remota, glaciei strata in conspectum veniunt, quae non unam et eandem faciem servant, verum saepius ad perpendicularum in nido erecta cernuntur, interdum eo situ ad horizontem saltem inclinantur, interdum vero ita disponuntur, ut lamellae ad horizontem parallelae sint. Haec autem quomodocunque se habeant,

beant, terra, lapides, barga quaquaerfum remo-
 ventur, atque, ubi glacies extremitatibus matrici
 adheret, diligenter separatur, atque aufertur. Stra-
 ta crassitiem saepe tantam habent, vt viginti et vi-
 tra. Pud glaciei ruthenica inde eliciantur, interdum
 adeo tenuia, vt vix vnum. Differt deinde eorum
 numerus. Vno in nido centum saepe inueniuntur,
 saepe paucissima. At quo numerosiora sunt, eo vi-
 lior est glacies, et ex centum nonnumquam stratis
 vix quatuor aut quinque Pud glaciei eximuntur,
 cum ex altera parte vnus nidus, in quo paucissima
 strata dantur, centum Pud largiatur. Optimae glä-
 ciei viginti ad quadraginta effodiuntur. Vno strato
 exhausto, iterum materia Bargaë occurrit, aut
 substantia farinaceo-gypsea, glaciei mariae primo
 intuitu simillima, sed manu sublata corruens et in
 frustra fatiscens, quae aciculis aut setis similes sunt,
 eadem ratione, ac glacies, verno tempore a radiis
 solis perpendicularibus diuisa. Barga haecque substan-
 tia iterum remota glacies denuo sequitur, atque sic
 vterius, donec vniuersus nidus exhaustus sit. Nidi
 tamen numquam profundius iacent, quam sex vnas
 ad summum. An, quod ad generationem glaciei
 aëris externi requiratur accessus?

In nidis alia saepe cum glacie immixta inue-
 niuntur heterogenea, vt chrystalli octaedrae vel ali-
 ter angulose, vel cum glacie rubiginosa, corrupta,
 vitiosa, ipsa purissima ochra, vel lapis manganen-
 sis,

sis, Magnesia, Wall. Min. p. 345. An haec vicinitas ferri rubiginis glaciem inducit, vti ab humido vapore mollescit et corrumpitur? Supra dixi, terram martialem, glaciei mariae purae, refractariae, in crucibulo additam, disponere illam, vt fluat, atque in vitrum multo citius commutetur. Arena cum glacie nullibi inuenitur coniuncta.

Ex antecedentibus fuit, Glaciei Mariae varietates multas, necessario debere esse. En eorum summam!

- Est a) Glacies mariae in magnis fractis, pura, fumo veluti conspurcata, diuisa, aequi coloris, omnium optima atque pretiosa. Est
- b) Glacies mariae alba, nullius momenti, maturitatis vtpote terminum iam supergressa, in putredinem prona, substantiae proinde laxae, minime diaphanae, friabilis, inaequaliter diuisibilis. Haec plane abiicitur. Habetur.
- c) Glacies mariae viridis, vel cum virore opaca, instar vitri vulgaris, minus diaphana. Haec quidem colligitur, sed viliori pretio venditur. Est
- d) Glacies mariae rubiginosa, rubiginis bras extremas occupante, de qua iam dixi. Plebeis solum in usum cedit. Inuenitur
- e) Gl-

- e) Glacies mariae in medio rubigine exesa, rubigine martiali simili, mollis, laxa, friabilis, inaequaliter diuisibilis, indeque nullius momenti. Est
- f) Glacies mariae e nigris maiusculis maculis ac arcis impura, ortum trahens a scaturiginibus vicinis limosis. Est
- g) Glacies mariae, picis ad instar, tota nigra, eadem de causa. Vtraeque tamen colliguntur, et cistae intus illis exornantur. Est
- b) Glacies mariae striata, colligitur, et viliori pretio venditur. Est denique
- i) Glacies mariae Wolosez dicta, quae attactu in frusta acuta collabitur.

Remedium habetur, cuius ope vetusta et rubiginosa glacies reparari, et purissima reddi potest.

Fac lixiuum e cineribus in vanna. Hanc superne obtege bacillis, super bacillos pone lamellas glaciei rubiginosae, dein vannam et glaciem panno obtege, spatium relinquendo, per quod candentes lapides in vannam iniicere possis, et vaporem excitare, a quo sudare incipiet glacies. Sudorem absterge, quo facto omnis intus antea occulta immundities auferitur.

Tungusi fossores glaciei, eo quod accensis crebris ignibus animalia fera, zobellinas, mustelas,

Tom. XII. Nou. Comm. B b b b vul.

vulpes, cet. in fugam agunt, multum arcere solent, et praelia caedesque haud raro inter utrosque oriuntur, negari vero non potest, hanc rationem esse, cur ad *Lenam* ferae rarissimae sint, ante sexaginta annos ibi frequentissimae.

Génesin glaciei fossilis rimaturi, non possumus non agnoscere, materiam illius proximam consistere in substantia terræ, a gypsea non multum abluente, quae ab humiditate subterranea emollitur, soluitur; elurritur, cum interim subtilissima leuior cum portione sua acido-salina, cremoris forma, successiva elutitione sursum emergit, concrefcit; atque ob id, quod concretio successiva et longo tantum tempore contingat, parsque humida exhalare nequeat, lente quidem, sed arctissime unitur, ob continuitatem flexilis fit; elastica, fixa ignique resistens; eo autem violentiore partes terreo-salinas dissolvente, patet, calcem remanere debere, quae nec cohaereat, nec per se in corpus abeat, similemque in statu naturali materiam impuriorem huic esse, quae loca stratorum intermedia occupat, et in ea enim cohaesioni principium deficit, vnde laxa et dissoluta iacet. Divisibilitas et elasticitas lamellarum contingit a forma minimarum partium constitutarum, horizontaliter se contingentium. Elasticitas a divisibilitate et continuitate simul pendet, pelluciditas ab illa sola, integrae enim laminae nondum divisae, opacae sunt, radiosque instar speculi

refle-

reflectunt. Quod chryſtalli quoque cum glacie ſimul deprehendantur commiſtae, analogiam modi teſtatur, quo utraque generari videntur, non diuerſa ab illo gemmarum et fluorum. Hoc autem, quod corpora luci obiecta cognoſcamus per glaciem Mariae, ſecus ac ea, quae immediate a radiis lucis colluſtrari nequeunt, ſatis ſuperque oſtendit, perſpicuitatem a ſola tenuitate partium oriri, adeoque cum, ut in vitro gemmiſque, haud reciproca ſit, eſſe magis paſſiuam, quam actiuam, indeque fieri, quod noctu non ſcintillet, neque glacies ad fenestras caldarium conducat, ſolis quidem lumen transmittens, ſed nec reflectens, nec ſuſtentans, adeoque calorem haud augens, aptiſſima proinde aeſtuo tempore ad frigidaria.

Witimenſis ergo Mariae glacies ea eſt, unde maxima et optima illius copia in imperio Ruthenico habetur, e quo in omnes Europae Prouincias transfertur. Petro *Goiero* et *Kaiſero* in der Chineſiſchen Gefandſchafft tradentibus, ſinenſis quoque originis eſt. Quae ad Kirengam, ad Werchnia Angaram, in montibus Aralicis et circa Archangel pro-venit, ea et copia differt et bonitate. Immatura tantum eſt, quam Germania exhibet, et ea ipſa circa Kaſanum cum ſulphure virgineo diaphana commixta deprehenditur, terra pinguiore, recipiendo acido aptiore, in ſulphurem concreſcente.

564 DE GLACIE MARIAE RVTHENICA.

Vfus oeconomici quos glacies praestat, his in terris eminentissimi sunt, breuiterque a PATRVO I. c. recensiti. Sinenses puluerem illius pro excitanda diaphoresi cum vino propinant. In Silesia olim contra epidemicas febres, eodem, vt puto, scopo adhibebatur, nunc vero penitus exoleuit.

Ab Ao. 1689. per mandata publica in Sibiria perquirere eam inceperunt, de quo, cui placet, facius memoratum PATRVI itinerarium T. II. p. 328. sqq. euoluendum est.

DE-

DESCRIPTION

TUBULARIAE FUNGOSAE

PROPE WOLODIMERVM MENSE IVLIO 1768.
OBSERVATAE.

Auctore

P. S. PALLAS.

Zoophyta aquarum dulcium, Hydrae, (*Polypes à bras*) Brachioni (*Polypes en bouquet*), Tubulariae (*Polypes à panaches*), hucusque observata, minutissima omnia deprehensa sunt et tenerrima. Vt Brachionos, imperceptibilem paene exercitum nunc taceam, quem Lynceus ROESELIVS Zoologiae signis integrum subiecit; quis Tubularias lacustres nescit etiam tenerrimis inter marinas soliditate haud esse pares, Hydris autem nil fere dari mollius aut magis fluxum. Si quis dixerit, marina solidiora ideo a Natura instituta fuisse, ut inquieti oceani fluctibus melius resisterent, is non cogitat multo maioris molis animalia marina, Medusas natantes, et adfixas rupibus Actinias, molissimam suam in tempestuoso elemento tueri substantiam. Deinde vero in tranquillo fluvii mediterranei sinu quare Natura Tubulariam, quam hic breuiter et fugituo, ut itineratori licet, calamo descripturus sum, adeo insignem

Bbb 3

gnem

gnem in massam auxit et solidavit, ut Alcyonia marina fere superet. Et omnino quidem tantum et tale Zoophyton, quod mecum gnari omnes mirabuntur, in aquis dulcibus nunquam expectassem. Inventor huius Tubulariae nominandus mihi est vnus e studiosis meis. Nicetas Sokolof, qui aliquot illius specimina d. 19. Iul. quum extra urbem, comite vno e studiosis Dn. LEPECHIN M. D. et Acad. Adiuncti, (cuius mihi in hac vrbe per aliquot dies societati suae licuit), deambulasset, curiose adtulit. Percepi statim aliquid noui esse et a Badiaga s. spongia fluuiatili diuersissimam substantiam; ideoque ad locum, vbi reperta narrabat illa specimina, sine mora me contuli, comite etiam mox laudato Dn. LEPECHIN, qui tunc abitum iamiam parabat. In speciminibus receptis aqua extractis et vitro aqua pleno impositis illico animaduerti vesiculas e singulo fere poro albas, simillimas iis, quibus polypi Tubulariae coralloidis aut gelatinosae a ROESELIO et TREMBLEIO descriptarum, sese produnt, quando tubulis primo exseri occipiunt. Ex harum facie, et substantiae totius quadam cum maioribus glomerulis Tubulariae coralloidis, quorum in *Elencho Zoophytorum* mentionem feci, similitudine, conclusi nouiter detectam hancce substantiam asfinem esse huic ipsi Tub. coralloidi, magnitudinae tamen glomerum. et crescendi modo diuersissimam. Neque sefellit expectatio; requieta enim aqua prodire tandem ipsa plumosa, ut infra dicetur, Polyporum

porum Capitula; his omnino similia, quibus reliquae aquarum dulcium Tubulariae florescunt.

