



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

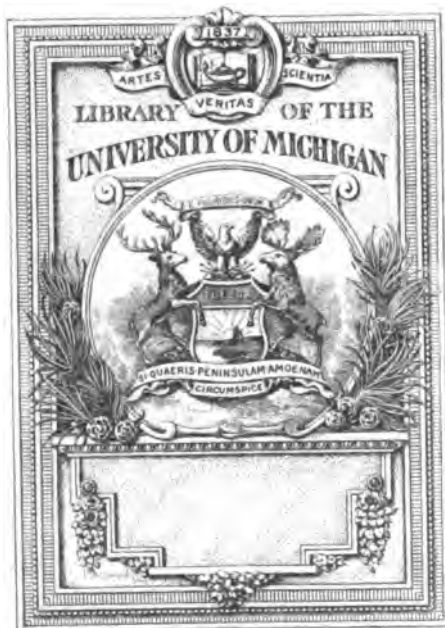
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





AS
262
.P547

NOVI
COMMENTARII
ACADEMIAE SCIENTIARVM
IMPERIALIS 74015
PETROPOLITANAE

TOM. II.

ad Annum MDCCXLIX.



PETROPOLI

TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM

MDCCLL

INDEX COMMENTARIORVM

Mathematica

- L. Euleri**, De reductione linearum curvarum ad arcus circulares. p. 3.
- G. W. Kraftii**, Indagatio focorum in omnibus curuis possibilibus. p. 39.
- L. Euleri**, Solutio problematis difficillimi a Fermatio propositi. p. 49.
- C. N. de Winsheimii**, De numeris perfectis. p. 68.
- G. W. Kraftii**, De numeris amicabilibus atque aliis ad hanc doctrinam spectantibus. p. 100.

Physico - Mathematica

- G. W. Richmanni**, Atmometri s. machinae hydrostaticae ad euaporationem aquae certae temperiei mensurandam aptae constructio talis, vt ope illius decrementum paucorum granorum obseruari et lex euaporationis confirmari possit. p. 122.
- M. Lomonosouii**, Anemometrum summam celeritatum cuiusuis venti et simul variationes directionum illius indicans. p. 128.
- G. W. Richmanni**, Inquisitio in rationem phaenomeni cur aqua profunda in vasis homogeneae materiae plus euaporet quam aqua minus profunda et confirmatio experimento noua ratione instituto. p. 134.

G. W.

- G. W. Richmanni*, De evaporatione ex aqua frigidiori aëre obseruationes et confectaria. p. 145.
- Eiusd.* Experimenta de compressione aëris imprimis per aquam in bombis congelatam descripta. p. 162.
- Eiusd.* Vfus legis decrementi caloris ad definiendam mediam certo temporis interuallo temperiem aëris ostensus, et instrumentum meteorologicum nouum mediae temperiei aëris inueniendae inferuiens. p. 172.
- Eiusd.* De barometro, cuius scala variationis insigniter augeri potest; item de libra barometrica et barometro hydraulico cogitationes. p. 181.
- C. G. Kratzensteinii*, Staterae geographicae et nauticae descriptio. p. 210.
- Eiusd.* Remigii nouiter inuenti ad naues onerarias promovendas descriptio p. 214.
- Eiusd.* Horologii perpetuo mobilis descriptio vna cum modo construendi horologia portatilia et cylindrica, vt sub eleuatione ponderis vel intensione elateris motum suum continent. p. 222.

Physica

- G. W. Krafftii*, De vegetatione plantarum experimenta et confectaria. p. 231.
- Eiusd.* Additamentum. p. 255.
- A. Kaau Boerhaauii*, Obseruatio Anatomica musculi in pectore praeternaturalis et varii in diuersis corporibus inuenti. 257.
- S. Krascheninnikowii*, De Acere foliis oblonge cordatis inaequaliter serratis. p. 285.
- G. W. Stelleri*, De bestiis marinis. p. 289.

Astro-

Astronomica

G. Heinsii, Observatio eclipsis Lunæ partialis d. 8. Aug.
st. n. an. 1748. Lipsiæ habita p. 401

N. Popowii, Methodus obseruandi eclipses luminarium. p.
413.

SVMMARIVM
DISSERTATIONVM
QVAS CONTINET
NOVORVM COMMENTARIORVM
TOMVS II.

Imprimatur

Cyrillus Comes de Rasumowsky.

Duobus abhinc annis primitias laborum suorum Academia Scientiarum sub auspiciis ELISABETAE AVGVSTAE instaurata eruditis praebuit. Secundum hoc Novorum Commentariorum volumen orbis eruditi lumen adspiciens tibi, candide lector, novos sistit nec minus secundos laborum Academiae Imperatoriae fructus, in omnes quidem quibus constat Academia classes distributos. *Mathematica* enim classis quinque iam continet dissertationes. *Physico-Mathematica* decem. *Physica* quatuor et *Astronomica* duas. Intelliges quoque, benevole lector, de nominibus Cl. Auctorum Academiam Imperialem aequae benigne facere extraneis sociis et praesentibus, neque minus ex vna parte splendere quam ex altera. Haec autem munificentia debetur AVGVSTO huius corporis Fundatori PETRO MAGNO, cuius gloria splendido hoc instituto, quod ad eruditorum reipublicae fructum redundat, in omnem prominet memoriam atque posteritatem.

MATHEMATICA.

L. EVLERI DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM AD ARCVS CIRCVLARES.

Celeberrimus Eulerus in hac *de reductione linearum curvarum ad arcus circulares* dissertatione sublimioris geometriae amatores sibi deuinxisse censendus est, dum iis nouam, facilem elegantemque methodum offert, lineas curuas dimetiendi, docendo quomodo data quacunque curua arcus circuli exhiberi possit ipsi proxime aequalis, et ille ipse quidem qui a Celeberrimo quondam Iohanne Bernoullio per motum rectorium determinatus erat, quae quidem methodus Bernoulliana, tametsi magni olim a summo Leibnitzio aestimata est, et merito semper aestimabitur, aliquanto tamen difficilior, ne dicam inferior nostra Euleriana censenda videtur, dum non parum sollicitos tenere solet eruditos, qua ratione motus rectorius adornari debeat et insuper non adeo late pateat.

Soluit autem in hac dissertatione Celeberrimus Auctor sex problemata, quorum titulos adferre iuuat.

1. Data curuae amplitudine vna cum normalibus, inuenire limites intra quos longitudo arcus amplitudini aequipollens contineatur.
2. Inuenire omnes curuas A M. huius indolis vt ductis ad eam normalibus A N. M N curua A M. aequalis sit arcui circuli N. radio $= \frac{1}{2} (A N + M N)$ intra rectas A N et M N descripto.

3.

3. Proposita linea curua quacunq̄ue $AMB.$ quae vbique ad eandem partem sit concaua, inuenire arcum circuli ab ipsi proxime aequalem.
4. Proposita ellipsi quacunq̄ue inuenire radium circuli cuius periphēria sit aequalis proxime perimetro ellipsis.
5. Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.
6. Si curua proposita fuerit cyclois; inuenire radium circuli, cuius quarta pars periphēriae proxime sit aequalis arci cycloidis.

Qui horum problematum solutiones elegantes, nonnullorumque Theorematum demonstrationes rigorosas cognoscere gestiunt, ii sitim suam in lectione dissertationis ipsius abunde restinguere poterunt.

G. W. KRAFFTII INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS CVRVIS POSSIBILIBVS.

Hodierni Geometrae non aequae ac veteres in sola consideratione Geometrica curuarum subsistere solent, sed etiam relationem earum Physicam indagare student, hinc factum est, vt Cl. Krafftius, qui perspectum habebat in ellipsi et parabola ordinaria dari focum et Mathematicum et Physicum, sibi inquirendum duxit, an etiam in parabolis et ellipsis ceteris superioribus, de quibus pariter foci affirmari solent, reuera quoque ambodentur foci, Mathematicus scilicet et Physicus.

Dum ergo huic inquisitioni a priori methodum tangentium inuersam applicat, inuenit tandem solam ellipsin

ordinariam , nec non parabolam Apollonianam focus Physicis instructas esse , reliquas omnes vero superiores tali foco Physico destitui. Hinc asserit ex proprietate Geometrica quae in ellipsi et parabola infima solum obtineat, male concludi ad superiores hasce curvas. Et quamvis non neget imaginarium aliquem focus ipsis tribui posse , hoc tamen nomen illas non mereri contendit, quoniam ad errorem inducendum inferuire possit, quasi superiores ellipses et parabolae etiam focus veris et physicis sint praeditae.

L. EVLERI SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI A FERMATIO PROPOSITI.

Cum Fermatius proximo elapso seculo , Galliae decus , plurimum studii et operae in problematibus ad methodum Diophanti pertinentibus felicissimo successu consumsisset , et haec analyseos pars post eius tempora non eadem cura ac reliquae praedictae disciplinae partes promota , imo a geometris qui eum secuti , fere neglecta sit, idcirco Cel. Eulerus partem hanc analyseos , quae circa numeros est occupata , et ad problemata indeterminata solvenda adhiberi solet , vel ideo colendam sibi sumsit , quoniam plerumque summa ingenii vis in talibus huius doctrinae problematibus , quae olim solutu difficilia sunt habita , cernatur , atque ab analysta non mediocris ad ea soluenda requiratur sagacitas.

Problema autem , quod sibi in hac differtatione inveniendum sumsit Cel. Eulerus et quod a Fermatio , qui id in annotationibus suis ad Diophantum Bachetii proposuerat , idque solutu difficillimum iudicauerat , est sequens.

„In-

„Inuenire triangulum rectangulum in numeris rationalibus expressum, cuius vterque cathetus area ipsius „trianguli minutus producat numerum quadratum.

Postquam igitur Cel. Auctor praeparationem ad solutionem praemisisset, tres huius problematis solutiones particulares, ceteris, quas elicere potuisset, omiſſis, exhibet, simulque viam monstrat, quomodo ex praeparatione ad solutiones supra traditas solutio quaedam generalis et concinna, quam in diff. ipsa vberius exemplis illustrat, deducta sit.

C. N. de WINSHEIM DE NUMERIS PERFECTIS.

Tametſi in Commentariis Academicis non vno in loco de numeris perfectis actum sit, ita vt materiam hanc denuo in medium producere, idem videri potuisset ac actum agere velle, quoniam tamen viri Ill. Mich. Gott. Hansch S. Caes. et Cath. Maiestatis Consilii Theoria Arithmetica nouis a se inuentis aucta Ao. 1739. Cal. Sept. Vindebonae ad Mathematicos omnes data Epistola, non solum assertis in Commentariis nostris aperte contradiceret, sed et ipsissima epistola post nouem annos Mense Sept. 1748. cum Academicis, vt iudicium de ea ferrent, communicata esset, idcirco auctor harum recensio- num iussu Academiae in hanc materiam data opera inquirens, deprehendere sibi visus est, totam hanc dissertationem, quam Cel. Auctor speciminis loco emulgauit, vt constet quae circa genesin analysis etc. tentauerit et quatenam numerorum detegere

valeat mysteria , non admodum firmo niti fundamento, serio dolendo iacturam temporis et laboris in hac de numeris perfectis disquisitione collocatorum.

G. W. KRAFFTII DISSERTATIO DE NVMERIS AMICABILIEVS.

Proprietates certas numerorum vel mediocriter in Mathesi versatus casu inuenire , easdem autem demonstrare non aequè facile valebat , quoniam haud vulgaris saepenumero ad id efficiendum requiritur sagacitas. In hanc classẽ referendum est problema quod sibi solvendum sumsit Cl. Krafftius *de Numeris Amicabilibus* , quod Algebrae regulis subiici posse haud putavit , qui primus horum numerorum mentionem iniecit, Celeberrimus olim Arithmeticus Stiefelius. Superatum a Cartesio difficillimum hoc esse problema ostendit vir Cl. quidem, sed et notat , nimis angustos terminos ipsi positos esse , quoniam solutio eiusdem intra potentias binarii conclusa sit , cuius tamen restrictionis minime indigeat. Haec omnia rite et eleganter in dissertatione ipsa , quae praeterea plurima alia ad hanc doctrinam spectantia continet , exposita sunt. Omnibus ergo , nostro quidem iudicio , qui hanc Mathematicos partem aestimare valent , solutionibusque problematum diaphantaeorum delectantur , dissertatio haec mirum quantum placebit , praesertim si , quae Celeberrimus Eulerus de his numeris in *nouis Actis Eruditorum* Mense Maio 1747 p. 269 exposuit , conferantur.

PHY-

PHYSICO - MATHEMATICA.

G. W. RICHMANNI CONSTRUCTIO ATMOMETRI SIVE
MACHINAE HYDROSTATICAE AD EVAPORATIONEM
AQVAE MENSVRANDAM APTAE.

De Cl. Richmanni descriptione Atmometri , siue
Machinae Hydrostaticae , ad euaporationem aquae
certae temperiei mensurandam aptae, tali constructione, vt
ope illius decrementum paucorum granorum obseruari et
lex euaporationis confirmari possit, hic fusius exponere,
idem esset æ doctissimas Cl. Auctoris meditationes descri-
bere; quare Lectores ad dissertationem ipsam ablegatos
volumus.

M. LOMONOSOWII DESCRIPTIO ANEMOMETRI.

Quoniam descriptio Anemometri vix breuius et concin-
nuius exponi potest, quam a Celeberrimo Auctore
in dissertatione ipsa factum, ea propter illi quibus constru-
ctionem huius machinae propius cognoscere volupe est
dissertationem ipsam consulere haud grauabuntur.

G. W. RICHMANNI INQVISITIO IN RATIONEM PHAENOME-
NI, CVR AQVA PROFVNDATA IN VASIS HOMOGENEAE
MATERIAE PLVS EVAPORET, QVAM AQVA MINVS
PROFVNDATA ET CONFIRMATIO EXPERIMENTO NO-
VA RATIONE INSTITVTO.

Cum fuerint qui affirmauerint, aquam minus profundam plus
euaporare, et etiam alii, qui aquam minus profundam mi-
nus euaporare contenderint, auctor supradictae inquisitionis
experimento confirmavit in vasis in aëre pendulis et te-
b
nuium

nuium parietum homogeneaeque materiae aquam minus profundam minus euaporare.

§. 3. Quomodo instituerit experimentum refert. §. 4 et 5 rationes affert, cur experimentum exposita ratione instituerit §. 7. Observationes vulgares recenset, ex quibus concludit, 1.) Minorem massam citius temperiem aëris obtinere debere, quam maiorem massam; si maioris massae superficies integra habeat ad minoris massae superficiem integram rationem minorem quam massa maior ad massam minorem. 2.) Contrarium obtinere si contraria conditio adsit. Describit simul vasa, quibus adhibitis accuratiora experimenta institui possint. §. 9 et 10. Adplicat conclusiones §. 7. ad experimentum descriptum, hinc ostendit conditionem euaporationis, si ponatur differentia inter temperiem aquae et aëris maior citius cessare in massa minori, quam in massa maiori, consequenter mutatio aëris resp. temperiei facta, quavis vice diutius durare debere euaporationem insignem in massa maiori quam in massa minori. §. 11. affert, quid contingat, si aër frigidior est quam aqua, vel calidior quam aqua. §. 12. quid probabiliter euenire debeat, si aër humidior redditur quam antea et simul frigidior aqua. §. 13. quid eueniat probabiliter, si aër redditur humidior quam antea et simul calidior quam aqua. §. 15. tandem monet, licet euaporationes aquarum in vasis in aëre pendulis etc. sint sic comparatae, vt maior et profundior massa plus aquae euaporet, quam minus profunda, hoc tamen ad maiores massas, maria, lacus, fluuia, adplicari difficulter posse, alium enim calorem adplicari

massis

massis probabiliter in minori a centro telluris distantia, alium in maiori, alium in hoc alueo, alium in alio heterogeneo, aquas etiam ipsas ob diuersam grauitatem specificam et diuersitatem particularum, quas continent, magis vel minus euaporationi aptas esse.

G. W. RICHMANNI DE EVAPORATIONE EX AQVA FRIGIDIORI AERE OBSERVATIONES ET CONSECTARIA.

Auctor antea in doctrina de euaporatione inquisiuit in euaporationem ex aqua calidiori aëre et inuenit euaporationem, differentia inter temperiem aquae et aëris decrescente, decrescere ita, vt quantitates euaporatae ab initio obseruationis sint vt differentiae differentiarum inter temperiem aquae calidioris et aëris frigidioris, e. g. si initio differentia, inter temperiem aquae et aëris fuit 30 gr. Therm. Fahr. et post 30. min. pr. 15. graduum et post 60. min. pr. 7. grad. euaporatioque post 30. min. prima ab initio obseruationis vnus vnciae, post 60. min. pr. fuit ferme vnus vnciae et $\frac{1}{5}$ partium vnciae.

Ab hac lege parum vidit abudere euaporationem, et quidem initio calculus requirebat minorem euaporationem ac experimenta ostenderunt. Causam credidit cohaesionem particularum aquearum minorem. Sub finem obseruationum aqua frigidiori reddita, calculus exhibebat maiorem euaporationem et obseruationes exhibebant minorem, causam huius phaenomeni credidit cohaesionem particularum aquearum maiorem. In medio obseruationum calculus respondebat obseruationibus

His peractis naturali via in inquisitionem euaporationis ex aqua frigidiori aëre delatus per duos menses , repetitis saepius obseruationibus , edoctus est

I. Differentia magna existente inter temperiem aëris et aquae colligi vapores et nullam euaporationem apparere. e. g. Si temperies aëris inter 60. et 70^{mum} gradum subsistat , colligi vapores , si differentia inter temperiem aëris et aquae superet 15 gradus , et si temperies aëris inter 75 et 87^{mum} gradum subsistat , colligi vapores , si differentia inter temperiem aëris et aquae superet 20. gr.

II. Quo maior est calor aeris

1. Eo calidiorem reddi debere aquam , donec collectio vaporum non obseruetur amplius , sed euaporatio solum.

2. Eo largiorem fieri euaporationem.

III. Initio euaporationem esse minorem , deinde augeri , tandem iterum minui. Haec imprimis per sex experimenta confirmata sunt , quorum 1. durauit per 9. horas et 20 m. p ; alterum per 10. horas et 52 m. pr. tertium per 13. horas ; quartum per 9. horas et $\frac{1}{2}$; quintum per 4. horas et 45. m. p ; sextum per 3. horas et 34. m. pr. Continuo ferme adesse debuit massae euaporandae ne auiculae , praesertim hirundines , quarum vicinitas admodum molesta fuit , aliquid aquae auferrent et sic experimentanti illuderent.

IV. In rationes phaenomenorum inquisiuit.

V. Ex experimentis coniectaria aliquem usum in meteorologia habentia deduxit.

Nimirum 1. Si temperies aëris sole supra horizontem morante 65. graduum circiter est , et aquae in superficie

cie telluris stagnantis e. g. fluuii , lacus, vel maris temperies 50. graduum, quod vere et autumnno contingere solet, collectionem vaporum largius fieri debere ac euaporationem per exp. I. II. III.

2. Si temperies aëris superat 75. gr. et temperies aquae in superficie telluris stagnantis e. g. fluuii, lacus, vel maris est minor 60. gradibus, quod aestate saepius contingere solet, rursus plus vaporum ex aëre colligi. debere ac euaporatione in atmosphaeram abit per Exp. V. et VI.

3. Si differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae frigidioris in superficie telluris stagnantis, e. g. fluuii, lacus, vel maris, paucorum tantum graduum, e. g. 1. ad 10. quod ordinario sole supra horizontem morante obtinere solet, euaporationem praeualere prae collectione vaporum per Exp. I. II. III. IV. V. VI.

VI. Confirmavit etiam quaedam ex his obseruationibus, quae ex obseruationibus parum definitis iam antea feliciter deducta sunt a naturalis scientiae cultoribus.

**G. W. RICHMANNI EXPERIMENTA DE COMPRESSIONE
AERIS INPRIMIS PER AQVAM IN BOMBIS CONGLACIATA
DESCRIPTA.**

Celeberrimus Halesius in statica Vegetabilium experimentum quoddam adduxerat, mediante quo in densitatem aëris inquirere conatus fuerat, scil. tubulum vitreum globo quodam excauato ferreo Bomba dicto includens, hunc globum aqua repletum rigori hiemis exposuerat, et postquam is ab aqua gelascente disruptus esset, ex eius firmitate vim supputauerat, qua aër tubulo praedicto contentus compressus fuisset.

Putavit Cl. Richmannus nonnullis hanc argumentandi methodum nonnihil ambiguam videri posse, idcirco animum induxit, adiutus a viro Cl. Kratzensteinio experimentum denuo repetendo, omnia ita instituere, ut spatium aëris compressi cum spatio quod initio in tubulo vitreo erat, comparari commode posset.

Quae hac occasione expertus est, huc fere redeunt.

1. Aërem, nos ambientem, quo communiter vitimur, per pressionem mediante validissimo prelo in spatium centies vigesies minus quam ante occupauerat, redigi posse.

2. Hunc ipsum aërem ope aquae gelascentis spatium trecenties minus quam ante compressionem obtinuerat, occupare.

3. Insimul notatum fuit nonnulla frustra Bombae, vi frigoris ex aqua gelascente orti, disrupta, per aliquot passus projecta esse.

Optandum fuisset ut per tempus, ceterasque circumstantias indagare licuisset, an maiori pressione aër in minus coarctari possit spatium an secus, si enim prius obtinuisset hoc indicio fuisset limites compressionis nondum detectos esse, sin posterius hi limites eo ipso fuissent inuenti.

G. W. RICHMANNI VSVS LEGIS DECREMENTI CALORIS AD DEFINIENDAM MEDIAM CERTO TEMPORIS INTERVALLO TEMPERIEM AERIS OSTENSVS ET INSTRUMENTVM METEOROLOGICVM NOVVM MEDIAE TEMPERIEI AERIS INVENIENDAE INSERVIENS.

Auctor ostendere tentavit, quomodo media temperies aëris inueniatur, siue ea, quae si constans esset per totum

totum diem vel longius interuallum eundem effectum produceret in refrigerandis et califaciendis per idem tempus corporibus ac omnes gradus diuersi caloris sibi per totum diem vel longius interuallum succedentes. Eum in finem ex legi decrementi caloris antea data, data temperie fluidi initiali et data temperie eiusdem diminuta post definitum temporis interuallum, dictam temperiem aëris mediam eruere docuit. Et deinde ostendit, quomodo aquae calidae ingens moles, vel feliciori cum successu machina ex ferro et argento viuo parata huic fini aptari debeat si de media temperie aëris per longius temporis interuallum iudicium ferendum est.

G. W. RICHMANNI. DE MEDIA BAROMETRI ALTITVDINE DEFINITO TEMPORIS INTERVALLO INVENIENDA ET MACHINAE HVIC VSVI APTANDAE CONSTRUCTIONE COGITATIONES.

Quid sibi de studio meteorologico perficiendo promittant Physici id neminem latet, qui eorum molimina tam proxime elapso quam hodierno, quo viuimus, saeculo, cognita habet ac perspecta. Cl. Richmannus, qui inter alia et hoc studiorum genus sibi excolendum sumsit, variisque, quid hac in re humeri sui valeant, erudito orbi iam dudum testatum dedit experimentis, propositionibus aut cogitatis, in semel coepto studio decurrere pergens, nouam methodum proponit, quomodo omnes aëris pressiones sibi certo temporis interuallo succedentes in vnam summam colligi, sicque mediae barometri altitudines, longe exactius quam antea factum, definiiri possint.

Propo-

Proponit hunc in finem machinam quandam ad cuius constructionem magna quidem copia mercurii requiritur, quam tamen accurate fatis construere, et diuidere docet, vt omnibus, quae hucusque praeuidere potuit, occurratur dubiis.

Descriptionem huius machinae vberiore[m] lectores in dissertatione ipsa inuenient, id nobis saltem adiiciendum, cogitationes has haud indignas esse, vt experimento comprobentur, quoniam, si vel maxime euentus non in omnibus exacte respondeat, aut natura calculis ipsis se plane subiici forte recuset, vnaquaeque tamen veritas per experimenta stabilita reipublicae utilis censenda est literariae, siquidem haud leuiter conducit ad limites cognitionis nostrae amplificandos.

C. G. KRATZENSTEINI DE STATERA GEOGRAPHICA
ET NAVTICA DISSERTATIO.

Autor iam perficiendae arti nauticae, quatenus hoc ex foro mechanico fieri potest, intentus de methodo quadam meditatus est, qua eleuatio poli absque vlla obseruatione astronomica inueniri posset. Cum enim nauetae saepius per integras hebdomades propter coelum nubilum obseruationes latitudinis instituere nequeant, adeoque ex sola directione et aestimatione itineris interea temporis ad duos pluresue gradus interdum falli possint, praesertim cursu maris concurrente; magno nautis solatio fore iudicauit autor, si sub eiusmodi circumstantiis commo-
quodam modo iustiore[m] calculum ex inuenta ele-
uatione

uatione poli et rhombo formare possint. Post varias de-
 mum meditationes incidit in modum quendam, ex theo-
 ria grauitatis corporum petiit, de quo non dubitat,
 cum huic intentioni posse satisfacere. Quoniam scilicet
 nostro tempore per indubias rationes et obseruationes com-
 pertum habemus, grauitatem corporum in diuersis terrae
 locis non eandem esse, sed recedendo ab aequatore ver-
 sus polos in constanti quadam proportione crescere, fa-
 cile patet, si nobis de isto incremento per obseruationem
 constiterit, distantiam loci ab aequatore inde statim habe-
 ri. Consueta balance vero ad hoc incrementum indican-
 dum plane non conueniente, auctor describit stateram
 quandam, quae ope elateris pondus corporum, vt et eius
 incrementum vel decrementum sub diuersis ab aequatore
 distantis accuratissime indicare valet. Cum enim frictio
 in stateris absque singulari labore in tantum imminui pos-
 sit, vt sesquilibra circiter onustae differentiae vnus gra-
 ni sensibiliber satis notare possint, stateram ita disposuit,
 vt in ea differentia vnus grani etiam differentiae vnus
 gradus latitudinis circiter respondeat, si ea sesquilibra
 fuerit onusta. Ostendit praeterea, quibus modis frictio
 magis adhuc possit imminui, vt huius gradus etiam ali-
 quot subdiuisiones haberi possint, vt adeo vix vitium
 quinque milliarium in diiudicanda latitudine committere
 liceat, id quod pro scopo nautarum sufficit, instrumentis
 enim suis etiam in obseruatione astronomica tale vitium
 euitare nequeunt. Adhibebit quoque hanc inuentionem
 combinatis aliis simul subsidiis ad nouum modum mon-
 strandum, quo longitudo maris absque vlla obseruatione
 astronomica ad quoduis momentum, tutiori, quam ha-
 ctenus licuit, modo, reperiri possit.

c

C.

C. G. KRATZENSTEINI REMIGII NOVITER INVENTI AD NAVES ONERARIAS PROMOVENDAS DESCRIPTIO.

Nautis non minus fatales sunt malaciae quam procellae. Praesertim hoc experiuntur naues zonam torridam transeuntes. Consistunt interdum immobiles per biduum, immo per triduum, praesertim diurno tempore et sole in vertice constituto. Afferes arefcunt, contignationes dehiscunt, pix colliquescit et destitit. Aqua pro potu inserviens putrescit, aër quietus exhalationibus nociuis inquinatur et nautici otiosi morbos incurrunt. Praeterea navis exsiccata deinde a vento inclinata, aquam copiose sorbet et operarios defatigat, donec rimae iterum clausae fuerint. Interdum nautae portum ante oculos habentes a vento derelinquantur aut contrarium experiuntur, ita ut per plures hebdomades in conspectu portus in libero morari debeant. Consideratis hisce incommodis permulti ingeniosa excogitauerunt subsidia in hisce casibus adhibenda. Quidam per resistantiam aquae in altum elenatae per canales in puppi effluentis nanem promouere voluerunt. Alii per pondus elenatum penduli instar velum quoddam elasticum percutiens ex vi huius viua motum naui inducere conati sunt. Nuperrime Lutetiae Parisiorum Abbas Masson Comiti de Saxe obtulit typum remigii cuiusdam in navibus onerariis adplicandi, cuius ope quadruplo maior vis obtinetur consueto remigio. Quia vero hoc inuentum sane non inutile non viterius diuulgatum est, Autor huius dissertationis ex suis meditationibus sistere voluit similem machinam remigatoriam, qua mediante non quadruplo sed quintuplo fere maiorem vim exercere licet ac consueto remigandi modo. Adeo ut 8 homines mediocrem

ocrem nauem onerariam 2 horarum spatio fete per vnum milliare germanicum promouere valeant, id quod subiuncto calculo monstrauit. Et vix quisquam de effectu huius machinae dubitabit, si considerauerit hominem pondere suo simul adiutum fore quintuplo maiorem vim superare posse, ac solis brachiis. Optandum quoque esset, vt talis applicatio vis humanae in pluribus machinis adhiberetur, vbi ex inueterata consuetudine cum magno dispendio solum brachiorum vim adplicare soleamus.

EIVSDEM DE HOROLOGIO PERPETVO MOBILI DISSERTATIO.

Nemo facile datur mechanicus, vel horologipoeus, vel etiam faber serarius ingenio aliquantum audaci praeditus, qui non aliquo modo de perpetuo mobili construendo cogitet, vel saltim sibi persuadeat se illud inuenire et construere posse, si ipsi otium et sumtus suppetant, adeo vt autor affirmet, se vel librum conscribere posse, si omnes illas ideas varias et ridiculas colligere vellet, quae secum vniquam ab eiusmodi artificibus, quibuscum paulo confidentior consuetudo ipsi fuit, communicata sunt. Adnotauit quoque saepius, iam istud pro inuento et reposito tum praedicari, imo in nouellis publicis significari, vbi artifex ipse tamen adhuc de illo construendo meditatatur, adeoque eiusmodi relationibus, nisi certiora documenta essent, plane non fidendum esse iudicat. Vt plurimum reperit, illos tantum artifices talia somniare, qui machinas ad calculum reuocare ignorant. Interim tamen facundia sua saepius etiam cruditos, harum rerum ignaros, in admirationem sui trahere solent, adeo vt huiusmodi scientiam et peritiam in rebus mechanicis tali-

bus artificibus tribuant; quam ipsis mathematicis mechanicam scientifice callentibus. Qui itaque mirum; eiusmodi artifices prae scientia sua intumescere et remonstraciones mathematicorum audire nolle. Hisce principiis innixus autor plane non dubitat eodem modo rem se habere circa horologium istud perpetuum mobile, de quo fama in nouellis publicis superiori anno multa praedicabat. Relatum simul erat, artificem istum variscum, horologium hocce tali cum praecautione composuisse, quod nemo artificium absque quod tota machinatio corruat, perspicere possit, cum tamen non nemo facillime hoc praecauere posset, si aqua impletam machinam frigori exponeret, et congelata demum aqua compagem dissolueret. Nul- lum praeterea foret dubium, quod si horologium sequen- tibus temporibus verum perpetuum mobile esset repertum famam hoc non reticuisse, sed altum ex eo tempore hac de re fuit silentium. Interim licet autor desperet, vniquam tale perpetuum mobile posse construi, cuius vis motrix ex interno principio dependens sit constans et continua, tamen publico non ingratum fore duxit, si horologium hac occasione a se excogitatum describeret, quod quidem non ex principio interno, sed tamen ex externo continuo motum suum in perpetuum, quam diu scilicet eadem rerum natura manebit, continuet. Inge- nue quoque fatetur, se plane non exhibuisse perpetuum illud mobile a pluribus mathematicis tam anxie quaesitum, sed tantum naturale, cuius ad vsum publicum vix vlla erit applicatio, nisi quatenus curiosi ingenium delectare valet. Cum enim hodie horologia, quae per annum motum suum absque noua ponderis eleuatione continuant,
eadem

eadem facilitate construantur, exiguum tantum inde redundabit leuamen, si in tali horologio hac eleuatione ponderis superfedere possumus. Maioris vero vtilitatis censet inuentionem istam, qua horologia pendula cylindrigera ad vsus astronomicos ita construi possunt, vt sub eleuatione ponderis motum suum continent, quia talia cylindrigera merito praeferenda iudicat istis, vbi artificio hugeniano idem consueto modo efficitur.

PHYSICA.

G. W. KRAFFTII DE VEGETATIONE PLANTARVM EXPERIMENTA ET CONSECTARIA.

Varia experimenta Cl. huius dissertationis Auctor circa vegetationem phaseolorum, pisorum vulgarium, raphani minoris seminum etc, more suo, id est summa cum circumspectione et cautione instituit, fideliterque exhibuit, quae hic referre ab instituto nostro alienum esset, contenti erimus hac vice nonnulla adducere consectaria quae ex praemissis experimentis legitime deriuari posse ipsi videntur.

Afferit scilicet Cl. Auctor contra Cel. Fontenelle diuersitatem inter grana seminis et oua et hac occasione loca quaedam de vegetatione plantarum in libro cui titulus: *Spectacle de la nature*, emendantur. Deinde contra Cel. Muschenbroekium demonstrat, phaseolos Turcicos ab insectis haud manere intactos. Quae porro celebrem Angliae Physicum Bacone de Verulamio credidisse refert Antonius Le Grand in Historia naturae: cucumeres et rapha-

phanos teneros et deliciaiores fieri si ante sationem aut melle aut lacte praemacerarentur refellit. Porro evincit contra eundem le Grand, quod scobs ferrea nihil ad vegetationem conferat.

Dum autem idem le Grand materiam animale e. g. carnem, cornua etc plantarum vegetationem excitare posse, adserit in hoc ipsi (auctoritate Gassendi et Keyseri adductus) adstipulatur experimenta, actu autem non instituit Cl. dissertationis huius Auctor.

Admirandum illud in omnibus plantis conspicuum phaenomenon, quod in hunc usque diem eruditorum torfit ingenia, cur scilicet radices semper deorsum deprimantur et germina sursum eleuantur, postquam sententias variorum eruditorum adductas sibi haud satisfacere affirmaverat, tandem explicare conatur per vires quas animales vocare amat et quas forte praeter ceteras grauitatis elasticitatis et attractionis vires in natura rerum dari suspicatur, explicationem autem illam, suspitionis loco saltim haberi vult, donec successu temporis clara cognitio Physices ad maiorem euehatur gradum. Certiora autem de locis granorum, de germine et plumula, nec non de radicum proprietatibus affert, quas mechanice vix ac ne vix quidem explicari posse Cl. Auctor asserit, quae omnia lector harum rerum cupidus maxima cum voluptate vberius in dissertatione relata inueniet.

Porro aquam puram nullo vel minimo sale infectam, optimum plantarum esse nutrimentum, spiritum autem vini nihil illi prodesse contra Regnaultii Entretiens Physiques probat.

An

An autem oleum aut vinum maluaticum ex sententia Cardani aut Bacon's de Verulamio vegetationem promoueat, de hoc iudicium suum suspendit et tandem occasione vegetationis vnguium et capillorum tres dari plantarum species 1.) Quae crescunt ex terra 2.) Quae crescunt ex plantis prioribus 3.) Quae crescunt in animalibus cum Honor. Fabri statuens eruditae huic dissertationi finem imponit.

In additamento demum exponit, experimentum circa cepam in aëre suspensam sponte germinantem propositum a Verulamio art. 9. Cent. 1. *Siluae Siluarum J. Histor. Natural.* et inuenit pondus eiusdem semper decreuisse a die 26. Ian. ad 16. Maii, quo die experimentis finem imposuit, quia germinum omnium summi apices corrupti non solum, sed arefacti etiam fuerunt. De cetero sollicitè curauit Cel. Auctor, ne minimum aquae aut humiditatis ad cepam hanc toto hoc tempore perueniret.

ABR. KAAV BOERHAAVE OBSERVATIO ANATOMICA
MVSCVLI IN PECTORE PRAETERNATVRLIS, ET VA-
RII IN DIVERSIS CADAVERIBVS, INVENTI

Musculus praeter naturam supra pectus extensus, in variis autem cadaueribus diuersum inuentum, Auctor ex propria obseruatione describit atque figuris, naturaliter delineatis, exhibet. In vna cernitur musculus Rectus abdominis, extremo suo longissimo cartilagini dextrae quintae costae insertus, peculiari deinde modo a latere externo procedere elongatus ad costam tertiam

VL

usque : in aliis plane a Recto apparet distinctus et inter se iterum diuersus , musculus. Narrat hac occasione Auctor , sibi bis , praemonstrante Cl. B. S. Albino , notam musculi Recti abdominis per pectus continuationem , vti ludentis hoc naturae exemplum Praeceptor eius postea in Hist. Muscul. Hom. Libr. III. Cap. 78. descripsit , simulque tangit Vesalii in Galenum repraehensionem , atque in tabulis , quae magnitudine et colore naturali partes repraesentant , a D. Gautier Parisiis impressis , vitia notando , tabulas Eustachianas , perperam hoc in opere repraehensas , defendit,

ST. KRASCHENINNIKOW DE ACERE FOLIIS OBLONGE
CORDATIS INAEQUALITER SERRATIS

Duas arbusculas quas sub nomine Aceris Tatarici mori folio Gerb. Hortus Petropolitanus alit , dum accurate , secundum caudicem , ramos , folia eorumque petiola , flores , perianthia , corollas , filamenta , germina et capsulas describit Cl. doctus Academiae Adiunctus , id praecipue asserit , vix ullam in tota Aceris familia plantam esse , quae plures distinctionis a congeneribus notas prae se ferat , quam ante descripta : quoniam autem corolla patens s. petala patentia et petala laciniis calicis aequalia hactenus pro notis Aceris characteristicis a magni nominis Botanicis habita et in definitione generis assumpta , plantae huic minime conueniant , idcirco statuit ea locum in charactere generis Acerum minime retinere posse.

G. W.

G. W. STELLERI DE BESTIIS MARINIS.

In hac commentatione quatuor bestias marinas, Manati scilicet seu vaccam marinam, vrsū marinum, leonem marinum et lutram marinam describit longioris aevi dignissimus Auctor tanto studio, ut vix quidquam desiderari possit, quod ad plenariam animalium historiam spectat. Habitum enim corporis depingit accuratissime, de singulis membris eorumque situ, magnitudine et proportione differit vberime et in id vnice incumbit, ut formae externae claram et distinctam ideam tradat. Sed nec interna intacta relinquit, structuram earum rimatur, quantum per circumstantias loci et temporis licet, conuenientias partium cum aliis et differentias declarat, et exinde mechanismos atque naturam animalium dilucidare curat; vsus partium in cibo, medicina aliisque rebus exponit, denique de motu, natura et moribus bestiarum narrat.

Antequam autem ad rem ipsam accedit, animalia ex vno climate in aliud transportata paene speciem mutare exemplis equorum, ouium et sciurorum demonstrat; tum phocas in tres species ratione magnitudinis distinguit, singularumque et locum natalem determinat, et rationem adducit, cur hoc tantum amphibii genus non in oceano solum, sed et lacubus passim reperiatur, alia autem certis quibusdam regionibus et locis propria sint.

De quatuor bestiis marinis narrat, innotuisse eas ante dimidium saeculum, et Lutrae quidem marinae a Marcgrauio, sed breuiter et obscure, mentionem factam esse affirmat. Leonis et vrsi marini a Dampiero, manati tum a doctis plurimis, tum etiam a Dampiero, cuius

d

cuius

cuius relationes maximi facit, et omnium eruditorum descriptionibus praeferre non dubitat.

In descriptione Manati s. vaccae marinae errores auctorum plurimos exponit ac corrigit. Et primo quidem Manati non esse bouem Aristotelis dicit, ut pote quae nunquam in sicco pascatur; tum animal illud non esse pilosum, ut perperam traditur, non habere ungues humanis similes, non ascendere fluuios, non iacere super saxa, non esse sagax, sed potius stupidum et voracissimum affirmat, postea lapides sic dictos Manati ossa masticatoria eiusdem esse, descriptioni Dale in Pharmacologia innixus, paene nullus dubitat. Denique singularis insecti, quo animal hoc infestatur, descriptionem addit.

Vrsum marinum a Dampiero primum omnium visum et sub hoc nomine descriptum esse asserit. Amphibia haec certis anni temporibus instar anserum, cygnorum et aliarum ex aibus, aut truttarum e piscibus, e loco in locum migrare verissime scribit, migrationisque eius causas non contemnendas affert. Tandem postquam de partibus externis, internis, vitae genere et captura eorum abunde commentatus est, insulae Ferdinandi mentionem iniicit, in qua Dampierus litora innumerabilibus gregibus phocarum, leonum et vrsorum marinorum cooperata vidisse se narrat, et duo inde colligit. 1.) Australis orbis bestias marinas easdem esse, quas haemisphaerii borealis sub eadem longitudine, aut non multum differente, deinde credit vrsos marinos Kamtschaticarum terrarum sub eodem gradu in parte boreali hybernare.

Leones marinos tam forma externa; quam partium usu et structura, ut et viscerum constitutione vrsis simillimos

limos esse dicit; Differentiam autem externam, quae primo intuitu observari potest, consistere. 1.) In magnitudine, quae leonibus duplo maior est. 2.) In pilorum colore. 3.) In iuba, qua leones mares in collo donantur. In moribus etiam haud minorem discrepantiam narrat, quamquam enim, ait, utrumque animal ferum et paratum ad inuadendos hostes, vrsi tamen tanto maiori audacia, quanto reliqui maiori mole corporis. Vtrique polygami sunt, plures tamen foemellas vrsi, quam leones ducunt. Vrsi vxorum et prolis amantissimi, sed tyrannidem super vxores exercent, leones vxores maximo in honore habent, sed negligunt prolem. Plura in ipsa dissertazione legenda sunt.

Lutram marinam idem esse animal, quod a Marcgrauio sub nomine Lutrae Brasiliensis descriptum, esse affirmat propter notas adductas a Marcgrauio, quae in suo subiecto praesto sunt, magnitudinem scil. mediocris canis, caput subrotundum et quasi felinum, nasum acutiorem, oculos nigros rotundos, aures subrotundas, barbam, pedes in quinque digitos diuisos et unguibus fuscis acutis armatos, interiori breuiori, pilos molles atros, clamorem iunioris catelli, victum Gammaros. Tandem euctis, quae obiici possent. Lutram marinam non esse Castorem demonstrat. 1.) Quod folliculis castorei receptaculis careat. 2.) Quod caudam pilosam instar Lutrae obtineat. 3.) Quod dentium forma et situ nec non intestinorum constitutione cum castore ei non conueniat. Post absolutam externarum et internarum partium descriptionem addit observationes nonnullas ad naturam animalium spectantes, ex iisque asertum quorundam anatomicorum, tanquam

d 2 mem-

membrana musculorum communis a panniculo carnoso ortum habeat, falsum esse euincit. Tandem ad historiam morum accedit, ante omnia autem de pulchritudine formae huius bestiae, de pretio vt auctum aut imminutum sit, et quam ob causam narrat, tum quibus modis et quibus temporibus capiatur, denique astutiam eius, natatum, concubitus, amorem erga prolem describit, denique quibus vsibus ossa eius et pellis adhibeantur, vt et quomodo praeparentur, exponit.

ASTRONOMICA.

G. HEINSII OBSERVATIO ECLIPSES LVNAE PARTIALIS d. 8. AVG. Æ. N. 1748. LIPSIAE HABITA.

Observatio haec caelo maxime sereno mediantibus horologiis oscillatoris correctis, per altitudines solis respondententes, per quadrantem, in antecedenti eius dissertatione descriptum, captas, et quidem duplici modo peracta fuit; partim annotando appulsus umbrae ad praecipuas lunae maculas, partim definiendo phasium conditiones ope machinae parallacticae in obseru. Ecl. ☉. 25. Jul eiusdem anni descriptae.

Immerfiones et Emerfiones praecipuarum macularum ope tubi Gregoriani sub eo apparatu quo iste obiecta secundum diametrum 52. vicibus amplificat obseruatae §. 2. recensentur.

In fequentibus 3. 4. 5. 6. §. Cl. Auctor exponit posteriori modo per tubum tripedalem machinae parallacticae more consueto obseruatos appulsus limborum

rum lunae praecedentis et sequentis, nec non cuspidum phasis cuiusque ad filum reticuli horarii.

In §. 7. 8 et 9, Schematis constructio exhibetur, et quae ex illo deducta sunt; scil. pro quavis obseruatione § 6. adducta, distantia centri umbrae a loco obscurationis maximae in partibus temporis ope horarii lunae a sole, phasis positione, quantitas obscurationis ac tempus obscurationis maximae, deinde latitudo lunae et distantia centrorum minima, unde quantitas eclipsis prodit, §. autem. 9. momentum obscurationis maximae duplici modo per obs. initii et finis et per immerfiones et emerfiones macularum Grimaldi et Tychonis definitum et ex his mediam quandam determinat obscurationem.

§. 10. Tempus oppositionis verum et §. 11. quantitatem eclipsis ex immerfione et emerfione macularum Tychonis et Grimaldi earumque positione in disco lunae eruit.

§. 12. Iouis et 4. Satellitum eius positionem respectu centri et diurni veri lunae ex transitu istorum per fila reticuli determinauit, et §. 13 et 14. comparationem obseruationis suae cum Viennensi a Cl. Marinonio et ea quae in specula Imperiali Petropolitana habita fuit, instituit.