Detecta autem fuit *Tubularia Fungosa*, (quam sic ob substantiam spongiiis suberosis sub similem irre appellari posse credo), in stagno quodam, via ultra tres quatuorve passum pedes vllibi profundo, quod septingentis fere ab urbe Wolodimero, versus austrum, passibus, in Klantam fluitum, qui inde facta quasi intula ad ipsam urbem tendit, effunditur, magnisque ambagibus, per limosum primo solum, et inter cliuos tandem arenosos sese extendit, fluvio, quam lacui similior. Vocatur hocce stagnum ab urbanis (καταπηγα) *Stariza*, diciturque olim flumen hunc ipsum cursum tenuisse, quem postea rectori via direxit, ita ut superius antiqui sinus ostium, ventorum ut videtur effectum, harena late nunc obrutum sit, et in stagnum totus ille aquarum tractus abierit.

Fundus stagni in loco inferiori maximam partem limo molli constat, et imprimis luxuriat *Tubularia Fungosa*, ubi limus abundat; in superiore stagni loco arenoso, et in ipso fluvio ne vnum quidem eius specimen inuenire potui. Aqua stagni tranquilla est, neque renouatur, nisi quum ventus e flumine impellit, aut collectam relaxat aquam. A sole praeterea semper tepidula est, neque inclementiore tempestate, ut in ipso flumine friget. Habitant in stagno Lucil, Cyprini varii, Idus nempe, Rutilus, Natus, Orfus, Ioles; Cancris etiam passim, Onisci

Onisci aquatici, Nepae, Dytisci varii occurrunt. Laruae rubrae Tipulae plumosae atque littoralis, Ephemerae etiam paruulae, magnaue vis minutarum Hirundinum, depressarum, et praeter creberrimas rugas semini Pfyllii simillimarum, in ipsis Tubulariae nostrae glomis abundat. Mytuli anatini porro, Helices viuipari et limosi, et Tellina cornea crebra adsunt, et Laros, Anates atque Scolopaces varias adliciunt. Obseruauit etiam passim Hydram vulgarem, Brachionum campanulatum mucoris instar antiquioris Tubulariae nostrae massas obducentem, et Brachionum socialem adhaerentem foliis Potamogetonis serrati, quod cum Chara vulgari, Myriophyllo spicato, Trapa natante, Alismate natante et Callitriche verna plurimum in stagnis crescit. Singularem Acari aquatici speciem, arenula paulo maiorem, et longis pilosisque pedibus egregie natantem, quae frequentissimus pariter, nec adhuc descriptus stagni hospes est, in Tabula obiter delineandum curauit

Tab. XIV. (fig. 7.). Maxima denique in limosis stagni locis
 Fig. 7. est copia spongiae fluuiatilis, quae hic, vt in aquis tranquillibus omnibus, ramis crassioribus, conico subulatis, erectis luxuriat, truncis antiquis limo demersis sustentata, vel mytulis, quos crusta obducit, innata.

Tubulariae nostrae in locis stagni limosis tanta est copia, vt plaustrum ea facile onerari possit. Innumerae *massae* Helici viuiparo circumcretae, *baemisphaericae* partim, partim *agariciformes*, in superficie

ficie anfractuosae siue tuberculatae, longeque plures in mytolorum extremitate illa, quae extra limum prominet, luxuriantes, *oblongae*, crassissimae occurrunt. Priorum specimen paruulum dissectum et integrum aliud fig. 4. 5. expressi, posteriorum infignius vnum fig. 3. a latere fistit. Nonnisi bina inueni specimina, quae circa ligni putridi frustulum, ea specie, quam fig. 2. imitatur, excreuerant. Mytuli in quibus huiusmodi maiores massae reperiuntur, fere omnes vacui sunt; at vero Helices, quantumuis magno glomere onerati, vix non omnes vigent, sed in limo demersi, captiui quasi pondere, medio in alimento retinentur.

Massae omnes versus basin, cui circumcrescunt, laeues sunt, superne tubribus inaequales et hiulcae. Minores tamen aequabiliores sunt, et pleraeque tota superficie polypis vigent; cum contra maiorum paucissimae reperiuntur, quarum non bona pars, et saepe maxima emortua, imo semicorrupta sit. Dum aqua repletae sunt massae, e viridifusco nigrescunt, sunt molles, spongiaeque maceratae instar, facile manu comprimuntur et conquassantur; neque tunc ad recuperandam formam satis elasticitatis habent. Corruptae sunt mollissimae, manibusque tractatae dilabuntur. Siccatae autem omnes duritiem inter suber et spongias marinas siccatas mediam, et colorem quoque suberis aut spongiae sordidiorem gryseum induunt. Maiori etiam tunc elasticitate gaudent, facile tamen secundum fibrarum vel tubulo-

Tom. XII. Nou. Comm. C c c rum

rum directionem diffringendae. Interior tamen et tunc substantia multo est mollior, et alburni plantarum ad speciem facile comprimenda.

Fig. 4. Diffractarum massarum omnis substantia composita apparet ex innumeris tubulis corneo-fuscis, a basi, cui massa increfcit, recta adscendentibus, vix flexuosis, verum subramosis, confertissimis et conglutinatis. Oriuntur hi tubuli e furculis (Fig.

Fig. 6. 6.) reptantibus mytolorum vel cochlearum superficiei adglutinatis, qui primum quasi massarum primordium, et simillimi sunt furculis, quibus *Tubularia coralloides* a ROESSELIO descripta in superficie plantarum palustrium reptitat. Inueni hanc Tubulariam coralloidem in fossis olim prope Goettingam et in lacu subsalfo Rakaniensi, prope Brillam Belgii adeo crassa et densa crusta, e contextis ramulis, obducentem ligna atque saxa, vt minori gradu *Tubulariam Fungosam* referret. Nollem tamen ideo adfirmare, hanc nostram prioris esse varietatem luxuriantem; nimis enim constans nostrae est crescendi modus, multoque solidior substantia; neque reptantes eius tubulos in plantis stagni descripti villos inueni, sed collectam semper in glomeres, conchyliis fere sola fungoidea crusta obuoluentes.

Tubuli in massis ita densi sunt, vt compressi ad inuicem quasi angulati euadant, vnde superficiales quoque pori fauum subtilissimum referunt, plerique pentagoni vel sexangulati.

E

E singulo superficiei poro efflorescit *polypus*, Fig. 1. plane non distinguendus ab iis, quos TREMBLE-
 IVS nomine *christatorum* (Polypes à panaches) et ROESELIVS *pennatorum* titulo (Federbusch - polypen) delinearunt. Quando massam polypis suis instructam in phiala aqua plena, loco quieto reposui, apparebat primo in quolibet poro quasi *vesicula* albido - pellucida, obtusa, nucleo albido, magis opaco notata. Hæ vesiculæ sensim magis et magis protuberabant, tandemque *cylindri* truncati in speciem apertæ emittebant *polypum* lunatum, radiis tenerissimis, patentibus, subreflexis, circiter 36, pectinatum; qui forma a TREMBLEII et ROESELII figuris egregiis ne hilum differre videbatur. Magis tamen torpidi sunt hi polypi, neque ut descripti ab istis ad minimum quemlibet motum retrahere cristam solent, imo saepe, ex vno vasculo celeriter in alterum aqua repletum translata massa, exserti manent; tacti tamen telo cœvus in tubulam redeunt.

Laceratis massis copiose in aquam enant *granula* depressa, ovalia, duriuscula, opaca, fusco-nigra, analogâ illis, quæ etiam in *Tubularia coralloide* et *gelatinosa* obseruantur. Huiusmodi etiam integri polypi in aqua diu relictî, sed parcius sensim excernunt *granula*; quæ an *ovula* dicenda sint, ego hoc loco disputare nolo: excrementa certe ob nimis regularem formam, et consistentiam duriusculam, vix esse dixerim.

C c c c 2

Sub-

572 DESCRIPTIO TVBVL. FVNGIOSAE.

Substantia massarum, quae satis tenax est, si contra tubulorum directionem lacerare tentes, tamen in quaedam quasi strata discerpi potest, adeoque tunicatim crescere videtur; quod clarius in putrescentibus massis apparet. Et hoc sane momentum analogiam structurae summam prodit Tubulariae nostrae fungoidis, cum *Fungitis* vulgo dictis petrefactis, striatis, per strata quasi tunicatis et in superficie angulose porosis, qui in lapidem corneum vel pyromachum cinereo flavescentem mutati in agris per Europam passim leguntur, et a me insigni nuper copia, praecipuaque mole pariter ac pulchritudine in arido campo prope monasterium S. Nicolai ad Twerzam fluuium lecti fuere. Non quidem ideo dixerim petrefacta illa esse nostrae Tubulariae, quanquam et haec sententia multis forte arridebit; sed simile debet esse Zoophyton marinum, cui originem suam fungitae illi, qui aliis testaceis et coralliis marinis immixti reperiuntur, debent. Qua de re alio loco fusius agere animus mihi est. Dab. Wolodimero d. 27. Iul. MDCCLXVIII.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

Cccc 3

ANI-

ANIMADVERSIONES
IN SUPPLEMENTVM CEL. PINGRE AD
DISSERTATIONEM EIVS DE
PARALLAXI SOLIS.

Auctore

STEPHANO RYMOVSKY.