N. POPOW METHODVS OBSERVANDI ECLIPSES LUMINARIVM.

Exposuit clare doctus D. Adiunctus in sua methodo eclipses luminarium obseruandi non solum constructionem sed et vsum micrometri ab ipso ad obseruationes Astronomicas commode peragendas magis accommodati,

dati, quae prolixiora sunt quam ut hic locum inuenire possint ab Vrania amatoribus in dissertatione ipsa legenda. Si non omnia plane noua sunt, quae clare doctus Auctor adducit, aut multa prolixius quam opus fuisset exposita videri possint, fatendum tamen quoque est, Cl. doctum Auctorem qui cognitionis Astronomiae haud vulgaris specimen hac dissertatione edidit, talia quae hic proponit nullo in libro pertractata legisse, quamuis facile largiatur modum talem obseruandi vni vel alteri Astronomorum cognitum, ab eoque forsan adhibitum fuisse. Accedit quod non omnes aequae in *Rostio* (quam alii culpant prolixitatem) vituperent. Ut breuibus multa complectar Cl. doctus Auctor non laudandus solum sed et exhortandus est ut sua cum publico communicare pergat cogitata, quoniam in ea versatur aetate vbi venia et spes est et paratus fauor, et audere non dedecet testante *Quintiliano*.

MATHEMATICA.

Tom. II. Nou. Comment. A DE RE-

DE REDVCTIONE
LINEARVM CVRVARVM AD AR-
CVS CIRCVLARES.

AVCTORE
L. EYLERO.

Cum dimensio linearum curvarum in geometria sublimiori maximi semper momenti sit habita, Celeb : Ioannes Bernoulli fines huius scientiae mirifice dilatasse censendus est, dum ex consideratione motus reptonii longitudinem cuiusvis lineae curvae per arcum circuli exprimere docuit. Summus quoque Leibnitiu hoc inuentum tanti existimauit, vt cum de primo volumine Miscell. Berol. edendo cogitaret, Bernoullium incitauerit, vt specimen huius methodi inferendum secum communicaret. Tanto maius huic inuento pretium est imponendum, cum sola analysi vix vllum aditum ad istam reductionem concedere videatur. Qui enim sola analysi vsi hoc negotium expedire sunt conati, nihil fere praestiterunt, quod non per se esset obuium. Hanc ob rem methodus, quam hic sum expositurus, non parum vtilitatis afferre videtur, cuius beneficio, proposita linea curua quacunque, arcus circuli exhiberi potest ipsi proxime aequalis; et ille quidem ipse quoque, qui per motum reptonium inuenitur.

Definitio.

1. Amplitudinem lineae curuae $A M$ cum Celeb : Tab. 1.
Bernoullio vocabo angulum $A N M$, quem normales $A N$ ^{fig. 1.}
A 2 et

4. DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

et MN ad curvae extremitates A et M ductae inter se constituunt.

Coroll. 1.

2. Si ergo curua continua curuatura progrediatur, ita vt nusquam habeat punctum flexus contrarii, crescente curuae longitudine simul eius amplitudo crescet. Scilicet quo maior capiatur arcus AM, eo maior euadet angulus ANM.

Coroll. 2.

3. Si curua AM fuerit circulus, erit punctum N eius centrum, atque $AN = MN$. Cum igitur angulus ANM sit ipsi arcui AM proportionalis, in circulo arcus eorumque amplitudines in eadem ratione crescent.

Coroll. 3.

4. In omnibus autem aliis curuis amplitudines vel in maiore vel in minore ratione crescent quam ipsi arcus. Neque in his aequalitas inter normales AN et MN amplius locum inuenit, nisi forte in certis tantum locis.

Scholion.

5. Quod praeter circulum nulla alia detur linea curva, cuius arcus sint ipsorum amplitudinibus proportionales, hoc modo ostendi potest. Consideretur curuae AM euoluta RR, ac ponatur angulus seu amplitudo $ANM = u$, arcus $AM = s$, et radius euolutae puncto M respondens $MR = r$ erit $du = \frac{ds}{r}$, ideoque $r = \frac{ds}{du}$, si ergo arcus AM fuerit proportionalis amplitudini ANM, erit $ds = a du$, hincque $r = a$, vnde cum curuedo vbique sit eadem, curua AM erit circulus.

Pro-

Problemā 1.

6. Data curvae AM amplitudine ANM vna cum fig. 2. normalibus AN et MN, inuenire limites intra quos longitudo arcus AM contineatur.

Solutio.

Ponatur curvae amplitudo seu angulus ANM = v , et normales AN = p ; MN = q ; ipseque arcus AM = s . Deinde ducatur subtensa AM, quae ex triangulo ANM reperitur fore = $\sqrt{(pp + qq - 2pq \cos. v)}$. Cum ergo arcus AM = s semper sit maior quam sua subtensa, hinc alterum limitem minorem iam habemus quo erit:

$$s > \sqrt{(pp + qq - 2pq \cos. v)}$$

Ducantur deinde in punctis A et M tangentes AT et MT, quarum concursus T intra angulum ANM cadet: eritque

$$AT = \frac{q-p \cos. v}{\sin. v} \text{ et } MT = \frac{p-q \cos. v}{\sin. v}$$

Manifestum autem est summam tangentium AT + MT fore arcu AM maiorem, unde prodit alter limes maior.

$$s < \frac{(p+q)(1 - \cos. v)}{\sin. v}$$

seu cum sit $\frac{1 - \cos. v}{\sin. v} = \text{tang. } \frac{1}{2} v$ erit:

$$s < (p + q) \text{ tang. } \frac{1}{2} v$$

Erunt ergo limites, intra quos vera arcus AM longitudo continetur, sequentes:

minor	$\sqrt{(pp + qq - 2pq \cos. v)}$
maior	$(p + q) \text{ tang. } \frac{1}{2} v$

Q. E. I.

Coroll. 1.

7. Quia punctum T intra crura anguli ANM producta cadit, si quidem curva continua curuatura progreditur,

6 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

tur, rectarum AT et MT valores semper erunt affirmatiui; eritque ergo $q > p \cos. v$ et $p > q \cos. v$. Hinc normalis $MN = q$ intra hos limites continebitur

$$q > p \cos. v \text{ et } q < \frac{p}{\cos. v}.$$

Coroll. 2.

8. Si angulus ANM bifariam sectus concipiatur recta NO, erit utique $AO > p \sin. \frac{1}{2}v$ et $MO > q \sin. \frac{1}{2}v$, vnde addendo alius obtinetur limes minor: scilicet $s > (p + q \sin. \frac{1}{2}v)$, qui maiorem habet affinitatem cum altero maiore ante inuento $s < (p + q) \text{ tang. } \frac{1}{2}v$.

Coroll. 3.

9. Cum sit $AO > p \sin. \frac{1}{2}v$ et $MO > q \sin. \frac{1}{2}v$ erit quadratis sumendis: $AO^2 > pp \sin. \frac{1}{2}v^2$ et $MO^2 > qq \sin. \frac{1}{2}v^2$ ideoque

$$2AO^2 + 2MO^2 > 2(pp + qq) \sin. \frac{1}{2}v^2$$

At si partes AO et MO sint aequales erit $2AO^2 + 2MO^2 = S^2$; sin autem sint inaequales, erit semper $2AO^2 + 2MO^2 > ss$, ideoque his casibus expressio $2(pp + qq) \sin. \frac{1}{2}v^2$ propius accedet ad ss ; vnde nouus habetur limes minor:

$$s > \sin. \frac{1}{2}v \cdot \sqrt{2(pp + qq)}$$

Coroll. 4.

10. Hic autem limes minor est quam ille, quem ante inuenimus $\sqrt{(pp + qq - 2pq \cos. v)}$, vnde cum hic sit minor quam s , multo magis ille erit minor. Quod ut appareat ponatur:

sin.

$$\sin. \frac{1}{2} v \sqrt{2(pp+qq)} = P$$

$$\sqrt{(pp+qq-2pq \cos. v)} = Q$$

ob $\sin. \frac{1}{2} v^2 = \frac{1-\cos. v}{2}$ erit $PP = (pp+qq)(1-\cos. v)$ et $QQ = pp+qq-2pq \cos. v$, et $QQ-PP = (p-q)^2 \cos. v$; vnde est $Q = P + \frac{(p-q)^2 \cos. v}{2P}$, ideoque

$$s > \sin. \frac{1}{2} v \sqrt{2(pp+qq)} + \frac{(p-q)^2 \cos. v}{2 \sin. \frac{1}{2} v \sqrt{2(pp+qq)}}$$

Scholion.

11. Facillimum est alios limites inuenire, qui non tam prope ad se inuicem accedunt. Si enim ex M in AN perpendicularum demittatur, erit $id = q \sin. v$, quod cum sit minus arcu AM , erit: $s > q \sin. v$; similique modo ex A in MN perpendicularum, demittenda erit $s > p \sin. v$; vnde conficietur $s > \frac{1}{2}(p+q) \sin. v$. Deinde si tangens AT vsque ad occursum cum recta MN producta continuetur, erit ea $= p \tan. v$, quae cum sit maior arcu s , erit $s > p \tan. v$, similiterque $s > q \tan. v$; vnde obtinebitur $s > \frac{1}{2}(p+q) \tan. v$. Limites autem ante inuenti multo sunt arctiores quam hi, ideoque ad nostrum institutum magis accommodati.

Theorema.

12. Si angulus $ANM = v$ fuerit valde parvus, positus $AN = p$ et $MN = q$; erit vero proxime arcus $AM = s = \frac{1}{2}(p+q)v$.

Demonstratio.

Si angulus v est valde parvus, erit proxime $\sin. \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} v - \frac{1}{48} v^3$, et $\tan. \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} v + \frac{1}{24} v^3$ quibus formulis in limitibus superioribus substitutis erit

12

DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$s > \frac{1}{2}v(p+q)(1 - \frac{1}{4}v^2) \text{ etc.}$$

$$s < \frac{1}{2}v(p+q)(1 + \frac{1}{4}v^2) \text{ etc.}$$

Cum igitur $\frac{1}{2}v(p+q)$ intra hos limites sibi valde propinquos contineatur, erit proxime:

$$s = \frac{1}{2}v(p+q)$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

13. Haec expressio $\frac{1}{2}v(p+q)$ eo exactius praebet longitudinem arcus AM, quo minor fuerit angulus ANM = v: si enim hic angulus sit infinite parvus, tum nulla omnino aberratio a veritate locum invenire potest.

Coroll. 2.

14. Etiam si autem angulus ANM = v non sit adeo parvus, tamen expressio $\frac{1}{2}v(p+q)$ non multum a longitudine arcus AM differre potest, cum dentur casus, quibus $\frac{1}{2}v(p+q)$ veram arcus AM longitudinem exhibet; quocumque fuerit angulus v. Hoc scilicet evenit, si curva ANM fuerit circulus, tum enim ob p = q erit arcus AM = pv = qv = $\frac{1}{2}v(p+q)$.

Coroll. 3.

15. Non solum autem circulus hac proprietate gaudet, ut sit arcus AM = $\frac{1}{2}v(p+q)$, sed idem quoque contingit in iis curvis, quarum evolutae sunt circuli. Sit enim evoluta BR circulus, cuius radius = a, ac ponatur arcus BR = z, quoniam eius amplitudo aequalis est amplitudini curvae AM quam ponimus = v, erit z = av; sit porro AB = b, erit MR = b + av, et elementum curvae AM,

AM , $ds = (b + av)dv$, ideoque ipse arcus $AM = bv + \frac{1}{2}avv = \frac{1}{2}v(2b + av) = \frac{1}{2}v(AB + MR)$. Verum ob $BN = RN$ erit $AB + MR = AN + MN = p + q$, ideoque et hoc casu, quo curua AM ex evolutione circuli est nata, erit exacte arcus $AM = \frac{1}{2}v(p + q)$, quantumvis etiam magna fuerit eius amplitudo seu angulus v .

Coroll. 4.

16. Proposita ergo quacunq;ue curua AM , per ter-
minos A et M describi poterit arcus curuae ex evolutione
circuli natae; eiusdem amplitudinis ANM , sicque habe-
buntur duae lineae curuae AM in A et M ad rectas AN
et MN normales et continua curvatura procedentes,
vnde in angulis non nimis magnis ne fieri quidem po-
terit, vt discrimen inter istas binas curuas sit notabile.

Coroll. 5.

17. Cum igitur non solum proxime sed quando-
que etiam reuera sit $AM = \frac{1}{2}v(p + q)$, curua AM ae-
quabitur arcui circulari centro N et radio $= \frac{AN + MN}{2}$ in-
tra crura AN et MN descripto.

Scholion. 1.

18. Hac autem ratione dimensio curuae AM per
arcum circularem multo accuratius instituitur, quam vilo
modo per lineam rectam fieri potest, Vnde ex hoc fonte
longe accuratior methodus deduci potest longitudinem
curuarum ad arcus circulares reuocandi, quam vulgo hoc
fieri solet ad lineas rectas. Lineae curuae autem, quae in

Tom. II. Nou. Comment.

B

eandem

DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

eandem plagam vbique sunt concauae, quales hic tantum considero, ratione curuedinis ad sequentia genera referentur. Primum genus arcus tantum circulares complectitur, qui vbique eandem curuaturam tenent, hisque regula data exacte satisfacit. Ad secundum genus eas refero curuas, quarum curuedo ab A ad M continuo vel crescit vel decrescit, quo casu dimensio inuenta vix sensibilibiter a veritate recedere potest, si enim curuedo aequabiliter vel crescit vel decrescit, quod in curua ex evolutione circuli nata vsu venit, formula $\frac{r}{2}v(p+q)$ exacte satisfacit: et nisi angulus N sit satis magnus, curuedinis incrementa vel decrementa ab aequabilitate vix sensibilibiter discedere possunt. Tertium genus comprehendit eas curuas AM, quarum curuedo ab A ad punctum aliquod medium O inter A et M crescit; inde vero ad M vsque iterum decrescit, quo casu curua in O gibbum habebit, vnde eam longiorem esse oportet, quam formula nostra indicat. Quarto contra generi adnumeramus eas curuas AM, quarum curuedo ab A ad O decrescit, ab O vero ad M iterum crescit, ita vt in O habiturae sint quandam depressionem, Huiusmodi ergo linearum longitudo minor erit, quam regula declarat, quoniam circa O propius ad lineam rectam accedunt. Quodsi ergo curua ad tertium vel quartum genus pertinens in O secetur, atque vtra portio AO et MO iam ad genus secundum referenda ope regulae traditae mensuretur, error necessario fiet minimus, cum non solum regula ad has partes magis sit accommodata, sed etiam amplitudo istarum partium minor euadat.

Scho-

Scholion. 2.

19. Cum ostendissem formulam $\frac{1}{2}v(p+q)$ non solum longitudinem curvae AM exacte exprimere, si ea fuerit circulus, sed etiam, si euolutam habeat circularem, non abs re erit inquirere, vtrum haec proprietas nullis aliis lineis curuis competat. Quae inuestigatio eo magis erit notatu digna, quod post calculum satis prolixum tandem ad simplicissimam solutionem perducatur, ex quo forte non parum lucis nobis accendetur ad alias quaestiones eiusdem generis, quae alias difficillimae videri queant, expedite soluendas. Vnde sequens problema tam ob praesentem usum, quam ob propriam elegantiam se commendare videtur.

Problema. 2.

20. Inuenire omnes curuas AM huius indolis, vt ^{fig. 1.} ductis ad eam normalibus AN , MN , curua AM aequalis fit arcui circuli centro N radio $= \frac{1}{2}(AN+MN)$ intra rectas AN et MN descripto.

Solutio.

Positis nimirum $AN = p$, $MN = q$; et angulo $ANM = v$, arcuque $AOM = s$, quaeruntur omnes curvae in quibus fit $s = \frac{1}{2}v(p+q)$. Ad quas inueniendas ex puncto ipsi M proximo m ducatur normalis mn , in eamque ex N perpendicularum Nr demittatur, ob $MN = m$ erit $nr = dq$ et $Nn = dp$. Quare cum sit angulus $Am = v + dv$, erit $nr = dq = dp \cos v$ et $Nr = dp \sin v$. Ducatur deinde $N\mu$ ipsi mn parallela, erit $m\mu = Nr = dp \sin v$: et ob angulum $MN\mu = dv$ habebitur

B 2

M μ

12 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$M\mu = qdv$: vnde cum sit $Mm = ds$ erit $ds = dp \sin. v + qdv$. Habemus ergo quatuor variables p, q, s et v , quarum relationem definire oportebit ope trium sequentium aequationum :

I. $\frac{s}{v} = p + q$

II. $dq = dp \cos. v$

III. $ds = dp \sin. v + qdv$

Consultum, autem videtur binas variables p et q eliminare: quem in finem ponamus $s = tv$, vt sit:

I. $2t = p + q$:

II. $dq = dp \cos. v$

III. $tdv + vdt = dp \sin. v + qdv$

quarum prima dat $q = 2t - p$, quae differentiata praebet $dq = 2dt - dp = dp \cos. v$, vnde fit $dp = \frac{2dt}{1 + \cos. v}$ et tertia aequatio abibit in:

$$tdv + vdt = \frac{2dt \sin. v}{1 + \cos. v} + 2tdv - pdv, \text{ seu}$$

$$pdv = tdv - vdt + \frac{2dt \sin. v}{1 + \cos. v}$$

Differentietur haec denuoposito dv constante, et pro dp eius valores $\frac{2dt}{1 + \cos. v}$ substituto habebitur:

$$\frac{2dt dv}{1 + \cos. v} = -vddt + \frac{2d dt \sin. v}{1 + \cos. v} + \frac{2dt dv}{1 + \cos. v}$$

vnde fit $ddt = 0$: $dt = adv$, et $t = b + av$. Consequenter $s = tv = bv + avv$: quae est aequatio inter arcum s eiusque amplitudinem v , quam supra (15) naturam curvae ex evolutione circuli natae exprimere vidimus; et quae, si $a = 0$, ad ipsum est circumum. Vnde problemati nullae aliae satisfaciunt lineae praeter circumum et curvas ex evolutione circuli natas. Q. E. I.

Coroll.

Coroll. I.

21. Quoniam aequatio non mediocriter implicata ad hanc tandem simplicissimam aequationem $ddt=0$ est reducta, dubium est nullum, quin detur methodus alia hoc problema multo expeditius soluendi.

Scholion.

22. Quod aequatio inuenta $s=bv+avv$ sit ad cur-
vam ex euolutione circuli natam, hoc modo facillime ostenditur. Sit radius euolutae $MR=r$, quoniam est $dv=\frac{ds}{r}$, erit $r=\frac{ds}{dv}$; ideoque hoc casu fit $r=b+2av$. Sit arcus euolutae $BR=z$, quia est $z=MR-AB$, erit $z=2av$, huiusque radius osculi $=2a$: ex quo patet euolutam curuae, quae aequatione $s=bv+avv$ exprimitur, esse circulum. Ceterum data aequatione inter s et v aequatio inter coordinatas orthogonales AP et PM facile reperitur. Sit enim $AP=x$, $PM=y$, ob angulum $AMP=v$ erit $dx=ds \sin. v$ et $dy=ds \cos. v$ unde fit $x=\int ds \sin. v$ et $y=\int ds \cos. v$. Cum igitur praesentis casu fit $ds=b dv+2av dv$ erit $x=b \int dv \sin. v+2a \int v dv \sin. v$, et $y=b \int dv \cos. v+2a \int v dv \cos. v$. At est $\int dv \sin. v = 1 - \cos. v$; $\int dv \cos. v = \sin. v$, et $\int v dv \sin. v = -v \cos. v + \int dv \cos. v = -v \cos. v + \sin. v$. $\int v dv \cos. v = v \sin. v - \int dv \sin. v = v \sin. v + \cos. v$ Quocirca habebitur:

$$x = b - b \cos. v + 2a \sin. v - 2av \cos. v$$

$$y = b \sin. v + 2a \cos. v + 2av \sin. v$$

Hinc fit $yy + (b-x)^2 = bb + 4abv + 4aa + 4aavv$

et $b+2av = \sqrt{(yy + (b-x)^2 - 4aa)}$

B 3

Deinde

14. DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

Deinde vero est $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dv(b + 2av)$ et
 $dv = \frac{ydy - (b-x)dx}{2a(v + 2av)}$ ideoque :

$$2a\sqrt{dx^2 + dy^2} = ydy - (b-x)dx$$

Ex hac autem aequatione natura curvae quaesitae non tam facile perspicitur, quam ex praecedente.

Coroll. 2.

fig. 1. 23. Si fuerit B initium euolutae BR, erit $AB = b$,
 et ducta recta BM erit $BM = \sqrt{yy + (b-x)^2}$ sit B
 $M = u$, erit $2ads = udu$ et $4as = uu - bb$. ideoque $s =$
 $\frac{uu - bb}{4a}$. Vnde curua hanc quoque habebit proprietatem,
 vt sit diameter euolutae BR ad BM - AB ita BM +
 AB ad arcum AM.

Theorema. 2.

fig. 4. 24. Si arcus AM amplitudinis ANM in duas par-
 tes aequae amplas AM', M'M diuidatur, atque in nor-
 malem M'N' ex N perpendicularum NP' demittatur;
 longitudo curuae AM proxime aequabitur arcui circuli cen-
 tro N inter crura NA, NM descripti radio =
 $\frac{AN + MN + 2M/P}{4}$.

Demonstratio.

Ponatur amplitudo totius arcus AM'M seu angulus
 $ANM = 2v$, erit arcuum AM', et M'M amplitudo
 $= v$. Concurrant normales MN' et MN in V, erunt-
 que anguli AN'M' = v et M'VM = v: ideoque in tri-
 angulo VNN' isoscele NN' = NV et N'P' = VP'.
 Per praecedens autem theorema erit

AM'

$$AM' = \frac{1}{2}v(AN' + M'N') \quad \text{proxime}$$

$$M'M = \frac{1}{2}v(M'V + MV)$$

ideoque addendo :

$AM = \frac{1}{2}v(AN' + M'N' + M'V + MV)$ proxime. Est vero $AN' = AN - NN'$ et $MV = MN + NN'$ ergo $AN' + MV = AN + MN$: deinde autem habebimus $M'N' + M'V = 2M'P'$. vnde fiet

$$AM = \frac{1}{2}v(AN + MN + 2M'P') \quad \text{proxime}$$

Sit nunc r radius circuli, cuius arcus amplitudinis eiusdem $2v$ aequalis sit curvae AM , erit $AM = 2vr$, vnde istius circuli radius fiet

$$r = \frac{AN + MN + 2M'P'}{2} \quad \text{proxime}$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

25. Hic ergo valor radii circuli, cuius arcus curvae AM aequae amplius eidem simul sit aequalis; propius ad veritatem accedit, quam ille, qui per theorema primum ex angulo integro ANM definitur, et qui prodierat $r = \frac{AN + MN}{2}$; nisi scilicet vterque sit exactus.

Coroll. 2.

26. Si ergo valor $r = \frac{AN + MN}{2}$ fuerit nimis parvus, necesse est, vt sit iste valor $r = M'P'$ nimis magnus, quia medium arithmeticum ad veritatem proxime accedit, simili modo si valor $r = \frac{AN + MN}{2}$ nimis fuerit magnus, tum iste $r = M'P'$ erit nimis parvus, sicque non vi habentur limites $\frac{AN + MN}{2}$ et $M'P'$ inter quos verus ipsius r valor contineatur.

Coroll.

Coroll. 3.

27. Multo pluribus autem casibus formula hic exhibita $r = \frac{AN + MN + 2M'P'}{4}$ veritati prorsus est consentanea, quam praecedens $r = \frac{AN + MN}{2}$. Non solum enim ea pro circulo et curvis ex evolutione circuli natis valet, sed etiam ad innumeras alias insuper lineas curvas extenditur.

Coroll. 4.

28. Quo plures ergo sunt lineae curvae, quarum longitudo per formulam $\frac{1}{2}v(AN + MN + 2M'P')$ sine vilo errore exprimitur, eo minor esse poterit aberratio, etiam si curva AM non ad id genus pertineat.

Theorema. 3.

Fig. 5. 29. Si linea curva AM amplitudinis ANM in partes quotcunque aequae amplas AI; I. II; II. III; III. IV; etc. diuidatur, atque in singulas normales ad diuisio-num puncta ductas ex puncto N perpendiculara demittantur N1, N2, N3, N4, etc. erit radius circuli, cuius arcus aequae amplus ac curua AM simul ipsi longitudini curuae aequalis est $= \frac{AN + MN + 2I1 + 2I2 + 2I3 + \dots}{2n}$ denotante n numerum partium, in quas arcus AM est diuisus.

Demonstratio.

Statuatur amplitudo seu angulus ANM = $n\psi$, erunt anguli ANI = ψ ; AN''II = 2ψ ; AN'''III = 3ψ ; AN''''IV = 4ψ etc. Si iam singulae arcus propositi AM portiones secundum theorema primum exprimauntur, erit:
A I

$$\begin{aligned}
 \text{A. I} &= \frac{1}{2} v (\text{AN}^I + \text{IN}^I) = \frac{1}{2} v (\text{AN} - \text{NN}^I + \text{I}_1 - \text{N}^I_1) \\
 \text{I. II} &= \frac{1}{2} v (\text{IV}^I + \text{II V}^I) = \frac{1}{2} v (\text{I}_1 + \text{II}_2 - \text{V}^I_1 - \text{V}^I_2) \\
 \text{II. III} &= \frac{1}{2} v (\text{II V}^{II} + \text{III V}^{II}) = \frac{1}{2} v (\text{II}_2 + \text{III}_3 - \text{V}^{II}_2 + \text{V}^{II}_3) \\
 \text{III. IV} &= \frac{1}{2} v (\text{III V}^{III} + \text{IV V}^{III}) = \frac{1}{2} v (\text{III}_3 + \text{IV}_4 + \text{V}^{III}_3 + \text{V}^{III}_4) \\
 \text{et vltima formula, quia in figura affumitur } n &= 5, \text{ erit:} \\
 \text{IV. M} &= \frac{1}{2} v (\text{IV V}^{IV} + \text{M V}^{IV}) = \frac{1}{2} v (\text{IV}_4 + \text{MN} + \text{V}^{IV}_4 + \text{V}^{IV}_N)
 \end{aligned}$$

His ergo in vnam summam collectis prodibit

$$\text{AM} = \frac{1}{2} v \left\{ \begin{aligned} &\text{AN} + \text{MN} + 2 \text{I}_1 + 2 \text{II}_2 + 2 \text{III}_3 + 2 \text{IV}_4 \\ & - \text{NN}^I - \text{N}^I_1 - \text{V}^I_2 + \text{V}^{II}_3 + \text{V}^{III}_4 + \text{V}^{IV}_N \\ & - \text{V}^I_1 - \text{V}^{II}_2 + \text{V}^{III}_3 + \text{V}^{IV}_4 \end{aligned} \right\}$$

Omnes autem hos terminos inferiores se mutuo tollere frequenti modo per analysin breuius ostendetur. Ob angulos singulos cognitos erit :

$$\begin{aligned}
 \text{N}^I \text{V}^I &= \frac{\text{N}^I \text{N}^{II} \sin. 2 v}{\sin. v} & \text{N}^{II} \text{V}^I &= \frac{\text{N}^I \text{N}^{II} \sin. v}{\sin. v} \\
 \text{N}^{II} \text{V}^{II} &= \frac{\text{N}^{II} \text{N}^{III} \sin. v}{\sin. v} & \text{N}^{III} \text{V}^{II} &= \frac{\text{N}^{II} \text{N}^{III} \sin. 2 v}{\sin. v} \\
 \text{N}^{III} \text{V}^{III} &= \frac{\text{N}^{III} \text{N}^{IV} \sin. 4 v}{\sin. v} & \text{N}^{IV} \text{V}^{III} &= \frac{\text{N}^{III} \text{N}^{IV} \sin. 3 v}{\sin. v}
 \end{aligned}$$

Hinc formulae ex theoremate primo ortae erunt

$$\begin{aligned}
 \text{A. I} &= \frac{1}{2} v (\text{AN}^I + \text{I. N}^I) \\
 \text{I. II} &= \frac{1}{2} v (\text{IN}^I + \text{II. N}^{II} + \frac{\text{N}^I \text{N}^{II}}{\sin. v} (\sin. v + \sin. 2 v)) \\
 \text{II. III} &= \frac{1}{2} v (\text{II. N}^{II} + \text{III. N}^{III} + \frac{\text{N}^{II} \text{N}^{III}}{\sin. v} (\sin. 2 v + \sin. 3 v)) \\
 \text{III. IV} &= \frac{1}{2} v (\text{III. N}^{III} + \text{IV. N}^{IV} + \frac{\text{N}^{III} \text{N}^{IV}}{\sin. v} (\sin. 3 v + \sin. 4 v)) \\
 \text{IV. M} &= \frac{1}{2} v (\text{IV. N}^{IV} + \text{MN} + \frac{\text{N}^{IV} \text{N}}{\sin. v} (\sin. 4 v + \sin. 5 v))
 \end{aligned}$$

Addantur hae formulae ac substituatur

Tom. II. Nou. Comment.

C

N^{III}N^{II}

$$\begin{aligned} N^I N^{II} &= NN^I - NN^{II} \\ N^{II} N^{III} &= NN^{II} - NN^{III} \\ N^{III} N^{IV} &= NN^{III} - NN^{IV} \\ \text{et } AN^I &= AN - NN^I \end{aligned}$$

prodibitque terminis in ordinem reductis :

$$AM = \frac{1}{2}v \left\{ AN + MN + 2I.N^I + 2II.N^{II} + 2III.N^{III} + 2IV.N^{IV} \right. \\ \left. + \frac{NN^I}{\sin.v} \sin.2v + \frac{NN^{II}}{\sin.v} (\sin.3v - \sin.v) + \frac{NN^{III}}{\sin.v} (\sin.4v - \sin.2v) + \text{etc.} \right.$$

Est vero $\frac{\sin.2v}{\sin.v} = 2 \text{ cof. } v$; $\frac{\sin.3v - \sin.v}{\sin.v} = 2 \text{ cof. } 2v$; $\frac{\sin.4v - \sin.2v}{\sin.v} = 2 \text{ cof. } 3v$ etc. et $NN^I \text{ cof. } v = N^I$; $NN^{II} \text{ cof. } 2v = N^{II}$; $NN^{III} \text{ cof. } 3v = N^{III}$; etc. quibus valoribus introductis erit :

$$AM = \frac{1}{2}v (AN + MN + 2I_1 + 2II_2 + 2III_3 + 2IV_4 + \text{etc.} \\ \text{vnde, cum amplitudo fit } = nv, \text{ erit radius arcus circuli} \\ \text{aeque ampli et aequalis ipsi } AM = \\ \frac{AN + MN + 2I_1 + 2II_2 + 2III_3 + 2IV_4}{2n} \text{ etc.}$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

30. Quod si diuisio haec arcus AM in partes aequae amplas in infinitum continuetur, tum formula inuenta, quae in seriem infinitam abibit, longitudinem arcus AM vere exhibebit.

Coroll. 2.

31. Quamuis autem numerus partium sit finitus, tamen plurimi dantur casus, quibus veritas ipsa hoc modo eruitur. Et nisi hoc eueniat, error tamen erit valde par-

paruus eoque minor euadet, quo minoris amplitudinis partes capiantur.

Coroll. 3.

32. Si igitur curua hoc modo per circulum mensuranda proponatur AM , primum ductis ad A et M normalibus AN , MN notetur amplitudo ANM . Tum curua AM diuidatur in quotlibet partes aequae amplas, AB , BC , CD , DE , etc. quarum numerus sit $=n$, et in rectas ad puncta diuisionum normales ex N demittantur perpendiculara Nb , Nc , Nd , etc. positoque angulo $ANM = \psi$, erit longitudo curuae AM

$$= \frac{\psi(AN + MN + 2Bb + 2Cc + 2Dd + 2Ee + etc.)}{2n} \text{ proxime.}$$

Coroll. 4.

33. Valores isti Bb , Cc , Dd , etc. etiam inueniuntur, si ad puncta B , C , D , E , etc. tangentes ducantur, in easque ex puncto M perpendiculara demittantur, tum enim haec perpendiculara respectiue aequalia erunt rectis Bb , Cc , Dd , etc.

Problema. 3.

34. Proposita linea curua quacunque AMB , fig. 7. quae vbique ad eandem partem sit concaua, inuenire arcum circuli ab ipsi proxime aequalem.

Solutio.

Ad terminos curuae A et B ducantur normales AC , BC quae sibi mutuo occurant in C , erit angulus ACB curuae amplitudo. Vocentur $AC = a$, $BC = b$, et angulus

C 2

gulus

26 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

gulus $ACB = \theta$, tum demisso ex curvae quouis puncto M ad AC perpendicularo MP , positisque coordinatis $AP = x$, $PM = y$ dabitur aequatio inter x et y , ex qua reperietur subnormalis $PN = \frac{ydy}{dx}$, ducatur normalis MN , et vocetur angulus $ANM = v$, qui erit amplitudo arcus AM , erit $\frac{dx}{dy} = \text{tang. } v$, ficque tam abscissa x quam applicata y per angulum v poterit definiri, quibus inuentis erit $MN = \frac{y}{\sin. v}$. Deinde in MN , si opus est, productam ex C demittatur perpendicularum CS , ob $CN = a - x - \frac{ydy}{dx} = a - x - \frac{y \cos. v}{\sin. v}$ erit $NS = (a - x) \cos. v - \frac{y \cos. v^2}{\sin. v}$, ideoque tota recta $MS = (a - x) \cos. v + y \sin. v$, ita vt datum quemuis angulum v longitudo rectae MS possit definiri. Indicetur haec recta MS amplitudini v respondens hoc signo $[v]$, ita vt similes rectae angulis $\frac{\theta}{n}$, $\frac{2\theta}{n}$, $\frac{3\theta}{n}$, etc. respondentes exhibeantur his signis $[\frac{\theta}{n}]$, $[\frac{2\theta}{n}]$, $[\frac{3\theta}{n}]$ etc. quibus iuentis sequentes formulae continuo magis ad valorem arcus AM appropinquabunt:

$$AM = \frac{1}{2} \theta (a + b)$$

$$AM = \frac{1}{4} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{2}])$$

$$AM = \frac{1}{6} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{3}] + 2[\frac{2\theta}{3}])$$

$$AM = \frac{1}{8} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{4}] + 2[\frac{2\theta}{4}] + 2[\frac{3\theta}{4}])$$

$$AM = \frac{1}{10} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{5}] + 2[\frac{2\theta}{5}] + 2[\frac{3\theta}{5}] + 2[\frac{4\theta}{5}])$$

Generaliter autem si n sumatur pro numero diuisionum erit eo exactius, quo maior fuerit numerus n

$$AM = \frac{1}{2n} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{n}] + 2[\frac{2\theta}{n}] + 2[\frac{3\theta}{n}] + \dots + 2[\frac{(n-1)\theta}{n}])$$

Quodsi ergo radius circuli ab , qui intra crura AC et BC constitutus aequalis sit curvae AB vocetur $= r$, erit arcus

ab

$ab = r\theta$, unde istius circuli radius reperietur :

$$r = \frac{1}{2n} (a + b + 2[\frac{\theta}{n}] + 2[\frac{2\theta}{n}] + 2[\frac{3\theta}{n}] + \dots + 2[\frac{(n-1)\theta}{n}])$$

Q. E. I.

Coroll. 1.

35. Requirit ergo iste modus lineas curvas per arcus circulares dimetiendi diuisionem angulorum in partes quotcunque aequales. Cum igitur non nisi continua bisectione geometricae peragi queat, pro numero n successive assumi conueniet terminos progressionis geometricae duplae 2, 4, 8, 16, 32, etc.

Coroll. 2.

36. His autem numeris pro n successive assumendis id commodi adipiscimur, ut termini iam ante inuenti omnes in expressiones sequentes ingrediantur, sicque calculi labor non mediocriter imminuatur.

Coroll. 3.

37. Valores scilicet radii circuli quaesiti r sequenti modo ex praecedentibus continuo accuratius determinabuntur.

I. $r = \frac{a+b}{2} = P$

II. $r = \frac{1}{2} P + \frac{1}{2} [\theta : 2] = Q$

III. $r = \frac{1}{2} Q + \frac{1}{4} [\frac{\theta}{4}] + \frac{1}{4} [\frac{3\theta}{4}] = R$

IV. $r = \frac{1}{2} R + \frac{1}{8} [\frac{\theta}{8}] + \frac{1}{8} [\frac{3\theta}{8}] + \frac{1}{8} [\frac{5\theta}{8}] + \frac{1}{8} [\frac{7\theta}{8}]$

etc.

C 3

Coroll.

Coroll. 4.

fig. 8. 38. Si valor secundus Q sit verus, quantum primus P a vero vel deficit vel excedit, tantundem quantitas $[\theta: 2]$ excedet vel superabit, ideoque quantitates P et $[\frac{\theta}{2}]$ constituent limites, intra quos radius r contineatur. Etiam si autem Q non sit verus valor, tamen quia multo minus a veritate differt quam P, eadem quantitates P et $[\frac{\theta}{2}]$ pro limitibus haberi possunt.

Coroll. 5.

39. Simili modo cum valores traditi continuo propius ad veritatem accedant, seriemque valde conuergentem constituent, limites quoque erunt:

$$Q \text{ et } \frac{1}{2} \left[\frac{\theta}{4} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{3\theta}{4} \right]$$

$$R \text{ et } \frac{1}{4} \left[\frac{\theta}{8} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{3\theta}{8} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{5\theta}{8} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{7\theta}{8} \right]$$

hique limites continuo ita multo fiunt arctiores, vt mox differentia fiat insensibilis.

Scholion.

40. Hos eosdem autem limites praebet motus rectorius Celeb. Io. Bernoullii: eiusque ergo admirabilem usum hic ex solo calculo ita elicuimus, vt etiam, si divisio arcus non per continuas bisectiones instituat, tamen semper applicari possit, ideoque multo latius extendatur: neque etiam hoc pacto de ratione, qua motum rectorium adornari conuenit, sollicitos nos esse opus est, quod negotium alias non parum solertiae requirit.

Problema. 4.

41. Proposita ellipsi quacunq; inuenire radium circuli, cuius peripheria sit aequalis proxime perimetro ellipsis.

Solutio.

Solutio.

Sit ACB quadrans ellipsis propositae, cuius semiaxes AC et BC, cum sint ad curuam normales, erit AC = a et BC = b, atque amplitudo θ aequalis erit angulo recto. Denotet ϱ angulum rectum, erit $\theta = \varrho$. Quaestio ergo huc redit, vt definiatur quadrans circuli, cuius arcus sit arcui AMB longitudine aequalis. Ponatur itaque abscissa AP = x, PM = y, erit ex natura ellipsis $yy = \frac{bb}{aa} (2ax - xx)$ seu $aa - \frac{aayy}{bb} = (a-x)^2$, vnde fit $a-x = \frac{a}{b} \sqrt{bb-yy}$ et $dx = \frac{aydy}{b\sqrt{bb-yy}}$. Ducta nunc normali MN vocetur angulus ANM = v, erit $\frac{dx}{dy} = \frac{ay}{b\sqrt{bb-yy}} = \text{tang. } v$; ideoque $aayy \text{ cof. } v^2 = b^4 \text{ fin. } v^2 - bbyy \text{ fin. } v^2$, vnde fit $y = \frac{bb \text{ fin. } v}{\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}}$ et consequenter $\sqrt{bb-yy} = \frac{ab \text{ cof. } v}{\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}}$; ita vt sit $a-x = \frac{aa \text{ cof. } v}{\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}}$. Demisso ergo in MN productam ex C perpendicularo CS, erit recta MS = [v] = (a-x) cof. v + y fin. v = $\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}$. Cum igitur sit $\theta = \varrho$, si pro v successiue substituuntur partes aliquotae anguli recti ϱ , erit:

$$\left[\frac{\theta}{2}\right] = \sqrt{(aa \text{ cof. } \frac{\varrho^2}{2} + bb \text{ fin. } \frac{\varrho^2}{2})}$$

$$\left[\frac{\theta}{3}\right] = \sqrt{(aa \text{ cof. } \frac{\varrho^2}{3} + bb \text{ fin. } \frac{\varrho^2}{3})}$$

$$\left[\frac{2\theta}{3}\right] = \sqrt{(aa \text{ fin. } \frac{\varrho^2}{3} + bb \text{ cof. } \frac{\varrho^2}{3})}$$

etc.

His igitur singulis valoribus inuentis erit radius circuli propositae ellipsi secundum perimetrum aequalis

r =

24 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$r = \frac{a+b}{2n} + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{\rho^2}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{2\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{2\rho^2}{n}} \\ + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{3\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{3\rho^2}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{4\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{4\rho^2}{n}} \\ + \dots + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{(n-1)\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{(n-1)\rho^2}{n}}$$

hicque valor, quo maior accipiatur diuisionum numerus n , eo propius longitudinem radii quaesiti r exhibebit. Q. E. I.

Coroll. 1.

42. Si ponatur femiaxis maior $a = c + d$; femi-
axis minor $b = c - d$, fiet $aa \operatorname{cof.} v^2 + bb \operatorname{fin.} v^2 = cc \\ + dd + 2cd(\operatorname{cof.} v^2 - \operatorname{fin.} v^2) = cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} 2v$.
His ergo valoribus substitutis habebitur ob $2\varrho = \pi$, deno-
tante π angulum duobus rectis aequalem

$$r = \frac{c}{n} + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{\pi}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{2\pi}{n}} \\ + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{3\pi}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{4\pi}{n}} \\ + \dots + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{(n-1)\pi}{n}}$$

Coroll. 2.

43. Hinc ergo patet, si sit $d = 0$, quo casu ellipsis
abit in circulum radii $= c$, ob singulos terminos $= c$
fore, quotcunque diuisiones instituantur, semper $r = c$.

Coroll. 3.

Tab. II. 44. Ex formulis in coroll. 1. inuentis elegantissima
fig. 1. sequitur constructio geometrica similis ei, quam Celeb.
Bernoullius dedit. Super diametro $AB = a + b = 2c$
constituatur semicirculus, qui in partes quotcunque aequa-
les diuidatur in punctis a, b, c, d , etc. quarum par-
tium numerus sit $= n$. Tum secta diametro AB in C
ita

ita ut sit $AC = a$, $BC = b$; ex C ad singula diuisionum puncta agantur rectae Ca , Cb , Cc , Cd , etc. eritque, si arcus Ac contineat m partes, recta $Cc = \sqrt{(cc + dd + 2cd \cos. \frac{m\pi}{n})}$. Ducto enim ex centro O radio $Oc = c$, erit angulus $AOc = \frac{m\pi}{n}$, et $CO = AC - AO = d$, ideoque recta $Cc = \sqrt{(cc + dd + 2cd \cos. A Oc)}$. Quamobrem radius circuli ellipsis propositae isoperimetri erit

$$r = \frac{AO + Ca + Cb + Cc + Cd + Ce + Cf + Cg + Ch + Ci + Ck + Cl}{n}$$

Coroll. 4.

45. Cum autem expressiones cosinum pro diuersis valoribus numeri n sint sequentes :

si $n = 2$: $\cos. \frac{\pi}{2} = 0$;

si $n = 3$; $\cos. \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $\cos. \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

si $n = 4$ $\cos. \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\cos. \frac{2\pi}{4} = 0$; $\cos. \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

si $n = 6$; $\cos. \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos. \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{2}$; $\cos. \frac{3\pi}{6} = 0$; $\cos. \frac{4\pi}{6} = -\frac{1}{2}$; $\cos. \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

si $n = 12$; $\cos. \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$; $\cos. \frac{2\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos. \frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos. \frac{4\pi}{12} = \frac{1}{2}$

$\cos. \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$; $\cos. \frac{6\pi}{12} = 0$; $\cos. \frac{7\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$; $\cos. \frac{8\pi}{12} = -\frac{1}{2}$

$\cos. \frac{9\pi}{12} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$; $\cos. \frac{10\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\cos. \frac{11\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$

Sequentes formulae ad valorcm radii circuli quaesiti r proxime inueniendum videntur aptissimae :

24 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$r = \frac{a+b}{2n} + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{\rho^2}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{2\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{2\rho^2}{n}} \\ + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{3\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{3\rho^2}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{4\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{4\rho^2}{n}} \\ + \dots + \frac{1}{n} \sqrt{aa \operatorname{cof.} \frac{(n-1)\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{(n-1)\rho^2}{n}}$$

hicque valor, quo maior accipiatur diuisionum numerus n , eo propius longitudinem radii quaesiti r exhibebit. Q. E. I.

Coroll. I.

42. Si ponatur femiaxis maior $a = c + d$; femiaxis minor $b = c - d$, fiet $aa \operatorname{cof.} v^2 + bb \operatorname{fin.} v^2 = cc + dd + 2cd(\operatorname{cof.} v^2 - \operatorname{fin.} v^2) = cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} 2v$. His ergo valoribus substitutis habebitur ob $2\zeta = \pi$, denotante π angulum duobus rectis aequalem

$$r = \frac{c}{n} + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{\pi}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{2\pi}{n}} \\ + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{3\pi}{n}} + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{4\pi}{n}} \\ + \dots + \frac{1}{n} \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{(n-1)\pi}{n}}$$

Coroll. 2.

43. Hinc ergo patet, si sit $d = 0$, quo casu ellipsis abit in circulum radii $= c$, ob singulos terminos $= c$ fore, quotcunque diuisiones instituantur, semper $r = c$.

Coroll. 3.

Tab. II. 44. Ex formulis in coroll. I. inuentis elegantissima
fig. I. sequitur constructio geometrica similis ei, quam Celeb. Bernoullius dedit. Super diametro $AB = a + b = 2c$ constituatur semicirculus, qui in partes quotcunque aequales diuidatur in punctis a, b, c, d , etc. quarum partium numerus sit $= n$. Tum secta diametro AB in C
ita

ita ut sit $AC = a$, $BC = b$; ex C ad singula diuisionum puncta agantur rectae Ca , Cb , Cc , Cd , etc. eritque, si arcus Ac contineat m partes, recta $Cc = \sqrt{(cc + dd + 2cd \cos. \frac{m\pi}{n})}$. Ducto enim ex centro O radio $Oc = c$, erit angulus $AOc = \frac{m\pi}{n}$, et $CO = AC - AO = d$, ideoque recta $Cc = \sqrt{(cc + dd + 2cd \cos. AOc)}$. Quamobrem radius circuli ellipsis propositae isoperimetri erit

$$r = \frac{AO + Ca + Cb + Cc + Cd + Ce + Cf + Cg + Ch + Ci + Ck + Cl}{n}$$

Coroll. 4.