In Volumine LIV. Transactionum Societatis Londinensis in annum 1764. edito pag. 152. legitur supplementum Cel. *Pingre* ad dissertationem eius de parallaxi Solis, Commentariis Academiae Scientiarum Parisinae insertam: vbi inter caetera constituta Longitudine vrbis Selenginsk a meridiano Parisino versus ortum $6^b.57'.50''$ maiori sc. $36''$. ac ego ex obseruationibus meis deduxeram, asserit obseruationem Veneris Selenginski institutam, collatam cum obseruatione Rodriguensi parallaxin Solis itidem praebere $10'',1$. Cum vero non nisi ob auctam Longitudinem huius loci tantam Solis parallaxin Cel. *Pingre* obtinuerit, e re esse iudicaui rationes, quibus statuta ab ipso Longitudo vrbis Selenginsk innititur, examini subiicere.

Immerfiones, ait Cel. *Pingre*, I et II Satellitis Iouis Selenginski obseruatas praebere Longitudinem illius $6^b.57'.13''$. $6^b.57'.21''$. $6^b.58'.31''$ instituta comparatione obseruationum mearum cum Tabulis

bulis correctis per observationes Parisiis et ad Caput Bonae Spei captis, nec non habita ratione diversitatis tuborum.

In investigatione parallaxeos Solis, quae anno 1764. typis euulgata est, ostendi quantam observationes Satellitum Iouis a me in vrbe Selenginsk institutae praebent illius Longitudinem. Immersio II die 27. Iulii observata $14^b.58'.35''$ dat $6^b.57'.17''$ Immersio I. die 14. Aug. observata $10^b.46'.24''$ dat $6^b.56'.39''$. Ex Immersione II. Sat. eadem die observata inuenio $6^b.57'.21''$ et denique Immersio I. Sat. die 21. ^{Aug.} _{Sept.} observata $12^b.43'.9''$, quam Dnus. *Pingre* ignorare poterat, quia non compararet illa in expositione observationum Selenginski habiturum, dat Longitudinem $6^b.57'.6''$.

Omnia haec fuscè persecutus sum in investigatione mea parallaxeos Solis, neque perspicio, qua ratione alia et tanta Longitudo ex observationibus Satellitum, praesertim ex Immersione II. die 14. Aug. observata elici possit. Vnum est, quod suspicari licet, quod nempe Cel. *Pingre* alias et mihi ignotas cum meis comparauerit, vel ad corrigendas Tabulas adhibuerit observationes.

Ex occultatione Φ sagittarii a Luna die 4. Iulii $11^b.24'.51''$ Selenginski observata, Longitudinem huius loci paucis secundis diversam eruo a determinatione Dni. *Pingre*. Ille inuenit $6^b.57'.21''$ ego vero eandem reperio $6^b.57'.13''$. Exigua,
quae

quae hic cernitur, differentia vix meretur, ut incensum veniat.

Peruenio nunc ad determinationem differentiae meridianorum ex obseruatione Eclipsos Solis die ^{28. Maii} _{7. Iunii} Selenginski habita, quae collata cum obseruatione Tobolii et Caianeburgi instituta, iuxta Cel. Pingre differentiam medianorum inter Selenginsk et Caianeburg dat $5^b.16'.41\frac{1}{2}''$, inter Selenginsk et Tobolsk $2^b.34'.30''$, consequenter $6^b.58'.22''$ inter Selenginsk et Lutetiam Parisiorum.

Cel. Pingre procul dubio computum suum, ex quo Longitudinem istam adeptus est, instruxit, asumptis pro basi iis, quae in Commentariis Parisinis in annum 1761. editis pag. 434 et 435. de Eclipsi hac differuit. Ne vero ad manus habere Tomum hunc necesse sit, liceat mihi ea, quae ille de Eclipsi hac commentatus est, ex dissertatione illius deprompta et latino idiomate donata hic inferere.

„Dnus. *Planmannus* obseruauit Caianeburgi sub „Latitudine $64^{\circ}.13'.30''$ finem et plures alias phas „ses huius Eclipsos. Ecce obseruationes, quas „selegi ad mutuam earum comparationem insti- „tuendam

I $14^b.53'.50''$ t. v. Distantia limborum Solis et Lunae $10'.14''$, cui ad corrigendum effectum refractionis addenda sunt $21'',8$.

II 15 ^b .	1. 42''	Eadem distantia 7'. 0'', correctio a refractione oriunda + 14'', 0.
III 15.	3. 59	Eadem distantia 6'. 55''. Correctio a refractione profecta + 13'', 4.
IV 15.	6. 6	Distantia 6'. 53''. Corr. + 13''.
	15. 52. 27	Finis.

„Ex obseruatione solius Immerſionis primi
 „Satellitis Iouis die 8. Sept. Caieneburgi instituta
 „9^b. 23'. 40'' et eadem die Viennae a P. Hell 8^b.
 „37'. 45'' obseruata, credidi me Longitudinem Caieneburgi statuere posse 1^b. 41'. 5'' a meridiano Parisino versus ortum. Facta hac positione, statuta figura Telluris ad polos compressa, motum horarium Lunae apparentem in Longitudinem ac Latitudinem sumendo ex Tabulis *Maieri*, motum Solis ex Tabulis de *la Caille*, parallaxin Lunae deducendo ex formula supra relata, et reducendo iam per methodum ibidem memoratam inuenio combinando primam obseruationem Dni. *Planmanni* cum fine Eclipseos, errorem Tabularum *Maieri* in Longitudinem esse - 28'', 1 et in Latitudinem - 4'', 2. Secunda obseruatio eodem modo combinata errorem in Longitudinem dat - 36'', 5 in Latitudinem + 17'', 7. Tertia in Longitudinem praebet - 30'', 8 in Latitudinem + 3'', 25, denique iuxta quartam error in Longitudinem est - 30'', 8 et error in Latitudinem + 2'', 85. VI-
 „timas

„timas binas determinationes amplector 1) quia illae concordant, 2) quia ex illis profuit confectarium, quod tenet medium inter duo reliqua 3) quia ob distantiam limborum tunc parum variantem, obseruator maiori cum praecisione eas capere potuit 4) quia ob maiorem tunc Solis supra horizontem altitudinem incertitudo a refractione promanans diminuebatur, et contra certitudo augebatur. Constituo itaque tempore huius Eclipsos Tabulas Lunares *Majeri* Longitudinem Lunae praebere $30^{\circ} 9'$ iusto occidentaliorem, et latitudinem $3''$, iusto borealiorem. Corrigo hunc in modum tabulas, et inuenio calculum alias non posse concordare cum obseruatione Toboliensi, nisi vrbs ista orientalis $2^b. 42'. 11\frac{1}{2}''$ ponatur Caianeburgo.

Incertam autem hanc esse errorum determinationem patet praesertim ex eo, quod Cel. *Pingre* in indagatione illorum differentiam meridianorum Caianeburgi et Lutetiae Parisiorum $1^b. 41' 5''$ assumerit. Immersio Caianeburgi die 8. Sept. $9^b. 23'. 40''$ obseruata, si conferatur cum obseruatione eiusdem Imersionis Parisiis $7^b. 42'. 7''$ instituta, differentia meridianorum prodit $1^b. 41'. 33''$, quam confirmat Immersio eiusdem Satellitis die $\frac{10}{10}$. Aug. obseruata, siue illa conferatur cum obseruatione Grenouici, siue ad Caput Bonae Spei instituta.

D d d d 2

Immer-

Immersio I. Sat. Iouis $\frac{19}{30}$. Aug. obseruata est		
Caianeburgi	12 ^b . 58'. 50''	12 ^b . 58'. 50'' t. v.
ad Cap. B. S.	12. 21. 32.	Grenouici 11. 7. 58
Diff. merid.	37. 17	1. 50. 52
Long. Cap. B. S. + 1.	4. 15	Grenouici — 9. 16
Long. Caian.	1. 41. 33	1. 41. 36.

His momentis inductus concludo Longitudinem Caianeburgi a meridiano Parisino 1^b. 41'. 34' statui debere, maiorem 26'' ac Cel. *Pingre* in computo suo assumerat, erroresque Tabularum *Maieri* a Dno. *Pingre* erutos non omnimodam fidem mereri. Vt igitur constaret, quam diuersi errores Tabularum prodituri sint, si haec, quam nunc deduxi, et quae et Cel. *Wargentino* quam proxime statuitur Longitudo Caianeburgi, in computo adhibeatur, combinaui finem Eclipsos Caianeburgi cum fine Eclipsos Tobolii obseruato; et cum comparatio ista ad diuersas a Dni. *Pingre* deduxerit me conclusiones, reuocauit ad calculum Dni. *Planmanni* obseruationes Caianeburgi habitas et supra relatas, quae omnia Academiae scripto hoc exponenda esse iudicauit.

DISQVISITIO.

Errorum Tabularum Lunarium *Maieri* ex obseruatione Eclipsos Solis Anno 1761
23. Maii
2. Iunii instituta.

Differentia meridianorum Tobolii et Caianeburgi certissime concluditur ex introitu Veneris in discum

CEL. PINGRE DE PARALL. SOLIS. 581

scum Solis. Vtrauis parallaxis Solis siue 8'',2 siue 10'',2 assumatur eadem fere eruitur differentia meridianorum horum locorum. Si parallaxis Solis assumatur 8'',2 Longitudo Tobolii a Caianeburgo invenitur 2^b.42'.12''; sumta vero parallaxi Solis 10'',2 Longitudo obtinetur 2^b.42'.9''. Quam obrem Longitudinem Tobolii a meridiano Parisino versus ortum tuto 4^b.23'.44'' statui posse existimaui. Quoniam mihi propositum fuit non ex fine tantum Eclipsos Caianeburgi et Tobolii obseruato, verum etiam ex aliis Dni. *Planmanni* obseruationibus errores Tabularum Lunarium inuestigandi, quaesui loca Solis et Lunae ad sequentia momenta, vt inde pro quouis alio loca illorum deduci possint.