45. Cum autem expressiones cosinum pro diuersis valoribus numeri n sint sequentes:

$$\text{si } n = 2 : \cos. \frac{\pi}{2} = 0;$$

$$\text{si } n = 3 ; \cos. \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \cos. \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{si } n = 4 \quad \cos. \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \cos. \frac{2\pi}{4} = 0; \cos. \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{si } n = 6 ; \cos. \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos. \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{2}; \cos. \frac{3\pi}{6} = 0; \cos. \frac{4\pi}{6} = -\frac{1}{2}; \cos. \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{si } n = 12 ; \cos. \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}; \cos. \frac{2\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos. \frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \cos. \frac{4\pi}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\cos. \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}; \cos. \frac{6\pi}{12} = 0; \cos. \frac{7\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}; \cos. \frac{8\pi}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos. \frac{9\pi}{12} = \frac{-\sqrt{2}}{2}; \cos. \frac{10\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}}{2}; \cos. \frac{11\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

Sequentes formulae ad valorcm radii circuli quaesiti r proxime inueniendum videntur aptissimae:

I. $r=c$

II. $r=\frac{1}{2}(c+\sqrt{cc+dd})$

III. $r=\frac{1}{3}(c+\sqrt{cc+dd+cd})+\sqrt{cc+dd-cd}=P$

IV. $r=\frac{1}{4}(c+\sqrt{cc+dd+cd\sqrt{2}})+\sqrt{cc+dd}+\sqrt{cc+dd-cd\sqrt{2}}$

V. $r=\frac{1}{5}(3P+\sqrt{cc+dd+cd\sqrt{3}})+\sqrt{cc+dd}+\sqrt{cc+dd-cd\sqrt{3}}=Q$

$$\text{VI. } r=\frac{1}{12}(6Q+\sqrt{cc+dd+\frac{cd(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{2}}})+\sqrt{cc+dd+cd\sqrt{2}}$$

$$\left. \begin{aligned} &+\sqrt{cc+dd+\frac{cd(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}}})+\sqrt{cc+dd-\frac{cd(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}}} \\ &+\sqrt{cc+dd-cd\sqrt{2}}+\sqrt{cc+dd-\frac{cd(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{2}}} \end{aligned} \right\}$$

Exemplum 1.

46. Inuenire circulum, cuius peripheria proxime aequetur perimetro ellipsis, cuius axes teneant inter se rationem 5 : 4.

Sit femiaxis maior $a=10$ et femiaxis minor $b=8$, quod est exemplum a Celeb. Bernoullio imprimis pertractatum; erit $c=\frac{a+b}{2}=9$; $d=\frac{a-b}{2}=1$; hincque $cc+dd=82$ et $cd=9$, ergo in fractionibus decimalibus erit:

$c=9,000000$

$\sqrt{cc+dd}=9,055386$

$\sqrt{cc+dd+cd}=9,539392$

$\sqrt{cc+dd-cd}=8,544004$

$\sqrt{cc+dd+cd\sqrt{2}}=9,732827$

$\sqrt{cc+dd-cd\sqrt{2}}=8,322984$

$\sqrt{cc+dd+cd\sqrt{3}}=9,878687$

$\sqrt{cc+dd-cd\sqrt{3}}=8,149328$

$\sqrt{cc+dd+\frac{cd(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{2}}}=9,969284$

$\sqrt{cc+dd+\frac{cd(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}}}=9,309069$

$\sqrt{cc+dd-\frac{cd(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}}}=8,794386$

$\sqrt{cc+dd-\frac{cd(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{2}}}=8,038242$

unde

vnde sequentes expressiones radium r continuo accuratius dabunt ;

- I. $r = 9,000000$
- II. $r = 9,027693$
- III. $r = 9,027798$
- IV. $r = 9,027799$
- V. $r = 9,027799$
- VI. $r = 9,027799$

vnde patet formulam sextam ad multo plures adhuc figuras valorem ipsius r exhibituram fuisse, si calculum ulterius produxissim: et quidem expressio sexta videtur valorem ipsius r ad 24 notas exactum praebitura fuisse.

Exempl. 2.

47. *Ellipsium non multum a circulo abluentium per circumum proxime exprimere.*

Quando ellipsis non multum a circulo differt, tum d prae c erit quantitas valde parua: ideoque formulae irrationales commode per approximationem exhiberi poterunt. Sit breuitatis gratia $\sqrt{cc+dd} = e$ et angulus $\frac{\pi}{n} = \Phi$ erit $\sqrt{cc+dd+2cd\cos.\frac{\pi}{n}} = \sqrt{ee+2cd\cos.\Phi} = e + \frac{cd}{e}\cos.\Phi - \frac{1.1c^2d^2}{1.2e^3}\cos.\Phi^2 + \frac{1.1.3c^3d^3}{1.1.3e^5}\cos.\Phi^3 - \frac{1.1.3.5c^4d^4}{1.2.3.4e^7}\cos.\Phi^4 + \text{etc.}$

His ergo formulis loco irrationalium substitutis erit

$$r = e - \frac{1}{n}(e-c) + \frac{cd}{ne}(\cos.\Phi + \cos.2\Phi + \cos.3\Phi + \dots + \cos.(n-1)\Phi) - \frac{1.1c^2d^2}{1.2ne^3}(\cos.\Phi^2 + \cos.2\Phi^2 + \cos.3\Phi^2 + \dots + \cos.(n-1)\Phi^2) + \frac{1.1.3c^3d^3}{1.2.3ne^5}(\cos.\Phi^3 + \cos.2\Phi^3 + \cos.3\Phi^3 + \dots + \cos.(n-1)\Phi^3) - \frac{1.1.3.5c^4d^4}{1.2.3.4ne^7}(\cos.\Phi^4 + \cos.2\Phi^4 + \cos.3\Phi^4 + \dots + \cos.(n-1)\Phi^4)$$

etc.

D 2

Est

28 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

Est vero $\text{cof. } \Phi + \text{cof. } 2\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi =$
 $-\frac{1}{2} + \frac{\text{cof. } (n-1)\Phi - \text{cof. } n\Phi}{2(1 - \text{cof. } \Phi)} = \frac{\text{fin. } (n-\frac{1}{2})\Phi - \text{fin. } \frac{1}{2}\Phi}{2 \text{fin. } \frac{1}{2}\Phi}$

At cum sit $n\Phi = \pi$ erit $\text{cof. } n\Phi = -1$, et $\text{cof. } (n-1)\Phi = \text{cof. } (\pi - \Phi) = -\text{cof. } \Phi$, ideoque $\text{cof. } \Phi + \text{cof. } 2\Phi + \text{cof. } 3\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi = 0$. Deinde ob $\text{cof. } \Phi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{cof. } 2\Phi$, fiet $\text{cof. } \Phi^2 + \text{cof. } 2\Phi^2 + \text{cof. } 3\Phi^2 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^2 = \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}(\text{cof. } 2\Phi + \text{cof. } 4\Phi + \text{cof. } 6\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)2\Phi) = \frac{n-1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{\text{cof. } (n-1)2\Phi - \text{cof. } 2n\Phi}{4(1 - \text{cof. } 2\Phi)} = \frac{n-2}{2}$. Simili modo reliquas series ad angulos simplices reducendo, obtinentur sequentes summationes.

$\text{cof. } \Phi + \text{cof. } 2\Phi + \text{cof. } 3\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi = 0$
 $\text{cof. } \Phi^2 + \text{cof. } 2\Phi^2 + \text{cof. } 3\Phi^2 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^2 = \frac{1}{2}n-1$
 $\text{cof. } \Phi^3 + \text{cof. } 2\Phi^3 + \text{cof. } 3\Phi^3 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^3 = 0$
 $\text{cof. } \Phi^4 + \text{cof. } 2\Phi^4 + \text{cof. } 3\Phi^4 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^4 = \frac{1}{2}n-1$
 $\text{cof. } \Phi^5 + \text{cof. } 2\Phi^5 + \text{cof. } 3\Phi^5 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^5 = 0$
 $\text{cof. } \Phi^6 + \text{cof. } 2\Phi^6 + \text{cof. } 3\Phi^6 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^6 = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} n-1$
 etc.

Quibus valoribus substitutis habebitur :

$$r = e - \frac{1}{2}(e-c) - \frac{1 \cdot 1 \cdot c^2 d^2}{2 \cdot 2 e^3} + \frac{1 \cdot 1 \cdot c^2 d^2}{1 \cdot 2 n e^3}$$

$$- \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot c^4 d^4}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 e^7} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot c^4 d^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 n e^7}$$

$$- \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot c^6 d^6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 e^{11}} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot c^6 d^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 n e^{11}}$$

quae aequatio haec formam induit simpliciore :

$r =$

$$r = e - \frac{1}{n}(e-c) - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{c^2 d^2}{e^3} + \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{c^2 d^2}{n e^3} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} \frac{c^4 d^4}{e^7} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \frac{c^4 d^4}{n e^7} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6} \frac{c^6 d^6}{e^{11}} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \frac{c^6 d^6}{n e^{11}} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8} \frac{c^8 d^8}{e^{15}} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \frac{c^8 d^8}{n e^{15}} \text{ etc.}$$

At vltima series $-\frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} \frac{c^2 d^2}{n e^3} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \frac{c^4 d^4}{n e^7} + \text{etc.}$ summam habet $\frac{1}{n}(e - \frac{1}{2}\sqrt{(ee + 2cd)} - \frac{1}{2}\sqrt{(ee - 2cd)}) = \frac{1}{n}(e - c)$ ita vt numerus n profus ex calculo euanescat fiatque accurate

$$r = e - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{c^2 d^2}{e^3} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} \cdot \frac{c^4 d^4}{e^7} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6} \cdot \frac{c^6 d^6}{e^{11}} - \text{etc.}$$

quae series eo celerius conuergit, quo minor fuerit valor d ratione ipsius $e = \sqrt{(cc + dd)}$. Est autem, dum ellipsis semiaxes ponuntur a et b , $c = \frac{a+b}{2}$ et $d = \frac{a-b}{2}$.

Exempl. 3.

48. Si axis minor ellipsis prorsus euanescat, tum eius quadrans semiaxi maiori aequabitur, cui ergo quadrantem circuli aequalem inueniri oporteat.

Sit ergo semiaxis maior $= a$, et radius circuli, cuius quarta pars ipsi a aequetur sit $= r$, eritque $r \varrho = a$: ideoque $\varrho = \frac{a}{r}$: ita vt radio r proxime inuento periphæria circuli per lineam rectam exprimi possit proxime. Ex formula ergo præcedente erit $c = \frac{a}{2}$; $d = \frac{a}{2}$ et $e = \frac{a}{\sqrt{2}}$: quibus valoribus substitutis in vltima serie prodit:

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 12} - \text{etc.} \right)$$

Cum autem sit $\varrho = \frac{\pi}{2}$, denotante π : π rationem diametri ad peripheriam, erit $r = \frac{a}{\varrho} = \frac{2a}{\pi}$ vnde sequentis seriei summa habebitur.

130 DB REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$1 - \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 12} - \text{etc.} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

Aliter autem valor ipsius r ex formulis in ipsa solutione problematis inuentis expressus reperietur, namque ob $b = 0$ erit;

$$r = \frac{a}{2n} + \frac{a}{n} \left(\text{cof. } \frac{\xi}{n} + \text{cof. } \frac{2\xi}{n} + \text{cof. } \frac{3\xi}{n} + \text{cof. } \frac{4\xi}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} \right)$$

vnde sequentes formulae ad valorem r appropinquabunt:

$$\text{si } n = 1, r = \frac{1}{2} a$$

$$\text{si } n = 2; r = \frac{1}{2} a (1 + 2 \text{cof. } \frac{\xi}{2})$$

$$\text{si } n = 3; r = \frac{1}{2} a (1 + 2 \text{cof. } \frac{\xi}{3} + 2 \text{cof. } \frac{2\xi}{3})$$

etc.

At vero series illa cosinum expressione finita exhiberi potest; erit enim:

$$\text{cof. } \frac{\xi}{n} + \text{cof. } \frac{2\xi}{n} + \text{cof. } \frac{3\xi}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} - \text{cof. } \xi}{2(1 - \text{cof. } \frac{\xi}{n})}$$

Iam ob ξ angulum rectum, erit $\text{cof. } \xi = 0$, et $\text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} = \text{cof. } (\xi - \frac{\xi}{n}) = \text{fin. } \frac{\xi}{n}$: vnde praecedens summa abit

$$\text{in } -\frac{1}{2} + \frac{\text{fin. } \frac{\xi}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{\xi}{n})}. \text{ Est vero } \frac{1 - \text{cof. } \frac{\xi}{n}}{\text{fin. } \frac{\xi}{n}} = \text{tang. } \frac{\xi}{2n};$$

ideoque summa seriei

$$\text{cof. } \frac{\xi}{n} + \text{cof. } \frac{2\xi}{n} + \text{cof. } \frac{3\xi}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} = -\frac{1}{2} + 2 \text{tang. } \frac{\xi}{2n}$$

quo valore substituto fiet

$$r =$$

$$r = \frac{a}{2n \operatorname{tang.} \frac{f}{2n}}, \text{ hincque } \varrho = 2n \operatorname{tang.} \frac{f}{2n}$$

Hic autem manifestum est, posito $n = \infty$, aequationem perfecte satisfacere, ceterum vero eo magis ad veritatem accedere, quo maior fuerit n . Est enim $\operatorname{tang.} \frac{f}{2n} = \frac{f}{2n} + \frac{f^3}{24n^3} + \text{etc.}$ ideoque erit quidem $\varrho < 2n \operatorname{tang.} \frac{f}{2n}$, at defectus circiter erit $= \frac{f^3}{12n^3}$. Ex hoc autem casu nihil deducitur, quod non aliunde esset notissimum.

Problema. 5.

49. Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.

Solutio.

Sit AMB parabola ad axem AC relata, cuius na Tab. I. fig. 7. tura inter coordinatas $AP = x$ et $PM = y$ hac aequatione contineatur $yy = 2cx$. Ducatur ad M normalis MN , et vocetur angulus $ANM = v$, qui simul amplitudinem arcus AM metietur. Iam ob subnormalem $PN = c$, erit $y = c \operatorname{tang.} v$ et $x = \frac{yy}{2c} = \frac{c \operatorname{tang.} v^2}{2}$ atque $MN = \frac{c}{\operatorname{cof.} v}$ et $AN = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} v^2)$ Sit iam arcus AMB , quem metiri oporteat, amplitudo $= \theta$, erit ducta normali BC angulus $ACB = \theta$, et $AC = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2)$, atque $BC = \frac{c}{\operatorname{cof.} \theta}$ Vocetur iam vt in probl. 3. $AC = a = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2)$ et $BC = b = \frac{c}{\operatorname{cof.} \theta}$: et demisso ex C in normalem MN productam perpendicularo CS , erit $MS = (a-x) \operatorname{cof.} v + y \operatorname{sin.} v = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2 - \frac{1}{2} \operatorname{tang.} v^2) \operatorname{cof.} v + c \operatorname{tang.} v \operatorname{sin.} v$ vel succinctius $MS = c \operatorname{cof.} v + \frac{1}{2} c (\operatorname{tang.} \theta^2 + \operatorname{tang.} v^2) \operatorname{cof.} v$. Sit nunc ab arcus circuli centro

130 DB REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$1 - \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 12} - \text{etc.} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

Aliter autem valor ipsius r ex formulis in ipsa solutione problematis inuentis expressus reperietur, namque ob $b = 0$ erit;

$$r = \frac{a}{2n} + \frac{a}{n} \left(\text{cof. } \frac{\xi}{n} + \text{cof. } \frac{2\xi}{n} + \text{cof. } \frac{3\xi}{n} + \text{cof. } \frac{4\xi}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} \right)$$

vnde sequentes formulae ad valorem r appropinquabunt:

$$\text{si } n = 1, r = \frac{1}{2} a$$

$$\text{si } n = 2; r = \frac{1}{4} a (1 + 2 \text{cof. } \frac{\xi}{2})$$

$$\text{si } n = 3; r = \frac{1}{6} a (1 + 2 \text{cof. } \frac{\xi}{3} + 2 \text{cof. } \frac{2\xi}{3})$$

etc.

At vero series illa cofinum expressione finita exhiberi potest; erit enim:

$$\text{cof. } \frac{\xi}{n} + \text{cof. } \frac{2\xi}{n} + \text{cof. } \frac{3\xi}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} - \text{cof. } \xi}{2(1 - \text{cof. } \frac{\xi}{n})}$$

Iam ob ξ angulum rectum, erit $\text{cof. } \xi = 0$, et $\text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} = \text{cof. } (\xi - \frac{\xi}{n}) = \text{fin. } \frac{\xi}{n}$: vnde praecedens summa abit

$$\text{in } -\frac{1}{2} + \frac{\text{fin. } \frac{\xi}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{\xi}{n})}. \text{ Est vero } \frac{1 - \text{cof. } \frac{\xi}{n}}{\text{fin. } \frac{\xi}{n}} = \text{tang. } \frac{\xi}{2n};$$

ideoque summa seriei

$$\text{cof. } \frac{\xi}{n} + \text{cof. } \frac{2\xi}{n} + \text{cof. } \frac{3\xi}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\xi}{n} = -\frac{1}{2} + 2 \text{tang. } \frac{\xi}{2n}$$

quo valore substituto fiet

$$r =$$

$$r = \frac{a}{2n \operatorname{tang.} \frac{\phi}{2n}}, \text{ hincque } \phi = 2n \operatorname{tang.} \frac{\phi}{2n}$$

Hic autem manifestum est, posito $n = \infty$, aequationem perfecte satisfacere, ceterum vero eo magis ad veritatem accedere, quo maior fuerit n . Est enim $\operatorname{tang.} \frac{\phi}{2n} = \frac{\phi}{2n} + \frac{\phi^3}{24n^3} + \text{etc.}$ ideoque erit quidem $\phi < 2n \operatorname{tang.} \frac{\phi}{2n}$, at defectus circiter erit $= \frac{\phi^3}{12n^3}$. Ex hoc autem casu nihil deducitur, quod non aliunde esset notissimum.

Problema. 5.

49. Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.

Solutio.

Sit AMB parabola ad axem AC relata, cuius na Tab. I.
fig. 7.tura inter coordinatas AP=x et PM=y hac aequatione contineatur $yy = 2cx$. Ducatur ad M normalis MN, et vocetur angulus ANM=v, qui simul amplitudinem arcus AM metietur. Iam ob subnormalem PN=c, erit $y = c \operatorname{tang.} v$ et $x = \frac{yy}{2c} = \frac{c \operatorname{tang.} v^2}{2}$ atque $MN = \frac{c}{\operatorname{cof.} v}$ et $AN = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} v^2)$ Sit iam arcus AMB, quem metiri oporteat, amplitudo = θ , erit ducta normali BC angulus ACB= θ , et $AC = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2)$, atque $BC = \frac{c}{\operatorname{cof.} \theta}$ Vocetur iam vt in probl. 3. $AC = a = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2)$ et $BC = b = \frac{c}{\operatorname{cof.} \theta}$: et demisso ex C in normalem MN productam perpendiculari CS, erit $MS = (a-x) \operatorname{cof.} v + y \sin. v = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2 - \frac{1}{2} \operatorname{tang.} v^2) \operatorname{cof.} v + c \operatorname{tang.} v \sin. v$ vel succinctius $MS = c \operatorname{cof.} v + \frac{1}{2} c (\operatorname{tang.} \theta^2 + \operatorname{tang.} v^2) \operatorname{cof.} v$. Sit nunc ab arcus circuli centro

32 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

centro C inter normales AC et BC descriptus, ipsique arcui parabolico AMB aequalis, voceturque eius radius $aC=r$: si pro v successiue substituantur partes anguli θ indeterminatae $\frac{\theta}{n}, \frac{2\theta}{n}, \frac{3\theta}{n} \dots \frac{(n-1)\theta}{n}$ ob $a+b=c$

$$\left(1 + \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{2 \cos^2 \theta}\right) = \frac{a(1 + \cos \theta)^2}{2 \cos^2 \theta} \text{ prodibit}$$

$$r = \frac{c}{2n} \left\{ \begin{aligned} & \frac{(1 + \cos \theta)^2}{2 \cos^2 \theta} + 2 \left(\cos \frac{\theta}{n} + \cos \frac{2\theta}{n} + \cos \frac{3\theta}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\theta}{n} \right) \\ & + \text{tang. } \theta^2 \left(\cos \frac{\theta}{n} + \cos \frac{2\theta}{n} + \cos \frac{3\theta}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\theta}{n} \right) \\ & + \text{tang. } \frac{\theta}{n} \sin \frac{\theta}{n} + \text{tang. } \frac{2\theta}{n} \sin \frac{2\theta}{n} + \dots + \text{tang. } \frac{(n-1)\theta}{n} \sin \frac{(n-1)\theta}{n} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{At est } \cos \frac{\theta}{n} + \cos \frac{2\theta}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\theta}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\cos \left(1 - \frac{1}{n}\right)\theta - \cos \theta}{2 \left(1 - \cos \frac{\theta}{n}\right)}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\cos \theta}{2} + \frac{\sin \theta \sin \frac{\theta}{n}}{2 \left(1 - \cos \frac{\theta}{n}\right)} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cot \frac{\theta}{2n}$$

quo valore substituto habebitur:

$$r = \frac{c}{2n} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \text{tang. } \theta \sin \theta + \sin \theta \cot \frac{\theta}{2n} + \frac{1}{2} \text{tang. } \theta^2 \sin \theta \cot \frac{\theta}{2n} \\ & + \text{tang. } \frac{\theta}{n} \sin \frac{\theta}{n} + \text{tang. } \frac{2\theta}{n} \sin \frac{2\theta}{n} + \text{tang. } \frac{3\theta}{n} \sin \frac{3\theta}{n} + \dots + \text{tang. } \frac{(n-1)\theta}{n} \sin \frac{(n-1)\theta}{n} \end{aligned} \right\}$$

Ponamus nunc amplitudinem arcus parabolici AMB esse 60° , vt fit $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \theta = \frac{1}{2}$; $\text{tang. } \theta = \sqrt{3}$ atque $\sin \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}$; $\cos \frac{1}{2}\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{tang. } \frac{1}{2}\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sin \frac{1}{3}\theta = \frac{\sqrt{3-1}}{2\sqrt{2}}$; $\cos \frac{1}{3}\theta = \frac{\sqrt{3+1}}{2\sqrt{2}}$; $\text{tang. } \frac{1}{3}\theta = 2 - \sqrt{3}$; $\sin \frac{1}{4}\theta = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3-1}}{4\sqrt{2}}$; $\cos \frac{1}{4}\theta = \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3+1}}{4\sqrt{2}}$; $\text{tang. } \frac{1}{4}\theta = (\sqrt{2}-1)$ $(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \sin \frac{1}{4}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos \frac{1}{4}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tang. } \frac{1}{4}\theta = 1$ ex quibus valoribus oritur:

$$r =$$

$$r = \frac{c}{2n} \left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cot. \frac{\theta}{2n} + \text{tang.} \frac{\theta}{n} \sin. \frac{\theta}{n} + \text{tang.} \frac{2\theta}{n} \sin. \frac{2\theta}{n} + \text{tang.} \frac{3\theta}{n} \sin. \frac{3\theta}{n} \right. \\ \left. + \dots + \text{tang.} \frac{(n-1)\theta}{n} \sin. \frac{(n-1)\theta}{n} \right)$$

Substituantur nunc pro n valores 1, 2, 4, et prodibunt sequentes expressiones ad r appropinquantes:

- I. $r = \frac{2}{3} c$
- II. $r = \frac{2}{3} c + \frac{\sqrt{3}}{4} c$
- III. $r = \frac{2}{16} c + \frac{1}{\sqrt{3}} c + \frac{3\sqrt{3}}{8} c + \frac{\sqrt{6}}{4} c$

Posita ergo ratione diametri ad peripheriam = 1: π ob angulum $60^\circ = \frac{1}{3}\pi$, sequentes expressiones arcum parabolicum AMB , cuius amplitudo ACB est 60° , proxime exhibebunt:

- I. $AMB = \frac{\pi c}{3} \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \pi c$
- II. $AMB = \frac{\pi c}{3} \left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$
- III. $AMB = \frac{\pi c}{3} \left(\frac{2}{16} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{\sqrt{6}}{4} \right)$

Constat autem rectificationem parabolae a logarithmis pendere, vnde arcus AMB veram longitudinem inuestigemus. Cum igitur sit $AC = c \left(1 + \frac{1}{3} \right)$ erit abscissa arcui AMB respondens = $\frac{2}{3} c$, qui valor ipsi x in aequatione $yy = 2cx$ tribuatur, eritque $yy = 3cc$ iam ob $x = \frac{2c}{3}$ erit $dx = \frac{ydy}{c}$, et elementum arcus $AMB = \frac{dy}{c} \sqrt{cc + yy}$, cuius integrale est $= \frac{y}{2c} \sqrt{cc + yy} + \frac{c}{2} \int \frac{y + \sqrt{cc + yy}}{c} dy$. Ponatur nunc $y = c\sqrt{3}$, fietque arcus $AMB = c\sqrt{3} + \frac{c}{2} l(2 + \sqrt{3})$; vnde sequentes aequationes proximae inter quadraturam circuli et logarithmos obtinebuntur;

- I. $3\sqrt{3} + \frac{1}{2} l(2 + \sqrt{3}) = \frac{2}{9} \pi$
 - II. $3\sqrt{3} + \frac{1}{2} l(2 + \sqrt{3}) = \left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \pi$
 - III. $3\sqrt{3} + \frac{1}{2} l(2 + \sqrt{3}) = \left(\frac{2}{16} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{\sqrt{6}}{4} \right) \pi$
- etc. Q. E. I.

Scholion.

Tab. I.
fig. 8.

50. Quemadmodum ex parabola logarithmi ad quadraturam circuli reuocantur, ita, si pro curua AMB linea rectificabilis accipitur, linea recta ad arcum circularem reducetur, sicque vicissim linea recta exhiberi poterit, quae arcui circuli proxime sit aequalis. Ita si curua AMB hac aequatione exprimatur $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}x\sqrt{x}}$: erit ipse curuae arcus $AM = \sqrt{x + \frac{1}{2}x\sqrt{x}}$; et sumta $x = 1 = AC$, erit applicata $BC = \frac{2}{3}$, normalis ad curuam, ideoque arcus AMB amplitudo angulus rectus ACB; et curua AMB = $\frac{2}{3}$. Quod si iam capiatur arcus AM amplitudinis ANM = v , atque in MN demittatur perpendiculum CS reperietur $MS = \frac{2}{3} \left(\cos. v + \frac{1}{1 + \cos. v} \right)$ vnde posito radio circuli, = r cuius quadrans = AMB = $\frac{2}{3}$ ob $a = 1$ et $b = \frac{2}{3}$ erit:

$$r = \frac{1}{2n} \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \left(\cos. \frac{\ell}{n} + \cos. \frac{2\ell}{n} + \cos. \frac{3\ell}{n} + \dots + \cos. \frac{(n-1)\ell}{n} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{1 + \cos. \frac{\ell}{n}} + \frac{1}{1 + \cos. \frac{2\ell}{n}} + \frac{1}{1 + \cos. \frac{3\ell}{n}} + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{1 + \cos. \frac{(n-1)\ell}{n}} \right)$$

seu priorem seriem summando:

$$r = \frac{1}{2n} + 3n \operatorname{tang.} \frac{\ell}{2n} + \frac{2}{2n} \left(\frac{1}{1 + \cos. \frac{\ell}{n}} + \frac{1}{1 + \cos. \frac{2\ell}{n}} + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{1 + \cos. \frac{(n-1)\ell}{n}} \right)$$

At posito $\pi = 2\ell$, seu $1 : \pi$, ratione diametri ad peripheriam, erit $\frac{2}{3} = \frac{\pi r}{2}$, ideoque $r = \frac{2}{3\pi}$, vnde peripheria π per seriem algebraicam exprimitur.

Prob-

Problema. 6.

51. Si curva proposita fuerit cyclois AMB , inveni- Tab. II.
 re radium circuli, cuius quarta peripheriae pars proxime fig. 2.
 sit aequalis arcui cycloidico AMB .

Solutio.

Sit BQC semicirculi generatoris eiusque centrum in O ; vocetur radius $OB = OC = c$, et posita ratione diametri ad peripheriam $= 1 : \pi$ erit semicircumferentia $BQC = \pi c$, cui aequalis est basis AC , ita ut sit $AC = a = \pi c$ et $BC = b = 2c$. Ducatur iam recta quaecunque PM basi AC parallela, iunctaeque cordae CQ per M parallela ducatur MN , erit haec ad cycloidem normalis, ac propterea angulus ANM mensurabit amplitudinem arcus AM . Sit angulus $ANM = v$, erit ducta chorda BQ angulus $CBQ = v$, ideoque chorda $CQ = 2c \sin. v = MN$. Deinde ob angulum ad centrum $COQ = 2v$ erit arcus $CQ = 2cv$ et arcus $BQ = \pi c - 2cv$, cui aequalis est recta QM huicque CN , ita ut sit $CN = \pi c - 2cv$. Quare si in MN productam ex C demittatur perpendiculum CS erit $NS = \pi c \cos. v - 2cv \cos. v$; ideoque $MS = [v] = 2c \sin. v + \pi c \cos. v - 2cv \cos. v$; substituamus iam pro v partes anguli $ACB = \varrho$, denotante ϱ angulum rectum, ita ut sit $\varrho = \frac{1}{2} \pi$, erit

$$\left[\frac{\varrho}{n} \right] = 2c \sin. \frac{\varrho}{n} + \pi c \cos. \frac{\varrho}{n} - \frac{2c\varrho}{n} \cos. \frac{\varrho}{n}$$

$$\left[\frac{2\varrho}{n} \right] = 2c \sin. \frac{2\varrho}{n} + \pi c \cos. \frac{2\varrho}{n} - \frac{4c\varrho}{n} \cos. \frac{2\varrho}{n}$$

etc.

Vnde si r sit radius circuli quaesiti, erit:

E 2

r =

35 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$r = \frac{c}{2n} (\pi + 2 + 4 (\sin. \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{2\xi}{n} + \dots + \sin. \frac{(n-1)\xi}{n}) + 2\pi (\cos. \frac{\xi}{n} + \cos. \frac{2\xi}{n} + \dots + \cos. \frac{(n-1)\xi}{n}) - \frac{2\pi}{n} (\cos. \frac{\xi}{n} + 2 \cos. \frac{2\xi}{n} + 3 \cos. \frac{3\xi}{n} + \dots + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\xi}{n}))$$

At iam supra ostendimus esse :

$$\cos. \frac{\xi}{n} + \cos. \frac{2\xi}{n} + \cos. \frac{3\xi}{n} + \dots + \cos. \frac{(n-1)\xi}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\cos. (\xi - \frac{\xi}{n}) - \cos. \xi}{2(1 - \cos. \frac{\xi}{n})} = -\frac{1}{2} + \frac{\sin. \frac{\xi}{n}}{2(1 - \cos. \frac{\xi}{n})}$$

ob ξ angulum rectum. Simili modo reperietur fore :

$$\sin. \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{2\xi}{n} + \sin. \frac{3\xi}{n} + \dots + \sin. \frac{(n-1)\xi}{n} = \frac{\sin. \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{(n-1)\xi}{n}}{2(1 - \cos. \frac{\xi}{n})} \xi - \sin. \xi$$

differentietur vtrinq, considerata ξ tamquam variabili : erit $\frac{1}{n} (\cos. \frac{\xi}{n} + 2 \cos. \frac{2\xi}{n} + 3 \cos. \frac{3\xi}{n} + \dots + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\xi}{n}) = \frac{\cos. \frac{\xi}{n} + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\xi}{n} - n \cos. \xi}{2n(1 - \cos. \frac{\xi}{n})} - \frac{\sin. \frac{\xi}{n}}{2n(1 - \cos. \frac{\xi}{n})^2}$

$$(\sin. \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{(n-1)\xi}{n} - \sin. \xi)$$

Cum iam fit ξ angulus rectus erit :

$$\sin. \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{2\xi}{n} + \dots + \sin. \frac{(n-1)\xi}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\sin. \frac{\xi}{n}}{2(1 - \cos. \frac{\xi}{n})} \text{ etc.}$$

$$\cos. \frac{\xi}{n} + 2 \cos. \frac{2\xi}{n} + 3 \cos. \frac{3\xi}{n} + \dots + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\xi}{n} = \frac{\cos. \frac{\xi}{n} + n \sin. \frac{\xi}{n} - \sin. \xi}{2(1 - \cos. \frac{\xi}{n})} - \frac{\sin. \frac{\xi}{n}}{2(1 - \cos. \frac{\xi}{n})^2} (\sin. \frac{\xi}{n} + \cos. \frac{\xi}{n})$$

$\frac{\xi}{n} -$

$$\frac{\frac{c}{n} - r}{n} = \frac{\text{cof. } \frac{c}{n} + n \sin \frac{c}{n} + \sin \frac{c}{n} - r - \text{cof. } \frac{c}{n} + \sin \frac{c}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{c}{n})} = \frac{-r + n \sin \frac{c}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{c}{n})}$$

His valoribus substitutis proveniet :

$$r = \frac{c}{2n} \left(\pi + 2 - 2 + \frac{2 \sin \frac{c}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{c}{n}} - \pi + \frac{\pi \sin \frac{c}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{c}{n}} + \right.$$

$$\left. \frac{\pi}{n(1 - \text{cof. } \frac{c}{n})} - \frac{\pi \sin \frac{c}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{c}{n}} \right) \text{ seu } r = \frac{c}{2n} \left(\frac{2 \sin \frac{c}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{c}{n}} + \right.$$

$\left. \frac{\pi}{n(1 - \text{cof. } \frac{c}{n})} \right)$. In qua formula, quo maior accipitur numerus n , eo propius valor ipsius r inuenietur. Q. E. I.

Coroll. 1.

52. Inuento radio r erit arcus cycloidalis $AMB = r\varrho = \frac{\pi r}{2}$: ideoque habebitur arcus

$$AMB = \frac{\pi c}{4n} \cdot \frac{2n \sin \frac{c}{n} + \pi}{n(1 - \text{cof. } \frac{c}{n})} = \frac{\pi c(2n \sin \frac{c}{n} + \pi)}{4nn(1 - \text{cof. } \frac{c}{n})}$$

qui valor erit exactus, si n statuatur numerus infinitus.

Hoc autem casu erit $2n \sin \frac{c}{n} = 2\varrho = \pi$ et $1 - \text{cof. } \frac{c}{n} = \frac{\varrho\varrho}{2n^2} = \frac{\pi\pi}{4n^2}$: vnde fit $AMB = 4c = 2BC$, vti ex natura cycloidis constat.

Coroll. 2.

53. Cum igitur sit arcus cycloidis AMB reuera $= 4c$, habebitur sequens aequatio eo propius vera, quo maior fuerit numerus n

E 3

4 =

$$4 = \frac{\pi(\pi + 2n \sin. \frac{\xi}{n})}{4nn(1 - \text{cof.} \frac{\xi}{n})}$$

seu $\pi\pi + 2n\pi \sin. \frac{\xi}{n} = 16nn(1 - \text{cof.} \frac{\xi}{n})$ vnde fit
 $\pi = -n \sin. \frac{\xi}{n} + n\sqrt{16 - 16 \text{cof.} \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{\xi}{n}^2}$ seu
 $\pi = -n \sin. \frac{\xi}{n} + n\sqrt{(1 - \text{cof.} \frac{\xi}{n})(17 + \text{cof.} \frac{\xi}{n})}$

Coroll. 3.

54. Cum sit $1 - \text{cof.} \frac{\xi}{n} = 2 \sin. \frac{\xi}{2n}$ et $\sin. \frac{\xi}{n} = 2 \sin. \frac{\xi}{2n} \text{cof.} \frac{\xi}{2n}$
 erit $\pi = -2n \sin. \frac{\xi}{2n} \text{cof.} \frac{\xi}{2n} + 2n \sin. \frac{\xi}{2n} \sqrt{9 - \sin. \frac{\xi}{2n}^2}$
 fit nunc $2n = m$ et $\frac{\xi}{2n} = \frac{\xi}{m} = \Phi$, seu $\Phi = \frac{90^\circ}{m}$
 erit $\pi = -m \sin. \Phi \text{cof.} \Phi + m \sin. \Phi \sqrt{9 - \sin. \Phi^2}$

Coroll. 4.

55. Si ergo circulus describatur radio = 1, erit in eo
 quadrans = $\frac{1}{2}\pi = m\Phi$; denotante Φ partem quam-
 cunque, vnde ipse arcus Φ sequenti modo proxime de-
 finiatur

$$\Phi = - \frac{\sin. \Phi \text{cof.} \Phi + \sin. \Phi \sqrt{9 - \sin. \Phi^2}}{2}$$

Tab. II. seu $\Phi = \sin. \Phi (\sqrt{2 + \frac{1}{2} \text{cof.}^2} - \frac{1}{2} \text{cof.} \Phi)$

Fig. 3. Proposito ergo in quadrante ACB arcu AM, cuius sinus
 PM, capiatur CD = chordae quadrantis AB, et bisecta
 CP in O iungatur DO, vnde refecetur OI = CO et
 in radio CM producto capiatur CL = DI, demissumque
 in AC perpendiculum LQ eo propius aequabitur arcui
 AM, quo minor fuerit iste arcus.

IN



INDAGATIO FOCORVM IN OMNI- BVS CVRVIS POSSIBILIBVS.

AUCTORE

G. W. KRAFFT

§. I.

Veteres geometrae intra solam geometricam considerationem sectionum conicarum aut aliarum linearum curvarum, ab ipsis examinatarum, substiterunt, neque ad vsus physicos illas adoptare conati sunt. Factum hinc est, vt *Apollonius Pergaeus*, diligentissimus inter antiquos sectionum conicarum scrutator, de foco parabolae, quem hodie vocamus, plane taceat; focos ellipseos autem et hyperbolae appellet non focos, sed *puncta ex comparatione facta*, ex comparatione scilicet aliqua mathematica facta, sine omni respectu ad vsum quendam physicum exinde hauriendum, qui nempe ex natura lucis utilissime hodie potest exinde deriuari. Solus *Euclides* in tractatu de catoptriciis, qui ipsi tribuitur, Propos. III. docet, quo modo radii solares, statutis geometricis obedientes, ignem aliquem excitare possint, dum in focum colliguntur illapsi omnes. Sed, vt felicissimus fuit in ratiociniis geometricis, ita infelix fuit in applicatione hac physica, cum nempe inconsueta illorum seculorum vestigia ingrederetur. Falsum enim speculo circulari focum non assignauit quidem, sed potius ex falsa hypothesis physica illum legitima tamen consequentia deduxit. Sed memoratur etiam *Archimedes* edidisse tractatum de *speculis vstoriiis*, de quo videatur *Fabricius* in bibliothecae graecae lib. III. c. 22.
Verum

40 INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS

Verum hinc videtur esse supposititius ex rationibus in 1. c. allegatis ; vt itaque proxime sit vero , veteres geometras s. i. geometriæ attentos fuisse , physicae autem eandem , vbi facile etiam fieri id potuisset , non applicuisse.

§. 2. Subsequentium deinde seculorum perspicacia , demum maior exorta , oculorum diuisit officia , iussitque vt alter geometriae legibus sit intentus , alter vero physicae simul iussis studeat. Vnde circa medium seculi decimi quinti *Ioannes Regiomontanus* magnum speculum annulare parabolicum causticum ex metallo confectum produxit , quod primum fuit omnium in Germania visorum , testante Celeberr. *Doppelmaiero* , de *mathematicis norinbergensibus* , in vita Regiomontani , p. 23. nec non *bibliothèque germanique* ad 1736. p. 7. Postea etiam *Vittellio* , in *perspectiua* , edita Norinbergae anno 1535 , libro IX , theor. 43 , luculenter ostendit , qua ratione a superficie speculorum parabolicorum ignem possibile sit accendi.

§. 3. Constat igitur hodie , focus actualem et physicum , hoc est , tale punctum geometricum , in quod radii lucis illapsi et a natura curuae collecti ignem excitare possint , dari in duabus sectionibus conicis , parabola nempe ac ellipsi ; cumque punctum hoc , ex concinnitate geometrica , ibi positum sit in axe , vbi applicata orthogonalis parametro curuae est aequalis : hinc factum est , vt auctores aliqui ex hac proprietate focus definiuerint per punctum axeos , in quo ordinatim applicata aequatur parametro , geometricè potius quam physice ; atque dein statuerint , parabolas et ellipses superiores quoque suos habere focos ; quia nimirum in omnibus earum generibus
summis

summis semper fieri potest, vt alicubi ad axem applicetur ordinata, quae parametro sit aequalis. Cupido itaque animum incessit meum sciendi, an curuae hae etiam superiores habeant focum verum et physicum; an vero solum aliquem geometricum, ex proprietate parametri conceptum et fictum, qui caetera frigidus sit. Quod vt obtinerem, conuenientissimum esse duxi inuestigare a priori per methodum tangentium inuersam omnes curuas possibiles, quae focum teneant physicum; adducta sic ad geometriam physica, quae angulum incidentiae angulo reflexionis esse vbiuis aequalem experimentis et rationibus docet et confirmat.

§. 4. Sit igitur problema hoc: assumtis in recta punctis duobus F et f fixis, inuenire curuam MD , quae radios omnes, ex vno puncto F illapfos, sub aequali angulo reflectat in alterum punctum fixum et immutabile f . Ducantur ergo tangens MT , et semiapplicata orthogonalis MP puncti M , distantiaque punctorum datorum Ff bisecetur in C ; quibus factis sint $CF = Cf = m$, $CP = x$, $PM = y$, subtangens $PT = S$, tangens $MT = t$, atque erunt $fP = x - m$, $FP = x + m$, $FT = x + m + S$; tum vero ex theoremate pythagorico $MF = \sqrt{x^2 + 2mx + m^2 + y^2} = v$, et $Mf = \sqrt{x^2 - 2mx + m^2 + y^2} = u$. Tab. II. fig. 4.

§. 5. Iam vero ex trigonometricis erit, posito sinu toto $= 1$, TMP sinus $\frac{t}{r}$, cosinus $\frac{y}{r}$; PMf sinus $\frac{x-m}{u}$, cosinus $\frac{y}{u}$, vnde, ex noto theoremate summae angulorum eruitur sinus summae praecedentium angulorum, hoc est, sinus anguli TMf , vel sinus anguli reflexionis,

Tom. II. Nou. Comment. F =

42 INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS

$= \frac{sy+x-m.y}{tu}$. Est autem porro, demissa ex F in tangentem perpendiculari FR, ob triangula similia MTP et FTR, MT (t) : PM (y) = FT (x+m+s) : RF ($\frac{y \cdot x+m+s}{t}$); vnde deducitur sinus anguli RMF = $\frac{RF}{MF}$ = $\frac{y \cdot x+m+s}{tv}$, qui erit sinus anguli incidentiae.

§. 6. Ob aequalitatem igitur utriusque huius anguli ex physicis desumptam aequalis etiam erit eorum sinus, ex quo haec obtinetur aequatio:

$$\frac{sy+x-m.y}{tu} = \frac{y \cdot x+m+s}{tv}$$

vnde deducitur, facta utrinque diuisione per $\frac{y}{t}$, $\frac{s+x-m}{u}$ = $\frac{s+x+m}{v}$, vel, mutatis hisce symbolis in lineas figurae, $\frac{Tf}{Mf} = \frac{TF}{MF}$, quae proprietas aliqua generalis est, quam curva haec quaesita tenere debet.

§. 7. Vt autem calculus, prolixissimus alias, ad compendium reducatur: pono iam $s+x = P$, atque $x^2 + m^2 + y^2 = Q^2$, vnde habebimus ex proprietate praecedentis paragraphi hanc aequationem,

$$\frac{P-m}{\sqrt{(Q^2-2mx)}} = \frac{P+m}{\sqrt{(Q^2+2mx)}}$$

ex qua, membris quadratis, facta multiplicatione in rucem, deletis terminis se destruentibus, facta diuisione per $2m$, et demum extracta radice, prodit

$$P = \frac{Q^2 + \sqrt{(Q^2 - 4m^2x^2)}}{2x}$$

Est autem ex methodo tangentium *leibnitiana* $s = -\frac{y dx}{dy}$; substitutis igitur in hac praecedenti aequatione terminis legitimis, ab initio assumtis, oritur haec aequatio:

$$x - \frac{y dx}{dy} = \frac{x^2 + m^2 + y^2 + \sqrt{(x^2 - 2m^2x^2 + m^4 + 2x^2y^2 + 2m^2y^2 + y^4)}}{2x}$$

et

et deinceps haec :

$\frac{2x^2 - 2yx dx}{dy} = x^2 + m^2 + y^2 + \sqrt{(xx - mm^2 + 2y^2 \cdot xx + mm + y^4)}$, quae deinde, porro facta reductione, tandem abit in hanc,

$$\frac{x^2 dy - y^2 dy - m^2 dy - 2yx dx}{\sqrt{(xx - mm^2 + 2y^2 \cdot xx + mm + y^4)}} = + dy.$$

§. 8. Quae difficilis aequatio differentialis vt ad integrationem praeparetur, pono primum $x^2 - m^2 = py$, vnde est $x^2 = m^2 + py$, et $2x dx = p dy + y dp$, quibus substitutis habeo

$$\frac{-dy - dp}{\sqrt{(p^2 + 2py + m^2 + y^2)}} = \frac{+ dy}{y},$$

aut vero $\frac{-dy - dp}{\sqrt{(y + p^2 + m^2)}} = \frac{+ dy}{y}$. Accipiatu iam denuo $y + p = z$, vnde $dy + dp = dz$, et aequatio praecedens

mutatur in hanc, $\frac{dz}{\sqrt{(m^2 + z^2)}} = \frac{+ dz}{z}$. Cuius alterum membrum vt ab irrationalitate liberetur, assumo rursus

$\sqrt{(m^2 + z^2)} = 2 + qz$, ex quo descendit $z = \frac{+mq}{1-q^2}$;

$dz = \frac{+mdq + +mq^2 dq}{(1-q^2)^2}$; atque factis his substitutionibus emer-

git tandem $\frac{dz}{\sqrt{(m^2 + z^2)}} = \frac{+dq}{1-q^2}$, vnde obtinetur $\frac{+dq}{1-q^2} = \frac{+dz}{z}$.

$$\frac{dz}{z}$$

§. 9. Haec vltima aequatio differentialis ad mera differentialia logarithmica sic reducitur, si consideretur, esse

$\frac{+dq}{1-q^2} = \frac{dq}{1+q} + \frac{dq}{1-q}$; erit enim ex hac consideratione iam

aequatio data in differentialibus logarithmicis talis, $\frac{dq}{1+q}$

$+ \frac{dq}{1-q} = \frac{+dz}{z}$, quorum logarithmi sumti efficiunt,

$l(1+q) - l(1-q) = lE + ly$, assumta E pro quantitate constante postea determinanda. Et si deinde horum

F 2

logarith-

§§ INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS

logarithmorum fumantur quantitates absolutae, orientur duobus casus, quorum *primus* est $\frac{1+q}{1-q} = Ey$; *secundus* autem $\frac{1+q}{1-q} = \frac{E}{y}$.