I-61. 2. Jun.	13 ^b t m. Par.	13 ^b . 20'	13 ^b . 40.	14 ^b	14 ^b . 20'
Long. med. ☉	71. 40'. 50''	71°. 41'. 39''. 3	71°. 4'. 28''. 6	71° 43'. 17''. 8	71°. 44'. 7''. 1
Long. ☉ vera	72. 32. 30, 7	72. 83. 18, 6	72. 34. 7, 0	72. 34. 54, 2	72. 35. 42
Semid. ☉	15. 48, 7				15. 48, 9
aequat. temp.	- 2. 24, 5	vt ex vero	prodeat	medium	- 2. 24
Long. ☉ vera	72. 6. 38, 2	72. 19. 12, 5	72. 31. 46, 1	72. 44. 18, 8	71. 56. 51, 1
Lat. ☉ Bor.	1. 6. 27, 2	1. 7. 36, 3	1. 8. 44, 5	1. 9. 52, 8	1. 11. 0, 2
Parall. aequ.	61. 9, 2		61. 9, 6		61. 10
Diam. ☉ hor.	33. 21, 3		33. 21, 5		33. 21, 8

Laterculum hunc eo lubentius hic adiicio, vt si forte in computum error alicubi irrepserit, facilius origo illius detegi possit.

Cum finis Eclipsos Tobolii obseruatus sit 18^b.11'.8'' t. v. Caianeburgi 15^b.52'.27'' et Latitudines horum locorum a meridiano Parisino versus ortum sint 4^b.23'.44'' et 1^b.41'.34'', momen-

D d d d 3

ta

ta observationum ad meridianum Parisinum reducta
fiunt $13^b.47'.24''$ et $14^b.10'.53''$, quae per ae-
quationem temporis $-2'.24''$ in medium conuersa
prodeunt $13^b.45'.0''$, $14^b.8'.29''$. Ex laterculo
itaque supra proposito deducitur.

	ad $13^b.45'.0''$	$14^b.8'.29''$ t. m.
Long. Sol. vera	$72^{\circ}.34'.18'',8$	$72^{\circ}.35'.14'',5$
Semidiam. Solis	15. 48, 8	15. 49, 9
Longit. Lunae vera	72. 34. 54, 3	72. 49. 37, 9
Latitudo Lunae Bor.	1. 9. 1, 4	1. 10. 21, 2
Parall. Lunae aequ.	61. 9, 6	61. 9, 8
Semidiam. Lunae	16. 40, 8	16. 40, 9.

Statuta iam Latitudine Tobolii $58^{\circ}.12'.12''$,
Caianeburgi $64^{\circ}.13'.30''$, obliquitate Eclipticae af-
sumta $23^{\circ}.28'.17''$, parallaxi Solis $8'',5$ computa-
vi iuxta formulas *Maieri*, in quibus figurae quoque
Telluris sphaeroidicae ratio habetur, pro utroque
loco parallaxes Lunae in Longitudinem et Latitudi-
nem. Computo peracto reperi

	Pro Tobolsk	Caianeburg
Parall. Lunae in long.	$+26'.1'',9$	$+15'.17'',1$
Parall. Lunae in lat.	$-50.44,4$	$-58.18,2$
Long. Lunae apparens	$73^{\circ}.00'.56'',2$	$73^{\circ}4'.55''$
Diff. long. Sol. et Lun.	26. 37, 4	29. 40, 3
Latit. Lunae appar.	18. 17, 0	12. 2,
Augment. semid. Lun.	6, 1	2, 2
Summa semidiam.	$32'.35'',7$	$32'.32'.$

Pona-

Ponatur nunc pro fine Eclipsæ differentia Longitudinum Tobolii visa = x , et Latitudo Lunæ apparens = y : differentia Longitudinum Caianeburgi visa erit = $x + 3'. 2'', 9$ et Latitudo = $y - 6'. 15''$. Cum vero eo momento, quo finis Eclipsæ euenire apparebat, distantia centrorum æqualis esse debuerit summæ semidiametrorum Solis et Lunæ, quantitates x et y ita debent esse comparatæ, vt sit

$$xx + yy = (32' 35'', 7)^2 = (1955, 7)^2 \text{ et}$$

$$xx + 365,8x + 33452,41 + yy - 750y + 140625 = (1952)^2.$$

Facta resolutione harum æquationum obtinetur $x = 1647'', 6 = 27'. 27'', 6$; $y = 1053'', 7 = 17'. 33'', 7$. Ex obseruatione ergo Caianeburgensi collata cum obseruatione Tobolii habita sequitur peccare Tabulas in Longitudine in defectu $50'', 2$ et in Latitudine in excessu $43'', 3$. Instituiamus nunc combinationem obseruationis tertiæ et quartæ cum fine Eclipsæ Caianeburgi obseruato, et videamus vtrum combinatio ista eosdem an diuersos ab iis, quos Cel. *Pingre* reperit, præbeat Tabularum errores, assumpta Longitudine Caianeburgi $1^b. 41'. 34''$.

Momentum temporis $15^b. 3'. 59''$, quo distantia limborum apparens fuerat $7' 8'', 4$ per æquationem temporis $-2'. 24''$ in medium conuersum, et ad meridianum Parisinum reductum est $13^b. 20'. 1''$, pro quo reperitur Longitudo Solis $72°. 33'. 18'', 6$ Longitudo Lunæ vera $72°. 19'. 13'', 1$ et Latitudo eius Borealis $1°. 7'. 36'', 3$. Per *Maieri* formulas,

mulas, quibus constanter vsus sum, parallaxis Lunae in Longitudinem inuenitur $+11', 33'', 5$ et parallaxis in Latitudinem $-59', 33'', 9$. Quare Longitudo Lunae apprens est $72^\circ, 30', 46'', 6$ et Latitudo $8', 2'', 4$. Assumto semidiametro Solis $15'. 48'', 7$, semidiametro Lunae $16', 40'', 7$ eiusque augmento $0'', 9$ pro altitudine $3^\circ \frac{1}{2}$ distantia centrorum apprens erit $=\frac{1}{2}$ diam. ☽ $+ \text{dist. limb. app.} - \frac{1}{2}$ diam. ☉ $= 8', 1'', 3$. Quodsi pro hoc temporis momento Longitudo Solis ponatur $= l$, Longitudo Lunae apprens $= x$ et Latitudo apprens $= y$, Longitudo Solis pro fine Eclipsos Caianeburgi obseruato erit $= l + 1', 55'', 9$ Longitudo Lunae apprens $= x + 34'. 8'', 4$ et Latitudo apprens $y + 3', 59'', 6$. Quare pro definiendis valoribus ipsorum x et y nanciscemur sequentes aequationes

$$(l-x)^2 + yy = (8'. 1'', 3)^2 \text{ et}$$

$$(l-x-32', 12'', 5)^2 + (y+3', 59'', 6)^2 = (32'. 32'')^2$$

quarum resolutio praebet $y = 467'', 9 = 7'. 47'', 9$ et $l-x = 113'', 2 = 1'. 53'', 2$: vnde concluditur error tabularum in Longitudinem in defectu $38'', 8$ et in Latitudinem in excessu $14'', 5$.

Similem in modum combinaui cum fine Eclipsos quartam obseruationem Dni. *Planmanni*, eamque vt ad calculum reuocarem reperi primum Longitudinem Solis huic temporis competentem $72^\circ. 33'. 23'', 7$ Longitudinem Lunae $72^\circ. 20'. 32'', 8$ parallaxin in Longitudinem $+11'. 44'', 5$. Latitudinem Lunae

Lunae $1^{\circ}.7'.42''$, 5 parallax'n in Latitudinem $-59'$
 $31''$, 3. Dein posita vt antea Longitudine Solis $=l$,
 Longitudine Lunae apparente $=x$ et Latitudine ap-
 parente $=y$, Longitudo Solis pro fine Eclipsos erit
 $=l + 1'.50''$, 8; Longitudo Lunae apparens $=x$
 $+ 32'.37''$, 7 et Latitudo apparens $=y + 3'.50''$, 8,
 ac tandem sequentes aequationes resoluendae obtine-
 buntur

$$(l-x)^2 + yy = (7'.58'', 9)^2$$

$$(l-x-30'.46'', 9)^2 + (y+3'.50'', 8)^2 = (1962)^2$$

Ex quibus deducitur $l-x = 27''$, 3 et $y = 476''$, 9
 $= 7' 56''$, 9. Consequenter error tabularum in Lon-
 gitudinem est $-39''$, 1 et error in Latitudinem
 $+14''$, 3.

Quanquam ex his abunde perspicui possit, er-
 rores, quales Cel. *Pingre* Tabulis tribuit, minime
 in illas quadrare; attamen quantum illae reuera a
 coelo tunc aberrauerint, cum certitudine vix pro-
 nunciari potest. Fine Eclipsos Caianeburgi obserua-
 to ad exquirendos illarum errores nec *Pingre* ipsae
 dubitat, obseruatio vero Toboliensis ab Abbate *Chappe*
 pro perfecta existimatur: Quare determinatio erro-
 rum ex combinatione hac resultans magni ponderis
 foret existimanda et procul dubio in computo adhi-
 benda, nisi consensus errorum, qui prodire ex
 combinatione binarum reliquarum obseruationum,
 indicaret eorum quoque habendum esse rationem.
 Ne igitur plus alterutri determinationi tribuamus,

Tom XII. Nou. Comm. E e e tutissi-

tutissime nos acturos existimo, si mediana ex his determinationibus pro vero Tabularum errore spectemus, sc. Tabulas Lunares *Maieri* in Longitudinem peccare in defectu $42''$, 7 et in Latitudinem in excessu $24''$, praesertim cum similis combinatio secundae observationis *Planmannianae* hos ipsos quam proxime largiatur errores; in Longitudinem nempe $-43''$, 6 et in Latitudinem $+26''$, 1.