§. 10. Est autem (§. 8.) $q = \frac{\sqrt{(4m^2+z^2)}-zm}{z}$, et proinde $1+q = \frac{z+\sqrt{(4m^2+z^2)}-zm}{z}$; $1-q = \frac{z-\sqrt{(4m^2+z^2)}+zm}{z}$, quibus substitutis in aequatione vltima (§. 9.) pro casu primo prodit, $\frac{z-zm+\sqrt{(4m^2+z^2)}}{z+zm-\sqrt{(4m^2+z^2)}} = Ey$; aut vero, coniugatis membris homogeneis, haec $\frac{Ey-1}{Ey+1} z + 2m = \sqrt{(4m^2+z^2)}$. Aut, si membra huius aequationis quadrentur, exsurgit $mEy^2 - m = Eyz$. Sed est (§. 8.) $z = y + p$, et $p = \frac{x^2-m^2}{y}$, ergo $z = \frac{y^2+x^2-m^2}{y}$, quo valore inducto, emergit aequatio ad curuam quaesitam haec, $Ey^2 - \frac{Ex^2}{mE-1} + m = 0$.

§. 11. Restat iam indagandus valor quantitatis constantis, sed indeterminatae adhuc, E, qui ita eruitur. Ex puncto medio C erigatur perpendicularis ad axem CD, eaque vocetur a; manifestum itaque est, si fiat $x=0$, esse $y=a$; vnde eruitur $E = \frac{-m}{a^2}$, et aequatio completae curuae euadit talis, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{m^2+a^2} - 1 = 0$. Ponatur $m^2 + a^2 = A^2$, erit aequatio quaesita haec, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{A^2} - 1 = 0$, vel $A^2y^2 + a^2x^2 = A^2a^2$, aut vero haec, $A^2y^2 = A^2a^2 - a^2x^2$, quae resoluitur in hanc analogiam, $y^2 : a^2 = \frac{A+x}{A-x} : A^2$. Sed haec est aequatio ad solam ellipticam apollonianam, in qua est semiaxis maior $A = \sqrt{(m^2+a^2)} = Df$; semiaxis minor autem $= a = CD$.
Ergo

Ergo casui huic primo satisfacit sola ellipsis apolloniana, in qua ex proprietatibus eiusdem aliunde cognitis est, assumtis libere $Cf = m$, $CD = a$, axis maior $= 2Df$, axis minor $= 2CD$; et puncta F et f sunt eiusdem ellipseos foci physici.

§. 12. Si tractetur similiter casus secundus supra allegatus (§. 9.) in quo est $\frac{1+q}{1-q} = \frac{E}{y}$: habebitur rursus, substituto valore ipsius q , (§. 8.) $\frac{z-2m+\sqrt{(4m^2+z^2)}}{z+2m-\sqrt{(4m^2+z^2)}} = \frac{E}{y}$, quae aequatio, si sumantur quadrata et ordinentur membra, deducitur facile ad hanc, $E+y^2.z = E-y^2.z + 4m(E^2-y^2)$, vel deinde ad hanc simpliciore, $Ey.z = mE^2 - my^2$, vnde deducitur, substituto valore ipsius z (§. 8.), $y^2 + \frac{E^2 x^2}{E+m} - mE = 0$. Ad determinandam autem constantem E iterum obseruatur, si fiat $x = 0$, abire y in a , vnde deducitur ista $E = \frac{a^2}{m}$; et aequatio completa prodit haec, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{m^2+a^2} - 1 = 0$, eadem plane, quae prius, (§. 11.) Vnde intelligitur, in utroque casu non fundari nisi vniam eandemque curuam, ellipsin scilicet apollonianam.

§. 13. Indicauimus supra (§. 6.) curuae quaesitae proprietatem generalem esse, vt habeatur in illa $\frac{Tf}{M} = \frac{TF}{Mf}$; cum autem sciamus nunc, nullam aliam esse curuam quaesitam quam ellipsin ordinariam, habebit etiam haec dictam proprietatem; vnde oritur *theorema conicum* tale: *fit Fig. 5.* ellipseos tangens MT , secans axem productum in T , atque in punctum contingentiae M ex utroque foco ducantur rectae Mf , MF , erit sic $Tf : Mf = TF : MF$. Ex quo porro consequitur etiam hoc conclusum;

F 3.

rium;

46 INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS

tium : nempe si ex F ducatur in tangentem recta FN , parallela ipsi fM : erunt aequales ipsae FN et fM , hoc est, triangulum MFN erit aequicrurum. Nam ob parallelas fM et FN erit $Tf : Mf = TF : NF$; sed ob proprietatem theorematis erit etiam $Tf : Mf = TF : MF$; ergo ex combinata hac proportione erit quoque $MF = NF$. Quod idem vero facilius etiam sic probatur : ob parallelismum linearum Mf , NF est ang. $TMf = \text{ang. } MNF$; sed, ob reflexionem radii, est $TMf = \text{ang. } NMF$; ergo anguli MNF et NMF sunt aequales.

§. 14. Sed vt iam regrediamur ad propositum nostrum, euidentis est ex iis, quae hucusque ostendimus, solam ellipsin ordinariam esse praeditam focus duobus physicis, reliquas omnes vero superiores destitui tali foco physico, quamuis imaginarius aliquis focus tribui ipsis possit ex consideratione parametri (§. 3.) quod tamen punctum ex parametro definitum in omnibus superioribus ellipsis foci nomen non meretur adeoque male his curuis tribuitur, quia facile ad errorem inducendum potest inferuire, quasi nempe hae superiores ellipses etiam focus veris et physicis essent praeditae.

§. 15. Ita ergo etiam in sola illa *ellipsi* ordinaria, in qua focorum alteruter ab altero in infinitum distat, dabitur focus physicus et realis, nimirum in parabola sola apolloniana, in quam radii ab infinita distantia, hoc est, paralleli inter se, incidunt. Ergo excluduntur a foci physici proprietate omnes parabolae superiores, quae solum geometricum aut imaginarium assumere possunt. De hyperbolis vero nihil opus est vt moneam, illas focum habere

habere non collectionis, sed dispersionis radiorum, qualis focus in opticis vocari solet focus virtualis.

§. 16. Parabolas superiores nullum habere, focum physicum, hoc quoque modo offenditur. Sit aequatio ad tales parabolas generalis haec: $a^m x^n = y^{m+n}$, aut vero $a^{\frac{m}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}} = y$, ubi $AP = x$, $PM = y$. Ex methodo tangentium cognoscitur, esse huius parabolae subtangentem $PT = \frac{m+n}{n} x$, adeoque $AT = \frac{m}{n} x$. Ponatur itaque focus talis parabolae in f , et $Af = u$, erit sic $Pf = x - u$, et $Tf = u + \frac{m}{n} x$. Si igitur FM fuerit radius incidens, est angulus a radio reflexo factus $TMf = RMF$, ob rationes opticas. Est vero simul etiam ob parallelas Tf et MF angulus $MTf = RMF$, ergo anguli TMf et MTf aequales, et consequentur triangulum MfT aequicrurum, in quo $Mf = Tf$, vel $Mf^2 = Tf^2$; est autem $Mf^2 = Pf^2 + PM^2$, itaque $x^2 - 2ux + u^2 + a^{\frac{2m}{m+n}} x^{\frac{2n}{m+n}} = u^2 + \frac{2m}{n} ux + \frac{m^2}{n^2} x^2$; ex qua aequatione, abiecto vtrunque u^2 et reductis terminis reliquis, resultat $u = \frac{n}{2m+2n} a^{\frac{2m}{m+n}} x^{\frac{n-m}{m+n}} - \frac{m-n}{2n} x$. Ex hoc valore ipsius u seu Af statim apparet, requiri vt sit $m = n$, si punctum f debeat esse stabile ac fixum, hoc est, si talis parabola debeat habere focum realem et physicum. Erit enim in hoc solo casu tum $u = \frac{n}{2m+2n}$ $a^{\frac{2m}{m+n}}$, siue aequalis quantitati constanti $\frac{1}{2} a$. Sed si statuatur $m = n$, tum aequatio parabolae generalis assumpta $a^m x^n = y^{m+n}$ abit in hanc: $a^m x^m = y^{2m}$, siue extracta

48 INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS

tracta vtrinqve radice exponentis m , mutatur ea in hanc,
 $x = y^m$, quae est ad parabolam apollonii. Ergo in
hac sola haeret focus physicus, neque in vlla alia para-
bolarum superiorum. Falsum itaque est focum physicum
in parabolis superioribus dari illic, vbi $y = \frac{1}{2}a =$ semi
parametro; et male ex hac proprietate geometrica, quae
in parabola infima solum obtinet, concluditur ad superio-
res hasce curvas.

SOLVTIO

SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICIL- LIMI A FERMATIO PROPOSITI.

AVCTORE
L. EYLERO.

§. I.

Quamquam problemata, quae olim soluta difficilia sunt habita, hodie plerumque ob fines analyseos tantopere promotos nihil vel parum difficultatis habere solent; tamen hoc in eo problematum genere, quae ad methodum Diophanti pertinent, non vsu venit. In hac enim analyseos parte post Fermatii tempora, qui plurimum studii et operae in ea felicissimo cum successu consumsit, non solum nihil ultra praestitum esse videtur, sed etiam hoc studium a geometris, qui eum sunt secuti, fere penitus est neglectum. Et si autem ea analyseos pars, in qua mathematici hodie potissimum versantur, ob summam utilitatem, quam ad reliquas scientias atque artes copiosissime affert, omni laude maxime digna est habenda: tamen altera quoque pars, quae in numeris est occupata, et ad problemata indeterminata soluenda adhiberi solet, idcirco minime est contemnenda, cum in ea plerumque summa ingenii vis cernatur atque ab analysta non mediocri sagacitas requiratur.

§. 2. Quae cum ita sint comparata, ea huius generis problemata, quae a Fermatio summopere difficilia sunt iudicata, eadem et hodie non magis facta sunt facilia, hincque studium, quod in eorum solutione ponitur, non male collocatur. Proponit autem Fermatius in anno-

Tom. II. Nou. Comment.

G

tatio-

50 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

tationibus suis ad Diophantum Bacheti sequens problema tanquam solutu difficillimum

Inuenire triangulum rectangulum in numeris rationalibus expressum, cuius uterque cathetus area ipsius trianguli minutus producat numerum quadratum.

Huius ergo problematis sequentes, quas mihi quidem elicere contigit, solutiones in medium afferre visum est,

Praeparatio ad solutionem.

§. 3. Notum est triangulum rectangulum in numeris rationalibus exprimi, si ponatur cathetorum alter $= zab$, et alter $= aa - bb$, tum enim prodibit hypotenu-
sa $= aa + bb$. Generalius catheti ambo poni possunt $\frac{azb}{z}$
et $\frac{aa - bb}{z}$, prodeunte hypotenu-
sa $= \frac{aa + bb}{z}$. Ponam au-
tem, quoniam naturam trianguli rectanguli ultimo loco in
computum vocare expedit,

$$\text{vnum cathetum} = \frac{zx}{z}$$

$$\text{alterum cathetum} = \frac{y}{z}$$

$$\text{eiusque area} = \frac{xy}{z}$$

Ac primo per conditionem problematis hae quantitates

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } \frac{zx}{z} - \frac{xy}{z} \text{ seu } 2xz - xy \\ \text{II. } \frac{y}{z} - \frac{xy}{z} \text{ seu } yz - xy \end{array} \right\} \text{ quadrata effici debent.}$$

Tum vero, quia hypotenu-
sa fit $= \frac{\sqrt{(4xz + y^2)}}{z}$, haec quan-
titas

$$\text{III. } 4xz + yy \text{ reddi debet quadratum}$$

§. 4. Quoniam hae ambae quantitas $2xz - xy$ et
 $yz - xy$ esse debent quadrata, earum productum pariter
erit quadratum. Ordior ergo a producto,

$$2xy$$

$$2xyz - 2xyx = xyyz + xxyy$$

quod quadratum reddi debet, ponoque eius radicem = $xy - \frac{p}{q}yz$, vt ex euolutione valor ipsius z commode defini queat, fiet autem

$$2xyz - 2xyx - xyyz + xxyy = xxyy - \frac{2p}{q}xyyz + \frac{pp}{qq}yyzz$$

Ac deleto vtrunque termino communi $xxyy$ et reliqua aequatione per yz diuisa obtinebitur

$$2xz - 2xx - xy = -\frac{2p}{q}xy + \frac{pp}{qq}yz$$

$$\text{vnde fit } z = \frac{2qqxx + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy}$$

§. 5. Inuento iam valore ipsius z , fiet

$$2z - y = \frac{4qqxx - 4pqxy + pp^2yy}{2qqx - ppy} = \frac{(2qx - py)^2}{2qqx - ppy}$$

$$z - x = \frac{ppxy + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy} = \frac{xy(p - q)^2}{2qqx - ppy}$$

hincque porro habebitur:

$$2xz - xy = \frac{x(2qx - py)^2}{2qqx - ppy} = \frac{xx(2qx - py)^2}{2qqxx - ppxy}$$

$$yz - xy = \frac{xyy(p - q)^2}{2qqx - ppy} = \frac{xyy(p - q)^2}{2qqxx - ppxy}$$

Quarum quantitarum cum vtraque esse debeat quadratum, hoc efficietur, dummodo communis denominator: $2qqxx - ppxy$ fiat quadratum. Ponatur in hunc finem $2qqxx - ppxy = rrx$, ac diuisione facta per x erit $(2qq - rr)$

$$x = ppy, \text{ et } \frac{x}{y} = \frac{pp}{2qq - rr}$$

§. 6. Sufficiet autem ad nostram solutionem nosse relationem inter x et y , quia in calculum iam introductus est communis denominator z , quare ponere licebit:

$$x = pp \text{ et } y = 2qq - rr$$

$$\text{vnde fiet } z - x = \frac{pp(2qq - rr)(p - q)^2}{pprr} \text{ ideoque}$$

G 2

x =

24

52 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

$$z = pp + \frac{(2qq - rr)(p - q)^2}{rr}$$

ideoque superest tantum, ut $4xx + yy$ reddatur quadratum, vnde sequens expressio debet esse quadratum

$$4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$$

vnde sequentes solutiones particulares adornabuntur.

Solutio prima.

§. 7. Quoniam igitur quaestio huc est reducta, ut pro litteris p, q, r eiusmodi valores assignentur, qui hanc expressionem

$$4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$$

reddant quadratum, solutio generalis, quae omnes omnino valores idoneos harum litterarum complectatur, tradi nequit. Cum igitur solutionibus specialibus acquiescere debeamus, ponam primo radicem huius expressionis esse $= 2pp + rr$, ut termini $4p^4$ et r^4 vtrinque se destruant, ac prodibit haec aequatio

$$4q^4 - 4qqrr = -4pprr$$

vnde fit $pp = -\frac{qq}{rr}(qq - rr)$, et habebimus

$$\text{vel } p = \frac{q}{r} \sqrt{(qq - rr)} \text{ vel } p = \frac{q}{r} \sqrt{(rr - qq)}$$

§. 8. Priori formulae $p = \frac{q}{r} \sqrt{(qq - rr)}$ satis fit ponendo $q = cc + dd$, et $r = 2cd$, vnde fit $p = \frac{(cc + dd)(cc - dd)}{2cd}$

Ex his ergo valoribus:

$$p = (cc + dd)(cc - dd)$$

$$\text{seu } q = 2cd(cc + dd)$$

$$r = 4ccdd$$

$$q =$$

$$\begin{array}{l|l}
 q = cc + dd & x = pp \\
 r = 2cd & y = 2qq - rr \\
 p = \frac{(cc + dd)(cc - dd)}{2cd} & \text{erit } \sqrt{4xx + yy} = 2pp + rr \\
 & z = x + \frac{y(-q)^2}{rr}
 \end{array}$$

quibus inuentis erit pro triangulo rectangulo quaesito :

I. cathetus = $\frac{2x}{z}$, II. cathetus = $\frac{2y}{z}$

Exemplum. i.

§. 9. Sit $c = 2$, et $d = 1$, ac prodibunt hi valores :

$p = 5 \cdot 3 = 15$; $x = 225$

$q = 4 \cdot 5 = 20$; $y = 544$

$r = 4 \cdot 4 = 16$; $z = 225 + \frac{544 \cdot 25}{256} = \frac{25 \cdot 89}{8} = \frac{2225}{8}$

atque $\sqrt{4xx + yy} = 2pp + rr = 706$

ex quibus conficitur hoc triangulum rectangulum in numeris :

I. cath. $\frac{2x}{z} = \frac{144}{89}$; II. cath. $\frac{2y}{z} = \frac{4352}{25 \cdot 89}$; III. hypot. $= \frac{5648}{25 \cdot 89}$

area ergo erit $= \frac{72 \cdot 4352}{25 \cdot 89^2}$, et problemati ita fatifit.

I. cath. - area $= \frac{144}{25 \cdot 89^2} (25 \cdot 89 - 2176) = \frac{144 \cdot 49}{25 \cdot 89^2} = \left(\frac{1207}{5 \cdot 89}\right)^2$

II. cath. - area $= \frac{4352}{25 \cdot 89^2} (89 - 72) = \frac{17 \cdot 17 \cdot 256}{25 \cdot 89^2} = \left(\frac{16 \cdot 17}{5 \cdot 89}\right)^2$

Exemplum. 2.

§. 10. Sit $c = 3$, et $d = 1$, ac sequentes prodibunt valores

$p = 10 \cdot 8$

$p = 20$

$q = 6 \cdot 10$ qui per 4 diuisi ad minores $q = 15$

$r = 6 \cdot 6$ terminos hos reducuntur $r = 9$

54 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

ex his fit $x = 400$; $y = 369$; et $z = \frac{4625}{9}$; $\sqrt{(4xx + yy)} = 881$; vnde triangulum rectangulum erit

$$\text{I. cath. } \frac{2x}{z} = \frac{370}{185}; \text{ II. cath. } \frac{y}{z} = \frac{81 \cdot 41}{25 \cdot 185}; \text{ III. hyp.} = \frac{5 \cdot 891}{25 \cdot 185}$$

atque area $= \frac{16 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 41}{25 \cdot 185^2}$; quare problemati ita satisfit:

$$\text{I. cath.} - \text{area} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 185 - 16 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 41}{25 \cdot 185^2} = \frac{16 \cdot 9 \cdot 5920}{25 \cdot 185^2} = \left(\frac{47 \cdot 77}{5 \cdot 185} \right)^2$$

$$\text{II. cath.} - \text{area} = \frac{81 \cdot 41 \cdot 185 - 16 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 41}{25 \cdot 185^2} = \frac{81 \cdot 41 \cdot 41}{25 \cdot 185^2} = \left(\frac{5 \cdot 41}{5 \cdot 185} \right)^2$$

Solutio secunda.

§. 11. Sumatur ex solutione praecedente casus posterior $p = \frac{q}{r} \sqrt{(rr - qq)}$, qui requirit hos valores:

$$\left. \begin{aligned} r &= cc + dd \\ q &= 2cd \\ p &= \frac{2cd(cc - dd)}{cc + dd} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r &= (cc + dd)^2; \quad x = pp \\ \text{feu } q &= 2cd(cc + dd); \quad y = 2qq - rr \\ p &= 2cd(cc - dd); \quad \sqrt{(4xx + yy)} = 2pp - rr \end{aligned}$$

et vt ante $z = x + \frac{y(p - q)^2}{rr}$

Quia autem esse debet $2qq > rr$ erit $8cdd > (cc + dd)^2$ et $2cd\sqrt{2} > cc + dd$, seu $0 > cc - 2cd\sqrt{2} + dd$, quod huc redit, vt sit $dd > (c - d\sqrt{2})^2$; ergo vel $d > c - d\sqrt{2}$ seu $\frac{d}{c} > \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$

$$\text{vel } d > d\sqrt{2} - c \text{ seu } \frac{d}{c} < \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

Ergo si $d = 1$ necesse est vt sit vel $c < \sqrt{2} + 1$ vel $c > \sqrt{2} - 1$. At est $c > 1$, vnde semper erit $c > \sqrt{2} - 1$, et $2qq - rr$ fiet quantitas positua. Erit itaque

$$\text{I. cath.} = \frac{2x}{z}; \text{ II. cath.} = \frac{y}{z} \text{ et III. hypot.} = \frac{\sqrt{(4xx + yy)}}{z}$$

Exemplum. 1.

§. 12. Sit $c = 2$, et $d = 1$, ac prouenient hi valores;

$$r =$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 5 \cdot 5 = 25 \\ q = 4 \cdot 5 = 20 \\ p = 4 \cdot 3 = 12 \end{array} \right\} \text{hincque } \left\{ \begin{array}{l} x = 144 \\ y = 175 \\ \sqrt{(4xx + yy) = 337} \end{array} \right.$$

$$\text{atque } z = 144 + \frac{175 \cdot 64}{625} = \frac{4048}{25}$$

Vnde trianguli quaesiti erit

$$\text{I. cath.} = \frac{2x}{z} = \frac{288 \cdot 25}{4048} = \frac{18 \cdot 25}{253} = \frac{450}{253}$$

$$\text{II. cath.} = \frac{y}{z} = \frac{25 \cdot 175}{4048} = \frac{4375}{4048}$$

$$\text{III. hypot.} = \frac{\sqrt{(4xx + yy)}}{z} = \frac{25 \cdot 337}{4048} = \frac{8425}{4048}$$

$$\text{Area itaque erit} = \frac{225 \cdot 4375}{253 \cdot 4048} = \frac{225 \cdot 4375}{16 \cdot 253^2}$$

Vnde problemati hoc modo satisfit, vt fit :

$$\text{I. cath.} - \text{area} = \frac{225(32 \cdot 253 - 4375)}{16 \cdot 253^2} = \frac{225 \cdot 61}{16 \cdot 253^2} = \left(\frac{15 \cdot 61}{4 \cdot 253} \right)^2$$

$$\text{II. cath.} - \text{area} = \frac{25(175 \cdot 253 - 9 \cdot 4375)}{253 \cdot 4048} = \frac{25 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 28}{16 \cdot 253^2} = \left(\frac{25 \cdot 14}{4 \cdot 253} \right)^2$$

Exemplum. 2.

§. 13. Sit $c = 3$ et $d = 1$, ac prodibunt hi valores :

$$\left. \begin{array}{l} r = 10 \cdot 10 \\ q = 6 \cdot 10 \\ p = 6 \cdot 8 \end{array} \right| \left. \begin{array}{l} r = 25 \\ q = 15 \\ p = 8 \end{array} \right\} \text{hincque } \left\{ \begin{array}{l} x = 144 \\ y = 175 \\ \sqrt{(4xx + yy) = 337} \end{array} \right.$$

qui valores cum sint iidem, qui in exemplo praecedente, hinc nulla noua oritur solutio. Maiores autem numeros pro c et d non substituo, quod inde nimis complicati valores pro x , y et z prodeunt; praecipua enim cura in hoc debet poni, vt triangula in minimis, quantum fieri potest, numeris expressa reperiantur.

Solutio

Solutio tertia.

§. 14. Cum $4xx + yy = 4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$ esse debeat quadratum, eius radicem ponamus hic $= 2pp + 2qq$, ut sit $\sqrt{4xx + yy} = 2pp + 2qq$; atque prodibit haec aequatio $r^4 - 4qqrr = 4ppq$; unde fit $pp = \frac{r^4 - 4qqrr}{4q}$ et vel $p = \frac{r}{4q} \sqrt{2rr - 8qq}$ vel $p = \frac{r}{4q} \sqrt{8qq - 2rr}$ Quia vero ob $y = 2qq - rr$ esse oportet $2qq > rr$, prior valor erit inutilis, habebimusque

$$p = \frac{r}{4q} \sqrt{8qq - 2rr}; \quad x = pp; \quad y = 2qq - rr;$$

$$\text{et } \sqrt{4xx + yy} = 2pp - 2qq$$

atque ut ante $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$. Erit ergo

$$\text{I cathetus} = \frac{zx}{z}; \quad \text{II cath.} = \frac{y}{z}; \quad \text{hypot.} = \frac{\sqrt{4xx + yy}}{z}$$

Nunc ergo huc devenimus, ut $8qq - 2rr$ reddatur quadratum: fit eius radix $= \frac{c}{d}(2q + r)$ eritque $4q - 2r = \frac{cc}{dd}(2q + r)$ seu $4ddq - 2ddr = 2ccq + ccr$, hincque $q = cc + 2dd$ et $r = 4dd - 2cc$; $2q + r = 8dd$ atque $\sqrt{8qq - 2rr} = 8cd$, hincque $p = \frac{cd(2dd - cc)}{2dd + cc}$ Quare in integris multiplicando per $2dd + cc$ fiet

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{4cd(2dd - cc)}{2dd + cc} \\ q &= (2dd + cc)^2 \\ r &= 2(2dd - cc)(2dd + cc) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= pp \\ y &= 2qq - rr \\ \sqrt{4xx + yy} &= 2pp - 2qq \end{aligned}$$

$$z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$$

Exemplum. I.

§. 15. Sit $c = 1$; $d = 1$, erit:

$$p =$$

$$p = 4; x = 16$$

$$q = 9; y = 126 \text{ et } z = 16 + \frac{126 \cdot 25}{36} = \frac{207}{2} = \frac{9 \cdot 23}{2}$$

$$r = 6; \sqrt{(4xx + yy)} = 130$$

$$\text{I cath. } \frac{64}{207}; \text{ II cath. } = \frac{252}{207}; \text{ III hypot. } = \frac{260}{207}$$

$$\text{Area vero erit } = \frac{64 \cdot 126}{207 \cdot 207} = \frac{64 \cdot 14}{5 \cdot 23^2} : \text{ sicque fiet}$$

$$\text{I. cath. - area } = \frac{64}{5 \cdot 23^2} (23 - 14) = \frac{64}{23^2} = \left(\frac{8}{23}\right)^2$$

$$\text{II. cath. - area } = \frac{252 \cdot 23 - 64 \cdot 14}{5 \cdot 23^2} = \frac{28 \cdot 175}{5 \cdot 23^2} = \frac{4 \cdot 7^2 \cdot 5^2}{9 \cdot 23^2} = \left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 23}\right)^2$$

Hocque exemplum sine dubio in numeris minimis existit, vti deinceps ostendam.

Exemplum. 2.

§. 16. Quia debet esse $2qq > rr$, oportet vt fit $\frac{q}{d} > 2 - \sqrt{2}$; nihilque refert, siue fit $2dd > cc$ siue minus, quia nihil obstat, quo minus p, q, r , esse queant numeri negatiui.

Sit igitur $d = 2; c = 3$; erit $2dd - cc = -1$; $2dd + cc = 17$ atque

$$\begin{array}{l|l} p = -24. \quad 1 = -24 & x = 576 \\ q = 17. \quad 17 = 289 & y = 2 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 17^2 \\ r = -2 \cdot 17 = -34 & \sqrt{(4xx + yy)} = 2 \cdot 5 \cdot 53 \cdot 313 \\ z = \frac{90983}{2} & \end{array}$$

$$\text{I. cath. } = \frac{2304}{90983}; \text{ II. cath. } = \frac{28 \cdot 41 \cdot 17^2}{9 \cdot 983}; \text{ III. hyp. } = \frac{4 \cdot 5 \cdot 53 \cdot 313}{9 \cdot 983}$$

§. 17. In his omnibus exemplis notari meretur, perinde esse, siue litterarum c et d valores capiantur affirmatiui, siue negatiui, inde enim tantum valores p , vel q , vel r prodeunt negatiui; neque propterea valores x et

38 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

y alterantur. Verum valor ipsius z variationem subit ex quo pro z semper duplex valor assignari poterit, alter qui iam est exhibitus $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$ alter vero $z = x + \frac{y(p+q)^2}{rr}$: sicque ob duplicem valorem ipsius z singula exempla allata duplicabuntur.

§. 18. Huiusmodi solutiones particulares plures adhuc elicere licet, dum aliae idoneae quantitates pro radice quadrata huius formae $4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$ assumuntur. Veluti si haec radix ponatur $rr + 2qq + 2pp$, obtinebitur haec aequatio $-4qqrr = 4qqrr + 4pp(2qq + rr)$, seu $pp(2qq + rr) = +2qqrr$; vnde patet signum inferius valere, esseque $\sqrt{(4xx + yy)} = rr + 2qq - 2pp$, existente vel $p = \frac{2qr}{\sqrt{2(2qq + rr)}}$ vel $q = \frac{pr}{\sqrt{2(rr - pp)}}$ quae formulae iam facile rationales redduntur. Hic ergo si ponatur $r = 3$, $p = 1$, erit $q = \frac{3}{4}$, et in integris

$$\begin{array}{l|l} p = 4 & x = 16 \text{ qui casus ob } y \text{ negatiuum} \\ q = 3 & y = -126 \text{ non conuenit quaestioni} \\ r = 12 & \sqrt{(4xx + yy)} = 130 \end{array}$$

§. 19. Quoniam cardo quaestionis in hoc versatur, ut haec expressio reddatur quadratum, $4p^4 + (2qq - rr)^2$, potest hoc generaliter ita effici, ut eius radix ponatur $= 2qq - rr + \frac{2m}{n}pp$, vnde fiet $pp = \frac{m}{n}(2qq - rr) + \frac{mm}{nn}pp$ seu $(nn - mm)pp = mn(2qq - rr)$, et $p = \sqrt{\frac{mm(2qq - rr)}{nn - mm}} = mn \sqrt{\frac{2qq - rr}{mn(nn - mm)}}$, cui conditioni satisfiet eiusmodi numeros pro m et n quaerendo, ut sit $mn(nn - mm)$ numerus huius formae $2ff - gg$. Verum haec solutio facilius obtinetur ex ipsa praeparatione ad solutionem tradita, quae, si recte tractetur, omnes solutiones non solum in-

in se complectitur; sed etiam solutiones in minoribus numeris omnes commode exhibet. Eam data opera evoquam.

Solutio generalis.

§. 20. Assumtis cathetis trianguli quaesiti $\frac{ax}{z}$ et $\frac{y}{z}$ ponatur statim, ut anguli recti ratio habeatur:

$x=ab$; $y=aa-bb$; eritque trianguli

I. cath. $=\frac{ab}{z}$; II. cath. $=\frac{aa-bb}{z}$. hypot. $=\frac{aa+bb}{z}$

et area huius trianguli erit $=\frac{ab(aa-bb)}{z^2}$

Inuenimus autem primo (§. 4.)

$$z = \frac{2qqxx + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy}$$

seu $z = x + \frac{xy(p-q)^2}{2qqx - ppy}$

Vel, quia q tam negatiue quam affirmatiue accipere licet, erit

$$z = x + \frac{xy(p+q)^2}{2qqx - ppy}$$

existente $x=ab$ et $y=aa-bb$.

§. 21. Tum vero (§. 5.) hanc quantitatem x et y indolem inuenimus, ut sit $2qqxx - ppxy = rrxx$, unde

$$\text{fit } z = x + \frac{y(p+q)^2}{rr} = ab + \frac{(aa-bb)(p+q)^2}{rr}$$

Nihil aliud ergo efficiendum restat, nisi ut haec aequatio $2qqxx - ppxy = rrxx$, seu haec:

$$xy = \frac{x^2}{pp} (2qq - rr) \text{ conficiatur.}$$

Vbi cum sit $xy=ab(aa-bb)$, eiusmodi numeros pro a et b inuestigari oportet, ut fiat $ab(aa-bb)$ numerus huius formae $2ff-gg$, seu $(2ff-gg)bb$.

H 2

§. 22.

80 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

§. 22. Ponamus igitur pro a et b iam huiusmodi valores esse erutos, vt fit

$$ab(aa-bb) = (2ff-gg)bb$$

Cum igitur ob $x=ab$ fit :

$$(2ff-gg)bb \frac{aabb}{pp} (2qq-rr)$$

hinc statim sponte se prodit

$$\frac{abq}{p} = fb \text{ et } \frac{abr}{p} = gb$$

fit ergo $p=ab$ erit $q=fb$ et $r=gb$

$$\text{atque } z = ab + \frac{(aa-bb)(ab+fb)^2}{ggbb}$$

Eruntque trianguli rectanguli quaesiti latera :

$$\text{I. cath.} = \frac{2ab}{z} = \frac{2abggbb}{2abggbb + (aa-bb)(ab+fb)^2}$$

$$\text{II. cath.} = \frac{aa-bb}{z} = \frac{(aa-bb)ggbb}{2abggbb + (aa-bb)(ab+fb)^2}$$

$$\text{III. hypot.} = \frac{aa+bb}{z} = \frac{(aa+bb)ggbb}{2abggbb + (aa-bb)(ab+fb)^2}$$

§. 23. Possunt etiam ex huiusmodi valoribus ipsarum a et b quibusuis innumerabilia triangula rectangula, quae quaesito satisfaciant, erui. Posito enim $p=ab$, si fit $ab(aa-bb) = (2ff-ggbb)$, erit

$$(ff-ggbb) = 2q-rr$$

$$\text{seu } 2(ffbb-qq) = ggbb-rr$$

Ponatur $2(fb+q) \frac{m}{n} (gb+r)$ eritque $fb-q = \frac{n}{m} (gb-r)$

et hinc reperietur :

$$(2ff$$

$$q = \frac{2mngb - (2nn + mm)fb}{2nn - mm}$$

$$r = \frac{(2nn + mm)gb - 4mnfb}{2nn - mm}$$

Vel in numeris integris erit

$$p = (2nn - mm)ab$$

$$q = 2mngb - (2nn + mm)fb$$

$$r = (2nn + mm)gb - 4mnfb$$

§. 24. Inuentis sic valoribus his p , q , et r , erit

$$z = \frac{abrr + (aa - bb)(p + q)^2}{rr}$$

atque trianguli quaesiti latera erunt:

I. cath. = $\frac{2ab}{z}$; II. cath. = $\frac{aa - bb}{z}$ et III. hyp. = $\frac{aa + bb}{z}$

vnde pro singulis idoneis valoribus ipsarum a et b , vt sit $ab(aa - bb) = (2ff - gg)hb$, ob m et r numeros pro arbitrio assumendos, innumerabilia triangula exhiberi poterunt.

§. 25. Quoniam igitur totum negotium huc redit, vt pro a et b eiusmodi numeri assumantur, vt productum $ab(aa - bb)$ siue $ab(a + b)(a - b)$ fiat numerus huius formae $(2ff - gg)hb$. Quo hoc facilius effici possit, indolem numerorum, qui in hac forma generali $(2ff - gg)hb$ seu hac $2tt - uu$ continentur, attentius considerari conueniet. Ac primo quidem perspicuum est, in forma $2tt -$

62 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

— uu contineri omnes numeros quadratos, quippe qui prodeunt, si $u=t$; tum vero etiam in hac forma continentur omnes numeri quadrati duplicati, ponendo $u=0$. Praeterea vero infiniti alii occurrunt numeri, qui vsque ad 200 sunt sequentes:

1, 2, 4, 7, 8, 9, 14, 16, 17, 18, 23, 25, 28, 31, 32, 34, 36, 41, 46, 47, 49, 50, 56, 62, 63, 64, 68, 71, 72, 73, 79, 81, 82, 89, 92, 94, 97, 98, 100, 103, 112, 113, 119, 121, 124, 126, 127, 128, 136, 137, 142, 144, 146, 151, 153, 158, 161, 162, 164, 167, 169, 175, 178, 184, 188, 191, 193, 194, 196, 199, 200.

§. 26. Si numeri primi considerentur, qui continentur, ii non solum omnes in hac forma $8m + 1$ continentur, sed etiam vicissim omnes numeri primi in hac gemina forma $8m + 1$ contenti ibi occurrunt, ideoque in forma $2tt - uu$ comprehenduntur. Praeterea vero horum numerorum primorum dupla adsunt; item eorum producta, tam per quosuis numeros quadratos, quam per se ipsos; nec non horum productorum dupla. Qua proprietate animaduersa non difficile erit hos numeros quo vsque libuerit continuare.

§. 27. Hinc porro colligitur numeros non primos in forma $2tt - uu$ contentos alios diuisores, qui quidem inter se sint primi, non admittere, nisi qui ipsi sint numeri in eadem forma $2tt - uu$ contenti. Quare cum productum $ab(a+b)(a-b)$ esse debeat numerus formae $2tt - uu$,

— uu , hique factores $a, b, a + b, a - b$, sint vel primi inter se vel ad summum binarium pro communi diuifore habeant, qui ipsi in forma $2tt - uu$ continentur, necesse est, vt hi singuli factores $a, b, a + b, a - b$ sint numeri eiusdem formae $2tt - uu$. Quo cognito ex tabula tradita non erit difficile idoneos valores pro a et b excerpere, vt non solum a et b sed etiam $a + b$ et $a - b$ in eadem tabula existant.

§. 28. Quod si autem a, b , et $a + b, a - b$ singuli sint numeri formae $2tt - uu$, tum quoque eorum productum $ab(a + b)(a - b)$ in eadem forma continebitur, quod generatim ita ostendi potest: sint propositi duo numeri huius formae, velut $2aa - \mathfrak{E}\mathfrak{E}$ et $2\gamma\gamma - \delta\delta$ erit eorum productum $(2aa - \mathfrak{E}\mathfrak{E})(2\gamma\gamma - \delta\delta) = (2a\gamma + \mathfrak{E}\delta)^2 - 2(\mathfrak{E}\gamma + a\delta)^2 = 2(2a\gamma + \mathfrak{E}\gamma + a\delta + \mathfrak{E}\delta)^2 - (2a\gamma + 2\mathfrak{E}\gamma + 2a\delta + \mathfrak{E}\delta)^2$. Est enim generaliter

$$xx - 2yy = 2(x + y)^2 - (x + 2y)^2$$

ita vt hae duae formae $2tt - uu$ et $tt - 2uu$ inter se congruant. Cum igitur productum ex duobus numeris formae $2tt - uu$ facile ad eandem formam reuocetur, etiam si quotcunque numeri huius formae in se inuicem multiplicentur, eorum productum in eadem forma comprehendendi reperietur

§. 29. Tribuatur ergo primo ipsi b valor quidam ex tabula numerorum allata (§. 25), et in eadem tabula facile dispicietur, vtum insint tres numeri $a - b, a, a + b$, qui differant illo numero b . Verum hanc tabulam inspicienti mox patet pro b vel numeros impares, vel per 8 diuifi-

64 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

diuisibiles tantum assumi posse, siquidem a et b numeri debent esse inter se primi. Huiusmodi igitur valoribus pro b substitutis, pro a sequentes prodibunt valores.

b	valores ipsius a
1	8, 17, 63, 72, 127,
7	9, 16, 25, 144,
8	9, 17, 71, 81, 89, 161,
9	16, 23, 25, 32, 41, 73, 103, 112, 128, 137, 184,
16	25, 47, 63, 97, 137, 153,
17	64, 81, 144, 161,
23	41, 121, 144,
25	56, 72, 119, 128, 137, 144, 153, 169,
31	32, 63, 72, 81, 113, 144,
32	41, 49, 81, 121,
41	72, 103, 112, 153,
47	56, 72, 79, 81, 97, 128, 144,
49	72, 113, 146,
56	81, 97, 137,
63	64, 79, 136,
71	73,
72	79, 89, 97, 103, 119, 121
73	89
79	—
81	97, 112, 113

Ex-

Exemplum. 1.

§. 30. Quo vsus huius tabulae ad solutionem problematis clarius appareat, fit $b=1$; $a=8$, eritque:
 $ab=8$; $aa-bb=63$; $ab(aa-bb)=8.9.7=4.9.14$
 Fiet ergo $4.9.14=bb(2ff-gg)$, ideoque $b=6$
 et $2ff-gg=14$, vnde colligitur $f=3$, $g=2$, et ex §. 23 obtinebimus.

$p=8(2nn-mm)$; $q=24mn-18(2nn+mm)$; $r=12(2nn+mm)-72mm$
 qui sublato communi diuisore 2, erit

$$p = 8nn - 4mm$$

$$q = 12mn - 18nn - 9mm; r = 12nn + 6mm - 36mm$$

$$p + q = 12mn - 10nn - 13mm$$

$$-p + q = 12mn - 26nn - 5mm$$

$$\text{et } z = 8 + \frac{63(p+q)^2}{rr}$$

Hinc ergo innumerabiles prodeunt valores ipsius z , ex quorum quouis conficitur triangulum rectangulum.

I. cath. $= \frac{16}{z}$; II. cath. $= \frac{63}{z}$; III. hypot. $= \frac{65}{z}$

Casusque omnium simplicissimus oritur ponendo $n=0$ et

$m=1$, vnde fit $r=6$, $p+q = \frac{5}{12}$, et $z = 8 + \frac{7}{4} \cdot \frac{25}{169}$

ergo vel $z = \frac{207}{4}$ vel $z = \frac{1215}{4}$, quorum valorum prior est pro casu simplicissimo iam §. 15. exposito.

Exemplum. 2.

§. 31. Cum pro quibusque valoribus litterarum a et b infiniti exhiberi possint valores idonei ipsius z , quorum inuentio nulla difficultate laborat per ea, quae §. §. 23 & 24 sunt tradita, hic tantum valorem §. 22 datum, $z =$

66 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

$ab + \frac{(aa-bb)(ab+fb)^2}{ggbb}$ adhibere sufficiet, ob $ab(aa-bb) = (2ff-gg)bb$; vnde erunt trianguli catheti, I = $\frac{2ab}{z}$; II = $\frac{aa-bb}{z}$ et hypoth. = $\frac{aa+bb}{z}$. Sit igitur $b=7$ et $a=9$ erit $ab=63$; $aa-bb=32$, et $ab(aa-bb) = 63 \cdot 32 = 16 \cdot 9 \cdot 14 = (2ff-gg)bb$, vnde fiet $b=12$; $f=3$ et $g=2$; ergo $z = 63 + \frac{32(63+36)^2}{24 \cdot 24}$ seu $z = 63 + \frac{2(27+4)^2}{2}$; ideoque vel $z = \frac{207}{2}$ vel $z = \frac{1215}{2}$ consequenter triangulum quaesitum erit vt ante:

I cath. = $\frac{126}{207}$; II cath. = $\frac{64}{207}$ III hypot. = $\frac{260}{207}$.

Exemplum. 3.

§. 32. Quo vsus tabulae §. 29. exhibitae clarius perspicatur, sumamus pro a et b maiores numeros, sitque $b=41$ et $a=112$, vt sit $ab=7 \cdot 16 \cdot 41$; $aa-bb=71 \cdot 9 \cdot 17$ erit $ab(aa-bb) = 16 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = (2ff-gg)bb$, et $b=12$ atque $7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = 2ff-gg$. At est $7=3^2-2 \cdot 1^2$; $17=2 \cdot 3^2-1^2$; $41=7^2-2 \cdot 2^2$; $71=2 \cdot 6^2-1^2$, vnde fit $7 \cdot 41 = (21+2 \cdot 2)^2-2(6+7)^2 = 17^2-2 \cdot 1^2 = 2 \cdot 16^2-15^2$; $17 \cdot 71 = (2 \cdot 18+1)^2-2(6+3)^2 = 35^2-2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 32^2-29^2$. Atque $7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = (17 \cdot 35-2 \cdot 3)^2-2(51-35)^2 = 589^2-2 \cdot 16^2$; ergo $7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = 2 \cdot 573^2-557^2$. Haec autem reductio ad formam $2tt-uu$ infinitis aliis modis fieri potest, quorum simplicissimus est hic:

$7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = 2 \cdot 417^2-37^2$ vt sit $f=417$ et $g=37$.

Ergo

Ergo ob $b=12$ erit $fb=12.3.139$ et $gb=12.37$.

$$\text{ideoque } z = 16.7.41 + \frac{9.17.71(16.7.41 + 4.9.139)^2}{16.9.37.37}$$

$$\text{feu } z = 16.7.41 + \frac{17.71(4.7.41 - 9.17.9)^2}{37.37}$$

$$\text{vel } z = 16.7.41 + \frac{17.71.103.103}{37.37} = \frac{19091511}{1369}$$

Ex quo obtinebitur triangulum rectangulum :

I. cath. $= \frac{9184.1369}{19091511}$

II. cath. $= \frac{10863.1369}{19091511}$

III. hyp. $= \frac{14225.1369}{19091511}$

19091511



DE NVMERIS PERFECTIS.