Posito itaque errore Tabularum in Longitudinem $-42''$, 7 in Latitudinem $+24''$, 1, differentia meridianorum Parisiensis et Selenginskensis inuenitur $6^b.57'.15''$, longe diuersa ab ea, quae prodiret, si errores Tabularum a Cel. *Pingre* definiti in computum traherentur. Praeterea notari hic conueniet, utramvis praecedentium determinationem assumere lubeat, nullatenus tanta Longitudo urbis Selenginsk, quanta a *Pingre* statuitur erui poterit. Facta suppositione, quod Tabulae peccent in Longitudinem in defectu $50''$, 2 in Latitudinem in excessu $43''$, 3. differentia meridianorum prodit $6^b.56'.43''$: posito vero errore in Longitudinem $-38''$, 9 in Latitudinem $+14''$, 4, eadem obtinetur $6^b.57'.35''$. His omnibus in vnum collatis existimo longitudinem urbis Selenginsk, quanta a Cel. *Pingre* statuitur minime veritati esse consentaneam, atque ex observatione Rodriguensi collata cum Selenginskensi paralaxin Solis $10''$, 1 obtineri non posse.

OBSER-

OBSERVATIONES
NONNULLAE IN OBSERVATORIO. IMPERIALI PETROPOLI HABITAE.

Auctore

STEPHANO RYMOVSKI.

OBSERVATIO

Altitudinis Solis tempore solstitii aestiui
Anno 1763.

Motu penduli astronomici probe perspecto, deduxi planum quadrantis tripedalis in talem situm, ut filum verticale micrometri quam minime distaret a plano meridiani. Quoties vero caepi altitudines Solis meridianas, annotavi appulsum unius ex limbis ad filum verticale micrometri, atque sic in qualibet observatione conuictus euadebam, planum quadrantis tam parum a plano meridiani distasse, ut error, si quis inde observationibus sese implicuerit, omnino sit contemnendus, praesertim cum ex tribus minimum semper observationibus micrometro captis, et vix inter se differentibus concluderim altitudines. Filo quadrantis e centro pendulo vnum idemque diuisionis punctum nempe $53^{\circ} 50'$ constanter quaesiente sequentes obseruauit altitudines.

E e e e 2

Die

588 OBSERVAT. ASTRONOMICAE.

	Die $\frac{9}{17}$ Jun.	Die $\frac{9}{18}$ Jun.	Die $\frac{10}{17}$ Jun.	Die $\frac{11}{17}$ Jun.
Altit. limb. Bor.	53°. 48' 34", 7	53°. 49' 19", 7	53°. 49' 38", 8	53°. 49' 27", 2
Error quadr.	- 1. 7, 1	- 1. 7, 1	- 1. 7, 1	- 1. 7, 1
Alt. err. quad. corr.	53. 47. 27, 6	53. 48. 12, 6	53. 48. 31, 7	53. 48. 20, 1
Ref. parall.	- 45, 0	- 45, 1	- 45, 2	- 45, 1
Altitud. Correcta	53. 46. 42, 6	53. 47. 27, 5	53. 47. 46, 5	53. 47. 35, 0
$\frac{1}{2}$ Diam \odot lis.	- 15. 46, 8	- 15. 46, 8	- 15. 46, 8	- 15. 46, 8
Altit. Centr. \odot lis.	53. 30. 55, 8	53. 31. 40, 7	53. 31. 59, 7	53. 31. 48, 2
Reductio	+ 55, 2	+ 14, 5	+ 0, 2	+ 10, 4
Altit. Solstit.	53. 31. 51, 0	53. 31. 55, 2	53. 31. 59, 9	53. 31. 58, 6

Media itaque ex omnibus concluditur 53°. 31'. 56", 2
 Quodsi itaque obliquitatem Eclipticae
 statuamus huic tempore competentem 23. 28. 19, 0
 prodibit complementum Alt. Poli Petr. 30°. 3'. 37", 2
 Et ipsa Poli altitudo - - - - 59. 56. 22, 8
 Id quod optime concordat cum eo, quod ex obseruationibus *Grisebowii* eodem quadrante institutis deduxeram, pro ut videre est in summario dissertationum Tomo VIII. Commentariorum praefixo.

Ex obseruatis *Grisebowii* eidem Tomo insertis patet, arcum huius quadrantis 90 graduum iustae esse magnitudinis. Quare cum purgato a sordibus ante obseruationes micrometro, fila illius in debitum situm restituiffem, supererat tantum verificatio quadrantis ad horizontem instituenda, qua repetita reperi errorem quadrantis esse 1'. 7", 1 ab altitudinibus obseruatis subtrahendum. Mentionem huius rei ideo potissimum iniiciendam esse duxi, quod *Grisebowius* errorem eiusdem quadrantis 40" circiter statuerit.

OBSER-

OBSERVATIONES

Satellitum Iouis Anno 1766. habitae.

Postquam domicilium prope obseruatorium ab Academia mihi concessum est, inuigilavi, quantum serenitas caeli aliaeque occupationes permittebant, obseruationibus Astronomicis; ac pro certius definienda longitudine obseruatorii sequentes instituire hoc anno mihi licuit.

Die ^{21. Febr.} _{4. Mart.}	Temp. horol.	Temp. verum
Ex altitudinibus Solis correspondentibus meridies verus ad horologium a Charost elaboratum, moderatore Grahami et virga ebena instructum, quo in omnibus obseruationibus vsus sum, prodit.	11 ^b . 55'. 1", 2	
Die ^{22. Febr.} _{5. Mart.} Tnbo Gregoriano 24 pollices longo obseruavi Emerfionem I. Sat. Iouis; Satellitem debili lumine splendentem conspici-	9 ^b . 41'. 42''	9 ^b . 45'. 36''
re incipio	41. 52	
sat clare conspicio		
Eodem splendore ac reliqui		
lucet	42. 44.	

Die $\frac{1}{12}$. Mart. Caelo sereno eodem tubo obseruauit Emerfionem I. Sat. Iouis, Satelles prodire videtur in conspectum
Pleno fulgore radiat.

Temp. horol.	Temp. verum
11 ^b . 42'. 44''	11 ^b . 41'. 56''
43. 23	

Occultatio Pleyadum a Luna.

Die $\frac{1}{17}$. Mart. Obseruauit transitum Lunae per Pleyades tubo Dollondiano sex pedes longo.
Immerfio sub limbum Lunae instantanea

Seleno

Taygetae

l. k.

Maiae

11 ^b . 4'. 6''	11 ^b . 1'. 24''
4. 37 $\frac{1}{2}$	1. 55 $\frac{1}{2}$
22. 25	19. 43
24. 18	21. 36.

De emerfionibus obseruandis follicitus non fui, quia illae ad limbum Lunae lucidum, et Luna supra horizontem nubibus inquinatum per paucos gradus eleuata contingere debebant.

Vt ex hac obseruatione, si forte correspondens alicubi fuerit instituta, minori impostero opera Longitudo obseruatorii deduci possit, e re esse existimaui obseruationi huic tantisper immorari ac

NON

PETROPOLI HABITAE. 591

non nulla elementa a me subducta hic apponere
 Assumta obliquitate Eclipticae e Tabulis de la Caille
 huic tempori competente $23^{\circ}.28'.19''$, 5, ascensio-
 nibus rectis et declinationibus stellarum a Luna te-
 ctarum ex Catalogo Ephemeridibus eiusdem pro an-
 nis 1765 - 1775 praefixo, quaesivi earum Longi-
 tudines et Latitudines ad 1766 diem $\frac{4}{17}$ Mart. ac
 reperi

	Long. praec. corr.	Latitudinem
Seleno	$56^{\circ}.10'.14''$, 5	$4^{\circ}.20'.14''$, 7 Bor.
Taygetae	56. 18. 1, 8	4. 29. 32, 3
Maiae	56. 25. 14, 9	4. 22. 46, 3.

Correctio in Longitudinem ex nutatione oriunda
 omnibus communis reperitur $+9''$, 2 et ex aberra-
 tione $-9''$, 6. Correctio in Latitudinem ex aberra-
 tione oriunda itidem omnibus communis est $+1''$, 3.

Posita differentia meridianorum Petropolitani
 et Parisini $1^b.52'$, et aequatione temporis $+9'$, $1''$.
 computaui locum Lunae iuxta Tabulas Maieri ad
 sequentia momenta, non habita ratione nutationis.

Die $\frac{4}{17}$ Mart. ad Mer. Paris.	Longitudo Lunae	Latitudo Lunae Bor.	Parallaxis aequat.	Diameter Lunae
$9^b. 0'.59''$. t.v.	$56^{\circ}.36'.31''$, 2	$5^{\circ}.13'.54''$, 3	$55'.51''$, 2	$30'.28''$
9. 10. 59	56. 41. 57, 5			
9. 20. 59	56. 47. 10	5. 13. 55, 8		
9. 30. 59	56. 52. 20, 9	5. 13. 56, 2	55. 50,	730. 27, 7

His

His datis nil nisi calculus parallaxium expediendus supererit.

	Temp. horol.	Temp. verum
Die $\frac{5}{17}$. Martii meridies verus ex altitudinibus Solis correspondentibus est. vnde acceleratio horologii est $54''$, 4.	$0^b. 3'. 1''$, 1	
Die $\frac{11}{17}$. Mart. Obseruavi Emerisionem I. Sat. Iouis, caelo optime sereno, sed Luna splendente et parum a Ioue distante; Satellitem conspicere incipio.	$8^b. 15'. 3''$	
Die $\frac{15}{16}$. Mart. Obseruavi Emerisionem II. Sat. Iouis. Satelles prodire videtur in conspectum.	$10^b. 44'. 54''$	$10^b. 34'. 3''$
Die $\frac{16}{17}$. Meridies verus ex altitudinibus Solis correspondentibus.	$0^b. 11'. 15''$, 7	
Vnde acceleratio horologii supra diem solarem medium eruitur $1'. 3''$, 4. Horologium motu vniformi incessisse compertum habui ex obseruationibus alio tempore captis, idemque ex mox referendis patebit. Cau-		

lam

	Temp. horol.	Temp. verum
Die ¹⁰ ₁₅ . Ex altitudinibus Solis correspondentibus meridiem verum obtinui.	0 ^b .27'.52 ^{''} .5	
Vnde acceleratio horologii reperitur 56 ^{''} , 4.		
Die ¹⁶ ₁₇ . April. caelo admodum sereno Sat. II. ex umbra prodeuntem conspiciere incipio.	11 ^b . 3'.36 ^{''}	10 ^b .30'.47 ^{''}
Clare eundem lucere video.	4. 17	
Eadem die observaui Emerisionem I. Sat. Iouis Satellitem ex umbra eluctari incipientem conspiciere videor.	12 ^b .52'.20 ^{''}	12. 19. 38
Sat bene eundem conspicio.	52. 52	
Alius idem phaenomenon tubo Dollondiano decem pedes longo observaui satellitem vidit prodeuntem.	12 ^b .52'.36	12. 19. 44
Die ¹⁷ . April. captae sunt altitudines Solis correspondentes, ex quibus meridies verus prodit.	0 ^b .33'.15 ^{''}	
et acceleratio horologii supra diem solarem medium		
57 ^{''} , 1.		

Die

Die $\frac{2}{17}$. Maii Emerfio-
nem I. Satellitis in Diario
obferuatam fuiſſe reperio.
Aſt momentum iſtud mul-
tum diſſentit a momento
Tabulis Wargentini elicitio.

Die $\frac{7}{17}$. Ex altitudinibus
Solis correfpondentibus me-
ridies verus repertus eſt
vnde acceleratio horologii
elicitur $57''$, 2.

Temp. horol.	Temp. verum
$11^b.23'.43''$	$10^b.37'.3''$
$0^b.47'.12''$, 5	

OBSEVATIO

Eclipſeos Solis Die $\frac{25}{7}$. Iulii
 $\frac{7}{7}$. Aug. 1766.

Appropinquante Eclipſi Solis, quia horologium
plus quam par eſt accelerabat, depreſſi aliquantum
lentem penduli, ac die $\frac{25}{7}$. Iulii
 $\frac{7}{7}$. Aug. caepi altitudines Solis
correfpondentes.

Ante merid.	Altit. Solis	Post merid.	Meridies.
$10^b.33'.20''$	$40^{\circ}.20'$	$3^b.25'.3''$	$12^b.59'.11''$
$34.26\frac{1}{2}$		$23.57\frac{1}{2}$	$59.11\frac{1}{2}$
$10.36.59\frac{1}{2}$	40.40	$3.21.24$	$59.11\frac{1}{2}$
38.8		20.16	58.12
$10.40.39\frac{1}{2}$	41.0	$3.17.43$	$59.11\frac{1}{2}$
$41.48\frac{1}{2}$		$16.34\frac{1}{2}$	$12^b.59.11\frac{1}{2}$

Meridies medius	$12.59.11.36^M$
Correctio meridiei	$+ 16.7$
Meridies verus	$12.59.27.42$

F f f f a

Die

526 OBSERV. ASTRON. PETROP. HABITAE.

Die ^{25. Julij} _{1. Aug.} denuo caepi altitudines Solis correspondentes.

Ante merid.	Alt. Olis.	Post merid.	Meridies.
10 ^b . 44. 9''	41° 0'	3 ^b . 15'. 33''	12 ^b . 59'. 51''
45. 17		14. 23	59. 50
10. 48. 1	41. 20	11. 40 ^z	59. 50 ^z
49. 12		10. 30	59. 51
10. 57. 9	42. 0	3. 2. 32	12. 59. 50 ^z
Meridies medius			12. 59. 50. 39''
Correct. meridiei			+ 16. 3
Meridies verus			1 ^b . 0'. 6'. 42 ^{'''} .

Observationi Eclipsos Solis, quae in hanc ipsam diem incidit caelum non adeo fuit. Cum horologium monstraret 8^b. 16'. 40'' vidi iam exiguam partem disci solaris defecisse, sic vt verum initium Eclipsos Solis 10'' aut 20'' praecessisse aestimaverim, et cum per altitudines Solis correspondentes pateat, horologii supra diem so arem medum accelerationem fuisse 44^z; momentum obseruatum ad verum tempus reductum fit 7^b. 15'. 54''.

F I N I S .

INDEX

I N D E X

DISSERTATIONVM

Mathematica.

L. Euleri, Integratio aequationis etc. pag. 3.

Eiusdem, De arcibus curuarum aequae amplis eorumque comparatione pag. 17.

Eiusdem, Euolutio generalior formularum comparationi curuarum inferuentium p. 42.

D. Bernoulli, De vsu algorithmi Infinitesimalis in arte coniectandi pag. 87.

Eiusdem, De duratione media matrimoniorum, pro quacunque coniugum aetate, aliisque questionibus affinis pag. 99.

Physico-Mathematica.

— *L. Euleri*, Methodus facilis motus corporum coelestium utcumque perturbatos ad rationem calculi astronomici reuocandi p. 129.

F f f 3

Eius-

- Eiusdem*, Disquisitio de vera lege refractionis radiorum diuersicolorum pag. 166.
- Eiusdem*, De nouo microscopiorum genere ex sex lentibus composito pag. 195.
- *Eiusdem*, De telescopiis quatuor pluribusue lentibus instructis eorumque perfectione pag. 224.
- *I. A. Eulero*, De rotatione solis circa axem ex motu macularum apparente determinanda pag. 273.

Phyfica.

- I. A. Brauer*, De caloris communicationis exceptione phaenomena noua experimentis elicit, et explicationes pag. 289.
- B. V. A. Aepini*, De electricitate barometrorum disquisitio pag. 303.
- *Eiusdem*, Examen theoriae magneticae a celeberr. *Tob. Mayero* propositae pag. 325.
- Eiusdem*, Descriptio noui phaenomeni electrici detecti in chrysolitho siue Smaragdo brilianti pag. 351.

I. G.

I. G. Lebmann, De vitro fossili naturali siue de achate Islandico pag. 356.

Eiusdem, De cupro et orichalco magnetico pag. 368.

Eiusdem, Specimen oryctographiae Stara-Ruffensis et lacus Ilmen pag. 391.

C. F. Wolff, De formatione intestinorum praecipue, tum et de amnio spurio, aliisque partibus embryonis gallinacei, nondum visis, observationes, in ouis incubatis institutae pag. 403.

S. G. Gmelin, Observationes et descriptiones botanicae pag. 508.

Eiusdem, De proprietatibus plantarum ex caractere botanico cognoscendis pag. 522.

Eiusdem, De glacie mariae ruthenica pag. 549

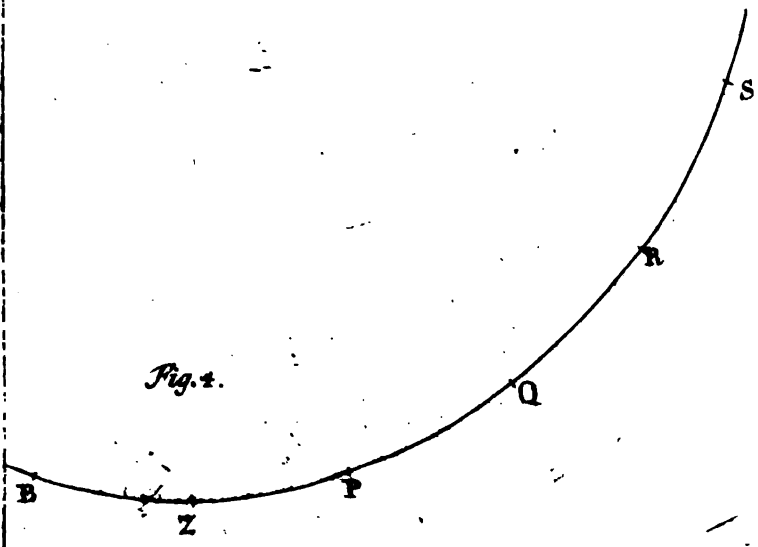
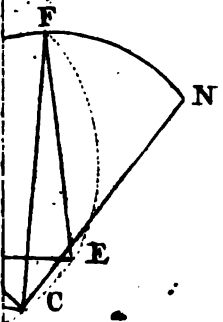
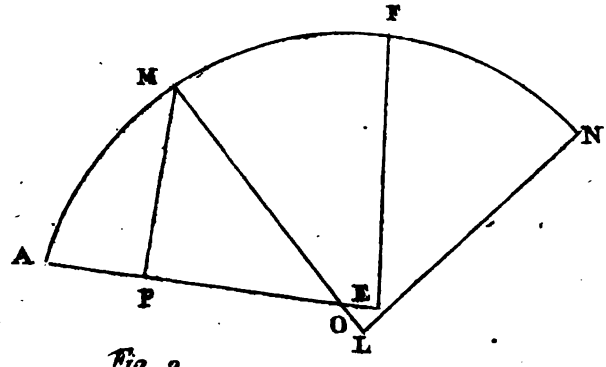
P. S. Pallas, Descriptio tubulariae fungiosae prope Wolodimerum mense Iulio 1768. observatae pag. 565.