AVCTORE

C. N. de Winsheim.

§. 1.

Qui numeros perfectos vel ipsi inuenire, aut ab aliis iam inuentos examini subiicere gestiunt, ii ante omnia probe perspecta habere debent, quid per *numeros primos, perfectos, abundantes* aut *diminutos* intelligant mathematici, modumque ab iis praescriptum, mediante quo numeri determinandi sunt perfecti, scire tenentur.

§. 2. Numerus *primus* per 11. def. VII. est, quem sola vnitas metitur, contra distinguitur composito, quem praeter vnitatem alius numerus metitur.

Exinde sequitur, si numerus quidam impar, speciem primi mentiatur aut pro tali habitus sit ab aliis, statim cessare esse primum, simulac demonstrari potest illum per alium quemcumque numerum imparem, esse diuisibilem.

§. 3. Numerus *perfectus* per 22. def. VII. est qui suis ipsius partibus est aequalis.

Scilicet, illi numeri, quorum diuisores partes scilicet aliquotae, omnes (haud neglecta vnitae, quae et hic in computum venit) sibi inuicem additi, eos exacte restituunt, perfecti appellantur, quales sunt v. c. 6. et 28. quippe quorum partes aliquotae huius 1 et illius 1 eos

2	2
4	3
7	6
14	6
28	28

iterum producant

§. 4.

§. 4. Numerus, qui suis ipsius partibus minor est, sicuti 12. cuius partes seu diuifores 1 sibi additi maio-

2
3
4
6
—
16

rem numerum producant, *abundans* appellatur, quoniam abundat diuiforibus et eorum plures habet, quam ad eum restituendum requiruntur.

Diminutus autem, qui maior est suis partibus aliquoties in vnam summam collectis, qualis est numerus 15. cuius diuifores seu partes ipsum metientes, quales sunt 1 ipsum

3
5
—
9

restituere non valent.

§. 5. Exinde sequitur, tametsi numeri cuiusdam diuifores per binarium producti, et haud neglecta vnitatem in vnam summam collecti, illum exacte restituant, cum tamen tamdiu pro perfecto haberi non possent, donec probetur, illum non alios, praeter adductos, agnoscere diuifores.

Sit e. g. datus numerus 120. si diuidatur per potestates binarii 1 120 omnes hi diuifores

2 60
4 30
8 15

60 + 30 + 15 + 8 + 4 + 2 + 1 cum exacte restituere

13

stituere

stituerent videntur et sic speciem perfecti producere, aut quoniam insuper alios admittit diuisores $3 + 5 + 6 + 10 + 12 + 20 + 24 + 40$ qui ipsum pariter restituant, ergo non perfectis sed abundantibus accensendus erit.

Scilicet numerus semper erit abundans, quando numerus impar, productus numeri perfecti, non est primus sed compositus, tunc enim *ad minimum* praeter partes aliquotas e progressionem dyadica oriundas, tot adhuc alteras admittit partes, quot indicantur per duplum potentiae binarii, ad quam numerus hic compositus est eleuatus. Sic in praecedenti exemplo $2^4 - 1$. Seu $1 + 2 + 4 + 8 = 15$. quoniam binarius hic ad quartam potentiam eleuatus erat, ideo adhuc bis quatuor admittit partes aliquotas sc.

3	40
6	20
12	10
24	5

tur casus in quibus etiam hae partes aliquotae abundant, prouti videre est in numero $2016 = (2^6 - 1)2^5$ seu $63 \cdot 32$ scilicet quoniam $63 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$ non est primus, sed diuisibilis per 7 et 9 hinc habet non solum sequentes e potentiis binarii productas partes

1	2016	sed et bis	7	228	nec non	3	672
2	1008	sex sequentes:	14	144	alios	6	336
4	504		28	72	bis sex	12	168
8	252		56	36	24	84	
16	126		112	18	48	42	
32	63		224	9	96	21	

§. 6.

§. 6. Tales ut euitentur scopuli, sollicitè attendendum est ad methodum numeros inueniendi perfectos qualis extat (36. prop. IX.)

1. A 2. B 4. C 8. D 16.

E 31. G 62. H 124. L 248. F 496.

„ Si ab unitate quotcunque numeri A, B, C, D,
 „ deinceps exponantur in dupla proportione quoad
 „ totus compositus E, fiat primus et totus hic E,
 „ in ultimum D, multiplicatus, faciat aliquem F,
 „ factus F, erit perfectus.

§. 7. His docet Euclides: non omnes numeros impares, per additionem terminorum potestatis binarii, adiecta unitate, conflatos, quales sunt

$$3. 1 + 2$$

$$7. 1 + 2 + 4$$

$$* 15. 1 + 2 + 4 + 8$$

$$31. 1 + 2 + 4 + 8 + 16$$

$$* 63. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$$

$$127. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$$

$$* 255. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128$$

$$* 511. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256$$

$$* 1023. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$$

$$* 2047. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024$$

pro numeris primis habendos, sed potius per diuisionem per omnes numeros primos, minores numero proposito, examinandos esse, antequam constet, primine sint an compositi. Suppeditarunt hunc in finem catalogos numerorum

rarum primorum Ozanamus, (*) Poetius, (** Harris, (***) et Krugerus (****). His mediantibus si sequens series potestatum binarii, quam hic certas ob causas ad octogesimam dignitatem eleuatam subiicimus

1		
2	—	1
4	—	2
8	—	3
16	—	4
32	—	5
64	—	6
128	—	7
256	—	8
512	—	9
1024	—	10
2048	—	11
4096	—	12
8192	—	13
16384	—	14
32768	—	15
65536	—	16
131072	—	17
		131072

-
- (*) Recr. Math. T. I. p. 47. ad 10000.
 (***) In Anat. numerorum adiecta introductione ad Arithmetica, germanico idiomate impressam 8^o 1728. ad 10000. Conf. Lex. Math. T. II.
 (***) Universal English Dictionary, voce Incompositis 1704. fol. ad 100000. in quo tamen 30. sphalmata emendauit Wallisius, prouti videre est T. II. operum, p. 511. Tr. de combinationibus, alternationibus et partibus aliquotis.
 (****) In cogitatis de Algebr a prod. 1746. 8^o ad 101000.

DE NUMERIS PERFECTIS.

73

131072	—	17
262144	—	18
524288	—	19
1048576	—	20
2097152	—	21
4194304	—	22
8388608	—	23
16777216	—	24
33554432	—	25
67108864	—	26
134217728	—	27
268435456	—	28
536870912	—	29
1073741824	—	30
2147483648	—	31
4294967296	—	32
8589934592	—	33
17179869184	—	34
34359738368	—	35
68719476736	—	36
137438953472	—	37
274877909644	—	38
549755813888	—	39
1099511627776	—	40
2199023255552	—	41
4398046511104	—	42
8796093022208	—	43
17592186044416	—	44
35184372088832	—	45
70368744177664	—	46
140737488355328	—	47

Tom. II. Not. Comment.

K

1407-

140737488355328	—	47
281474976710656	—	48
562949953421312	—	49
1125899906842624	—	50
2251799813685248	—	51
4503599627370496	—	52
9007199254740992	—	53
18014398509481984	—	54
36028797018963968	—	55
72057594037927936	—	56
144115188075855872	—	57
288230376151711744	—	58
576460752303423488	—	59
1152921504606846976	—	60
2305843009213693952	—	61
4611686018427387904	—	62
9223372036854775808	—	63
18446744073709551616	—	64
36893488147419103232	—	65
73786976294838206464	—	66
147573952589676412928	—	67
295147905179352825856	—	68
590295810358705651712	—	69
1180591620717411303424	—	70
2361183241434822606848	—	71
4722366482869645213696	—	72
9444732965739290427392	—	73
18889465931478580854784	—	74
37778931862957161709568	—	75
75557863725914323419136	—	76
7555-		

DE NUMERIS PERFECTIS.

75557863725914323419136	—	76
151115727451828646838272	—	77
302231454903657293676544	—	78
604462909807314587353088	—	79
1208925819614629174706176	—	80

Si inquam haec series mediante diuisione per numeros primos vsque ad quadagesimam et octauam potestatem examinetur, prouti in subsequenti tabula factum

2	3 Primus
—	—
4	7 Primus
—	—
8	15 div. per 5.
16	31 Primus
—	—
32	63 div. per 7.
64	127 Primus
—	—
128	255 div. per 5.
256	511 div. per 7.
512	1023 div. per 3.
1024	2047 div. per 23.
2048	4095 div. per 5.
4096	8191 Primus
—	—
8192	16383 div. per 3.
16384	32767 div. per 7.
32768	65535 div. per 5.
65536	131071 Primus
—	—
131072	262143 div. per 3.
262144	524287 Primus
—	—

K 2

524288

524288	1048575 div. per 5.
1048576	2097151 div. per 7.
2097152	4194303 div. per 3.
4194304	8388607 div. per 47.
8388608	16777215 div. per 3.
16777216	33554431 div. per 31.
33554432	67108863 div. per 3.
67108864	134217727 div. per 7.
134217728	268435455 div. per 5.
268435456	536870911 div. per 233.
536870912	1073741823 div. per 3.
1073741824	2147483647 Primus
<hr/>	<hr/>
2147483648	4294967295 div. per 5.
4294967296	8589934591 div. per 7.
8589934592	17179869183 div. per 3.
17179869184	34359738367 div. per 127.
34359738368	68719476735 div. per 5.
68719476736	137438953471 div. per 223.
137438953472	274877906943 div. per 3.
274877906944	549755813887 div. per 7.
549755813888	1099511627775 div. per 5.
1099511627776	2199023255551 Prim. dub.
<hr/>	<hr/>
2199023255552	4398046511103 div. per 3.
4398046511104	8796093022207 div. per 431.
8796093022208	17592186044415 div. per 5.
17592186044416	35184372088831 div. per 7.
35184372088832	70368744177663 div. per 3.
70368744177664	140737488355327 div. per 2351.
140737488355328	281474976710655 div. per 5.

Pate.

Patebit ex additione (ab Euclide praescripta ;) vnitatis ab ordine se excipientes potestates binarii non nisi nouem sequentes promanasse numeros primos , reliquos 39. autem omnes numeros esse compositos , praedictos quoque primos esse totidem perfectorum productores :

- | | | | | | | |
|----|------------|-----|------|-------|----------------|---------|
| a. | b. | c. | d. | e. | f. | g. |
| 3. | 7. | 31. | 127. | 8191. | 131071. | 524287. |
| | h. | | | | i. | |
| | 214783647. | | | | 2199023255551. | |

Scilicet , si in antecedentem potestatem binarii methodo Euclidea ducantur , dabunt sequentes nouem numeros perfectos,

- | | | | | | | | |
|----|--------------------|---|---|---|---|---|---|
| a. | $(2^2-1)2$ | — | — | — | — | — | 6. N ^o .I. |
| b. | $(2^3-1)2^3$ | — | — | — | — | — | 28. N ^o .II. |
| c. | $(2^5-1)2^4$ | — | — | — | — | — | 496. N ^o .III. |
| d. | $(2^7-1)2^6$ | — | — | — | — | — | 8128. N ^o .IV. |
| e. | $(2^{13}-1)2^{12}$ | — | — | — | — | — | 33550336. N ^o .V. |
| f. | $(2^{17}-1)2^{16}$ | — | — | — | — | — | 8589869056. N ^o .VI. |
| g. | $(2^{19}-1)2^{18}$ | — | — | — | — | — | 137438691328. N ^o .VII. |
| h. | $(2^{31}-1)2^{30}$ | — | — | — | — | — | 2305843008139952128. N ^o .VIII. |
| i. | $(2^{41}-1)2^{40}$ | — | — | — | — | — | 2417851639228158837784576 N ^o .IX. |

qui pro talibus cum Cel. Eulero Tom. VI. et Cl. Krafftio Tom. VII. Commentt. Petrop. haberi possunt , donec probetur contrarium. (*)

K 3

§. 8.

(*) Suspicio enim adesse videtur , vtrum numerus nonus , perfecti locum tueri possit , quoniam ab acutissimo Merfeno exclusus reperitur , qui eius in locum potestatem binarii $(2^{67}-1)2^{66}$ siue numerum decimum nonum perfectum Hanschii :

§. 8. Hos autem numeros suis partibus aliquotis
aequa-

147573952589676412927. substituit: digna certe mihi visa sunt verba viri perspicacissimi, ut hic integra exhibeantur.

„Vbi fuerit operae pretium aduertere xxviii. numeros a Petro Bungo pro perfectis exhibitos capite xxviii. libri de Numeris, non esse omnes perfectos, quippe 20. sunt imperfecti, adeo ut solos octo perfectos habeat, videlicet 6. 28. 496. 8128. 33550336. 8589869056. 137438691328. et

230584308139952128. qui sunt e regione tabulae Bungii 1. 2. 3. 4. 8. 10. 12. et 29. quique soli perfecti sunt, ut qui Bungum habuerint, errori medicinam faciant.

„Porro numeri perfecti adeo rari sunt, ut vndecim duntaxat potuerint haecenus inueniri: hoc est, alii tres a Bungianis differentes: neque enim vllus est alius perfectus ab illis octo, nisi superiores exponentem numerum 62. progressionis duplae ab 1. incipientis. Nonus enim perfectus est potestas exponentis 68. minus 1. Decimus, potestas exponentis 128. minus 1. Vndecimus denique potestas 258. minus 1. hoc est potestas 257. vnitatem decurtata multiplicata per potestatem 256.

„Qui vndecim alios repererit, nouerit se analysim omnem, quae fuerit haecenus superasse: menineritque interea nullum esse perfectum a 17000. potestate ad 32000. et nullum potestatum interuallum tantum assignari posse, quin detur illud absque perfectis. Verbi gratia, si fuerit exponens 1050000. nullus erit numerus progressionis duplae vsque ad 2090000. qui perfectis numeris seruiat, hoc est qui minor vnitatem, primus existat.

„Vnde clarum est quam rari sint perfecti numeri, et quam merito viris perfectis comparentur, esseque vnam ex maximis totius matheseos difficultatibus, praescriptam numerorum perfectorum multitudinem exhibere; quemadmodum et agnoscere num dati numeri 15. aut 20. caracteribus constantes, sint primi nec ne, cum ne quidem saeculum integrum huic examini, quocumque modo haecenus cognito, sufficiat, Vid. Mersenni Cogit. Phys. Math. Praef. gen. §. xix

Fundamentum huius asserti, dubio procul in stupendo Mersenni ingenio quaerendum, quod forsitan plures agnouit veritates quam demonstrare potuit, id enim quodammodo inuere videntur ver-

aequales esse, sequens docebit abacus

A

ba praefationis particularis libro de Gallicis, Romanis, Hebraicis aliorumque mensuris praemissae, quae sequuntur:

„Decimum quartum referet stupendum in numeris ingenium
 „tam in inveniendis numeris, quae praescriptum partium aliquotarum numerum habeant, iisque, si cupias, minimis, vel infinitis,
 „quam in numeris perfectis dignoscendis, et in numeris problematibus, in quibus analysis haecenus agnita caecutit: nec vllum in
 „orbe credidero qui tanta facilitate definiat num numerus aliquis licet 12. 15. 20. litteris seu characteribus constans, sit primus
 „nec ne: Liber mihi scribendus fuerit, si quae proprio Marte
 „absque analysi reperit, enumerem. Sufficiat exemplum partium aliquotarum, velitque scire quispiam quis numerus omnium minimus 59 partes aliquotas exhibeat; huic numero 59. adde 1.
 „vt habeas 60. compositum ex his numeris 2. 2. 3. 5; sese multiplicantibus, ex quorum vnoquoque ablata vnitatem, supersunt 1.
 „1. 2. 4. quibus analogae sunt potestates 9, 16. 7. 5. quae se inuicem multiplicantes generant numerum quaesitum 5040, quem
 „Plato tantopere laudavit, 5. de legibus.

„Ne vero quis de hac methodo dubitet, illas 59. partes aliquotas subiicio, quae simul additae summam 29344. conficiunt, cum eis numerus 5040. additur, quo dempto supersunt 24304.

Quinquaginta nouem partes aliquotae numeri Platonici 5040.

1	3	9	5	15	+5	7	21	63	35	105	315
2	6	18	10	30	90	14	42	126	70	210	630
4	12	36	20	60	180	28	84	252	140	420	1260
8	24	72	40	120	360	56	168	504	280	840	2520
16	48	144	80	240	720	112	336	1008	560	1680	5040

„Nec difficilius si quaeras numerum, habentem numerum partium aliquotarum vtrumque magnum, verbi gratia si mille partes volueris, hic enim numerus 3779136000000, illas exhibebit:

§. 8. Hos autem numeros suis partibus aliquotis
aequa-

147573952589676412927. substituit: digna certe mihi visa sunt
verba viri perspicacissimi, vt hic integra exhibeantur.

„Vbi fuerit operae pretium aduertere **xxviii.** numeros a Pe-
tro Bungo pro perfectis exhibitos capite **xxviii.** libri de Nume-
ris, non esse omnes perfectos, quippe 20. sunt imperfecti, adeo
vt solos octo perfectos habeat, videlicet 6. 28. 496. 8128.
33550336. 8589869056. 137438691328. et

210584308139952128. qui sunt e regione tabulae Bungi 1. 2.
3. 4. 8. 10. 12. et 29. quique soli perfecti sunt, vt qui Bun-
gum habuerint, errori medicinam faciant.

„Porro numeri perfecti adeo rari sunt, vt vndecim duntaxat
potuerint haecenus inueniri: hoc est, alii tres a Bungianis differen-
tes: neque enim vllus est alius perfectus ab illis octo, nisi supe-
res exponentem numerum 62. progressionis duplae ab 1. incipien-
tis. Nonus enim perfectus est potestas exponentis 68. minus 1.
Decimus, potestas exponentis 128. minus 1. Vndecimus denique
potestas 258. minus 1. hoc est potestas 257. vnitatem decurtata
multiplicata per potestatem 256.

„Qui vndecim alios repererit, nouerit se analysim omnem,
quae fuerit haecenus superasse: menineritque interea nullum esse
perfectum a 17000. potestate ad 32000. et nullum potestatum
interuallum tantum assignari posse, quin detur illud absque per-
fectis. Verbi gratia, si fuerit exponens 1050000. nullus erit nu-
merus progressionis duplae vsque ad 2090000. qui perfectis nu-
meris seruiat, hoc est qui minor vnitatem, primus existat.

„Vnde clarum est quam rari sint perfecti numeri, et quam
merito viris perfectis comparentur, esseque vnam ex maximis to-
tius matheseos difficultatibus, praescriptam numerorum perfectorum
multitudinem exhibere; quemadmodum et agnoscere num dati nu-
meri 15. aut 20. caracteribus constantes, sint primi nec ne, cum
ne quidem saeculum integrum huic examini, quocumque modo
haecenus cognito, sufficiat, Vid. Mersenni Cogit. Phys. Math.
Praef. gen. §. xxx

Fundamentum huius asserti, dubio procul in stupendo Mer-
senni ingenio quaerendum, quod forsitan plures agnouit veritates
quam demonstrare potuit, id enim quodammodo innuere videntur ver-

aequales esse, sequens docebit abacus

A

ba praefationis particularis libro de Gallicis, Romanis, Hebraicis aliorumque mensuris praemissae, quae sequuntur:

„Decimum quartum referet stupendum in numeris ingenium
 „tam in inueniendis numeris, quae praescriptum partium aliquota-
 „rum numerum habeant, iisque, si cupias, minimis, vel infinitis,
 „quam in numeris perfectis dignoscendis, et in numeris problemati-
 „bus, in quibus analysis haecenus agnita caecutit: nec vllum in
 „orbe credidero qui tanta facilitate definiat num numerus aliquis li-
 „cet 12. 15. 20. litteris seu characteribus constans, sit primus
 „nec ne. Liber mihi scribendus fuerit, si quae proprio Marte
 „absque analysi reperit, enumerem. Sufficiat exemplum partium
 „aliquotarum, velitque scire quispiam quis numerus omnium mini-
 „mus 59 partes aliquotas exhibeat; huic numero 59. adde 1.
 „vt habeas 60. compositum ex his numeris 2. 2. 3. 5; sese mul-
 „tiplicantibus, ex quorum vnoquoque ablata vnitare, supersunt 1.
 „1. 2. 4. quibus analogae sunt potestates 9, 16. 7. 5. quae se
 „inuicem multiplicantes generant numerum quaesitum 5040, quem
 „Plato tantopere laudauit, 5. de legibus.

„Ne vero quis de hac methodo dubitet, illas 59. partes
 „aliquotas subiicio, quae simul additae summam 29344. conficiunt,
 „cum eis numerus 5040. additur, quo dempto supersunt 24304.

Quinquaginta nouem partes aliquotae numeri
 Platonici 5040.

1	3	9	5	15	+5	7	21	63	35	105	315
2	6	18	10	30	90	14	42	126	70	210	630
4	12	36	20	60	180	28	84	252	140	420	1260
8	24	72	40	120	360	56	168	504	280	840	2520
16	48	144	80	240	720	112	336	1008	560	1680	5040

„Nec difficilius si quaeras numerum, habentem numerum par-
 „tium aliquotarum vtrumque magnum, verbi gratia si mille partes
 „volueris, hic enim numerus 3779136000000, illas exhibebit:

A	B	C
1	1	1
2	2	2
3	4	4
—	7	8
6	14	16
	—	31
	28	62
		124
		248
		—
		496

D

„quanquam nullus numerus possit habere centum aliquotas, qui se-
 „quente minor sit, 1267650600228229401496703205376. si vero
 „potestas vndecima cubicubi numeri istius multiplicetur per quadra-
 „to quadratum numeri 847288609443, exurget numerus omnium
 „minimus qui millionem partium aliquotarum habeat. „

DE NUMERIS PERFECTIS.

D	E	F
1	1	1
2	2	2
4	4	4
8	8	8
16	16	16
32	32	32
64	64	64
127	128	128
254	256	256
508	512	512
1016	1024	1024
2032	2048	2048
4064	4096	4096
<hr/>	8191	8192
8128	16382	16384
	32764	32768
	65528	65536
	131056	131071
	262112	262142
	524224	524284
	1048448	1048568
	2096896	2097136
	4193792	4194272
	8387584	8388544
	16775168	16777088
	<hr/>	33554176
	33550336	67108352
		134216704
		268433408
		536866816
		1073733632
		2147467264
		4294934528
		<hr/>
		8589869056

Tom. II. Nou. Comment.

L

G

G

	1
	2
	4
	8
	16
	32
	64
	128
	256
	512
	1024
	2048
	4096
	8192
	16384
	32768
	65536
	131072
	262144
	524287
	1048574
	2097148
	4194296
	8388592
	16777184
	33554368
	67108736
	134217472
	268434944
	536869888
	1073739776
	2147479552
	4294959104
	8589918208
	17179836416
	34359672832
	68719345664
	<hr/>
	137438691328

H

DE NUMERIS PERFECTIS.

H	1	—	2305843008139952128
	2	—	1152921504069976064
	4	—	576460752034988032
	8	—	288230376017494016
	16	—	144115188008747008
	32	—	72057594004373504
	64	—	36028797002186752
	128	—	18014398501093376
	256	—	9007199250546688
	512	—	4503599625273344
	1024	—	2251799812636672
	2048	—	1125899906318336
	4096	—	562949953159168
	8192	—	281474976579584
	16384	—	140737488289792
	32768	—	70368744144896
	65536	—	35184372072448
	131072	—	17592186036224
	262144	—	8796093018112
	524288	—	4398046509056
	1048576	—	2199023254528
	2097152	—	1099511627264
	4194304	—	549755813632
	8388608	—	274877906816
	16777216	—	137438953408
	33554432	—	68719476704
	67108864	—	34359738352
	134217728	—	17179869176
	268435456	—	8589934588
	536870912	—	4294967294
	1073741824	—	2147483647

2305772639395807232
 70366596661249
 2147483647

2305843008139952128

L 2

I

DE NVMERIS PERFECTIS.

1

2	—	2417851639228158837784576
2	—	1208925819614079+18892288
4	—	604462909807039709446144
8	—	30223145490519854723072
16	—	151115727451759927361536
32	—	75557863725879963680768
64	—	37778931862939981840384
128	—	18889465931469990920192
256	—	94473296573499460096
512	—	4722366482867497730048
1024	—	23611832+1433748865024
2048	—	1180591620716874432512
4096	—	590295810358437216256
8192	—	295147905179218608128
16384	—	147573952589609304064
32768	—	7378 976294804652032
65536	—	36893488147402326016
131072	—	18446744073701163008
262144	—	922372036850581504
524288	—	4611686018425290752
1048576	—	2305843009212645376
2097152	—	115291504606322688
4194304	—	576460752303161344
8388608	—	28823037615180672
16777216	—	144115188075790336
33554432	—	72057594037895168
67108864	—	36028797018947584
134217728	—	1801439850973792
268435456	—	9007199254736896
536870912	—	4503599627368448
1073741824	—	2251799813684224
2147483648	—	112589906842112
4294967296	—	562949953421056
8589934592	—	281474976710528
17179869184	—	140737488355264
34359738368	—	70368744177632
68719476736	—	35184372088816
137438953472	—	17592186044408
274877906944	—	8796093022204
549755813888	—	4398046511102
1099511627776	—	2199023255551
2342293775502278874103808		
73196680484446214815744		
2358877398424536219648		
2303591209398961152		
2249600790428673		
2199023455551		
2417851639228158837784576		

§. 9. His praemissis haud difficile erit pronuntiare, quid statuendum sit de Michaëlis Gottlieb Hanschii S. Caes. et Cath. Maj. Consilarii, Theoria Arithmetices nouis a se inuentis aucta, quam in epistola quadam ante nouem annos, scil. Calend. Sept. 1739. Vindobonae ad Mathematicos data exposuit, quae non nisi Ao. 1748. mense septembri nobiscum communicata est.

§. 10. Continet autem praedicta epistola triadem *προβλημάτων περί των τελειων αριθμων*, quam speciminis loco examini intelligentium submittit vir Cel. vt exinde constet quale iudicium de iis ferendum sit, quae Cl. Autore circa genesin, analysin, partes atque summam numerorum integrorum rationalium tentauerit et quae noua sua Arithmeticae theoria vberius declarabit, quae veram continebit methodum detegendi numerorum mysteria.

Sunt autem problemata sequentia :

1^{um} Inuenire numeros primos perfectorum productores ex data eorum a numerorum primorum in ordine primo distantia.

2^{dum} Inuenire numeros perfectos in infinitum ex data eorum a perfecto primo distantia.

3^{um} Inuenire seriem numerorum parium, quae continent terminos, qui, per terminum seriei primum diuisi, dent numeros perfectos omnes, excepto perfecto primo.

His tribus problematibus tabulas tres adiecit sequentes :

1^{ma} Numeros primos 20. perfectorum productores exhibet p. 8.

2^{da} Numeros perfectos ipsos a numeris primis antecedentibus productos sistit. Quibus p. 10. Numerorum perfectorum antecedentium notas, partes aliquotas et differen-

tiam vtriusque, it. p. 11. Numeri perfecti in ordine duodecimi examen seu partes aliquotas per potestates binarii productas subiunxit.

3^{ta} Demum tabula p. 12. seriem exhibet numerorum parium, continentem terminos, qui per primum diuisi, dant perfectos omnes, excepto perfecto primo. Cui p. 13. seriei praecedentis examen adiecit, haecque tabula omnes numeros (praetermissis exclusis, qui Asterisco ab auctore notati inueniuntur, a nobis notis numericis Romanis indigitatis) indicat, qui per quaternarium diuisi numerum sistunt perfectum.

Tandem numerum 22. perfectum tanquam duplum perfectorum a Merfénno pro talibus non habitorem addit, quoniam praedictus Merfénus (*) asseuerat, eum qui undecim alios perfectos reperit, nouerit se analyfin omnem, quae fuerit hactenus superasse.

Et ut euincat hunc numerum a se examinatum fuisse, addit eum non solum esse notarum 48. sed etiam partium 157.

Et sic demonstrasse se credit ab 1. ad septilliones numeros dari saltem 22. perfectos.

§. 11. Nobis animus est ante omnia in naturam harum tabularum inquirere, et deinde quid de solutione problematum statui possit, subiicere.

Prima ergo tabula methodo Euclidea examinata, ex potestatibus constat binarii ad numeros primos eleuatis, prouti ex sequenti videre est abaco.

$$(2^2 - 1) 2$$

(*) Vid supra §. 7. in notis.

$(2^3 - 1)2^2$	—	—	—	4 - I.	—	—	—	—	2
$(2^4 - 1)2^3$	—	—	—	8 - I.	—	—	—	—	4
$(2^5 - 1)2^4$	—	—	—	32 - I.	—	—	—	—	16
$(2^7 - 1)2^6$	—	—	—	128 - I.	—	—	—	—	64
$(2^{11} - 1)2^{10}$	—	—	—	2048 - I.	—	—	—	—	1024
$(2^{13} - 1)2^{12}$	—	—	—	8192 - I.	—	—	—	—	4096
$(2^{17} - 1)2^{16}$	—	—	—	131072 - I.	—	—	—	—	65536
$(2^{19} - 1)2^{18}$	—	—	—	524288 - I.	—	—	—	—	262144
$(2^{23} - 1)2^{22}$	—	—	—	8388608 - I.	—	—	—	—	4194304
$(2^{29} - 1)2^{28}$	—	—	—	536870912 - I.	—	—	—	—	268435456
$(2^{31} - 1)2^{30}$	—	—	—	2147483648 - I.	—	—	—	—	1073741824
$(2^{37} - 1)2^{36}$	—	—	—	137438953472 - I.	—	—	—	—	68719476736
$(2^{41} - 1)2^{40}$	—	—	—	2199023255552 - I.	—	—	—	—	1099511627776
$(2^{43} - 1)2^{42}$	—	—	—	8796093022208 - I.	—	—	—	—	4398046511104
$(2^{47} - 1)2^{46}$	—	—	—	140737488355328 - I.	—	—	—	—	70368744177664
$(2^{53} - 1)2^{52}$	—	—	—	9007199254740992 - I.	—	—	—	—	4503599627370496
$(2^{59} - 1)2^{58}$	—	—	—	576460752303423488 - I.	—	—	—	—	288230376151711744
$(2^{61} - 1)2^{60}$	—	—	—	2305843009213693952 - I.	—	—	—	—	1152921504606846976
$(2^{67} - 1)2^{66}$	—	—	—	147573952589676412928 - I.	—	—	—	—	73786976294838206464
$(2^{71} - 1)2^{70}$	—	—	—	2361183241434822606848 - I.	—	—	—	—	1180591620717411303424
$(2^{73} - 1)2^{72}$	—	—	—	9444732965739290424792 - I.	—	—	—	—	4722366482869645213696
$(2^{79} - 1)2^{78}$	—	—	—	604462909807314587353088 - I.	—	—	—	—	302231454903657293676544

§. 12. Scilicet Cel. Autor sibi persuasit potestatem binarii, ad numerum primum eleuatam, demta vnitate, necessario numerum producere primum, hinc illum sub examen §. 7. indicatum vocare minus duxit necessarium, de qua re Cel. Eulerus Tom. vi. Comment. Petrop. p. 105. sic pronuntiat „ Si n sit numerus primus, videri „posset etiam $2^n - 1$ semper talem exhibere: hoc tamen „affe-

„asseuerare nemo est ausus, quantum scio, cum tam facile potuisset refelli. Namque $2^{11} - 1$. i. e. 2047. diuisores habet 23. et 89. et $2^{23} - 1$ diuidi potest per 47.

Instituto ergo actu examine a viro Cel. in praedicto Tom. VI. Comm. nec non a Cl. Krafftio Tom VII. exclusi inueniuntur N^o 5. N^o 9. N^o 10. N^o 12. N^o 14. N^o 15. quoniam diuisibiles sunt per sequentes numeros alios primos.

$$\begin{array}{r} \text{N}^{\circ} 5. \quad 23. \quad 2047 \quad \div \quad 89 \\ \quad \quad \quad 184 \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 207 \\ \quad \quad \quad 207 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{N}^{\circ} 9. \quad 47. \quad 8388607 \quad \div \quad 178481 \\ \quad \quad \quad 47 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 368 \\ \quad \quad \quad 329 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 398 \\ \quad \quad \quad 376 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 226 \\ \quad \quad \quad 188 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 380 \\ \quad \quad \quad 376 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 47 \\ \quad \quad \quad 47 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 00 \end{array}$$

N^o 10.

DE N^UMERIS PERFECTIS.

N^o 10. 233. 536870911 + 2304167

466

708

699

970

932

389

233

1561

1398

1631

1631

0000

Tom. II. Nou. Comment.

M

N^o 12.

N° 12. 223. 137438953471 + 616318177.

1338

363

223

1408

1338

709

669

405

223

1823

1784

394

223

1717

1561

1561

1561

6000

N° 14

DE NUMERIS PERFECTIS.

N° 14, 431. 8796093022207 + 20408568497.

862

1760
1724

3693
3448

2450
2155

2952
2586

3662
3448

2142
1724

4180
3879

3017
3017

0900

M 2

N° 15.

DE NUMERIS PERFECTIS.

N° 15. 2351. 140737488355327 + 59862819377
 11755

23187

21159

20284

18808

14708

14106

6628

4702

19263

18808

4555

2351

22045

21159

8863

7053

18102

16457

16457

16457

00000

§. 13. Ad secundam tabulam quod attinet, ea se amplius tueri non valet, quoniam priori superstructa est, et necessario corruiere debet fundamento sublato, scilicet ob numeros ante citatos N^o 5. 9. 10. 12. 14. 15. non primos sed compositos, iidem numeri non amplius erunt perfecti, sed potius abundantes. Ex numero ergo 20. perfectorum actu 6. excluduntur, reliqui autem sunt perfecti, aut ad minimum dubii, si quidem admodum est difficile, nec vnus hominis vita suppetet ad demonstrandum illos aut perfectis, aut abundantibus accensendos esse.

§. 14. Numerorum perfectorum notas et partes aliquotas quod concernit, quae p. 10. recensentur, illae amplius valere non possunt, quoniam supra §. 5. demonstravimus in numeris abundantibus, quales hic sunt N^o 5. 9. 10. 12. 14. 15. numerum partium aliquotarum ad minimum totidem aliis augendum esse. Illa autem auctori inseruit, vt in limine huius epistolae assereret contra Mersennum (nil tale cogitantem sed de numeris primis loquentem) „ numerum perfectum 20. notarum esse impossibilem, quoniam „e sua serie aut 19. aut 22. notis constare debebat.

§. 15. Hoc vt probemus nobis sufficiat circa examen numeri perfecti in ordine duodecimi p. 11. 74. alias partes aliquotas addere, quae euincunt numerum hunc duodecimum, quem se primum inuenisse, aut ad minimum demonstrasse eum esse perfectum, Cel. Auctor sibi persuadere videtur, adiiciendo circa finem pag. huius 11. hoc Epiphonema: *En numerum primum perfecti duodecimi productorem!* nil minus esse quam perfectum, sed potius abundantem.

22353062626325430272	223
21176531313162715136	446
10588265656581857568	892
5294132828290678784	1784
2647066414145339392	3568
1323538207072669696	7136
661766603536334848	14272
330883801768167424	28544
165441650884083712	57088
82720825442041856	114176
41360412721020928	228352
20680206360510464	456704
10340103180255232	913408
5170031590127616	1826816
2585025795063808	3653632
1292512897531904	7307264
646256448765952	14614528
323128224382976	29229056
161564112181488	58458112
80782056095744	116916224
40391028047872	233832448
20195514023936	467664896
10097757011968	935329792
5048878505984	1870659584
2524439252992	3741319168
1262219626496	7482638336
631109813248	14965276672
315554906624	29930553344
157777453312	59861106688
78888726656	119722213376
	3944

39444363328	239444426752
19722181664	478888853504
9861090832	957777707008
4930545416	1915555414016
2465272708	3831110828032
1232636354	7662221656064
616318177	15324443312128.

§. 16. Ad tabulam tertiam quod spectat, quae seriem numerorum parium terminosque continet, qui per primum diuisi, perfectos dant omnes excepto primo, ea duplici nititur fundamento. 1.) numerus primus perfecti productor ducitur NB. in potestatem *subsequentem*. 2.) At quoniam tabula haec in vna serie omnes potestates binarii in se ductas continet; non autem cuius numerus impar ex additione potestatum binarii ad unitatem necessario dat primum, sequitur quam plurimos numeros excludendos esse, hi ergo asterisco notati, et illi qui sine asterisco inueniuntur perfectos continere dicuntur. Nos cum in finem non quidem numeros ipsos omnes, qui per quaternariam diuisi dent numeros perfectos, exhibemus, sed saltem eorum factores e quibus patet nonnulla vitia typographica irrepsisse, in dissertatione Hanschiana scilicet N^o 5. et 10.

42353062626325430272	223
21176531313162715136	446
10588265656581857568	892
5294132828290678784	1784
2647066414145339392	3568
1323538207072669696	7136
661766603536334848	14272
330883801768167424	28544
165441650884083712	57088
82720825442041856	114176
41360412721020928	228352
20680206360510464	456704
10340103180255232	913408
5170031590327616	1826816
2585025795063808	3653632
1292512897531904	7307264
646256448765952	14614528
323128224382976	29229056
861564112181488	58458112
80782056095744	116916224
40391028047872	233832448
20195514023936	467664896
10097757011968	935329792
5048878505984	1870659584
2524439252992	3741319168
1262219626496	7482638336
631109813248	14965276672
315554906624	29930553344
157777453312	59861106688
78888726656	119722213376
	3944-

39444363328	239444426752
*19722181664	478888853504
9861090832	957777707008
*4930545416	*1915555414016
*2465272708	3831110828032
*1232636354	*7662221656064
616318177	15324443312128.

§. 16. Ad tabulam tertiam quod spectat, quae seriem numerorum parium terminosque continet, qui per primum diuisi, perfectos dant omnes excepto primo, ea duplici nititur fundamento. 1.) numerus primus perfecti productor ducitur NB. in potestatem *subsequentem*. 2.) At quoniam tabula haec in vna serie omnes potestates binarii in se ductas continet; non autem quivis numerus impar ex additione potestatum binarii ad unitatem necessario dat primum, sequitur quam plurimos numeros excludendos esse, hi ergo asterisco notati, et illi qui sine asterisco inveniuntur perfectos continere dicuntur. Nos cum in finem non quidem numeros ipsos omnes, qui per quaternarium diuisi dent numeros perfectos, exhibemus, sed saltem eorum factores e quibus patet nonnulla vitia typographica irrepsisse, in dissertatione Hanfchiana scilicet N^o 5. et 10.

	4	-				4	I.
	112	-				16	2.
	1984	-				64	3.
	32512	-				256	4.
leg. 523264	523776	-				1024	V.
	8384312	-				4096	6.
	134201344	-				16384	7.
	2147418112	-				65536	VIII.
	34359476224	-				262144	9.
leg. 765	549754365312	-				1048576	10.
	8796079719004	-				4194304	XI.
	140737471577112	-				16777216	12.
etc. etc. etc.	33554431	-				67108864	XIII.
	134217727	-				268435456	XIV.
	536870911	-				1073741824	15.
	2147483647	-				4294067296	16.
	8589934591	-				17179869184	XVII.
	34359738367	-				68719476736	XVIII.
	137438953471	-				274877906944	19.
	549755813887	-				1099511627776	XX.
	2199023255551	-				4398046511104	21.
	8796093022207	-				17592186044416	22.
	35184372088811	-				70368744177664	XXIII.
	140737488355327	-				281474976710656	24.
	562949953421311	-				1125899906842624	XXV.
	2251799813685247	-				4503599627370496	XXVI.
	9007199254740991	-				18614398509481984	27.
	36028797018963967	-				72057594037927936	XXVIII.
	144115188075855871	-				288230376151711744	XXIX.
	576460752303423487	-				1152921504606846976	30.
	2305843009213693951	-				4611686018427387904	31.
	9223372036854775807	-				18446744073709551616	XXXII.
	36893488147419103231	-				73786976294838206464	XXXIII.
	147573952589676412927	-				295147905179352825856	34.
	590295810358705651711	-				1180591620717411303424	XXXV.
	2361183241434822606847	-				4722366482869645213696	36.
	9444732965739290427391	-				18889465931478580854784	37.
	37778931862957161709567	-				75557863725914323419136	XXXVIII.
	151115727451828646838271	-				302231454903657293676544	XXXVIII.
	604462909807314587353087	-				1208925819614629174706176	40.

Tabulam tamen hanc fallere iam nemo dubitabit, qui supra animadvertit N° 5. 9. 10. 12. 14. 15. falso perfectis adnumeratos fuisse.

§ 17. Numerum 22. quod attinet, illum e potestate $(2^{79} - 1) 2^{78}$ ortum esse subiecti demonstrant factores, qui numerum ipsum exacte sistunt.

604462909807314587353087
 302231454903657293676544

 2417851639229258349412348
 2417851639229258349412348
 3022314549036572936765435
 3626777458843887524118522
 4231240368651202111471609
 3626777458843887524118522
 1813388729421943762059261
 5440166188265831286177783
 1208925819614629174706174
 4231240368651202111471609
 3022314549036572936765435
 3626777458843887524118522
 1813388729421943762059261
 54401661882658312861777830
 2417851639229258349412348
 3022314549036572936765435
 2417851639229258349412348
 604462909807314587353087
 1813388729421943762059261

 1208925819614629174706174
 1208925819614629174706174
 18133887294219437620592610

 182687704666362864775460301858080473799697891328

Nec non numerus e serie parium perfecti huius index $(2^{79} - 1)2^{10}$, qui per 4. diuisus eundem numerum pariter exhibet.

604462909807314587353087	
1208925819614629174706176	
<hr/>	
3626777458843887524118522	
4231240368651202111471609	
604462909807314587353087	
3626777458843887524118522	
4231240368651202111471609	
2417851639229258349412348	
4231240368651202111471609	
604462909807314587353087	
5440166188265831286177783	
1208925819614629174706174	
3626777458843887524118522	
2417851639229258349412348	
604462909807314587353087	
3626777458843887524118522	
5440166188265831286177783	
604462909807314587353087	
4835703278458516698824696	
3022314549036572936765435	
1208925819614629174706174	
5440166188265831286177783	
4835703278458516698824696	
1208925819614629174706174	
604462909807314587353087	
<hr/>	
730750818665451459101841207432321895198791565312	

§. 18. Quibus confirmatur, omnes ceteras potestates binarii, non eleuatas ad numerum primum, non dare primos perfectorum productores, sed et simul monstrat numerum 21. perfectum; quem non indicauit Cel. Auctor nullum alium esse, quam potestatem $(2^{73} - 1)2^{73}$. Hunc tamen numerum

merum non esse primum, sed per 439. diuisibilem, demonstrauit Cel. Eulerus supra allegato Tom. VI. Comment.

§. 19. Nunc quae circa solutionem trium problematum monenda sunt, paucis exponamus.

Primum e mente Auctoris ita soluitur: Quaere potestatem binarii eleuatam ad numerum primum, haec unitate multiplicata, dabit tibi numerum primum perfecti productorem.

Secundum. Inuento numero primo perfecti productore, duc eum in potestatem NB. *antecedentem* binarii, secundum (36. prop. IX.) productum sistit numerum perfectum.

Tertium. Inuenta supra series numerorum parium ita est adhibenda, ut solummodo inuenti ordine numeri primi, perfectorum productores, in potestatem binarii NB. *subsequentem* ducantur, reliqui autem asterisco, vel notis numericis Romanis notentur, quoniam e mente auctoris nullos producere valent numeros perfectos, id quod e supra adducta Tabula δ melius colligere, quam pluribus verbis hic describere licet.

§. 20. Quoniam autem tria haec problemata vno eodemque nituntur fundamento, eoque non satis firmo, prouti supra monstratum esse nobis persuaderimus, serio dolemus iacturam temporis improbique laboris Cl. auctoris, quem alias magni fecimus hucusque et faciemus semper, licet magnis his ausis nobis plane excidisse videatur. Quod reliquum est, viro haud vulgariter docto meliorem successum in aliis eruditis meditationibus et conaminibus ex animo adprecamur.



DE NUMERIS AMICABILIBVS,
ATQVE ALIIS AD HANC DOCTRINAM SPE-
CTANTIBVS.

AVCTORE

G. W. KRAFFT.

§. I.

Numeri amiables vocantur duo numeri tales, quorum partes aliquotae, cum adduntur, eos ipsos vice versa componunt; quales nimirum et minimi quidem sunt, 200 et 284, quorum illius partes aliquotae 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 constitunt summa hac sua alterum 284; et vice versa hic per suas partes aliquotas additas 1 + 2 + 4 + 71 + 142 efficit illum 220. De horum numerorum, quorum infinite multi sunt possibili, inuentione primus cogitavit celebris ille arithmeticus, *Mich. Stifelius*, in commentariis suis super algebram *Christoph. Rudolphi*; sed tractationem huius problematis algebrae regulis subiici non posse arbitratus est. Ab hoc deriuata est quaestio haec ad *Dan. Schwenterum*, qui meminit huius problematis in *Deliciis physico-mathem. P. I. pag. 110*; deinde ad *Cartesium*, post mortem demum *Stifellii* natum, qui difficile hoc problema algebrae subsidio non superauit tantum, sed et inuenit regulam aliquam, cuius ope quaesiti tales numeri reperiri possunt. Hanc regulam exhibet *Franciscus a Schooten*, *Exercitationum mathem. lib. V. pag. 423*, his verbis: *Si sumatur binarius, vel quilibet alius numerus, ex solius binarii multiplicatione productus, modo sit talis, ut*

se

M 70 3

si tollatur unitas ab eius triplo, fiat numerus primus; itemque si tollatur unitas ab eius sextuplo, fiat numerus primus; et denique si tollatur ab eius quadrati octodecuplo; ducaturque hic ultimus numerus primus per duplum numeri assumti: fiet numerus, cuius partes aliquotae dabunt alium numerum, qui vice versa partes aliquotas habebit aequales primo numero praecedenti. Talis numerus est 2, qui memoratas has condiciones explet, et cuius duplum in ultimum primum numerum, quem praescripta ratione producit, ductum, efficit numerum amicabilem 284, ex quo deinde alter, socius huius, 220, sponte sequitur. Hanc regulam tradidit *Cartesius*, sed eius demonstrationem nusquam, quantum ego quidem scio, exposuit. *Schootenius* autem, premens hanc viam, quam ab ipso *Cartesio* didicisse se testatur, in l. c. Lect. IX, per potentias binarii numeros amicales analytice eruere docet; ita vt singula numerorum paria inuenienda ponat ab initio $4x$ et $4yz$; deinde $8x$ et $8yz$; demum $16x$ et $16yz$; tandem $128x$ et $128yz$; positis x, y, z , numeris primis; quas indeterminatas quantitates algebrae beneficio sic deinceps definit, vt tria horum numerorum paria producat, nempe I. 220 et 284; vel $2^2 \cdot 5 \cdot 11$ et $2^2 \cdot 71$; II. 17296 et 18416, vel $2^4 \cdot 23 \cdot 47$ et $2^4 \cdot 1151$; III. 9363584 et 9437056, vel $2^7 \cdot 191 \cdot 383$ et $2^7 \cdot 73727$; spemque fecerit, fore, vt ex monumentis *Cartesii* tractatus de partibus aliquotis; et *Freniclii* de numeris figuratis, primis, compositis, huic materiae vltiorem lucem sint adpersuri; qui vero, an publice alicubi extant, nescio. Mentionem porro etiam horum numerorum faciunt *les Re-creations mathematiques*, editae 1669, pag. 147; vbi

allegantur foli 220 et 284 ; diciturque haec proprietas rara et difficilis inuentu in aliis numeris.

§. 2. Nouissime vero Celeberr. *Eulerus* humanissimis et plane amicabilibus litteris me edocuit, multo plura numerorum amicabilium se inuenisse paria ; immo aliquot etiam, quae numeris exprimenda sunt imparibus, cum praecedentia, a *Schootenio* reperta, contineantur omnia numeris paribus. Excitatus itaque hoc inuento Viri incomparabilis, cui, quicquid Musae, matheos praesides, reuelare humano possunt ingenio, vix vnquam denegant, vires meas qualescunque in hoc problemate experiri volui, illudque extendere vltra potentias binarii, a *Cartesio* ipsi praescriptas. Propositum igitur mihi est, ostendere causam, cur *Cartesius*, atque post hunc *Schootenius*, methodum huius problematis resoluendi ad potentias binarii restrinxerint ; postea vero exponere, quod problema huius restrictionis non egeat, sed ad multos alios numeros extendi se patiatur, ex quo plures alii numeri amiables orientur, methodo *cartesiana* non inueniendi.

§. 3. Quoniam vero totus hic discursus instituendus est de partibus aliquotis numeri cuiuscunque et earum summa : praemitti debet methodus generalis partium harum summam in quolibet casu exprimendi. Pendet autem haec summa partium aliquotarum cuiuscunque numeri a summa diuisorum ipsius omnium. Diuisores numeri alicuius omnes ita sunt intelligendi, vt etiam includant vnitatem, et numerum ipsum ; veluti numeri 20 diuisores omnes sunt 1, 2, 4, 5, 10, 20, et summa horum diuisorum est 42. *Summa igitur diuisorum numerum ipsum semper excedit.* Sed quoniam ad partes aliquotas

non

non refertur numerus ipse, qui repugnat ideae partis: hinc pro efficienda summa partium aliquotarum debet tantum numerus ipse subtrahi a summa diuisorum; veluti, si ab indicata summa diuisorum 42 subtrahatur numerus ipse 20, remanebunt 22 pro summa partium aliquotarum numeri 20; hinc si obtinuerimus regulam pro exprimenda generaliter summa diuisorum alicuius numeri: pronum erit exinde concludere, quanam sit summa partium aliquotarum eiusdem illius numeri.

§. 4. In sequentibus itaque ponam semper litteras maiusculas A, B, C, etc. exprimere numeros vtcunque compositos, integros scil. sed inter se primos. Eorum vero respectiuas summas diuisorum omnium indigitabo litteris iisdem minusculis a, b, c, etc. Ita e. gr. numeri A summa diuisorum erit a; et summa partium aliquotarum erit $a - A$. (§. 3.) Numeros autem primos designent litterae P, Q, R, S, T, etc. Atque cum numerus primus nullum admittat alium diuisorem, quam vnitatem et seipsum: patet, summam diuisorum numeri primi semper esse numerum illum ipsum auctum vnitatem. Igitur summae diuisorum pro allegatis numeris primis erunt respectiue $P + 1$, $Q + 1$, $R + 1$, etc. et summae partium aliquotarum omnes aequales vnitati, scil. $P + 1 - P = 1$.

§. 5. Sit numerus aliquis compositus ex meris primis, diuersis, veluti e. gr. 3. 5. 7, aut 105, vel generaliter P Q R S: quaeritur summa diuisorum huius numeri ita compositi. Ex methodo Newtoni, Arithm. vniuersalis pag. 37, edit. 1732, de inuentione diuisorum, erunt huius numeri compositi diuisores simplices P, Q, R, S; eorundem

dem singuli bini, PQ, PR, PS, QR, QS, RS ; singuli terni, PQR, PQS, PRS, QRS , et singuli quaterni $PQRS$, vnde summa diuisorum omnium habebitur $1 + P + Q + R + S + PQ + PR + PS + QR + QS + RS + PQR + PQS + PRS + QRS + PQRS$; sed haec summa resoluitur in hos factores $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1)$; itaque numerus compositus ex primis diuersis $PQRS$ habet summam diuisorum $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1)$, et summam partium aliquotarum $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1) - PQRS$. Simili modo numeri compositi PQ summa diuisorum habebitur $(P+1)(Q+1)$, et summa partium aliquotarum $(P+1)(Q+1) - PQ$. Summa diuisorum numeri $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ erit $4 \cdot 6 \cdot 8 = 192$, et summa partium aliquotarum $= 192 - 105 = 87$.

§. 6. Sit potentia numeri alicuius primi quaeuis, veluti P^m , quaeritur summa diuisorum huius numeri potentialis. Diuisores hi sunt $1, P, P^2, P^3, P^4$ etc. vsque ad includendum P^m ; igitur summa horum diuisorum erit $1 + P + P^2 + P^3 + p p$ etc. $+ P^m$; sed haec summa constituit progressionem geometricam, cuius primus terminus est 1 , exponens est P , et terminus vltimus P^m , itaque haec

summa erit $\frac{P^{m+1} - 1}{P - 1}$; consequenter numeri talis P^m sum-

ma diuisorum est haec sequens, $\frac{P^{m+1} - 1}{P - 1}$; et summa par-

tium aliquotarum est $\frac{P^{m+1} - 1}{P - 1} - P^m$. sit ex. gr. $81 =$

3⁴,

3^4 , erit summa diuisorum $= \frac{3^4 - 1}{3 - 1} = \frac{81 - 1}{2} = 40$, et

summa partium aliquotarum $= 121 - 81 = 40$.

§. 7. Sit numerus aliquis compositus ex aliis compositis, sed inter se primis, talis, ABC, quaeritur summa diuisorum huius numeri. Quoniam igitur quilibet numerus compositus resolui potest in aliquot factores primos, ponam $A = PQ$; $B = RST$; $C = VX$; accipietque numerus propositus hanc formam PQRSTVX, cuius summa diuisorum est hoc productum, $(P + 1)(Q + 1)(R + 1)(S + 1)(T + 1)(V + 1)(X + 1)$ (§. 5.) Sed $(P + 1)(Q + 1)$ est summa diuisorum ipsius PQ, vel ipsius A, consequenter est $(P + 1)(Q + 1) = a$, (§. 4.) et pari ratione est etiam $(R + 1)(S + 1)(T + 1) = b$; $(V + 1)(X + 1) = c$; consequenter summa diuisorum numeri ABC est abc , et summa partium aliquotarum $= abc - ABC$.

§. 8. Ex his omnibus patet, summam diuisorum numeri alicuius ita compositi $ABP^m Q^n RS$ futuram esse

hanc sequentem, $a. b. \frac{P^{m+1} - 1}{P - 1} \cdot \frac{Q^{n+1} - 1}{Q - 1} (R + 1)$.

$S + 1$). Cum igitur omnes numeri possibiles ad similem huius formam redigi possint, etiam non quaerendo omnes diuisores simplices et primos, intelligitur, qua ratione quorumcumque numerorum summa diuisorum et summa partium aliquotarum analytice et facile exprimi possint. Sit ex. gr. numerus $120 = 15 \cdot 2^3$, erit summa diuisorum ipsius $15 = 24$; et ipsius $2^3 = 15$, quae duae summae in se ductae efficiunt $24 \cdot 15 = 360$, pro summa diuisorum numeri propositi 120.

Tom. II. Nou. Comment.

O

§. 9.

106 DE NUMERIS AMICABIL. ATQVE ALIIS

§ 9. Illustrationi et praecedentium expressionum algebraicarum et sequentium problematum inseruiet et necessaria plane est tabula sequens, quae in priori sua columna continet numeros naturali serie progredientes; altera vero monstrat summam diuisorum illius numeri, cum adiecta ratione vtriusque, sicubi ea minoribus terminis exprimi potuit.

Num. S. diuis.	Num. S. diuis.	Num. S. diuis.	Num. S. diuis.
1 - 2	30 - 72 5 : 12	59 - 60	88 - 180 22 : 45
2 - 3	31 - 32	60 - 168 5 : 14	89 - 90
3 - 4	32 - 63	61 - 62	90 - 234 5 : 13
4 - 7	33 - 48 11 : 16	62 - 96 31 : 48	91 - 112 13 : 16
5 - 6	34 - 54 17 : 27	63 - 104	92 - 168 23 : 42
6 - 12 1 : 2	35 - 48	64 - 127	93 - 128
7 - 8	36 - 91	65 - 84	94 - 144 47 : 72
8 - 15	37 - 38	66 - 144 11 : 24	95 - 120 19 : 24
9 - 13	38 - 60 19 : 30	67 - 68	96 - 252 8 : 21
10 - 18 5 : 9	39 - 56	68 - 126 34 : 63	97 - 98
11 - 12	40 - 90 4 : 9	69 - 96 23 : 32	98 - 171
12 - 28 3 : 7	41 - 42	70 - 144 35 : 72	99 - 156 33 : 52
13 - 14	42 - 96 7 : 16	71 - 72	100 - 217
14 - 24 7 : 12	43 - 44	72 - 195 24 : 65	101 - 102
15 - 24 5 : 8	44 - 84 11 : 21	73 - 74	102 - 216 17 : 36
16 - 31	45 - 78 15 : 26	74 - 114 37 : 57	103 - 104
17 - 18	46 - 72 23 : 36	75 - 124	104 - 210 52 : 105
18 - 39 6 : 13	47 - 48	76 - 140 19 : 35	105 - 192 35 : 64
19 - 20	48 - 124 12 : 31	77 - 96	106 - 162 53 : 81
20 - 42 10 : 21	49 - 57	78 - 168 13 : 28	107 - 108
21 - 32	50 - 93	79 - 80	108 - 280 27 : 70
22 - 36 11 : 18	51 - 72 17 : 24	80 - 186 40 : 93	109 - 110
23 - 24	52 - 98 26 : 49	81 - 121	110 - 216 55 : 108
24 - 60 2 : 5	53 - 54	82 - 126 41 : 63	111 - 152
25 - 31	54 - 120 9 : 20	83 - 84	112 - 248 14 : 31
26 - 42 13 : 21	55 - 72	84 - 224 3 : 8	113 - 114
27 - 40	56 - 120 7 : 15	85 - 108	114 - 240 19 : 40
28 - 56 1 : 2	57 - 80	86 - 132 43 : 66	115 - 144
29 - 30	58 - 90 29 : 45	87 - 120 29 : 40	116 - 210 58 : 105

AD HANC DOCTRINAM SPECTANTIBVS. 107

Num. S. diuif.	Num. S. diuif.	Num. S. diuif.	Num. S. diuif.
117 - 182 9 : 14	126 - 312 21 : 52	135 - 240 9 : 16	144 - 403
118 - 180 59 : 90	127 - 128	136 - 270 68 : 135	145 - 180 29 : 36
119 - 144	128 - 255	137 - 138	146 - 222 73 : 111
120 - 360 1 : 3	129 - 176	138 - 288 23 : 48	147 - 228 49 : 76
121 - 133	130 - 252 65 : 126	139 - 140	148 - 266 74 : 133
122 - 186 61 : 93	131 - 132	140 - 336 5 : 12	149 - 150
123 - 168	132 - 336 33 : 84	141 - 192 47 : 64	150 - 372 25 : 62
124 - 224 31 : 56	133 - 160	142 - 216 71 : 108	
125 - 156	134 - 204 67 : 102	143 - 168	

§. 10. Si a numero primo fiat quadratus, biquadratus, aut potentia quacumque alia exponentis par: summa diuisorum erit numerus impar. Sit enim talis potentia P^m , atque m numerus par: erit summa diuisorum huius numeri $1 + P + P^2 + P^3 + \dots + P^m$; (§ 6.) ergo ex natura huius progressionis erit numerus terminorum $m + 1$, hoc est, numerus impar. Sed quilibet huius progressionis terminus est numerus impar; hinc summa constat ex imparibus impariter sumtis, adeoque ipsa etiam est impar. Summa autem partium aliquotarum in hoc casu est numerus par. Patet ex eo, quia numerus impar ab impari ablatum, relinquit parem. Si autem a numero primo fiat cubus, surdesolidus, vel alius quouis cum exponente impari: summa diuisorum erit numerus par; et consequenter summa partium aliquotarum numerus impar. Huius demonstrationis eadem est ratio, quae praecedentis; cui igitur non immorabor. At ab vniuersalitate huius theorematis subducunt se quasi potentiae omnes binarii; quae sub exponentibus et paribus, et imparibus, reddunt summam diuisorum imparem; sed minus bene binarius refertur ad numeros primos; deficit enim a natura omnium reliquorum primorum, quod par est.

§. 11. Si numerus primus ducatur in compositum, imparem aut parem, ad se primum: compositus exinde habebit summam diuisorum parem. Sit enim talis numerus compositus ex hypothesi PA ; atque erit summa diuisorum $(P+1)a$; sed, ob P primum, est $P+1$ par; siue igitur a par fuerit, siue impar; semper erit factum $(P+1)a$ par. Quin etiam, si quotcunque primi ducantur in se; erit summa diuisorum numerus par; veluti PQR ; ubi summa diuisorum est $(P+1)(Q+1)(R+1)$, factum ex meris numeris paribus; adeoque par. Ex his itaque regulis, hucusque expositis, facile animo poterimus praevidere, num dati cuiuscunque numeri summa diuisorum debeat esse numerus par vel impar. Neque minus proclive est, soluere problema hoc: exhibere numerum, cuius summa diuisorum sit par, aut impar.

§. 12. Inuenire numerum, cuius summa diuisorum efficiat numerum quadratum. Sit talis quaesitus numerus AP , atque sic, ut A et P sint inter se primi, quod semper intelligi debet. Erit itaque summa diuisorum $= a(P+1)$. Ponatur ergo $a(P+1) = (P+1)^2 \cdot B^2$; atque eruetur $\frac{a}{B^2} - 1 = P$. Quoniam igitur ex. gr. in tabula superiori numerorum, (§. 9.) posito $A = 14$, est $a = 24$, qui diuisus per quadratum 4. reddit 6, qui minutus vnitatem est primus $5 = P$; erit numerus quaesitus $AP = 14 \cdot 5 = 70$. Similes numeri, eodem modo inueniendi, sunt 3. 22; 5. 23; 5. 34; 5. 53; 7. 30; 7. 31; 7. 46; 7. 51; 7. 55; 11. 47; 13. 28; 17. 46; 17. 55 cet.

§. 13. Numerus $3P^2$ talis est, ut summam partium suarum aliquotarum semper aequalem habeat quadrato. Habet

bet enim hanc summam aequalem $1 + 3 + P + 3P + P^2 = 4 + 4P + P^2 = (2 + P)^2$. Sed debet numerus P non solum primus esse in se, sed etiam habere quadratum, qui sit primus ad 3; vnde excluditur $P^2 = 9$, siue numerus 27. Sunt vero numerorum quaesitorum aliqui 75; 147; 363; 507 cet.

§. 14. *Inuenire duos numeros, qui habeant eandem summam diuisorum.* Sint tales AP , et BPQ ; debet esse $a(P + 1) = b(P + 1)(Q + 1)$, vel $\frac{a}{b} - 1 = Q$. Sit ex. gr. ex tabula superiori $a = 24$; $b = 6$; erit $\frac{a}{b} - 1 = 3 = Q$, qui primus esse debet; hinc ex eadem tabula erit $A = 14$, $B = 5$, vnde duo numeri quaesiti 14 P et 15 P ; in quibus pro P quilibet primus substitui potest, modo is sit etiam primus ad 14 et 15. Erunt ergo tales numeri quaesiti 14 et 15; 14. 11 et 15. 11; 14. 13 et 15. 13; et infiniti alii. Non vero praestant hoc idem numeri 14. 7 et 15. 7; quoniam primus 7 non est simul primus ad 14. Simili artificio aliae etiam praeterea formulae generales, huic problemati satisficientes, poterunt reperiri. Idem hoc problema solutum iam, sed alia methodo, legitur in *Perillustris L. B. de Wolff* Elem. Analyseos cap. 2. probl. 87, sub hoc titulo: *Inuenire duos numeros eius conditionis, ut unusquisque cum suis partibus aliquotis (quod nihil aliud est, quam summa diuisorum) efficiat summam eandem*; atque vbi haec duo paria 11 et 6; 116 et 104 exempli loco allegantur. Alium etiam adhuc modum idem hoc problema soluendi ex pluribus aliis seligam, nempe sequentem. Sint ex tabula superiori duo numeri, eandem summam diuisorum habentes, A et B , quales plures dantur; duo alii

O 3

C et

§ 10 DE NUMERIS AMICABIL. ATQUE ALIIS

C et D; atque iterum duo alii E et F; habebunt etiam hi numeri compositi ex prioribus ACE et BDF; vel ADE et BCF; aut ADF et BCE; eandem summam diuisorum, quod facile patet. Sunt ex. gr. tales numeri 6 et 11; 16. et 25; 35 et 47; ergo etiam tales sunt 6. 25. 47 et 11. 16. 35, dummodo tales factores constituent quemlibet horum ultimorum numerorum, qui inter se sunt primi.

§. 15. *Potentia binarii quaecunque summam diuisorum suorum habet aequalem duplo potentiae unitate minuto.* Ex. gr. $2^5 = 32$ habet summam diuisorum $63 = 2 \cdot 2^5 - 1$. Sit enim talis potentia 2^m ; erit ipsius diuisorum summa haec $1 + 2 + 2^2 + 2^3 \dots 2^m$, quae ex legibus progressionis geometricae eadem est cum $2^{m+1} - 1$, vel $2 \cdot 2^m - 1$, vnde constat propositum.

§. 16. Paulo difficilius est problema hoc; quod habet sine solutione *Dan. Schwenterus*, in *Deliciis Physico-Mathem. P. I. pag. 110*, eiusque exemplum adducit 27 et 35; *inuenire duos numeros, qui habeant eandem summam partium aliquotarum.* Sint illi A et RS; atque debeat esse $a - A = (R + 1)(S + 1) - RS$; vnde deducitur $a - A - R - 1 = S$, qui debet esse numerus primus, vti etiam R. Sit ex. gr. $A = 27$, $R = 5$, erit $a = 40$, adeoque $S = 7$; vnde prodeunt numeri iam indicati. Sint pariter $A = 45$, et hinc $a = 78$, $R = 3$, erit $S = 29$; aut $R = 13$, erit $S = 19$, vnde duo alii numeri quaesiti sunt 45 et 87; nec non 45 et 247. Similes porro sequenti etiam modo reperiuntur. Sint illi PQ et RS; atque erit $(P + 1)(Q + 1) - PQ = (R + 1)(S + 1) - RS$, aut, multiplicatione ipsa instituta, habebitur haec aequatio $P + Q = R + S$. Igitur quae-

ran-

AD HANC DOCTRINAM SPECTANTIBVS. III

rantur quatuor numeri primi, ita inter se comparati, ut vnus bigae summa aequalis sit summae alterius bigae; tum numeri vtriusque bigae ducantur in se, et habebuntur numeri quaesiti. Ex. gr. $3 + 13 = 11 + 5$, ergo duo numeri quaesiti sunt $3 \cdot 13$ et $5 \cdot 11$, siue 39 et 55. Similes numeri primi sunt $3 + 31 = 29 + 5$; nec non $5 + 23 = 11 + 17$, ergo alii numeri quaesiti sunt 115 et 187; 93 et 145.

§. 17. *Inuenire numerum, qui cum summa partium suarum aliquotarum habeat datum communem maximum diuisorem; veluti 6.* Ostendendum primo est, eundem numerum ita inuentum habiturum esse etiam datum hunc numerum 6; communem diuisorem maximum inter se et summam suorum diuisorum; adeoque vnum idemque esse problema propositum cum hoc: *inuenire numerum, qui cum summa diuisorum suorum habeat communem maximum diuisorem 6.* Sit enim talis numerus A, eius summa diuisorum a, et communis mensura maxima sit m; erit ergo $A = mB$, et $a = mC$; sed B et C inter se primi erunt; porro erit summa partium aliquotarum $a - A$, hoc est, erit eadem $mC - mB = m \cdot (C - B)$, cuius, et numeri ipsius mB iterum erit maximus communis diuisor m; ob C et B inter se primos, per hyp. Vnde constat propositum. Sit igitur numerorum quaesitorum aliquis 2. 3. A, vbi A sit primus ad 2 et 3; atque erit summa diuisorum 3. 4. a; erit igitur iam 6 communis diuisor et numeri ipsius, et summae diuisorum; qui, ut simul fiat maximus, debent, peracta diuisione per 6, quoti A et 2a esse inter se primi; quibus obseruatis facile est infinite multos eiusmodi numeros reperire. Sunt enim

A 2 a

112 DE NUMERIS AMICABIL. ATQVE ALIIS

A - 2a - 6 A quæf.	A - 2a - 6 A quæf.	A - 2a - 6 A quæf.
1 - 4 - 6	17 - 36 - 102	269 - 540 - 1614
5 - 12 - 30	19 - 40 - 114	271 - 544 - 1626
7 - 16 - 42	23 - 48 - 138	277 - 556 - 1662
11 - 24 - 66	25 - 62 - 150	293 - 588 - 1758
13 - 28 - 78		

Deinde alio modo eruuntur similes numeri; nempe statuendo eorum formam hanc, $2 \cdot 3^2 \cdot A$; vbi denuo A , primus ad 2 et 3, erit summa diuisorum $3 \cdot 13 \cdot a$; quaerantur itaque tales a , qui sint numeri pares; quales a praebent omnes numeri primi, aut solitarii, aut ducti in alios primos. (§. 11.) Si enim fuerit a numerus par $= 2m$, erit numerus ipse $18A$, et summa diuisorum $6 \cdot 13m$, quibus diuisis per 6, erunt 3 A et $13m$ inter se primi. Hac lege eruuntur sequentes numeri 126; 1746; cet.

§. 18. Duo habentur problemata maxime celebria in hoc negotio diuisorum et partium aliquotarum alicuius numeri. Vnum versatur circa inuentionem *numeri perfecti*, qui omnibus partibus suis, quibus numeratur, est aequalis; *abundantis*, qui omnibus partibus suis minor est; et *diminuti*, qui omnibus partibus suis est maior; quorum definitiones iam *Euclides* tradit, Elem. IX; et perfectum inuenire docet in fine Elem. cit. de quo vltèrius ego etiam egi in Commentar. Academiae Scient. Petropolitanae tomo VII. pag. 7. Alterum vero recentiorum industria adiectum est, nempe de indagatione numerorum *amicabilium*, de quorum historia supra dictum fuit. Problema perfectorum numerorum reducitur ad hoc alterum: *inuenire numerum, qui ad summam diuisorum suorum*

rum habeat datam rationem. Sit enim numerus perfectus AP ; atque erit $a(P+1)-AP=AP$; hoc est $a(P+1)=2AP$, vel $A:a=P+1:2P$; inueniantur ergo tot, quot possunt, numeri A tales, ut ii sint ad a , uti primus aliquis, unitate auctus, ad duplum huius ipsius primi; atque erit AP perfectus. Talis numerus A est 2 , in quo est $A:a=2:3=4:6=3+1:2.3$; vnde $A=2$, $P=3$, et perfectus $AP=6$. Quoniam vero aequae difficile est utrumque hoc problema, inhaerebimus prioris solutioni directae; et quia pro numero perfecto AP requiritur, ut sit $a(P+1)=2AP$; orietur exinde $P=\frac{a}{2A-a}$. Ponamus $2A-a=1$; erit $2A-1=a$; sed haec proprietas competit potentiis binariis; (§. 15.) sit ergo $A=2^m$, erit $a=2^{m+1}-1$; $2A=2^{m+1}$; adeoque $2A-a=2^{m+1}-2^{m+1}+1=1$; nec non $P=2^{m+1}-1$; et perfectus ipse $AP=2^m(2^{m+1}-1)$; si modo $2^{m+1}-1$, hoc est P , fuerit primus, quae est ipsa methodus *euclidea* l. 6.

§. 19. Ut viam praeparemus ad numeros amicabiles inueniendos: inquirendum ante omnia est in theoriam eorum generalem, quod sequenti modo absoluitur. Sint duo numeri amicabiles A et B ; requiritur primo, ut sit $a-A=B$, vel $a=A+B$; secundo, ut sit etiam $b-B=A$, hoc est $b=A+B$. Erit igitur $a=b$, quae est *prima conditio* numerorum amicabilium: *ut summa diuisorum in vno aequalis sit summae diuisorum in altero.* Deinde est etiam $a=A+B$, vel $b=A+B$, quod efficit *secundam conditionem*, quae exigit, ut *haec summa diuisorum, in utroque numero eadem, aequalis sit summae duorum numerorum amicabilium.* Quotcunque igitur tales numeri poterunt reperiri, qui utramque harum conditionum ex-

Tom. II. Nou. Comment. P pleant;

114 DE NUMERIS AMICABIL. ATQUE ALIIS

pleant: tot habebuntur numerorum amicabilium paria; ita ex. gr. in duobus numeris 4. 5. 11 et 4. 71 est utrinque summa diuisorum eadem videlicet $7. 6. 12 = 7. 72$; deinde haec summa diuisorum, in utroque eadem, $7. 6. 12$, aequalis est summae numerorum; est enim $7. 6. 12 = 4(55 + 71) = 4. 126$.

§. 20. Pro eruenda et demonstranda methodo *Cartesii* producendi numeros amicabiles, superius in medium allata, ponamus esse eos AP et AQ; requiritur ergo per conditionem I. ut sit $a(P + 1) = a(Q + 1)$, hoc est $P = Q$; quare duo numeri quaesiti essent aequales, et iidem, quod est contra hypothesin; neque adeo hac ratione tales numeri possunt indagari. Ponamus ergo eos esse AP et AQR; requirit conditio I, ut sit $P + 1 = (Q + 1)(R + 1)$, unde $P = QR + Q + R$. Postulat conditio II, ut sit $a(P + 1) = A(P + QR)$; ex quo fit $P = \frac{AQR - a}{a - A}$; hi duo valores ipsius P, aequati inter se, reddunt $QR + Q + R = \frac{AQR - a}{a - A}$, ex quo deducitur $R = \frac{(a - A)Q + a}{(2A - a)Q - (a - A)}$; qualis valor ipsius R, primi, ut eo facilius reperiatur, ponatur $2A - a = 1$, quae proprietas binario competit; (§. 15.) erit itaque $A = 2^m$; $2A = 2^{m+1}$; $a = 2^{m+1} - 1$; atque ob $2A - a = 1$, erit $a - A = A - 1 = 2^m - 1$; et valor ipsius R abibit in hunc alterum $\frac{(a - A)Q + a}{Q - (a - A)}$; vel, diuisione actu instituta, $R = a - A + \frac{a + (a - A)^2}{Q - (a - A)}$, et substitutis valoribus ipsorum A, a, modo inuentis, deducitur tandem $R = 2^m - 1 + \frac{2^{2m}}{Q + 1 - 2^m}$. Si ex. gr. assumatur $m = 2$, ita ut sit $A = 2^m = 4$; erit $R = 3 + \frac{16}{Q - 3}$; unde, assumto quouis primo

primo numero Q , tentari debent hi valores inuenti ipsorum R et P , an etiam praebeant primos; quodsi fiat, praesto erunt elementa A, P, Q, R , numerorum amicabilium eruendorum ea lege, qua id praestitit *Schootenius* l. c. qui vero vir eximius non longe progressus est ob restrictionem non necessariam factam, $2A - a = 1$; neque plura quam tria numerorum talium paria produxit.

§. 21. Ex methodo autem *Cartesii*, supra (§. 1.) exposita, sequitur, numeros duos amicabiles generaliter sic posse exprimi. Sit A potentia talis binarii, vt $3A - 1 = P$; $6A - 1 = Q$; $18A^2 - 1 = R$; erunt duo amicabiles numeri $2AR$ et $2APQ$; vel quod eodem recidit, erunt amicabiles $2A(18A^2 - 1)$ et $2A(3A - 1)(6A - 1)$, quos etiam ita exprimit, ponendo 2^m loco ipsius A . *Ozanamus*, recreations mathem. pag 17. Nam ex regulis hucusque traditis obtinet in his duabus expressionibus generalibus conditio superior prima; est enim, ob $A = 2^m$, $2A = 2^{m+1}$, cuius summa dinisorum est $2^{m+2} - 1$; ergo $(2^{m+2} - 1)18A^2 = (2^{m+2} - 1)3A.6A$. Deinde in actum quoque deducta est in illis conditio secunda; scilicet est $(2^{m+2} - 1)18A^2 = 2A(18A^2 - 1 + 3A - 1.6A - 1) = 2A(18A^2 + 18A^2 - 9A) = 18A^2(4A - 1)$; vel $2^{m+2} - 1 = 4A - 1$; aut $2^{m+2} = 2^2.2^m$; quae certe inuentio *cartesiana* ingenium sapit excellentissimum et theorematum ad hoc institutum pertinentium scientissimum; si modo non ad solas binarii potentias eam adaptauisset.

§. 22. Vt igitur hanc restrictionem et *Cartesii* et *Schootenii* non necessariam effugerem, sequenti consilio numeros amicabiles et pares et impares reperiundos esse

116 DE NUMERIS AMICABIL. ATQVE ALIIS

deprehendi, quae quidem noua methodus^{us} vniuersalis est, et priorem sub se comprehendit. Sit numerorum amicabilium vnus PQA, alter $(P+1 \cdot Q+1-1)A$. In his numeris conditionum superius requisitarum prima iam erit impleta, si modo fuerit $(P+1 \cdot Q+1-1) = R$ numero primo. Est ergo in his numeris ita positae summa diuisorum vnus $(P+1)(Q+1)a =$ summae diuisorum alterius $(P+1)(Q+1)a$, ob $P+1 \cdot Q+1-1$ primum, per hyp. Vt vero etiam adsit in iisdem conditio secunda, requiritur vt sit $(P+1)(Q+1)a = PQA + (P+1 \cdot Q+1-1)A = (PQ+R)A$; hoc est, debet inter hos numeros exstare haec proprietas, vt sit $A : a = P+1 \cdot Q+1 : PQ+R$, vel $A : a = R+1 : PQ+R$. Ex quo patet, etiam hoc problema numerorum amicabilium reduci ad illud supra (§. 18.) iam memoratum; adeoque vtrumque horum problematum reduci ad hoc commune.

§. 23. Quoniam itaque vtrumque hoc problema numerorum et perfectorum et amicabilium reduci ad vnicum aliquod commune, nempe: *inuenire numerum, qui ad summam diuisorum suorum habeat rationem datam*; optandum certe esset, vt in quolibet casu problematis huius generalis ostendere possemus aut possibilitatem solutionis, aut impossibilitatem. Puto tamen plurimum huc conducere methodum hanc sequentem, particularem quidem, sed idcirco non minus vtilem, quam aliquot exemplis illustratam dabo. Sit inueniendus numerus, qui se habeat ad summam diuisorum vti 3. ad 8. Ponatur numerus A, et summa

summa diuisorum = a eritque $A : a = 3 : 8$, vel $3a = 8A$; statuatur $A = 3B$; eritque $a = 4b$, quibus substitutis emergit $3 \cdot 4b = 8 \cdot 3B$, vel $b = 2B$; hoc est, debet esse $B : b = 1 : 2$; verum hoc nullus praestat numerus nisi perfectus; ergo B debet esse perfectus, sed talis, qui simul sit primus ad 3, ob $A = 3B$, ad exclusionem diuisorum euitandam; non potest igitur hic adhiberi, ob allegatam hanc rationem, perfectus 6; sed faciunt huc perfecti 28, et 496, qui per 3 diuisibiles non sunt. Erit ergo $B = 28$, et $A = 3B = 84$; aut $B = 496$, et $A = 3B = 1488$. Sit reperiendus numerus, qui se habeat ad summam diuisorum uti 1 ad 3; erit ergo $a = 3A$; ponatur $A = 5B$, ut sit $a = 6b$; atque erit $6b = 3 \cdot 5B$, vel $2b = 5B$; ponatur porro $B = 8C$, ut sit $b = 15c$; habebitur $2 \cdot 15c = 5 \cdot 8C$, aut verò $3c = 4C$, vel $C : c = 3 : 4$, vnde patet esse $C = 3$, $B = 24$, et numerum quaesitum $A = 5B = 120$. Inueniri debeat numerus, qui sit ad summam diuisorum uti 5 ad 12; atque erit $5a = 12A$; sit $A = 5B$, vel $a = 6b$; oriatur exinde $5 \cdot 6b = 12 \cdot 5B$, aut $b = 2B$, vel $B : b = 1 : 2$; vnde B iterum debet esse perfectus; et quidem primus ad 5, ob $A = 5B$; quales quidem sunt omnes hucusque cogniti, atque hinc fiunt numeri quaesiti 30, 140, 2480; cet.

§. 24. Ad eruendos nunc aliquot numeros amicabiles, quibus datam regulam illustrare possim, assumamus $P = 3$, $Q = 11$, atque erit $R = 47$; consequenter $A : a = 48 : 80 = 3 : 5$. Si iam posset inueniri numerus, qui ad summam diuisorum suorum se haberet uti 3 : 5, esset is numerus A requisitus ad efficiendos amicabiles;

P 3

sed.

sed in tabula superiori nullus talis datur; daretur autem forsitan, si ad maiores numeros eadem esset extensa. Confugiamus igitur ad praxin paullo ante (§ 23.) descriptam, cuius ductu si ponam esse $A = 3B$; $A = 3^2B$; $A = 3^3B$, etc. nusquam inuenio numerum aliquem, qui quaesito satisfaciat; vnde probabiliter concludo, nullum numerum A talem dari, qualis ad constituendos amicabilem in hoc casu est necessarius.

Exempl. II. Sit $P = 5$, $Q = 11$, vt euadat $R = 71$, eritque $A : a = 72 : 126 = 4 : 7$, quae ratio ex tabula superiori obtinet in numero 4; est igitur $A = 4$, et quaesiti duo sunt $PQA = 5.11.4 = 220$, et $RA = 71.4 = 284$; qui a *Schootenio* sunt reperti.

Exempl. III. Sit $P = 5$, $Q = 137$, erit $R = 827$, adeoque $A : a = 828 : 1512 = 23 : 42$; sed talis numerus ex tabula superiori deprehenditur 92; ergo $A = 92$, et quaesiti amicabilem sunt sequentes, a *Celeberr. Eulero* etiam inter plures alios reperti 5.137.92 et 827.92 quales sunt etiam sequentes, quos adhuc addo, eidem auctori debiti, et impares quidem.

Exempl. IV. Sit $P = 5$, $Q = 41$; erit $R = 251$; vnde $A : a = 252 : 456 = 21 : 38$, aut $21a = 38A$. Ponatur $A = 49B$, vt sit $a = 57b$, atque erit $21.57b = 38.49B$, vel $3.57b = 38.7B$; sit porro $B = 9C$, vt habeatur $b = 13c$, et $3.57.13c = 38.7.9C$, vel $13c = 14C$, sive $C : c = 13 : 14$. Igitur $C = 13$, $B = 9C = 9.13 = 117$, et $A = 5733$; ex quibus elementis prodeunt numeri *amicabilem impares* hi, 5.41.5733 et 251.5733. Idem numerus prodit etiam, si in aequatione $21a = 38A$ substituatur $A = 21^2B$, vt sit $a = 741b$; ex quibus oritur $21.741b = 38.21^2.B$, vel $21.19.3.13b = 2.19.21^2.B$, aut $13b = 14B$, vnde $B = 13$; et $A = 21^2.B = 21^2.13 = 5733$.

PHYSICO

**PHYSICO-
MATHEMATICA.**

ATMOMETRI SIVE
MACHINAE HYDROSTATICAE
AD EVAPORATIONEM AQVAE CERTAE TEM-
PERIEI MENSVRANDAM APTAE CONSTRVCTIO
TALIS, VT OPE ILLIVS DECREMENTVM PAV-
CORVM GRANORVM OBSERVARI ET LEX
EVAPORATIONIS CONFIRMARI POSSIT.

AVCTORE

G. W. Richmann.

Hypotheses fancire, ex iis conclusiones deriuare phaenomenaque naturalia explicare secundum recentiores scientiae naturalis cultores ad ingenii ostendationem magis facit, quam ad scientiam naturalem amplificandam. Idem ad experimenta potius pertinaci et indefesso studio instituenda adhortantur. Monito hoc excitatus, in doctrina de euaporatione, in qua multa adhuc industria scientiae naturalis studiosorum indigent, vt maiorem lucem adipiscantur, varia tentamina suscepi. Vt viam mihi pararem in propiorem rei inquisitionem legem decrementi et incrementi caloris et frigoris aquae in constanti aëris temperie inuestigavi et detectam cum Societate communicavi. Probabile enim est visum, euaporationem quandam cum hac lege connexionem habere. Diuersis hinc methodis postea euaporationem aquae mensurare tentavi. Silentio praeterire liceat tentamina frustra suscepta, quae nihilominus effecerunt, vt in meliorem propositum exequendi rationem inciderim. Hanc, quia sic comparata est, vt fini conuenientissima videatur proponere volo.

Tab. III.

Tom. II. Nou. Comment.

Q

§. 2.

§. 2. Cum ex inquisitione mea in legem, secundum quam calor fluidi crescit vel decrescit in constanti aëris temperie, pateat, eo minus esse decrementum, quo maior est massa aquae et quo minor est eius superficies insignem massam aquae, exiguae superficiei, ad evaporationem exponere constitui, ut temperiem aquae ferre possim constantem per modicum temporis intervallum.

§. 2. Ex experimentis saepius institutis innotuit parciorem esse evaporationem et longo temporis intervallum non superare pauca grana, si temperies aquae evaporandae adpropinquat temperiei aëris, machinam igitur evaporationi aquae mensurandae inserviientem ita construendam putavi ut paucorum granorum decrementum observari possit.

§. 3. Cum denique difficillimum sit, simul observare et simul experimento persequendo intentum esse, praesertim si plura peragenda sunt, machinam sic instruere volvi, ut observationi vnice vacare possim.

Tab. III.

§. 4. Has leges machinam constructurus mihi praescribens concepi,

1) Vas cylindricum GIKH, et circa parietes vasis tres vel quatuor regulas verticales in aequali a se mutuo et axi vasis distantia firmatas *aa*, *bb*, etc. et in diversis a fundo vasis distantis foraminibus praeditas, rotulas circa axes mobiles *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc recipientibus,

2) Vas cylindricum CEDF clausum ab utraque extremitate ex tenui lamina metallica fabrefactum, e. g. cuius digitus quadratus Lond. non excedat pondus 60 granorum,

(3

3) Superiori superfici CD vasis CDEF tres virgas cylindricas *gg*, *bb*, *ii* ex metallo in aequali a se mutuo et axi vasis continuato distantia verticali situ firmatas,

4) Aqua vasi GIKH infusa vas inane CDEF eidem inter rotulas circa axes volubiles *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc. submersum,

5) Operculum metallicum GH foraminibus praeditum, quae transitum facillimum concedant virgis cylindricis *gg*, *bb*, *ii*, vasi GIKH impositum, ne aqua ex vase euaporare possit,

6) Aliud vas prismaticum AABB ex tenui lamina metallica constructum et in fundo prominentiis *g*, *b*, *i*, in aequali a se mutuo et medio fundi puncto distantia praeditum, simulque prominentias istas foraminibus instructas,

7) Vas AABB virgis metallicis impositum extremitatibus earum a foraminulis fundi vasis rite receptis,

8) Totum apparatus ita constructum, vt vase AA BB tot libris aquae onusto, quot requiruntur, vt temperies per modicum temporis intervallum non sensibilibiter mutetur (§. 1.) simulque thermometro, quod temperiem aquae prodat, vas CEFD ita aquae submergatur, vt fundus vasis AABB tantum digitum distet vel minus a superficie aquae in vase GH IK stagnantis.

§. 5. Facile patet ex principiis hydrostaticis.

1) Summam ponderum vasis AABB, aquae in eo stagnantis, thermometri, virgarum *gg*, *bb*, *ii* et prominenten-

minentiarum vasis A A B B , item vasis inanis C E F D aequalem esse debere ponderi aquae , quae idem spacium occupare valet , quod occupat pars machinae aquae submersa.

2) decremento aquae ad euaporationem in vase A A B B expositae facto , totum apparatus eleuari debere , et quidem decrementa esse in ratione altitudinum , per quas eleuatur machina , propter virgas $g g$, $h h$, $i i$ eiusdem vbi-que sectionis normalis ad axin.

§ 6. His consideratis vt ad propiorem machinae constructionem accedam , supponam ,

1) Decrementum trium granorum esse obseruandum.

2) Decremento trium granorum facto machinam eleuatam esse per duas lineas Lond.

3) pondus aquae , quae spacium vasis C E F D et partium virgarum aquae submersarum occupare valet esse 42. librarum.

4) Volumen vnus pedis cubici Lond. aquae obtinere pondus 60. librarum.

5) Libram vnam constare ex 7680. granis med.

6) Altitudinem C E esse 24. digit. Lond.

7) digitum quadratum laminae metallicae , ex qua vas C E F D et A A B B constructum , esse 60. granorum.

8) Latus fundi quadrati vasis A A B B esse 12. digit Lond. et altitudinem vasis $6\frac{1}{2}$ digit.

erit 1) Volumen C E F D $1209375'''$ \square

2) Sectio vasis C E F D ad axin normalis $5040'''$ \square ferme.

3) Diameter C F 8011^v $+$. area totius superficiei vasis

vasis C E F D erit 4) 70440''' □ ferme hinc.

5) Pondus vasis C E F D erit 42264. gran. fiat paulo maioris ponderis e. g. vt 6. libras, ponderet.

6) pondus vasis A A B B erit 27360 gran. fiat vas A A B B paulo maioris ponderis e. g. quatuor librarum.

7) Summa ponderum thermometri, virgarum *gg*, *bb*, *ii*, et prominentiarum fundi vasis A A B B vt duas libras excedat, non est neceffe.

8) Cum capacitas vasis tanta sit, vt sub altitudine 6 digit. Lond. 30 libras aquae continere possit, erit vase ad altitudinem sex digitorum aqua pleno summa omnium ponderum aequalis 42 libris, et hinc submergetur machina ita, vt fundus vasis A A B B digitum distet a superficie aquae in vase G I K H stagnantis.

9) Secundum hyp. 2 et 3 coll. §. 4. n. 3. virgae portio sub altitudine duarum linearum granum capere debet, hinc per calculum diameter sectionis virgae normalis ad axin erit $1\frac{6}{16}$ lin. Lond. ferme.

§ 7. Cum in iusta virgarum crassitie totum artificium consistat et difficillimum sit artifici mensuram assignatam exactissime obseruare, vt virgae cylindricae iustam acquirant crassitiem, iuuabit eas $1\frac{6}{16}$ lin. crassiores et quinque digitos longas parare et dein cuiuslibet virgae ponderis decrementum in aqua inquirere, quodsi superet 25 grana, eas tenuiores reddere debet artifex et hoc continuare, vsque dum obtineatur crassities ea, sub qua virga quaelibet decrementum 25 granorum in aqua patitur.

§. 8. Si machina notatis cautelis constructa per duas lineas eleuatur decrementum trium granorum, si per li-

neam tantum, decrementum $\frac{1}{2}$ gr., si per dimidiam lineam, $\frac{2}{3}$ gr. si per quartam partem lineae eleuatur, decrementum $\frac{1}{3}$ gr. indicatur etc.

§. 9. Descripsi partes proprias machinae fatis, addere tantum liceat ad aptam constructionem multam circumspeditionem et exactissimam fabriam requiri. Inprimis

1) Parietes vasis *CEFD*, ac rotularum *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc. frontes politissimae et

2) Regulae *aa*, *bb*, etc. parietibus vasis exacte parallelae esse debent.

3) Vas *GIKH* situm exactissime verticalem habere debet, qui obtinetur, si machina cochleis *k*, *l*, etc. insistens auxilio cochlearum sic collocatur, vt ponduscula *m*, *n*, etc. ex filis *om*, *pn*, etc. pendentia ex diuersis vasis partibus procumbentibus *oq*, *pr* etc. filis directionem permittant parietibus vasis *GIKH* parallelam. His cautelis obseruatis euitatur affricus, qui machinae actionem prorsus impedire valeret.