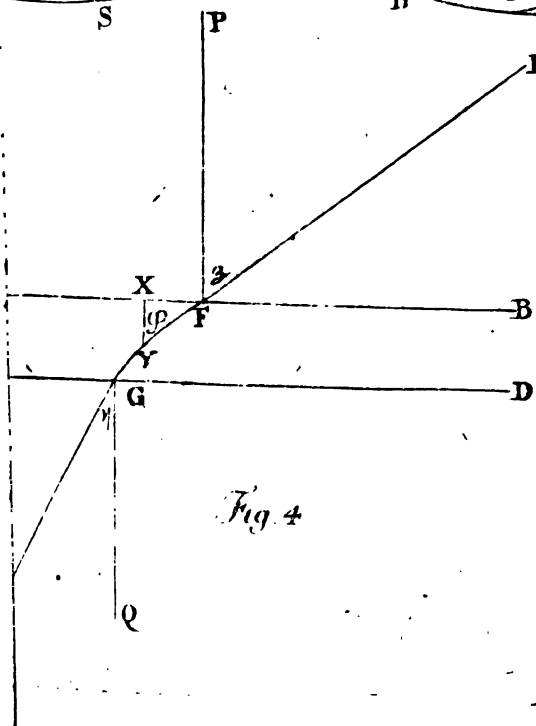
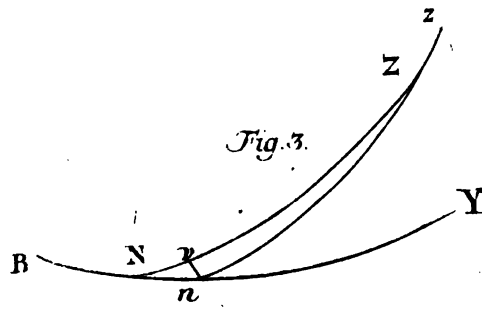
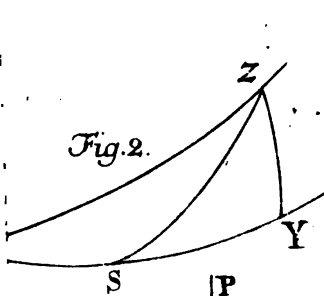
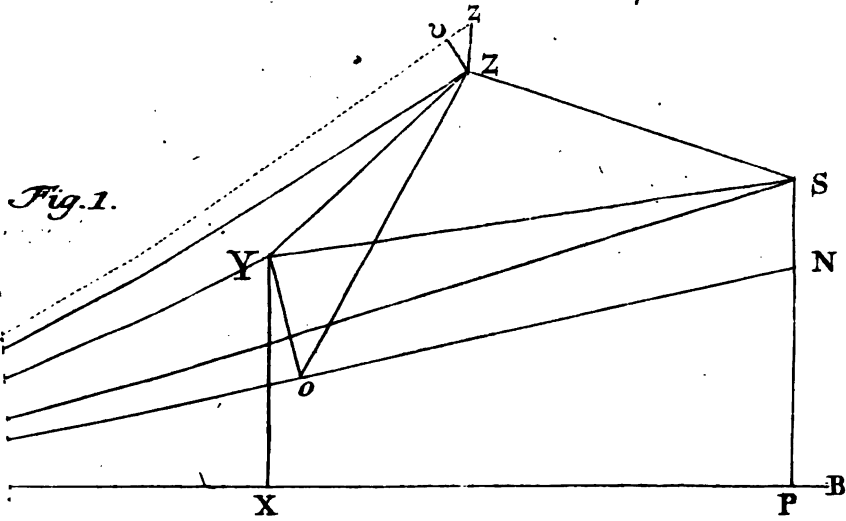
Astro-

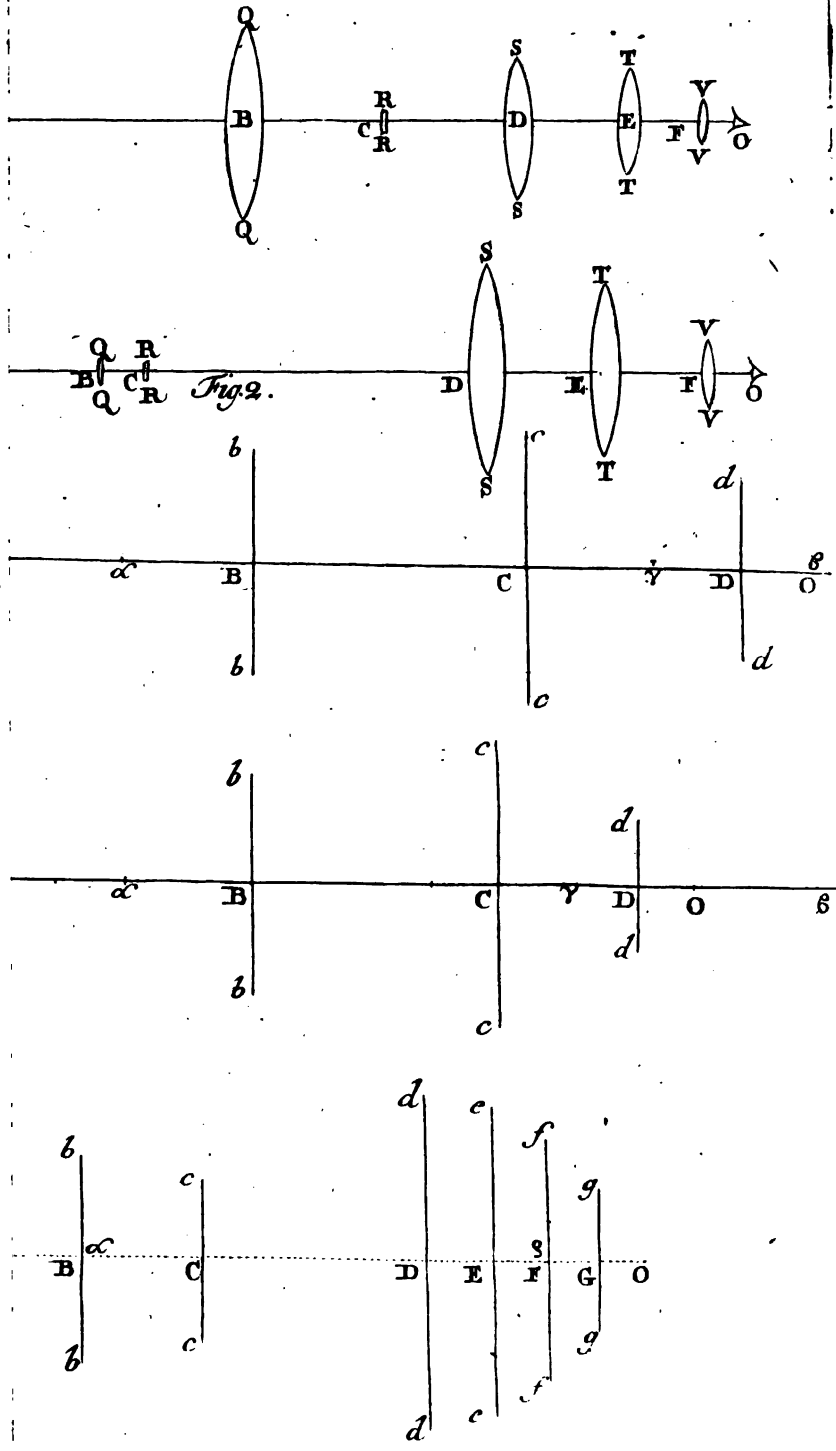
Astronomica.

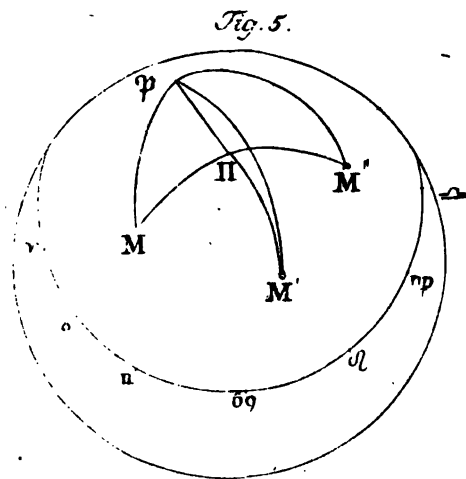
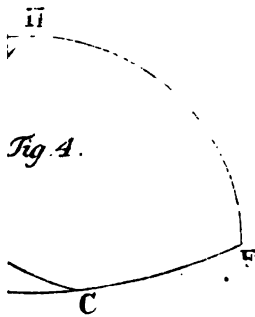
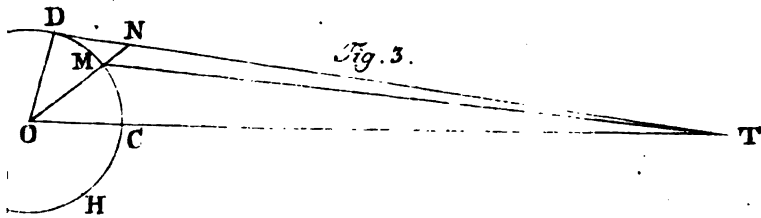
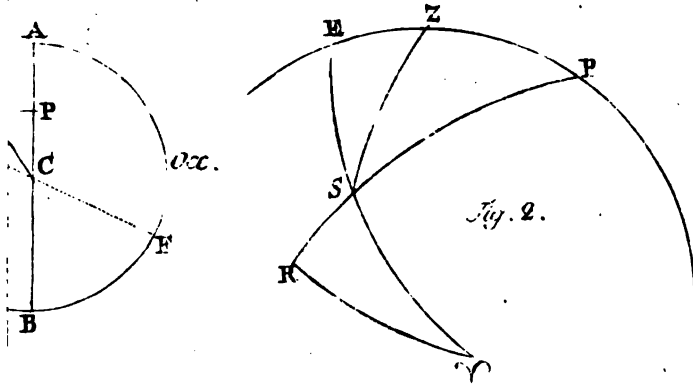
- *St. Rumovsky*, Animaduerſiones in ſupplementum cel. *Pingrè* ad diſſertationem eius de parallaxi ſolis pag. 573.
- *Eiusdem*, Obſeruaciones nonnullae in obſeruatorio Imperiali Petropoli habitae pag. 587.

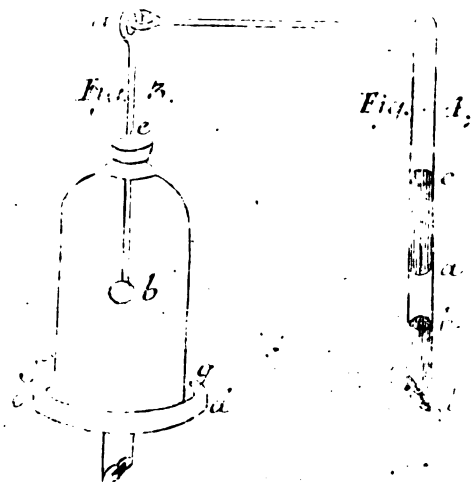












γc.

Fig. 2.

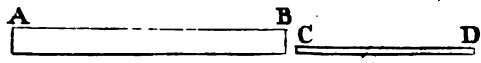
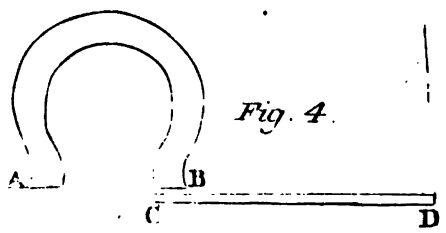


Fig. 4.



β

Fig. 6.

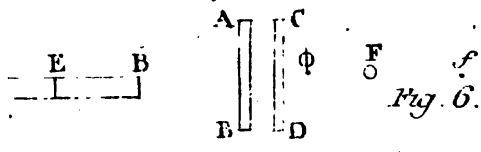


Fig. 7.