4) Aquae altitudo in vase *GIKH* eadem semper seruari debet, quare affundenda est aqua, si decreuit altitudo, vt cognoscatur decrementum tubus vitreus incuruatus *Stv*. communicare debet cum vase

5) Aquae in vase *GIHK* temperies etiam cognita esse debet, quia mutata temperie etiam densitas aliquantum mutatur, thermometer igitur etiam immergi debet aquae: tubus hinc vitreus *Stv*. tantae amplitudinis esse debet, vt thermometer bulbum recipere possit.

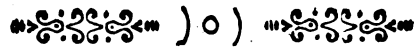
6) Vt iudicari statim possit, quanta sit elevatio machinae et hinc, quantum sit decrementum. Scala *wy* adplicari debet parieti vasis *AABB* in lineas Lond. et quartas

quartas partes lineae diuisa et index *w* Z ex obuerso firmari.

7) Notandum porro est, decremento tanto factò, vt machina eleuari amplius nequeat, ponduscula decrementis aequalia vasi iniicienda esse, vt machina in pristinum situm redeat. Attamen si euaporatio celerrime fit calore aquae insigniter discrepante a temperie aëris, frequenter machina in pristinum situm est restituenda, quod cum molestiam creare possit haud paruam, haud incongruum esset, machinam sic instruere, vt virgae facillime mutari et loco virgarum solidarum tubi cylindrici eiusdem longitudinis et ponderis adhiberi possint. Amplitudo tuborum tanta fieri potest, vt decremento 60 granorum factò machina per linem eleuetur, i. e. diameter tuborum potest fieri $9 \frac{7}{10}$ lin. — Si aqua calida euaporationi exponitur decremента initialia sunt maiora, tubi ergo initio machinae sunt adplicandi, et obseruanda eleuatio. Deinde appropinquante temperie aquae ad temperiem aëris, decremента euaporatione facta aequali tempore erunt minora, hinc virgae solidae sunt aptandae machinae, vt decremента minora exactius cognoscantur.

Haec sufficere ad intelligentiam machinae euaporationi mensurandae inseruiantis credo, quare superfluum censeo plura addere.

ANEMO-



ANEMOMETRVM
 SVMMAM
 CELERITATVM CVIVSVIS VENTI
 ET SIMVL
 VARIATIONES DIRECTIONVM ILLIVS
 INDICANS.
 AVCTORE
Michaële Lomonosow.

CONSTRUCTIO

I.

Tab. IV.
fig. 1.

Conficiatur rota alata A, cuius singulae alae *a*, numero 16, sint fagineae 24 pollices longae, 2 latae, crassitie vero lineam vnicam haud superantes, atque axi *b* infixae ita, vt situ suo ad axem conuergente efficiant angulos $22\frac{1}{2}$ graduum. Maioris vero firmitatis gratia constringantur filo ferreo duplicato in *c* et *g* per ipsas traiecto.

fig. 2.

II.

Axis *b* per foramina in summo margine capsulae lignae BCDE, cui dimidium dictae rotae includitur, traiectus, cumque rota motus, dente *d* rotam aliam F duos pedes in diametro habentem et 800 dentibus instructam moveat, quae tympano *b* axi suo affixo circumagat rotam tertiam M, dimidii diametri et dentibus 400 praeditam, cum axe *p* diametri semipedalis, longitudine vero $\frac{1}{4}$ seu $\frac{1}{2}$ pollicis adaequante.

III.

III.

Sint duo elateres e et m , ad tabulas laterales firmati. Prior, qui fortior est, rotam M ad tympanum b apprimet; pro lubitu funiculo pqr ab illo remouendam; posterior erit flexibilior, et motum retrogradum rotæ F prohibebit.

IV.

Rotæ F et M tegantur tabula lignea tenui, lateri capsulæ $BCDE$ aequali, et ab omni parte probe muniantur contra humorum impressionem. Ad latus capsulæ illius angustius BD firmetur perpendiculariter tabula Q , quinque pedes longa, latitudinæ vero capsam adæquans, cum incisuris pro lubitu ad machinam ornandam factis.

V,

Integra machina firmetur ad vectem CK , cuius pars inferior perforata est secundum longitudinem instar tubi ad funiculos recipiendos. Ex L vsque ad K sit vectis figuræ prismatice tetragonæ, nempe quantum erit infra fornicem TT ; reliquum erit figuræ cylindricæ, longitudinis et crassitiei, ad machinam sustinendam et ventorum impetum ferendum sufficientis.

VI.

In fornice TT fiat foramen rotundum, aptumque ad vectem cylindricum capiendum; muniatur cono perforato GG ad fornicem firmato, et cono altero concauo RR , priorem tegente, atque vecti affixo ita, vt vectis in foramine libere moueri possit circa suum axem, et pluuia atque nix cono concauo RR a foramine arceatur.

Tom. II. Nou. Comment.

R

VII.

VII.

Axi p alligandus est funiculus $p\ l\ t$, cera vel pice infectus, circa eundem ipsum axem volutendus, cuius altera extremitas circumvoluenda erit rotæ H cum gradibus in limbo eius descriptis, quorum magnitudo, ut et rotæ ipsius, praxi erit determinanda, quemadmodum infra docebitur. Index n ad vectem fixus pro diuerso situ rotæ gradus ostendet.

VIII.

Rota H in capsula lignea N profunda et angusta sit mobilis. Peripheriæ eius affigatur tubus vitreus æquabilis, circulari figura ineurius, cuius lumen sit vnicam circiter lineam amplum; atque impleatur Mercurio ad vtramque vsque aperturam u et y , cum erunt in eadem linea horizontali. Capsula N habebit foramen in t .

IX.

Fig. 3.

Circa vectis inferiorem extremitatem K collocetur receptaculum ligneum circulare X in 32 loculos lamellis ligneis tenuissimis discretum aequaliter, ita ut loculo N spectante septentrionem, oppositus S meridiem versus dirigatur, atque singuli versus 32 ventorum regiones vergant. Partes loculorum \varnothing in angulum acutum versus peripheriam exeuntes sint opertæ; reliquum quod ad foramen X extendetur et opertum erit, distinguatur pictis in modum amusi singulis ventis.

X.

Omnia denique industria artificis ita aptentur et coniungantur, ut et ad motum sint prompta et ad impetum
aëris

aëris sustinendum satis firma. Magnitudo alarum et rotarum pro cuiuslibet arbitrio et commoditate augeri aut minor eligi poterit. Rotae F et M vt et tympanum conficiantur ex aurichalco.

XI.

Antequam in situ debito inter fornicem firmata fuerit, collocetur haec machina primum in loco, vbi ventus quilibet libere spiret, et rotam alatum A aequabili rotatione moueat. In distantia centum orgyiarum ponatur meta in ea regione, versus quam ventus a machina dirigitur, et aëri moto committatur pluma, quae dum per spatium centum orgyiarum fertur, notetur interea numerus gyrationum rotae alatae per numerum dentium rotae F quam fieri potest accurate; Et hac ratione inuento numero rotationum illius pro 100 orgyis, quas aër percurrit, numerandae sunt rotationes pro 500 orgyis, vt aër nempe percurrat integram Werstam. His rotationibus absolutis, notetur locus indicis *n*, et distantia eius a puncto, in quo fuit initio primae rotationis, sumatur pro gradu primo scalae in limbo rotae H describendae, iuxta quem reliqui determinari poterunt; ad eiusmodi gradus certius determinandos, possunt etiam datae rotationes pro milliaribus numerari, atque designari.

VSVS.

Haec machina posita in summo speculae astronomicae, vel cuiuscunque aedificii editioris 1) implebit vices Tritonis, indicando directionem cuiuslibet venti, ita vt tabula Q et integra superiore parte machinae, cum dire-

R 2

ctione

ctione moti aeris congruente, angusta capsula NN spectabit eam, vnde ventus spirat, plagam, quae illico ex subiecto amusio innotescet; 2) Rota alata A vento mota, rotas F et M, ad inuolutionem funiculi *pl* retardandam comparatas, mouebit simul cum axe *p*, ope dicti funiculi rotam H in capsula NN, circumuolente. Quo fiet, vt pro diuersa quantitate aeris praeterlapsi diuersus quoque numerus graduum supra indicem *n* ascendet. Hac ratione, absente obseruatore, notari poterit summa celeritatum venti cuiuslibet. Absoluta scala in limbo rotae H descripta, deducatur elater e funiculo *pqr*, vt rota M cum axe *p* moueri possit extra contactum tympani *b*; et rota H reuoluatur in eum situm, in quo index *n* ostendit rursus in scala initium primi gradus; tandem vero funiculus remittatur; quo facto, rota M cum tympano *b* in contactu posita ab eo rursus moueri poterit. 3) Spirante vento, et rota H ex *u* versus *y* vergente, deprimetur lumen *y* tubi *uy*, perque id Mercurius ex tubo in capsulam angustam NN, et ex illa per foramen *k* defluet in amusii loculum, qui respondebit regioni, vnde ventus spirat. Et vento variante, Mercurius pro ratione depressionis luminis *y* effluet in loculos amusii, regionibus, vnde ventus variabilis spirabit, correspondentes. Scala absoluta et mercurio in tubulo iamiam deficiente, fiat rotae H reuolutio modo superius praescripto, et tubulus *uy* ope conuenientis infundibuli impleatur denuo Mercurio et foramen *k* statim obturetur. Ex loculis amusii singulis Mercurius seorsim effundatur per epistomia *z*, in tubulum eiusdem luminis cum tubulo *uy*, et per diuersam altitudinem Mercurii in aequales gradus distributam, notetur

SIMVL VARIAT. DIRECT. ILLIVS INDIC. 133

tetur eius diuersa quantitas. Vltimo foramen *k* aperiatur, vt Mercurius per capsulam NN in loculos amufii demuo ex tubulo vitreo defluere possit. Quoniam autem quantitas Mercurii in tubulo *uy* gradibus singulis in scala descriptis in singulis partibus proportionalis est, quod ex constructione patet; ex diuersa igitur quantitate Mercurii in loculis contenti constabit, quantum aeris ex quavis regione dato tempore praeterfluxerit, atque adeo pro singulis diebus et mensibus, proque integro anno a sedulo obseruatore sine incommodo obseruari et determinari poterunt directiones et quantitates aeris praeterlabentis, quod maximum emolumentum meteorologiam colentibus afferre posse nemo inficiabitur.

R 3

IN-



*** INQUISITIO IN RATIONEM PHAENOMENI, CUR AQVA PROFVNDATA IN VASIS HOMOGENEAE MATERIAE PLVS EVAPORET, QVAM AQVA MINVS PROFVNDATA ET CONFIRMATIO EXPERIMENTO NOVA RATIONE INSTITVTO.**

AVCTORE

G. W. Richmann.

§ 1.

Aquae caeteris paribus euaporationem esse in ratione superficialium aëri expositarum, nemo facile negabit, sic ut experimentis propositionem confirmando superfedere possim. Si vero profunditates aquarum discrepant et massae, superficies vero aëri expositae sunt aequales, quid tunc obtineat, difficile dictu videtur.

§. 2. Euaporationem aquae magis profundae Cl. Krafftius maiorem affirmavit cum Edm. Halleyo et veritatem rei experimentis saepius repetitis confirmavit. Fuerunt etiam, qui contrarium asseruerunt. Repugnantes sententiae effecerunt, ut officii mei esse putauerim inquisitionem nouam rei suscipere, quod cum fecerim Cl. Krafftii assertum semper confirmatum vidi, quotiescunque Experimentum institui. Quomodo instituerim nunc exponam.

§. 3.

(*) Licet autor haec cogitata antea tradiderit, quam quae de decremento et incremento caloris et de euaporatione cum societate communicavit, et quae Tomo I. inserta sunt; tamen conuenientius iudicavit haec referuare Tom. II. Comm. N. quia ista lucem hinc affundere possunt.

§ 3. Die 28. Iulii, per totam diem temperie aëris non superante gr. 126. Therm. De l'Isle neque infra 120. existente, duo vasa A et B vitrea, aqua impleta et in balance aequilibrata exposui aëri quieto vmbroso sic, vt superficies aëri expositae essent in eodem plano horizontali.

Vas A erat cylindricum et diamèter luminis $a b$ $2\frac{1}{2}$ poll. Lond. altitudo vasis erat vnus poll. +, crassities parietum vero quarta pars lineae circiter.

Vas B coni truncati figuram referebat, diamèter luminis $c d$ erat $= a b = 2\frac{1}{2}$ poll. Lond. altitudo vero paululum maior quam trium pollicum Londinensium: crassities parietum erat, vt crassities parietum vasis A. Baseos diamèter vix quinta parte lineae minor erat diametro orificii, vt figura coni truncati a figura cylindrica vix recesserit.

Vasi A infidi tantum aquae vt altitudinem vnus pollicis in vase acquireret, vasi B vero tantum vt altitudinem trium pollicum obtineret. Superficies hinc aquae in vase B erat minor, quam superficies aquae in vase A, ob $g b$ minorem quam $c d$ conseq. minorem quam $a b$ et $e f$. Erat simul superficies aquae in vase B magis depressa, in vase A vero minus depressa infra orificium vasis. Evaporatione vero fiente, superficies aquae in vase B semper minui debebat, in vase A vero constanter eadem manebat: at nihilominus vasis per duodecim horas in aëre tranquillo pendulis, observati profundius vas plus evaporasse quam minus profundum. Die 29. et 30. continuavit evaporatio, die 31. qui humidus erat nullam lancis inclinationem observavi. Experimentum postea saepius repetii semper cum eodem euentu. Notavi quidem etiam quantum exacte qualibet vice evaporatio ex vase profundiori

Tab. V.
fig. 1.

diori superauerit euaporationem ex vase minus profundo, sed cum euentus in experimentis diuerso tempore captis dissimillimi essent, sine ratione, quid notauerim, addere nolui. Silentio autem non praeterire possum, superficies aquae post unum alterumque diem cuticula interdum obductas fuisse, quae euaporationem impediuit, ut vix sensibilis esset.

§ 4. Rationem cur vasa dicto modo comparata et dicto modo impleta adhibuerim ut afferam e re esse videtur: suspicio mihi subnaſcebatur, facile eligi posse vasa talia, quae licet ad sensum vnus diametri essent, nihilominus ratione diametrorum discreparent, quo casu, si diameter profundioris vasis esset maior, euaporatio ob superficiem maiorem maior esse deberet ex profundiori vase, et si diameter vasis minus profundi esset maior, euaporatio ob superficiem maiorem ex vase minus profundo maior esse deberet: elegi hinc maius vas tale, de quo certus eram superficiem aquae aëri expositam esse minorem in eo, quam superficiem aquae in vase minori. Deinde etiam dubitavi, an exacte vasa sic implere possem, ut aqua in utroque vase in eadem distantia ab orificio vasis stagnaret, et cum ex hac circumstantia disparitatem metuerem, sic impleri aqua profundius vas ut ad sensum profundior esset superficies aquae aëri exposita in profundiori vase infra orificium vasis, quam in vase minus profundo. Curavi simul ut superficies aquae aëri expositae essent in eodem horizontali plano, ne diuersa pressio aëris diuersitatem gignere videretur. Pressione enim aëris minori minus euaporasse obseruatum est. (*)

§. 5.

(*) Philos. Trans. (n. 171.)

§. 5. Cum ex profundiori vase non solum ob minorem superficiem, sed etiam ob profunditatem maiorem superficiem infra orificium vasis minus euaporare deberet, quam ex vase minus profundo, et nihilominus ex profundiori vase plus euaporet, legitime concludi posse iudico, ex vase profundiore eo magis plus euaporare debere, si superficies aquae aëri expositae sunt aequales et superficialium profunditates infra orifica vasorum pariter aequales.

§. 6. Nunc restat, vt etiam in rationem phaenomeni inquiram; vbi statim considero euaporationem fieri in atmosphaera, medio quodam raro, multis et frequentibus vicissitudinibus obnoxio. Illa enim licet Thermometra, Barometra, Manoscopia et hygrosopia et anemometra nostra variationes eius minimas non indicent, modo est frigidior modo calidior, modo magis premens, modo minus premens, modo densior modo rarior, modo humidior modo siccior, modo vehementer agitata modo lenius, modo tranquilla. Si igitur atmosphaera talis superficiebus aquae aequalibus imminet et vasorum parietes ambit, in quibus aqua stagnat, etiam mutationem in illa producat necesse est, qualiscunque illa demum sit.

§. 7. Indubiae veritatis et facilis obseruationis est

1) Duabus massis aqueis aequalibus aequè calidis et earundem superficialium eidem aëri frigidiori vel calidiori, quam massae aquae sunt, expositis, vtramque massam temperaturam aëris aequali tempore obtenturam.

2) Duabus aequalibus massis aquae aequè calidis, sed diuersarum superficialium eidem aëri frigidiori vel calidiori, quam ipsa sunt, expositis, massam superficialium maioris

Tom. II. Nou. Comment.

S

tem-

temperiem aëris citius obtenturam, quam massam minoris superficiei.

3) Duabus massis aqueis, aequè calidis, earundem superficierum, eidem aëri frigidiori vel calidiori expositis, quam ipsae massae aquae sunt, massam minorem citius temperiem aëris acquiraturam, quam maiorem massam. Hinc videtur concludi posse,

4) Si maioris massae superficies habeat ad minoris massae superficiem rationem minorem, quam massa maior ad massam minorem, minorem massam temperiem aëris citius obtenturam, quam maiorem massam, et

5) Si maioris massae superficies habeat ad minoris massae superficiem rationem multo maiorem, quam volumen massae maioris habet ad volumen massae minoris, maiorem massam citius temperiem aëris consecuturam, quam minorem massam. Haec omnia observationibus vulgaribus et exinde elicitis conclusionibus probabilia redduntur, possent tamen etiam experimentis, si vasa apte parata ad manus essent, indubia reddi.

1) Ad propositionem (n. 2) confirmandam enim posset parari vas cubicum A cuius latus esset 6. pol. et aliud vas parallelepipedae B. cuius baseos latus alterum esset 18. poll. alterum 6. poll. et altitudo 2. poll. Erunt enim sic superficies capacitarum, vt. 216 : 312. volumina vero aequalia, quae continere possint. Vel posset etiam adhiberi vas sphaericum C et conicum D. vasis conici altitudo sit aequalis radio sphaerae, basis conii vero aequalis superficiei sphaerae. Talia enim vasa capient aequalia volumina, superficies vero sphaerae erit ad superficiem Coni vt 31400 ad 66506.

II)

II) Ad propositionem (n.3) confirmandam eligatur vas cubicum (A) et paretur aliud vas parallelepipedale, (E) cuius latus baseos alterum sit 18. poll. alterum 3. poll. altitudo vel $2 \frac{1}{3}$ poll. Capacitates vasorum enim hic erunt vt 216. ad 139 ferme, superficies vero aequales.

III) Ad propositionem (n.4) confirmandam vas conicum (F) et vas cylindricum (G) vtrumque eiusdem altitudinis adhiberi possent. Diameter vasis conici maxima sit aequalis diametro cylindrici vasis. Erit enim talis conus ad talem cylindrum vt 1 ad 3. superficies vero conici ad superficiem cylindri erit vt $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{5}$ ad $\frac{3}{2} = 1223 : 2400$. Est $2400 : 1223 < 3 : 1$.

IV) Ad propositionem n. 5. confirmandam fiat vas prismaticum baseos quadratae, latus baseos sit 10. poll. altitudo vnus poll. et vas alterum cubicum, cuius latus sit quatuor pollicum. Erunt hic superficies = 240:96; capacitates = 100:64. Est vero $240:96 > 100:64$.

Vel ad propositionem (n.4) confirmandam parari potest cubicum vas, cuius latus 4. poll. et alterum vas pariter cubicum cuius latus 10. poll. Erit enim hinc superficies capacitatis minoris vasis ad superficiem capacitatis maioris vasis vt 4. ad 25. capacitas vero minoris vasis ad capacitatem maioris vt 8. ad 125. Et $25:4 < 125:8$.

V) E re etiam esset adhibere vasa, quorum capacitates sint in ratione superficierum capacitarum e. g. vas sphaericum (C) diametri 4. poll. vel vas cubicum (H) cuius latus 4. poll. et vas cylindricum (G) eiusdem diametri et altitudinis cum vase sphaerico vel vase cubico, vt pateat, an tempora refrigerationis hoc casu sint aequa-

lia, vel in qua ratione praecise sint; Notandum vasa debere habere aperturas aquae et thermometris excipiendis aptas.

§. 8. Licet adcurata experimenta non habeamus quibus dicta §. 7. probentur, vulgares tamen experientiae et observationes aliqua ex parte de veritate propositionum testantur. Globus ferreus magnus candefactus tardius frigescit, quam globus parvus ferreus, quia superficies globi maioris habet ad superficiem globi minoris minorem rationem, quam globus maior ad globum minorem. Filum ferreum tenuissimum et longum cito in aëre frigescit post candefactionem, globus vero ferreus, si sextam (e. g.) partem ponderis filii habet, similiter candefactus tardius frigescit. Hic enim superficies maioris habet ad superficiem minoris massae maiorem rationem, quam massa maior ad massam minorem. Dum potum Thee bibimus, ex vasculo parum potus infundimus alii vasculo, in quo maiorem aqua superficiem acquirit, quin flatu oris superficiem excavamus, ut adhuc maior reddatur superficies, ad refrigerationem accelerandam.

§. 9. Ad vasa in experimento nostro adhibita si reflectimus, superficies aquae aëri expositae sunt aequales et omnes sectiones superficiei aquae parallelae tantum non aequales. Ponatur superficies aëri exposita $= aa$, profunditas profundioris $= b$, alterius $= b - c$, erit volumen profundioris $= a^2 b$, sit diameter ad peripheriam $d : p$, erit diameter vasorum $= 2a\sqrt{\frac{d}{p}}$; peripheria $= 2a\sqrt{\frac{p}{d}}$, hinc superficies profundioris aquae $= 2a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}}$, superficies minus profundae $= 2a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}} - 2ac\sqrt{\frac{p}{d}}$, et volumen minus profundae $= aab - aac$. Erit igitur $a^2 b : a^2 b - a^2 c = a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}} : 2a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}}$

INQUISIT. IN RATION. PHAENOMENI *cet.* 141

$\sqrt{\frac{p}{a}} - 2ac\sqrt{\frac{p}{a}} - \frac{2a^2c}{b}$, quae vltima quantitas minor est quam superficies aquae minus profundae $2a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{a}} - 2ac\sqrt{\frac{p}{a}}$.

Superficies ergo minoris massae non continetur in superficie maioris massae toties, quoties continetur minor massa in massa maiori, i. e. superficies maioris massae habet ad superficiem minoris massae rationem minorem, quam volumen maius ad volumen minus. Hinc *sec.* §. 7. n. 4. minor massa citius quam maior massa, aëri certae temperiei exposita, temperiem aeris obtinere debet. Cum diameter vasorum sit 25''' , altitudo maioris vasis 30''' , altitudo minoris 10''' , erit superficies interna maioris vasis 33'' 30''' □, superficies interna minoris vasis 17'' 64''' □; Volumen quod contineri potest minori superficie erit 4'' , 906''' ⊕; Volumen quod contineri potest maiori superficie 14'' , 718''' ⊕. Volumen ergo minoris continetur in volumine maioris ter, superficies vero minoris in superficie maioris nondum bis.

§ 10. Si nunc conditio euaporationis aquae ponitur

1) Superficie eius expositio aëri, qui diuersam temperiem habet a temperie aquae. Si

2) differentia inter temperiem aëris et aquae maiori existente euaporatio maior statuatur. Si

3) temperie aëris aequali temperiei aquae euaporatio minima fieri ponatur, patet 1) conditionem euaporationis citius cessare in massa minori quam in massa maiori, cum minor massa, positis conditionibus experimenti, temperiem aëris citius consequatur, quam maior massa. Hinc mutatione aëris resp. temperiei facta, (quod frequenter

fit, cum continuæ in aëre sint vicissitudines) qualibet vice diutius durare debet evaporatio insignis in massa maiori, quam in massa minori. Hinc mirum non est, plus evaporare ex massa maiori quam massa minori.

2) Patet, cum massae minoris calor celerius decreascat vel crescat, et hinc post certum tempus differentia inter temperiem aëris externi et massae minoris aquae minor sit, quam differentia inter temperiem eandem aëris et temperiem massae maioris post idem tempus, evaporationem massae maioris post quodlibet intervallum maiorem esse debere, quam evaporationem massae minoris.

§. 11. Si aër frigidior est quam aqua, evaporationem fieri eo celerius, quo maior est differentia inter temperiem aëris et aquae nemo dubitabit.

Si aër calidior est, quam aqua evaporanda, calor aëris distribuitur per aquam, et motus intestinus particulatum hinc fit maior, hinc aqua aptior fit evaporationi, quemadmodum omnis solutio calore accedente celerius succedit.

§. 12. Si humidior redditur aër quam antea et simul frigidior quam massa evaporanda, evaporatio, si quaedam contingit, minor erit, quam si aër siccus esset. Ex minori tamen massa ob eandem supra allatam rationem minor evaporatio continget, quam ex maiori massa positis conditionibus experimenti.

§. 13. Si vero humidior redditur aër et simul calidior, quam aqua evaporanda, particulae humidae aëris, videntur tendere superficiem frigidioram aquae versus, et augere diutius massam minorem, quam massam maiorem,
Hinc

Hinc humiditas aëris calidioris, quam massa aquea evaporanda est contrarium efficere videtur, scil. minorem evaporationem massae maioris quam massae minoris. Revertamur tamen, cum hoc augmentum non possit esse alicuius momenti, cum paucae particulae per aërem dispersae superficiem aquae offendere possint, et si etiam ponatur alicuius momenti, non potest dici evaporationem minoris massae esse maiorem, cum evaporatio nulla hoc casu fiat.

§. 14. Si dicta bene perpendimus ratio profunditatis aquae minus est habenda, quam massarum ad evaporationem expositarum et superficialium earundem, tam earum quibus massae comprehenduntur, quam earum, quae aëri frigidiori expositae sunt. (§. §. 7. 10. 1.)

§. 15. Licet evaporationes aquarum in vasis in aëre pendulis et tenuium parietum homogeneaeque materiae sint sic comparatae, ut maior et profundior massa plus evaporet, quam minor et minus profunda massa, superficialibus aequalibus aquae aëri expositis, et superficie maioris massae ad superficiem minoris massae habente rationem minorem, quam volumen maius ad volumen minus. Non tamen asserere audeo, ad maiores massas aqueas e. g. maria, lacus, fluuiosque id adplicari posse. Alius enim calor adplicatur massis in minori a superficie telluris distantia, alius in maiori, alius in hoc alveo, alius in alio heterogeneo. Aquae ipsae sunt diuersarum grauitatum specificarum et diuersis particulis grauidae, hinc magis vel minus evaporationi aptae ut in tanta uarietate nihil certi poni possit; quemadmodum nonnulli, e. g. Edm. Halley Anglus, fecerunt, licet celeberrimi alias philosophi. Verosimilli-

144. *INQUISIT. IN RATION. PHAENOMENI cet.*

simillimum tamen est in iis regionibus vbi calor superficiei telluris plus superat calorem atmosphaerae quam in aliis, euaporationem maiorem esse debere caeteris paribus et in iis vbi aër ventis vehementioribus agitur iterum euaporationem esse maiorem. Verbo infinitas ingenium in rem pertinacius inquirens offendit circumstantias, quae faciunt, vt nihil certi determinare possit. Hinc etiam pedem hic figo, et acrioris acuminis viris investigationem relinquo.

DE



DE EVAPORATIONE

EX AQVA FRIGIDIORI AERE OBSERVATIONES ET CONSECTARIA.

AVCTORE

G. W. Richmann.

De euaporatione ex aqua calidiori aëre quaedam commentariorum nostrorum nouorum primo Tomo inserta sunt; nunc obseruationes de euaporatione ex aqua frigida in aërem calidiorem sequuntur. Hunc in finem mense Iulii et Augusti sequentia institui experimenta.

Experim. I.

quod per 9. horas et 20. m. pr. durauit.

§. 1. Ollam vitreatam lanci imposui, aquam frigidam ei infudi et Thermometrum Fahr. aquae immerfi. Contrapondio deinde alteri lanci imposito ad aequilibrium perduxim balancem. Diameter superficiei circularis aquae aëri expositae erat 6'' 7''' Lond. Balance ad aequilibrium perducta notauim tempus, temperiem aquae, temperiemque aëris ambientis. Hora VIII. matutina in loco; vbi aër libere accedere potuit incepti obseruare et fuit

Tempus - - -	Temperies aquae - - -	Temperies aëris
initio - - - 40. gr.	Therm. Fahr. - - - 63½ gr.	Th. Fahr.
post 37 m. pr. 44 - - -	- - - - -	- 63½

Simul vero lanx, in qua aqua euaporationi exposita erat, descendebat: et cum attentus apparatus omnem contemplerer, superficies externa ollae guttulis minimis instar roris obducta cernebatur vsque ad altitudinem ad quam aqua

Tom. II. Nou. Comment. T in

in olla stagnabat. Phaenomenon hoc paradoxon videri haud potuit, cum idem per vulgares observationes, licet nondum exacte definitas iam dudum constabat. Reducta deinde ad aequilibrium bilance, observabatur

	Temp. aq.	Temp. aër.
post 51 m. pr.	46	63½
- - 63	47	63½

Hic rursus lanx, in qua massa aquea examinanda locata erat, descendebat, aequilibrioque restituto observabatur

- - 72	48	63½
- - 95	52	63½

Eadem pars bilancis inclinabat, aequilibro tamen restituto mox eleuabatur, indicio euaporationem fieri ex massa aquea enaporationi exposita, saltem guttulas parietibus vasis adhaerentes cum aëre ambiente rursus uniri.

- - 140	55	63½
---------	----	-----

Hic tredecim grana observabantur recessisse, pars tamen guttularum roris emularum cernebatur in superficie ollae residua. Erat

post 290 m. p. 55 64½ et octuaginta quinque grana recesserant, vasisque superficies sicca apparebat.

post 330	63	64½	105 gr.
- - 358	63	64½	125
- - 375	63	64½	141
- - 405	63	65	161
- - 438	63	63	194
- - 470	63	65	224
- - 500	63½	65	239

- - 535 - - - 63 $\frac{1}{2}$ - - - 65 - - - 259 - -
 - - 560 - - - 63 - - - 65 - - - 277 - -

Experim. II.

duravit 10. horas 52. m. p.

§. 2. In eodem vase eodem modo institui experimentum et incepti hora III. pomeridiana. Erat initio

Temp. aq. Temp. aër - - -
 38 - - - . 65 $\frac{1}{2}$ - - -

post 23. m. p. nulla inclinatio bilancis obseruabatur, neque guttulae vllae roris aemulae cernebantur in parietibus ollae, licet in poculi argentei et alius argentei deaurati parietibus, quibus glaciem immisi, largissime collectae adparebant, vt ad parietes vasorum defluerent.

post 37. m. p. - - - 44 - - - 65 - - erat accessus humoris ex aëre trium tantum granorum, et paucae guttulae vix obseruabiles ex vna parte superficiei vasis cernebantur.

Temp. aq. Temp. aër. - - -

post 92 m. p. - - 51 - - - - 65 - - - Hic octo grana recesserant, et cum parietes vasis sicci apparebant euaporationem notare incepti. Erat

post 112 m. pr.	- - - 53	- - - 65	- - - 8	evap.
- - 142	- - - 55	- - - 65	- - - 13	- -
- - 172	- - - 56	- - - 64	- - - 25	- -
- - 202	- - - 57 $\frac{1}{2}$	- - - 64	- - - 40	- -
- - 232	- - - 58	- - - 64	- - - 52	- -
- - 267	- - - 58 $\frac{1}{2}$	- - - 63	- - - 68	- -
- - 292	- - - 59	- - - 63	- - - 77	- -

T 2

322

Temp. aq.	Temp. aër.		gr.
322	59	63	92
427	59	60	151
457	59	60 $\frac{1}{2}$	167
497	59	60	181
582	59	60	227
652	58 $\frac{1}{2}$	60	256

Experim. III.

quod duravit per 13. horas.

§. 3. In eodem vase eodem modo et eodem apparatu tempestate serena hora X antemeridiana incepti observationes, quas sequenti tabella communicabo, in qua quantitatem vaporum collectorum ex aëre ambiente antequam euaporatio inceptit, signo — praefixo, quantitatem aquae euaporatae vero signo + indico.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	Evap.
initio	38	64 $\frac{1}{2}$	0 gr.
post 20. m. p.	41	64 $\frac{1}{2}$	— 6 -
40	44 $\frac{1}{2}$	64 $\frac{1}{2}$	— 12 -
144	54	64 $\frac{1}{2}$	+ 13 -
180	56 $\frac{1}{2}$	65	+ 23 -
200	57 $\frac{1}{2}$	65	+ 32 -
230	58 $\frac{1}{2}$	65	+ 36 -
260	59 $\frac{1}{2}$	65 $\frac{1}{2}$	+ 49 -
Parietes ollae hic ficci apparebant; Erantque			
â 260 m. p. ad 280 m. p.			6 grana euaporata.
280	59 $\frac{1}{2}$	65 $\frac{1}{2}$	+ 6 gr.
300	60	65 $\frac{1}{2}$	+ 12 -
320	60 $\frac{1}{2}$	65 $\frac{1}{2}$	+ 18 -

FRIGIDIORI AERE.

149

- - 460	- -	62 $\frac{1}{2}$	- -	65 $\frac{1}{2}$	- -	+	60	-
- - 580	- -	62 $\frac{1}{4}$	- -	64	- -	+	96	-
- - 700	- -	61 $\frac{1}{2}$	- -	63	- -	+	141	-
- - 740	- -	61	- -	63	- -	+	159	-
- - 760	- -	61	- -	63	- -	+	170	-
- - 780	- -	61	- -	63	- -	+	178	-

Experim. IV.

quod duravit 9. horas et 36. m. p.

§. 4. In eodem vase eodem modo et eodem adparatu hora secunda pomeridiana obseruationes incepti.

Temp.	- - -	Temp. aq.	- - -	Temp. aër	- - -	Euap.
initio	- - -	58 $\frac{1}{2}$	- - - -	66	- - -	o
post. 23	- - -	59	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	10 gr.
- - 50	- - -	59 $\frac{1}{2}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	20 -
- - 73	- - -	59 $\frac{2}{3}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	30 -
- - 95	- - -	60	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	40 -
- - 117	- - -	60 $\frac{1}{2}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	50 -
- - 135	- - -	60 $\frac{1}{2}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	60 -
- - 163	- - -	60 $\frac{3}{4}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	70 -
- - 194	- - -	61	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	80 -
- - 248	- - -	61 $\frac{1}{2}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	100 -
- - 303	- - -	61 $\frac{3}{4}$	- - - -	64 $\frac{1}{2}$	- - +	120 -
- - 370	- - -	62	- - - -	64	- - +	140 -
- - 436	- - -	62	- - - -	64	- - +	160 -
- - 510	- - -	62	- - - -	64	- - +	180 -
- - 576	- - -	61	- - - -	63	- - +	200 -

T 3

Ex.

Experim. V.

quod duravit per 4. horas et 45. m. pr.

§. 5. In eodem vase eodem modo et eodem apparatu hora matutina IX incepti observationes.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	evaporatio
initio - -	43 - - -	75 - - -	0
post. 6 m. pr.	48 - - -	75 - - -	lanx in qua aqua posita erat descendebat, et superficies ollae externa usque ad altitudinem, ad quam aqua in vase stagnabat, guttulis minimis roris aemulis obducta cernebatur ita, vt
	Temp. aq.	Temp. aër.	evaporatio
post 9. m. pr.	49 - - -	75 - - -	— 10 gr.
- - 15	- 54 $\frac{1}{2}$ - - -	- 75 $\frac{1}{2}$ - - -	- 15 -
- - 21 $\frac{1}{2}$	- 57 $\frac{1}{2}$ - - -	- 76 - - -	- 17 -
- - 30	- 61 $\frac{1}{2}$ - - -	- 76 $\frac{1}{2}$ - - -	- 20 -
- - 46	- 64 $\frac{1}{3}$ - - -	- 78. hic non amplius humiditates ex aère accedere, sed septem grana recessisse obseruabantur et guttulae superficiei ollae adhaerentes ex parte evanescere incipiebant.	
post 54 - -	- 65 $\frac{1}{4}$ - - -	- 78 - - -	+ 10 gr.
- - 61 - -	- 67 $\frac{1}{4}$ - - -	- 77 $\frac{1}{2}$ - - -	+ 12 -
- - 65 - -	- 68 $\frac{1}{3}$ - - -	- 77 $\frac{1}{3}$ - - -	+ 15 -
- - 70 - -	- 69 - - -	- 77 $\frac{1}{3}$ - - -	+ 20 -
- - 74 - -	- 70 $\frac{1}{3}$ - - -	- 77 $\frac{1}{2}$ - - -	+ 22 -
- - 79 - -	- 70 $\frac{2}{3}$ - - -	- 77 $\frac{1}{3}$ - - -	+ 27 -
- - 83 - -	- 72 - - -	- 77 $\frac{1}{2}$ - - -	+ 33 -

Guttulae nullae roris aemulae amplius obseruabantur in superficie externa ollae. Quare euaporationem aquae notare coepi quae necessario ex sola aquae superficie fieri debebat.

bebat. Ad aequilibrium perducta bilance, lanci in qua aqua examinanda posita erat, 20. grana imposui, quo aequilibrium tollebat, et expectavi donec aequilibrium restitueretur, eratque.

	Temp. aq.	Temp. aër.	Euaporat.
post 107 m. p.	73 $\frac{1}{2}$	78	+ 20 gr.
- - 144	74	78 $\frac{1}{2}$	+ 50 -
- - 156	74	78 $\frac{2}{3}$	+ 70 -
- - 174	74	79	+ 90 -
- - 188	74	79	+ 110 -
- - 266	73 $\frac{1}{2}$	80	+ 230. -

Massa euaporationi exposita in hoc experimento cum thermometro, quod aëris temperiem notabat, radiis solis exposita erat.

Experim. VI.

quod duravit per 3. horas et 34. m. pr.

§. 6. In eodem vase eodem modo et adparatu pomeridiano tempore hora secunda observationes inchoavi. Initio massa euaporationi exposita cum thermometro, quod aëris temperiem notabat, radiis solis exposita erat.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	Euap.
intio	42 $\frac{1}{2}$	87	0
post. 6. m. pr.	47 $\frac{1}{2}$	85	5 gr.
- - 29	57 $\frac{1}{3}$	80	11 -
- - 46	62 $\frac{1}{3}$	83	+ 6 -
- - 71	66	83	+ 10. -

Parum humiditatis, quae ex aëre accesserat cernebatur adhuc in superficie ollae. Hinc euaporationem ex superficie aquae hic notare coepi, quo tempore simul massa euaporationi

152 DE EVAPORATIONE EX AQUA

rationi exposita ab incurſu radiorum ſolarium liberabatur. Erat intervallo 26. m. pr. nimirum.

		Temp. aq.	Temp. aër.	Euap.
poſt.	97. m. p.	68	79	+ 10 gr.
- -	114	68½	78	+ 20 -
- -	130	69	77	+ 30 -
- -	146	69½	76½	+ 40 -
- -	157	70	76½	+ 50 -
- -	175	70½	76	+ 60 -
- -	185	70⅔	75½	+ 70 -
- -	195	71	74½	+ 80 -
- -	204	71	75	+ 90 -
- -	214	71	74	+ 100. -

§. 7. Has obſervationes in ſequentes tabulas redegi, vt ſtatim pateret, quantum ſingulis temporibus aequalibus euaporauerit. In prima columna exſtant Tempora, in ſe- cunda columna pondera euaporata.

Experim. I.

	I.	II.
hora	1 a 95. m. p. ad 155.	15 grana ferme.
- -	2	32
- -	3	32
- -	4	32
- -	5	46
- -	6	55⅓
- -	7	38
- -	8	31

Expe-

Experim. II.

Hora	1	a	92	ad	152	m.	p.	17½	grana	ferme.
-	2	-	-	-	-	-	-	27	-	-
-	3	-	-	-	-	-	-	26	-	-
-	4	-	-	-	-	-	-	28½	-	-
-	5	-	-	-	-	-	-	34	-	-
-	6	-	-	-	-	-	-	32	-	-
-	7	-	-	-	-	-	-	24	-	-

Experim. III.

Horo	1	a	260	ad	320	18	grana	ferme.
-	2	-	-	-	-	18	-	-
-	3	-	-	-	-	18	-	-
-	4	-	-	-	-	18	-	-
-	5	-	-	-	-	18	-	-
-	6	-	-	-	-	22½	-	-
-	7	-	-	-	-	22½	-	-
-	8	-	-	-	-	25	-	-
-	9	-	-	-	-	28	gr.	circiter.

Experim. IV.

Hora	1	-	-	-	-	24	gr.
-	2	-	-	-	-	27	-
-	3	-	-	-	-	21	-
-	4	-	-	-	-	22	-
-	5	-	-	-	-	21	-
-	6	-	-	-	-	19	-
-	7	-	-	-	-	18	-
-	8	-	-	-	-	17	-
-	9	-	-	-	-	18	-
-	10	-	-	-	-	17.	-

Tom. II. Nou. Comment.

V

Expe-

Experim. V.

Horae	a 46	ad 66	m. pr.	- -	10 $\frac{5}{8}$	} summa 46 gr.
-	-	-	-	-	17 $\frac{2}{3}$	
-	-	-	-	-	17 $\frac{1}{2}$	
-	-	-	-	-	17 $\frac{1}{6}$	} - - 62 $\frac{1}{4}$ gr.
-	-	-	-	-	17 $\frac{5}{6}$	
-	-	-	-	-	27 $\frac{1}{4}$	
-	-	-	-	-	26 $\frac{1}{3}$	} - - 77 $\frac{5}{8}$ gr.
-	-	-	-	-	26	
-	-	-	-	-	25 $\frac{1}{2}$	
-	-	-	-	-	25 $\frac{1}{2}$	} - - 71 gr.
-	-	-	-	-	25 $\frac{1}{2}$	
-	-	-	-	-	20	

Experim. VI.

Horae	-	-	-	-	8	} summa 25 gr.
-	-	-	-	-	7 $\frac{10}{13}$	
-	-	-	-	-	9 $\frac{1}{2}$	
-	-	-	-	-	11 $\frac{1}{4}$	} - - 38 gr.
-	-	-	-	-	12 $\frac{1}{2}$	
-	-	-	-	-	15	
-	-	-	-	-	16	} - - 57 gr.
-	-	-	-	-	21	
-	-	-	-	-	20	

§. 8. Ad observationes allatas si respicimus et eas comparamus videre est.

1.) Initio

1) Initio colligi vapores, si differentia inter temperiem aëris et aquae superat 15. gradus Therm. Fahr. Exp. I. II. III. temperie aëris inter 60. et 70. gradum subsistente; si vero temperies aëris inter 75. et 87. gradum subsistat, colligi vapores si differentia inter temperiem aëris et aquae superet viginti gradus. Exp. VI.

2) Quo maior est calor aëris (1) eo calidiorum reddi debere aquam, donec collectio vaporum non observetur amplius, sed evaporatio solum: collatis observationibus. Exp. I. II. III. cum observationibus Exp. V. et VI. (2) eo largiorem fieri evaporationem.

3) Initio evaporationem esse minorem, deinde augeri collatis Tabulis ad Exp. I. II. III. V. VI. et tandem rursus minui collatis tabulis ad Exp. I, III. V.

§. 9. Si in rationes phaenomenorum inquirendum est, reuoco in memoriam ea, quae ad explicandam legem decrementi caloris attuli, vbi in explicatione ratio habita est diuersae elasticitatis aëris frigidi affluentis et aëris calidi recedentis. Incrementa enim caloris fiunt secundum eandem legem secundum quam fiunt decrementa, similis hinc explicatio admittenda videtur.

§. 10. Primum ergo phaenomenon fieri videtur ob allapsum aëris calidioris humidis vaporibus praediti ad superficiem frigidam, cum qua vapores vniuntur, et recessum aëris frigidioris a superficie aquae frigidae magis cohaerentis cum suo homoganeo et hinc evaporationi minus aptae. Quo maior est differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae eo celerior videtur esse debere affluxus et recessus continuus aëris, hinc eo largior vaporum collectio, si nimirum aër aequaliter vaporibus vnu-

stus est. Quo minor vero differentia eo magis videtur retardari debere affluxum et recessum aëris, ut tandem non plus vaporum accessu aëris colligatur quam recessu aëris aufugit. Quo casu euaporatio nulla fieri videbitur. Si vero magis adhuc differentia dicta minuitur, magis retardabitur dictus motus, ergo eo pauciores vapores colligentur, et hinc euaporatio praevalere incipiet prae collectione vaporum; Evaporatio vero etiam, aqua sensim calidiori reddita et cohaesione minuta augeri debet. Tali enim ratione particulae aquae euaporationi aptatae partim cum recedente aëre auferri partim agitatione a calore maiori orta expelli poterunt.