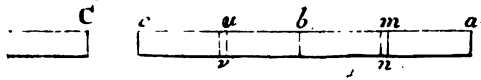


Fig. 8.

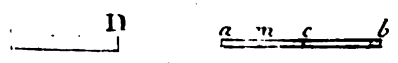


Fig. 5.

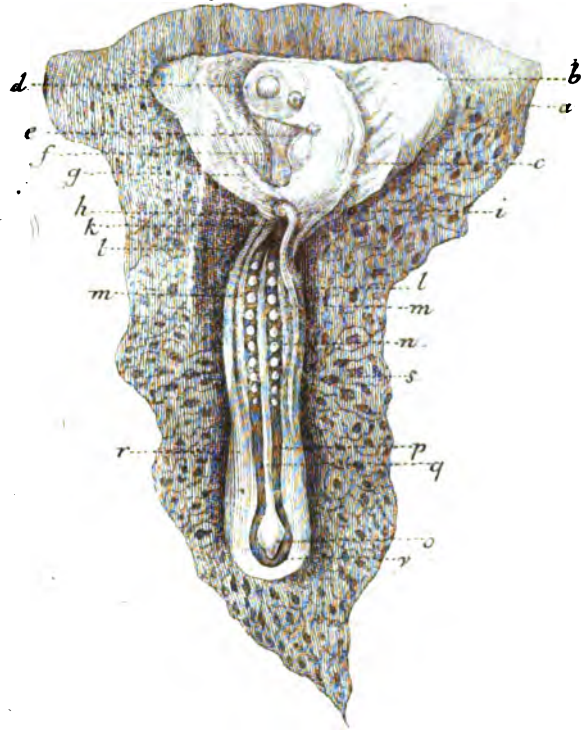
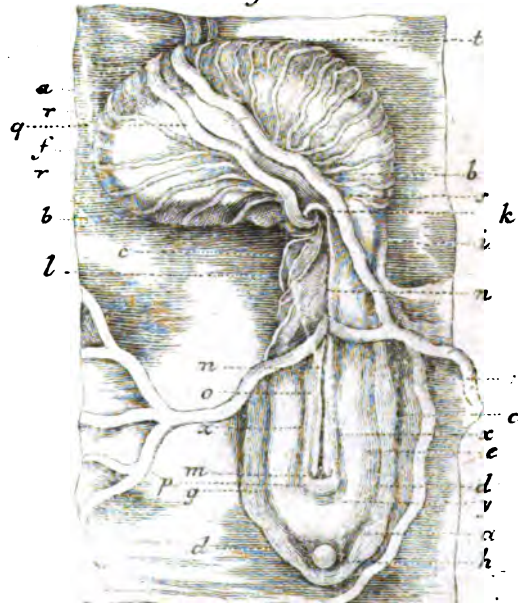
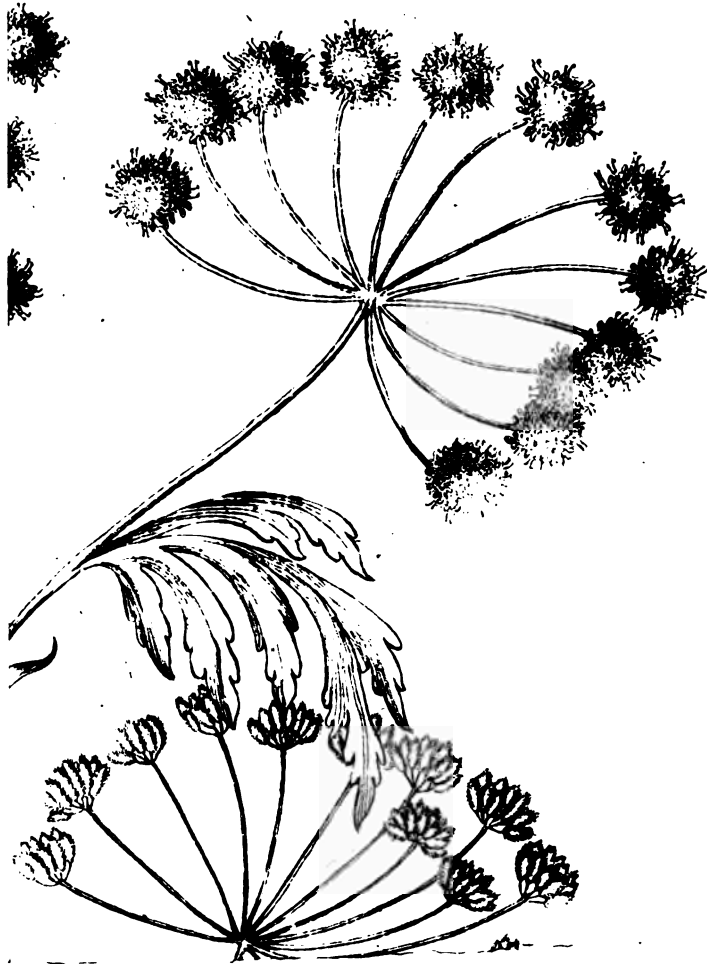


Fig. 7.











6



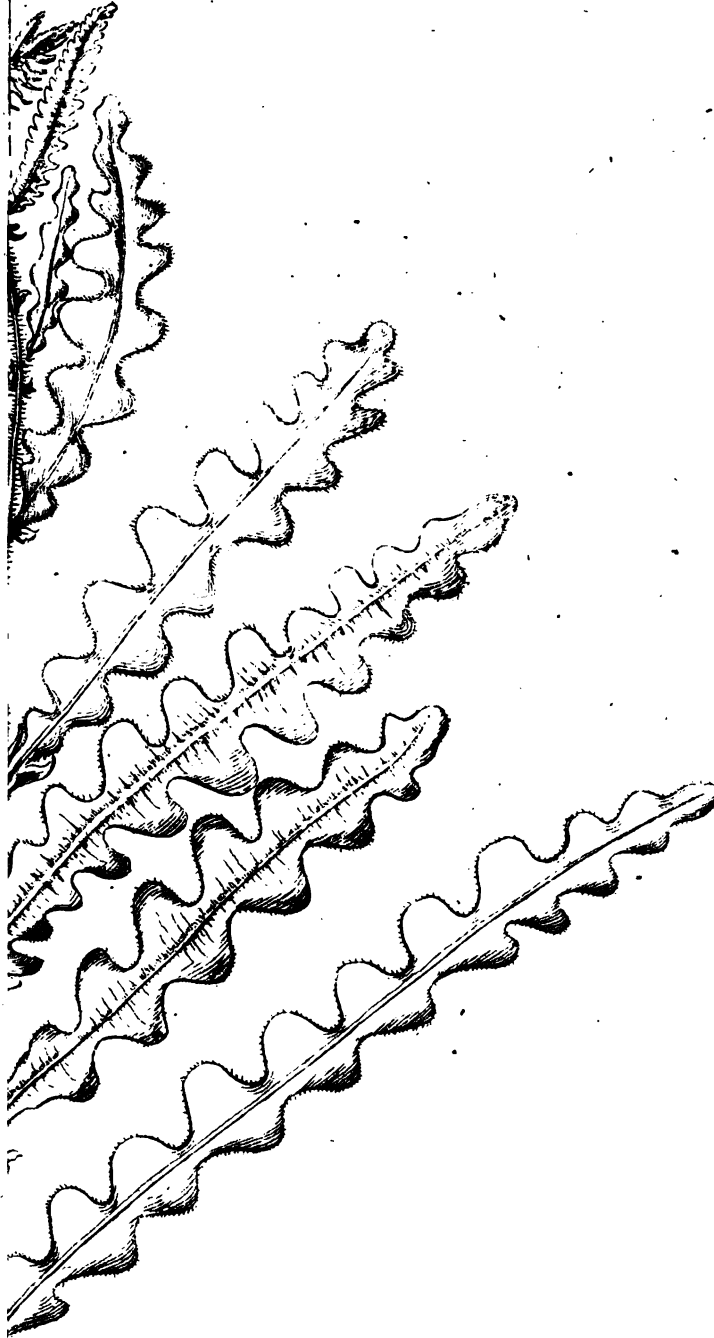


Fig. 3.

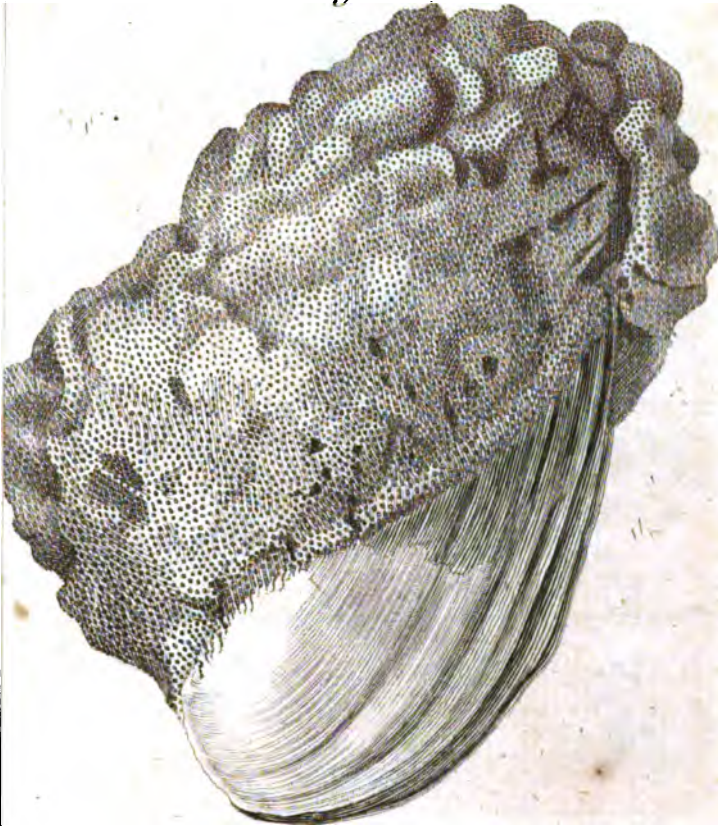


Fig. 5.



A FINE IS INC
NOT RETURN

3 2044 092 611 789