§. 11. Secundum vero phaenomenon puto sic generari. Ponatur temperies aëris vno casu minor altero maior, et obtineat aqua in temperie aëris minori certum calorem, decrescet simul differentia inter temperiem aëris et aquae. Obtineat aqua in temperie aëris maiori eundem calorem quem priori casu, differentia inter temperiem aëris et aquae quidem similiter decrescet, maior tamen erit, quam priori casu; hinc affluxus et recessus etiam aëris celerius fiet quam priori casu, hinc collectio vaporum etiam erit copiosior. Si ergo primo casu aqua tantum incaluit et differentia dicta ita decreuit et consequenter accessus et recessus aëris sic retardatus est, ut non plus vaporum colligatur, ac euaporatione recedit per (§. 10), altero casu, si aqua eundem calorem obtinet, differentia inter temperem aëris et aquae erit maior, quam priori casu hinc accessus et recessus aëris celerior hinc collectio vaporum largior ac priori casu, hinc altero casu plus vaporum potest colligi ac euaporatione recedit. Si porro primo casu aqua sic incaluit et differentia dicta ita decrevit,

vit, affluxusque et recessus aëris sic retardatus est, ut plus vaporum recedat euaporatione ac affluxu aëris colligitur (per §. 10.), altero casu, si aqua eundem gradum caloris acquisiuit, ob differentiam inter temperiem aëris et aquae maiorem ac primo casu, collectio vaporum maior esse potest quam euaporatio. Ut ergo collectio vaporum non sit maior euaporatione, necesse est, ut aqua calidior fiat altero casu ac priori. Consequenter eo magis calidior debet fieri aqua altero casu, quam priori, si collectio vaporum prorsus euanescere debet.

§. 12. Hinc tertii etiam phaenomeni ratio patescere videtur.

Quia his experimentis differentia tantum inter quantitatem euaporatam et collectos vapores detegitur; initio 1) ob aliqualem accessum vaporum 2) ob calorem aquae minorem et hinc cohaesionem maiorem; unde ab aëre recedente et ab agitatione a calore minori minus vaporum aufugit, differentia dicta minor observari debet: deinde ob accessum vaporum minorem decrefcente differentia inter temperiem aëris et aquae, et calorem maiorem, cohaesionemque minorem, unde ab aëre recedente et agitatione maiori a calore maiori plus vaporum recedit, dicta differentia maior observatur. Tandem accessu et recessu aëris admodum retardato, recedente aëre parum vel nihil forte vaporum auferetur; hinc omnis euaporatio soli agitationi a calore, qua particulae expelluntur, adscribenda erit; unde euaporatio minui debet.

§. 13. Ad rationes calculi nullo modo haec phaenomena potui redigere, neque enim ratio calorum et cohaesionis aquae hinc pendens et vis proiectionis a diverso

calore assignari potest. Exhibeo nudas observationes, contentus, si aliqualem utilitatem in naturali scientia habeant.

§. 14. Nonnulla, quae in Meteorologia utilitatem habere possunt ex his observationibus colligi posse videntur. Nimirum

1) Si temperies aëris sole supra horizontem morante 65. gradum est, et aquae in superficie telluris stagnantis, e. g. fluvii, lacus vel maris temperies minor 50. gradibus, quod vere et autumnino imprimis obtinere solet, saepius collectio vaporum largius fieri debet quam euaporatio. Exp. I. II. III.

2) Si temperies aëris superat 75. gradus et temperies aquae in superficie telluris stagnantis e. g. fluvii, lacus vel maris est minor 60. gradibus, quod aestate contingere saepius solet, rursus plus vaporum ex aëre colligi debet ac euaporatione in atmosphaeram abit. Exp. V. et VI.

3) Si differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae frigidioris in superficie telluris stagnantis e. g. fluvii, lacus vel maris paucorum tantum graduum est, quod ordinario sole supra horizontem morante fieri solet, euaporatio praeualebit prae collectione vaporum secundum observationes Exp. I. II, III. IV. V. VI.

§. 15. Possunt etiam ex observationibus euaporationis aliqua ex parte definitis nonnulla confirmari, quae in scientia naturali ex vulgaribus et parum vel prorsus non definitis observationibus a scientiae naturalis cultoribus deducuntur. Nimirum

1).

1) Post solis occasum temperies aëris, quae interdiu ordinario maior est temperie aquae in superficie telluris stagnantis decrefcit ita, vt tandem minor euadat temperie aquae, hinc nulla amplius collectio vaporum expectanda est, sed sola euaporatio per tentamen in legem euaporationis ex aqua calidiori aëre. Aqua enim in superficie telluris interdiu calefacta et euaporationi praeparata in aërem frigidiorē transmittit vapores, qui, si offendunt corpora a tellure aliquatenus remota, vapores fortius trahentia et magnae respectu quantitatis materiae superficiei, vt aëris temperies facile cum iis communicari possit, iis adhaerent et rorem exhibent. Ex atmosphaera vero non facile descendunt vapores versus superficiem telluris calidiorē, nisi aër vaporibus valde onustus sit, vt coalescentes et vniti inter ascensum vapores propter pondus auctum redire cogantur. Hinc confirmantur ex parte ea, quae Clariff. *Gersten* in tentaminibus systematis noui ad mutationes barometricas de ortu roris multis ex obseruationibus deduxit, nimirum rorem ex vaporibus ascendentibus generari. Quod vero ad controuersiam de rore deciduo et non deciduo attinet, in eorum partes abeundum esse obseruationes de euaporatione suadent, qui rorem ex vaporibus ascendentibus et descendentibus simul deriuant, si enim interdiu vaporibus valde oneratus fuit aër, (§ 14. n. 3.) vapores ex aëre cum vaporibus post occasum solis largius ex superficie telluris accedentibus coalescere et ob pondus auctum rursus descendere non est dubitandum.

2) Mane, quando sol incipit calefacere atmosphaeram, vapores calefacti, versus tellurem, quae nocte partem caloris amisit, frigidiorē ex atmosphaera praecipitari

tari debent. Et si contigerit, ut magna differentia sit inter temperiem aëris superioris calidioris et temperiem aëris inferioris superficiei telluris vicini frigidioris et corporum prope superficiem telluris sitorum magnaue respectu quantitatis materiae superficiei praedictorum et vaporum fortiter trahentium, collectio vaporum largior fieri debet in superficie corporum praedictorum, praesertim si cum vaporibus ex superficie telluris ascendentibus uniantur. Si vero minor est differentia, parcius expectari debet collectio vaporum, si scilicet atmosphaera aequaliter onusta est vaporibus. Hinc etiam, si largior vaporum collectio mane observetur, vel magnam inter calorem aëris superioris calidioris et aëris inferioris frigidioris esse differentiam, vel aërem vaporibus esse onustum, vel utramque conditionem adesse, et si contrarium obtinet, minorem esse dictam differentiam, vel aërem vaporibus parcius gravatum esse vel utramque conditionem obtinere iudicandum erit. Si porro post solis occasum largior observatur collectio vaporum, magnam inter temperiem aëris superioris frigidioris et temperiem aëris superficiei telluris propinqui et superficiei telluris ipsius calidioris esse differentiam, vel aërem vaporibus esse valde onustum vel utramque conditionem obtinere, dicendum erit. Parcius collectio vaporum contrarium indicabit.

§. 16. Si respicimus ad paragraphi 14. numeros 1. 2. 3. limites evaporationis incipientis et collectionis vaporum evanescentis a me nondum esse exactissime et omni modo definitos, patet. Requiritur ad hanc rem (1) multorum concurrentium labor, uti rem perpendenti facile patet, et (2) requiruntur thermometra ad observationes, quo-

quorum gradus in minutissimas, quantum possibile, partes diuisi sint. Operaeque mihi praetium videtur in eiusmodi res maiori cum solertia inquirere, quia ad meteorologiae perfectionem facere videtur, de qua perficienda omni modo solliciti esse debemus.

EXPERIMENTA DE COMPRESSIO- NE AERIS IN PRIMIS PER AQVAM IN BOMBIS CONGLACIATAM DESCRIPTA.

AVCTORE

G. W. Richmann.

§. 1.

Experimentum Halleſii de compressione aëris per conglaciationem aquae, quod in ſtatica vegetabilium deſcripſit, repetiturus ſimul ſpatium aëris in quod comprefſum coarctatur obſeruare et inquirere conſtitui, vtrum coarctatio tandem finiretur ita, vt aër maiori compressioni e. g. duplae triplae ſine voluminis decremento ſenſibili reſiſtat, vel ſine fine continuet ita, vt omnem inquisitionem inanem reddat. Quod ad vltimum momentum attinet nihil deſignare potui, quid ratione primi praeflitum ſit breuiſſime enarrabo.

§. 2. Variis bombis Illuſtr. Praefidis cura comparatis cum Cl. Kratzenſteinio ſequenti ratione experimenta cepimus.

Experim. I.

Tab. VI.
Fig. 1.

1) Factus eſt cylindrus ſolidus ligneus A B, qui ab vna parte excavatus eſt ita, vt cavitatis (1) vaſculum vitreum *ab* (2) tubulum vitreum gracilem *cd* in *c* hermetice clauſum, (3) bulbum vitreum cylindricum *de*, in quem tubulus *cd* abibat et qui ab altera parte iterum in tubulum gracilorem apertum *ef*, fundum vaſculi *ab* attingentem deſinebat, reciperet.

2) In

EXPERIM. DE COMPRESSIONE AERIS 163

2) In tubulum *fe* adacta est tinctura ex oleo terebintinae et lacca Florentina tritu parata et deinde tubulus vasculo vitreo *ab* mercurio impleto immerfus et totus hicce apparatus cavitati praedictae immiffus est. Quo facto notata est tincturae circa *e* stagnantis altitudo in tubo *cdef*.

3) Cylindrus ligneus *AB* cum tubulo *cdef* et vasculo *ab* dicto modo coniunctus immiffus est bombae diametri 9 dig. Lond. et cuius capacitatis diameter erat 6, 1. dig. L, minima parietum crassities I, 1. dig. L. maxima crassities I, 8 dig. L. et aperturae bombae diameter I, 3 dig. L.

4) Hoc facto, bomba aqua temperiei 32. gr. Therm. Fahr. impleta est, quae per aliquot horarum intervallum aëri libero temperiei 18. gr. Therm. F. exposita fuerat, et obturamento ligneo conico *CD*, cuius basis minor massa fusa ex colophonio et cera illinebatur, per malleum sat fortiter percusso clausa est.

5) Deinde bomba sub preli validissimi *E F* cochlea Fig. 2. mari collocabatur, cuius cochlea foemina robustissimo ferro *HIKL* incisa erat, quod ex vtraque parte incurvatum cum robustissimo parallelepipedo ferreo *HL* cohaerebat. Cochleae maris diameter erat $4\frac{1}{7}$ dig. L. et distantia helicum unius et dimidii dig. L. haec vecte 4 et $\frac{1}{2}$ pedem longo circumagebatur et ita obturamentum in bombam adigebatur.

6) Cautum tandem est ne cochlea eleuaretur pressione aquae congelascentis, vecte per obicem retento.

Expositus mansit totus apparatus per 4 horas aëri libero

bero temperiei 15 gr. Therm. Fahr. donec bomba cum insigni sonitu disrumpebatur.

In duas partes ferme aequales diuisa erat ; planum rupturae erat verticale : altera pars immobilis persisterat vi preli retenta ; altera vero projecta erat ex alt. 2 $\frac{1}{2}$ pedum cum apparatu incluso ad distantiam octo ferme pedum L. Celeritate ergo dissiliit, quam acquisuisset, si per altitudinem 6 $\frac{1}{2}$ pedum lapsa esset. Parum tincturae ipsam verticem tubi illibati *c d* maculauerat simulque aqua aëre et tinctura distincta in tubo *c d* apparebat. Vas vero vitreum, in quo mercurius stagnerat glacie, quae crassitie $\frac{6}{18}$ Dig. L. internos bombae parietes obduxerat, cinctum et fractum deprehendebatur, mercuriusque dispersus.

§. 3. Hinc ferme idem experti sumus, quod Celsus Hales, unde tamen de compressione aëris nihil certi stabiliri poterit. Mire paradoxon erat aquae in tubulum receptae phaenomenon. Alias enim aër crassioribus fluidis imprimis in tubulis gracilioribus ita resistit, ut nulla ratione aditum iis permittat, praesertim si superiorem locum occupat. Siquae compressione in minus spatium redigitur, pressione cessante sese in volumen pristinum restituens crassius fluidum rursus expellit.

§. 4. Quæri hinc potest, an forte vasculum vitreum *a b* ante ruptam bombam glacie, quâ cinctum deprehendebatur, fractum sit? ut mercurius diffuere aquaeque specificè leuiori locum concedere potuerit, quae cum tinctura pressione aquae congelascentis non porcul à vertice subsisterit et aëre aqua specificè grauiori facta ingenti pressione ad ipsum verticem ascenderit et deinde rupta bomba per aërem compressum et sese restituentem ex parte expulsa

pulsâ sit, ex parte vero parietibus cohaerens, aequilibrioque restituto coalescens aëre distincta apparuerit. An vero rupta bomba aër compressus magna vi ultra limites compressionis naturalis erumpens ipso ruptionis momento partem spatii aquae accedenti inanem reliquerit? nisi tantus ultra statum compressionis naturalis saltus, ut etiam tubi supremus vertex maculatus sit tinctura, nouum paradoxum exhibeat. Dicitur etiam posset pressione validâ aëris particulas valde diminutas fuisse, ut forte ipsi pori mercurii et aquae illis peruii fuerint, ut sese ex vertice tubi subducere et crassiori fluido locum concedere debuerint, aër enim, qui in aquae interstitiis hospitatur, si pressio externa minuitur, sese ex aqua explicare solet, et contra, si augetur pressio, aquae volumine non mutato in poros ipsius recipitur, quod vltimum, quo maior pressio euadit, eo celerius fieri deberet. At non e re nostra est his et similibus suspicionibus inhaerere, quae experientia indubitata stabiliri haud possunt, hinc ad experimenta redimus.

Experim. II.

§. 5. Hoc experimento aër sola vi preli compressus est. Bombae, quam adhibuimus diameter erat 7, 8 dig. L. diameter capacitatis bombae 5, 3 dig. L. crassities parietum minima I, 1 dig. L. crassities parietum maxima I, 3 dig. L. Diameter aperturae erat I, 1 dig. L. Simili apparatu ei vsi sumus, quo experimento I. Similique ratione cuncta aptauimus, nisi quod loco vasculi vitrei *a b* elegerimus vasculum ferreum cylindricum. Obturamento vero vi preli in bombam coacto, illud rursus

remouimus, et apparatus ex bomba extracto tinctura ad insignem altitudinem ascendisse, aër vero iterum illibato tubo et toto apparatu per totum tubum *c d* et bulbum expansus cernebatur. Ponderato mercurio, qui idem volumen habebat, quod aër ante compressionem in tubo *c d e* et eo, qui idem habebat, quod aër in ipso compressionis statu in vertice tubi, inueni illud ad hoc ferme vt 30 ad 1. Hinc volumen aëris compressi fuit $\frac{1}{30}$ pars voluminis eiusdem aëris ante compressionem.

Experim. III.

§. 6. Constabat Clariss. Halesium nuda pressione vi preli facta, aërem in partem $\frac{1}{37}$, voluminis redegit et Halleyum in $\frac{1}{38}$ coarctasse. Subiit animum inquirere, vtrum per nostram machinam maior compressio effici posset. Iterauimus igitur experimentum, et ne pressione aqua per poros lignei obturamenti transudaret et ita compressio aëris minor fieret, quam foret si hoc impediretur, obturamentum in bombam aqua impletam percussibus mallei coactum, vt aqua spumescens per poros ligni peneraret, et sic totam obturamentum impregnaretur, rursus remouimus aëricque frigido exposuimus vt aqua in interstitiis congelaret. Deinde muniuimus bombam aqua impletam et apparatu descripto instructam obturamento et vi preli illud in bombam intrusimus. Deinde remoto obturamento et exento apparatu illibato vidimus aërem in minus adhuc spatium redactum fuisse ac exper. II. compressione vero cessante idem rursus volumen nactum esse, quod ante compressionem habuerat, spatiique aëris ante et post com-

compressionem simili ratione ac experim. II. definitis, aërem in $\frac{1}{120}$ prioris voluminis partem nuda preli pressione redactum fuisse apparebat. Tinctura enim distinctissime limites aëris compressi notauerat.

§. 7. Ex hoc experimento simul videre licuit, aëris particulas hac pressione nondum minutas fuisse, ut poros mercurii et aquae intervallo isto temporis penetrare potuerint, quo compressio duravit: quod exiguum tamen fuit. Aliter enim spatium aëris compressione cessante minus fuisset spatio aëris ante compressionem. Parum enim probabile est aërem per fluida crassiora dispersum fuisse et compressione cessante subito rursus in tubum *cd* latum fuisse, quemadmodum aër ex fluidis crassioribus sub campana euacuata sese explicat.

§. 8. Vi machinae pressio in obturamentum minimum 4000. librarum erat. Distantia enim helicum erat ad peripheriam loco vectis descriptam, ubi potentia applicata erat uti 1. ad 100. (§. 2. n. 5). Posita hinc potentia aequali 40. tantummodo libris, orietur hinc pressio in obturamentum 4000. libr. Et posito demidiam huius pressionis partem a resistentia parietum bombae ad aequilibrium perducere remanebit nihilominus pressio 2000. librarum, qua aër in tubulo *cde* coarctari poterit. Si igitur atmosphaerae pressio in aream vnus dig. quadrati ponitur 16. libr. et 5. unc: in aream aperturae bombae sc. 0, 95 dig. \square erit $15\frac{1}{2}$ libr. Haec pressio atmosphaerae ad pressionem prelo factam erit ut $15\frac{1}{2}$: 2000. = 1: 129, circiter. Ab hac pressione parum recedit ea, quae requiritur ad aërem sec. regulam Mariottianam in spatium illud redigendum, in quod experimen-

to

to III. redactum fuit. Secundum enim hanc regulam spatia aëris sunt in ratione inuersa ponderum vel virium comprimentium, pressio ergo haec centies vigesies pressio nem atmosphaerae superare debuit.

Experim. IV.

§. 9. Vt quid, aqua in bomba congelascente fieret, denuo experiremur, toto apparatu bombae immisso obturaculo eam bene clausimus et fune canabino nouo vndi quaque cinximus, vt bomba rupta vi funis contineretur et totus internus apparatus illibatus permaneret; at bomba per 4. horas in temperie aëris 13. gr. Therm. Fahr. libero aëri exposita sub prelo rupta est cum fune, quocincta erat. In tria frustra inaequalia sec. plana verticalia iterum diuidebatur, et partes ex alt. $2\frac{1}{2}$ pedum vsque ad trium pedum distantiam proiectae sunt sec. diuersas plagas, disiectis simul massis ligneis, quae ex vtraque parte bombae adplicatae erant, vt, si bomba dissiliret, devolutio impediretur. Totus apparatus iterum praeter spem fractus est et suprema tubi extremitas ne quidem inuenta. Fluidum sic dispersum cernebatur, vt basi cochleae maris non solum guttulae aqueae, quae in glaciem abierant; sed etiam quam plurimae guttulae minimae mercurii adhaerentes apparerent. Crusta glacialis, qua obducti cernebantur parietes bombae obseruabatur crassitiei $\frac{4}{10}$ dig. L. circiter. Idem paradoxon obseruatum in portione quadam tubuli *c d* inuenta, ac experim. I. in qua aër tinctura et aqua distinctus apparebat.

§. 10.

§. 10. Si dispersionem particularum aquae et mercurii consideramus, vel dici poterit, aërem, qui forte in bomba et in interstitiis aquae continetur et congelatione separatur et colligitur bomba rupta cum impetu expansum fuisse et aquam et mercurium dispersisse; vel aquam et mercurium, quarum prima omni compressioni, quantacunque sit, a plurimis resistere posse creditur, parum comprimi tam ingenti pressione et vim elasticam obtinere, quae sese pressione subito cessante exerat, ita ut particulae, quae pressione ingenti in se mutuo ferebantur illuc latae sint, ubi pressio omnium primo subito minuta est, i. e. illuc, ubi crassities parietum bombae minima est; vel etiam parietes bombae pressione ingenti dilatatos, pressione subito cessante et rima facta, sese restituisse et aquam eiecisse, ubi tamen quomodo mercurius eiectus sit difficulter intelligitur; vel omnia haec concurrere.

Experim. V.

§. 11. Bombam maiorem, A B diametri 12. dig. Fig. 3 L. experimento repetendo aptauimus et simili, quo ante apparatu instruximus, cum autem sub prelo locari haud posset ob maiorem diametrum, lapidi molari sub porta quadam E F G H imposuimus et tignum validum I K obturamento L perpendiculariter opposuimus, quod altera sua extremitate attingebat murum magnae molis lateritium M. Obturamentum quod sesqui digitum circiter ultra interiores bombae parietes procedebat sensim pressione aquae gelascentis eleuabatur, partim ob fibras ligni sese parum incuruantes, partim ob cedentem lapidem molarem, forte

Tom. II. Nou. Comment. Y etiam

etiam ob murum lateritium fissum in *abcd* parum elevatum. Ab vna parte obturamenti tumor circa aperturam bombae oriebatur, et portio obturamenti tandem instar linteae fibris incurvatis extrudebatur. Postquam bomba per integram noctem et sequentem diem ita torturae exposita erat, tollebatur tandem et obturaculo remoto igni admouebatur, ut glacies funderetur. Hoc facto apparatus exemptus et integer observatus est: tinctura tubulum usque ad insignem altitudinem maculauerat ita, ut limites aëris compressi distincte observari potuerint. Aër vero idem quod antea volumen in tubulo *cde* obtinebat, nisi quod calore aër expansus parum mercurii ex vasculo ferreo eiecerit, quo tamen spatium aëris sensibiliber augeri haud potuit. Hinc nec hac pressione aëris particulis mercurii et aqua peruii euasere, quae tanta fuit, ut aqua inter fibras obturamenti ex ligno betulae pressa, illas instar fibrarum lini facti molles efficeret. Spatio aëris compressi ut antea cum spatio aëris ante compressionem comparato, aër in partem voluminis minorem quam trecentesimam prioris voluminis redactus fuisse inueniebatur. Si aqua omnis obturamento illibato in bomba contineri potuisset usque ad rupturam, probabiliter in minus adhuc spatium aër in tubulo *cde* coactus fuisset.

§. 12. Limites ergo densitatis aëris detectos esse nondum liquet. Constat solum vi praecedentis experimenti, aërem pressione atmosphaerae condensatum, sine sensibili elasticitatis decremento in trecentesimam voluminis partem redigi posse. Si maiori pressione in minus spatium aër coartari posset, limites compressionis nondum essent detecti.

EXPERIM. DE COMPRESSIONE AERIS 172

tefti. Si contrarium obtineret et maiori preffione aër non in minus spatium fed in idem reduci poffet, limites compressionis effent inuenti. Tentaffemus eadem bomba experimentum repetere, vt quid maior compressio valeat (quae oriri deberet, fi nullus aquae et obturamento exitus concederetur) obferuare liceret; at quia mitior tempeftas ingruerat et maior bomba fub prelo collocari haud poffet, aliaque remedia fruftra tentata effent, nihil hifce tentaminibus addere licuit.



**VSVS LEGIS DECREMENTI CALORIS
AERIS AD DEFINIENDAM MEDIAM CERTO
TEMPORIS INTERVALLO TEMPERIEM
AERIS OSTENSVS ET INSTRUMENTVM
METEOROLOGICVM NOVVM
MEDIÆ TEMPERIET AERIS IN-
VENIENDÆ INSERVIENS.**

AVCTORE

G. W. Richmann.

In inquisitione in legem decrementi et incrementi caloris fluidi in certa et constanti temperie aëris Comment. Nou. Tomo I^{mo} inserta sub finem subiunxi problema sequens: *Temperiem aëris inuenire eam, quae, si constans esset, per totum diem vel etiam multorum dierum interuallum, quin totum annum, eundem effectum produceret in refrigerandis et calefaciendis per idem tempus corporibus ac omnes gradus diuersi caloris sibi per totum diem vel longius interuallum e. g. totum annum succedentes.*

Resolutionem ipsam problematis distuli donec apparatus rei necessarium rite instruere possem. Cum in proxime praeterlapso quadrimestri mihi proposuerim in nocturnam et diurnam euaporationem inquirere et hunc in finem mense Iulii et Augusti multa experimenta instituerim, inprimis in euaporationem ex superficie frigida aquae in aërem calidiorem inquirens, et ex omnibus observationibus propter inconstantiam aëris nihil definire potuerim, elucebat necessitas resolutionis problematis allati.

Neque enim per integram noctem observationes continuare potui, vt comparationem inter euaporationem nocturnam

turnam et diurnam instituire valerem. Cognita vero media temperie aëris speravi ex differentia inter temperiem aquae et aëris diuersis temporum interuallis saltem aliquatenus de euaporationis quantitate iudicium ferri posse. Hinc vt ad propositum persequendum omnia praepararem, sequens prius vt resoluere tentarem problema, e re mea esse iudicaui.

Problema.

§. 1. Data temperie aquae initiali multo calidiori temperie aëris et data temperie eiusdem fluidi diminuta post definitum temporis interuallum inuenire temperiem mediam aëris siue potius eam, quae si constans fuisset, cum aqua temperiem post datum tempus obseruatum communicasset.

Resolutio.

1) Sit temperies aquae initialis $= d$, diminuta temperies eiusdem aquae post datum temporis interuallum obseruata $= c$ et tempus $= n$. Ponatur temperies media aëris, quae inueniri debet $= x$.

2) Definiatur decrementum initiale b interuallo quinque minutorum primorum, et temperies aëris massam aqueam ambientis obseruationibus exactissimis ope Thermometri cuius gradus in partes minutissimas diuisi sint.

3) Subtrahatur temperies aëris a temperie aquae initiali et ponatur haec differentia $= a$, erit secundum legem decrementi caloris

$$4) \frac{((d-x) - \left(\frac{d-x}{a}\right)b)^n}{(d-x)^{n-1}} = c - x. \quad \text{ex hac aequatio-}$$

Y 3

ne

ne facillime eruitur sequens aequatio: $l(d-x) - l(c-x) = nla - nl(a-b)$ Si ergo $a^n : (a-b)^n$ inuentum est = A, erit

5) $\frac{d-x}{c-x} = A$, conseq.

6) $x = \frac{Ac-d}{A-1}$. Q. E. L.

§. 2. Non inutile erit, si exemplis quibusdam ex obseruationibus meis ex inquisitione citata in legem decrementi. ● Cal. petitis haec formulam illustraui.

Ponatur Experimento X.

1) $d = 175$, 0 gr. et decrementam quinque minutis primis scil: $b = 13$, 5, temperies aëris hoc tempore constans = 22, 5, erit $a = 152$, 5 et $(a-b) = 139$, 0. obseruatur post 125 min. pr: temperies aquae $c = 40$, 0 erit hinc etiam $n = 25$. Erit ergo $nla - nl(a-b) = 25 l 1525 - 25 l 1390 = 1.0063750$ logarithmus numeri 10, 14. qui est = A, erit ergo $x = 25$, 2. Si ergo temperies aëris 25, 2. gr. Therm. Fahr. constans fuffet per 125 min: pr. aqua obtinuiffet eundem gradum iquadragesimum quem obtinuit in variabilr aëris temperie. fit

2) d , b item a vt antea, c ponatur = 25 et $n = 56$ erit $x = 25$, 1. ferme. fit

3) d , b et a rursus vt antea $c = 30$ et $n = 33$, erit $x = 24$, 4. gr.

§. 3. Ex experimento X cit. 1. videre est, dimidiam circiter libram aquae in temperie aëris 25 gr. quatuor horis et quadraginta minutis primis à temperie 175 gr. ad temperiem 25 gr. perucniffe. Si ergo 5 Centenarij

narii aquae et vas similis figurae eligeretur, volumina aquarum positis capacitatibus vasorum et vasis cubicis erunt vt $r : 1000$ et superficies vt $r : 100$, hinc decremēta aequalibus temporibus initialibus e. g. quinque minutis primis existente eadem aëris temperie 25 gr. et eadem aquae temperie initiali 175 gr. erunt vt $10 : 1 = 1350 : 135$; erit hinc $a = 150, 00$, $b = 1, 35$; ponatur porro $f = 40, 00$, habebimus secundum legem decrementi caloris aequationem $f = \frac{(a-b)^x}{a^{x-1}}$ et hinc $x =$

$$\frac{la-lf}{la-l(a-b)}, \text{ i. e. } 745 \text{ minutorum primorum sive } 12 \text{ ho-}$$

rarum et 25 min. pr. Hoc tempore igitur 5 Centenarii aquae temperiei initio 175 gr. gradum 65 Therm. Fhar. consequentur in temperie aëris constanti 25 gr.

§. 4. Patet nunc, quomodo Thermometrum meteorologicum ad mediam temperiem aëris inueniendam aptum confici debeat.

Nimirum 1) Fiat vas cylindricum A B ex metallo quod 5 centenarios aquae recipiat, et in a habeat foramen, quod Tab. VII.
Fig. 4.

2) Cistella quadem ab tegatur, quae cochleis c et d cum vase coniuncta et ianua praedita sit, vt commode aperiri et claudi possit.

3) Cistella contineat Thermometrum $ea f$, cuius bulbus f a vase recipiatur.

4) Thermometrum $ea f$ sit ita constructum, vt gradus quilibet in decem vel plures partes divisus sit.

5)

5) Iuxta C fit infundibulum , vt vasi commode aqua infundi possit , et

6) Circa B epistomium , vt eidem etiam exitus concedi possit.

7) Suspendatur vas A B in libero aëre ope catenae A g. h. et infundatur aqua calida , notetur deinde

8) Temperies aquae aperiendo ianuam cistellae et inspiciendo Thermometrum aquae immersum , habebitur *a*

9) Obseruetur temperies aëris ope alterius similis Thermometri in aëre libero pendentis.

10) Post 5 min. pr. idem iterum fiat (vel post longius tempus) quod n. 8 et 9 monitum , et innotescet decrementum *b* per hoc tempus sub definita aëris temperie.

11) Post 12 horas iterum notari potest temperies aquae et habebitur *c*. Hi gradus sufficient temperiei mediae aëris interuallo 12 horarum inueniendae (§. 1. 2. 3.)

12) Si tandem nimis retardatur motus fluidi Thermometrici , dum temperies fluidi ad temperiem aëris sensim magis magisque appropinquat , aliud vas aequale et simili ratione in aëre libero suspensum adsit , et infundatur eadem quantitas aquae calidae et simili modo notetur temperies aëris , temperies aquae initialis et temperies aquae post 5 min. pr. vel longius tempus , vt decrementum caloris istius temporis interuallo innotescat. Post 12 horas similiter potest notari temperies aquae *c*. His factis iterum media temperies aëris inueniri potest , vt §. §. 1. 2. 3. ostensum , et si motus fluidi thermometrici rursus nimis retardatus est , vas prius rursus aqua noua calida infusa obseruationi potest aptari et sic porro.

§. 5.

§. 5. Haec rite quidem deriuata videntur ex stabilita lege decrementi caloris, molestissimum tamen est singulis diebus tantum aquae calefacere et instrumentum obseruationi aptare. Hinc non incongruum est, si de alio apparatu saltem minus molesto cogitamus. E re esse videtur vas ferreum aliquot centenariorum eligere, cuius capacitas sit tanta, vt vnā atque aliam libram mercurii et bulbū Thermometri recipere possit. Ceterum instruatür machina ita, vt mercurius effundi possit, et etiam Thermometrum tolli, vt vas frigefactum calefieri et iterum in libero aëre suspendi et cum Thermometro vt antea coniungi queat. Si nunc rursus duo talia vasa adsunt, commodius temperies aëris media inueniri posse videtur. Nam

1) Ferrum tardius frigescit, quam aqua et non ita cito fluidi thermometrici motus desinet in tali machina; hinc forte sufficere poterit, si singulis viginti quatuor horis obseruationes fiant, e. g. quolibet meridie, inprimis tempore aestiuo. Si enim respicio ad Eperim. I. inquisitionis meae in legem decrementi caloris, mercurius Thermometri, cuius bulbi volumen erat $\frac{1}{4}$ dig. cub. 30 minutis primis in temperie aëris 40 gr. a gr. 64 ad temperiem 40 graduum reducebatur, et si comparamus cum bulbo thermometrico vnus pedis cub. erunt volumina bulborum vt 25 : 172800 et superficies ferme vt 4 : 1440. positis scil. bulbis cubicis. Cum nunc decremēta caloris inaequalium bulborum thermometricorum aequae calidorum aequalibus temporibus paruis et in temperie aequali aëris debeant esse in ratione composita directa superficialium et inuersa voluminum bulborum thermometricorum, secundum §. 21. inquit : 1 : c. erunt decremēta vt 230 : 1. cir-

Tom. II. Nou. Comment.

Z

citer ;

et cum citato experimento 30 minutis primis decrementum fiat 22 graduum, erit eodem tempore in bulbo maiori decrementum $\frac{1}{10}$ gr. circiter. Est etiam $a = 24,0$, $b = 0$, $\therefore (a - b) = 23,9$. obtineat in temperie aëris 40 graduum constanti bulbus thermometri vnus pedis cubici gradum quinquagesimum, erit $f = 10$, et tempus quo hoc fit secundum §. 3 $= \frac{1a - 1f}{1a - 1(a - b)} = \frac{1(240) - 1(100)}{1(240) - 1(239)} = \frac{3402142}{14 \cdot 33} = 210$ circiter dimidarum horarum i. e. quatuor dierum et 9 horarum. Post 4 ergo dies et 9 horas eiusmodi thermometer sub descriptis conditionibus decrementum quatuordecim graduum patietur in temperie aëris 40. gr. Licet vero ferrum lentius frigescere debere videatur ac argentum viuum, positis voluminibus aequalibus et similibus differentia tamen forsitan non erit adeo magna, et si ferrea moles 9 Centenariorum ab initio gr. 500 Therm. Fahr: habeat, per integros forte 7 dies mediae temperiei aëris definiendae inferuire poterit praesertim aestiuo tempore.

2) Non metuendum hic, quemadmodam in machina ad quam aqua adhibetur, aquam in magno frigore in glaciem abituram et sic thermometer frangi.

3) Possunt calefaciendis vasis fornaces aptari et machinae adhiberi, quibus hae moles à duobus seruis eleuari et in fornacibus collocari possunt et deinde iterum in libero aëre suspendi.

4) Maior etiam cum ferro et mercurio calor communicari potest, quam cum aqua; hinc hoc etiam respectu apparatus hic posterior fini magis respondebit.

5) Neque aër vaporibus vt ex aqua inquinatur et expansionis maioris capax redditur eodem calore, vt accessus et

et recessus aëris acceleari consequ. decrementum caloris maius fieri possit.

§. 7. Non est, ut hic multis ostendam, fructum, qui ex talibus obseruationibus expectandus est, esse alicuius momenti et tantum ut molestias cum obseruationibus coniunctas compenset. Temperies aëris influxum habet in animalia et vegetabilia et omnia corpora tantum, ut sanitas animalium et vegetatio plantarum multam partem a temperie aëris pendeat. Hinc forte fieri potest ut eiusmodi obseruationibus cum industria continuatis, coniunctis simul aliis huc pertinentibus, multis vterius definiendis pares reddamur. Quodsi nihilo minus molestia in obseruando superare videatur vtilitatem inde sperandam cogitationes tamen hae occasionem dare poterunt omnibus ita instruendis, ut res expeditu facilius fiat.

§. 8. Cum thermometra, si ex alia temperie in aërem liberum transportantur, temperiem aëris non statim ostendant, sed successiue sese temperiei aëris accommodent, alius adhuc vsus legis decrementi caloris fluidi se mihi obtulit, quem resolutione sequentis problematis ob oculos ponere liceat.

Problema.

Data temperie fluidi initiali et cognito decremento quinque minutis primis inuenire temperiem aëris.

Resolutio.

1) Definitum sit omni solertia in temperie aëris quacunqué quantitatis aquae calidae in uase stagnantis decre-

Z 2

men-

mentum b et differentia inter temperiem fluidi et aëris $= a$. Hae quantitates in omnibus casibus occurrentibus adhiberi poterunt.

2) Sit fluidi homogenei eiusdem quantitatis in eodem vase stagnantis temperies data $= d$ et temperies aëris incognita $= x$, erit differentia iuter temperiem fluidi et aëris $= d - x$. Sit porro decrementum fluidi obseruatum sub temperie aëris $x = g$. Cum decremēta sint hoc casu vt differentiae inter temperies fluidiorum et aëris per §. 20. inquit. in leg. decr. cal. erit.

$$3) a : b = d - x : g, \text{ conseq.}$$

$$ag = bd - bx, \text{ conseq.}$$

$$x = \frac{bd - ag}{b}.$$

Sit ex. gr. $g = 14, 0$, $d = 175, 0$, $a = 152, 5$, $b = 13, 5$ erit $x = 17, 1 \frac{65}{135}$.



DE BAROMETRO, CVIVS SCALA
VARIATIONIS INSIGNITER AVGERI POTEST,
ITEM DE LIBRA BAROMETRICA ET BARO-
METRO HYDRAVLICO COGITATIONES.

AVCTORE

G. W. Richmann.

Solliciti fuerunt scientiae naturalis cultores de scala varia-
tionis barometricae maiori reddenda, vt ne mutatio-
nes minimae quidem obseruatorum fugerent oculos, quod
inprimis ad altitudines exactius dimetiendas multum col-
laturum sperarunt. Notissima sunt tentamina in hoc ne-
gotio in scriptis physicis exposita, omnia tamen ita com-
parata, vt fini profus non satisfaciant. Quin nonnulla,
si maiori solertia examinantur tantum a fine proposito re-
cedere deprehenduntur, vt barometrum simplex melio-
rem vsum praestet. Vix ingeniosius vero et scalae ma-
iori obtinendae aptius barometrum construi posse videtur
ac Bernoullianum; nisi

1) Longitudo tubi verticalis et horizontalis machi-
nam frangendi pariculo exponat, si ex vno loco in aliud
transferri debet, et

2) In tubo horizontali angustiori frictio augeatur, in-
primis si aër saepius humidus parietes tubi humectet;

3) In tubo horizontali ampliori vero aër cum mer-
curio facile misceatur et machinam inutilem reddat. Quod
facile fieri potest, si tubus a linea horizontali parum re-
cedat, vt argentum viuum altiorem locum occupet et
aër depressiorem; nisi denique.

4) Mercurius a diuersa temperie aëris modo in vo-
lumine maiori modo minori contineatur: quae vltima im-
perfectio tamen non est Barometro Bernoulliano propria.

Z 3

Consi-

Consideratio horum defectuum barometri Bernoulliani occasione dedit hisce meis, quae sequuntur cogitationibus, quas examini societatis submitto. Vt clarius omnia pateant, in antecessum sequens problema solvere liceat.

Problema.

§. 1. Data pressione atmosphaerae per altitudinem barometricam expressa, et simul columnae cuiusdam mercurialis, cum qua coniunctim atmosphaera aërem comprimit et in dato volumine continet, datoque decremento altitudinis barometricae inuenire incrementum voluminis aëris constantis semper temperiei.

Resolutio.

Tab. VII,
Fig. 1.

- 1) Concipiatur tubus vitreus ABCDE: pars AB sit amplior et in vertice A sit apertus, pars BCD sit angustior et AB cum CD faciat angulum rectum. CD vero finiatur bulbo ampliori DE clauso. Concipiatur
- 2) Tubus AB in situ verticali et CD in situ horizontali, et ponatur
- 3) Argentum viuum stagnare a superficie *ab* ad *cd* et cum atmosphaera coniunctim comprimere aërem et illum coërcere in spatio *cd* DE *c*: sit
- 4) Pressio atmosphaerae et mercurii in tubo verticali AB stagnantis coniunctim vt altitudo *c* columnae cuiusdam mercurialis. Sit
- 5) Sectio horizontalis capacitatis tubi $AB = a$
- 6) Volumen aëris in bulbo ante dilatationem = V.
- 7) Decrementum pressionis atmosphaerae vt altitudo cuius-

cuiusdam columnae mercurialis = n ; mercurius ascendere debet in tubo cylindrico AB et hinc volumen aëris in bulbo DE et tubo $cdDc$ contenti augeri. Sit

8) Voluminis aëris incrementum = x et

9) Volumen aëris post dilatationem = $V + x$ et hinc

10) Altitudo columnae mercurialis aucta erit altitudine $\frac{x}{a}$ (n. 5. et 8); quare

11) Tota pressio in aërem dilatatum erit vt $c - n + \frac{x}{a}$ (n. 4. 7. 10.) et cum pressiones sint in ratione inuersa voluminum, erit

12) $V + x : V = c : \frac{cV}{V + x}$, erit ergo pressio in aërem eundem dilatatum etiam vt $Vc : (V + x)$; habemus hinc

13) Aequationem, $c - n + x : a = cV : (V + x)$; ex qua aequatione eruitur

$$14) x = V \left((Vna + \left(\frac{V + ca - na}{2}\right)^2 - \left(\frac{V + ca - na}{2}\right) \right).$$

Augmentum ergo voluminis aëris post pressionem aëris diminutam facile elicitur.

§. 2. Assumto incremento voluminis aëris pro cognito ipsum volumen aëris ante dilatationem et propterea capacitas vasis DE et partis tubi $DcdD$ coniunctim inveniri poterit; si reliquis expressionibus retentis, voluminis aëris incrementum ponatur = d et capacitas vasis DE et partis tubi $DcdD$ coniunctim = y , erit enim per aequationem §. praec. n. 13.

$$c - n + d : a = cy : (y + d) \text{ et hinc}$$

$$y = d \left(\frac{d + ca - na}{na - d} \right).$$

§. 3.

§. 3. Pari ratione iisdem expressionibus retentis, aequatio pro decremento voluminis aëris post compressionem a pressione atmosphaerae aucta formari poterit; invenitur enim $c+n-x:a=CV:(V-x)$; hinc eruitur $x = \frac{V+ca+an}{2} - \sqrt{\left(\frac{V+ca+an}{2}\right)^2 - Vna}$.

§. 4. Adducam exempla vt quid ex vsu eiusmodi machinae sperandum sit aliqua ex parte colligi possit. Si ponitur

1) $c=56''$ et $n=15'''$, $a=4'' \square$ et $V=800''$
 ☐. inuenitur voluminis aëris incrementum post pressionem atmosphaerae diminutam $4''$, $693''' \square$, et voluminis aëris decrementum post pressionem atmosphaerae auctam $4''$, $738''' \square$. Limites hinc aëris compressi et aëris dilatati intercipient volumen $9''$, $431''' \square$, et dum aër a dilatatione maxima ad compressionem maximam reduci-
 tur, simulque mercurius in barometro per tres digitos ascendit, volumen 9 , $431'''$ cubicis minus occupare debet ac ante. Si nunc sectio tubi CD ad axin normalis ponitur $\frac{3}{4}$ partium lineae quadratae tubi longitudo longitudinem scalae variationis barometricae exhibens erit $125' 7'' 4''' \frac{2}{3}$. Sit

2) $c=350'''$ et $n=15'''$ caeteris pariter vt ante positis, erit incrementum voluminis aëris post dilatationem = $5111''' \square$ et decrementum $5112''' \square$. Consequenter longitudo pro scala variationis barometricae, si sectio tubi CD ad axin normalis ponitur $\frac{3}{4}$ partium lineae quadratae $136' 3'' 0'''$. Sit

3) $c=350'''$ et $a=100'' \square$ et caetera eadem, erit incrementum voluminis aëris 1 , $437''' \square$ et decremen-

mentum eiusdem 1,438''[□], consequenter longitudo pro scala variationis barometricae 38' 3'' 3''^{'''}, si sectio tubi eadem ponitur. Sit

4) $c = 320''$, $a = 100''$ [□], $V = 800,000''$ [□], $n = 15''$ erit incrementum voluminis aëris 1'',443''[□] et decrementum 1,443''[□], et hinc, si rursus eadem sectio tubi CD ponitur, longitudo pro scala variationis barometricae 38' 48''^{'''}. Cum eiusmodi longitudo nulli tubo vitreo tribui possint et hinc absurdae sint, conueniens potius longitudo assumatur pro volumine d : §. 2. Sit

5) Longitudo 150''[□], consequenter posita sectione tubi $\frac{1}{4}''$ [□] erit $d = 112''$ [□], positisque caeteris vt (n. 4) erit vasis capacitas 2'' et 482''[□]; hinc decrementum voluminis aëris post grauitatem atmosphaerae auctam erit 112''[□] (§. 3). Limites hinc aëris, compressi et aëris dilatati intercipere debent in tubo horizontali 224''[□]. Erit hinc sectione tubi CD semper $\frac{1}{4}''$ [□], longitudo pro scala variationis barometricae 298''[□], et cum linea vna in 4 partes bene distinguibiles diuidi possit, scala variationis in 1192 partes diuisibilis est.

§. 5. Ponatur porro tubus CD inclinatus in quo situ ^{Fig. 2.} aër difficulter cum argento viuo miscetur, si etiam tubus CD maioris luminis fuerit. Ponatur longitudo tubi inclinati CD ad altitudinem BC = f : α , et retineantur omnes expressiones (§. 1), ponatur solum sectio tubi inclinati ad axia normalis = b , erit longitudo voluminis $x = \frac{x}{b}$, et erit f ad $\alpha = x$, b ad $\alpha = b f$ et hinc altitudo pressionem post dilatationem aëris exprimens oritur, si ad $c - n + x$ additur x . $b f$. Mutatur ergo aequatio (§. 1. n. 4) in sequentem


$c - n + \frac{(a+bf)x}{bfa} = Vc : (V+x)$ ex qua aequatione eruitur $x = V \left(\left(\frac{bfanV}{bf+a} + \left(\frac{bfV+aV+acbf-abfn}{2(bf+a)} \right)^2 \right) - \left(\frac{bfV+aV+abfc-abfn}{2(bf+a)} \right) \right)$, siue incrementum voluminis aëris post dilatationem pressione atmosphaerae minuta.

§. 6. Dato etiam incremento voluminis post dilatationem aëris in tubo inclinato, similiter ac (§. 2.) factum, volumen aëris primitiui ante dilatationem et capacitas bulbi DE et tubi DcdD coniunctim inueniri poterit, si ex aequatione $c - n + \frac{(a+bf)d}{abf} = cy : y + d$ eruitur $y = d \left(\left(\frac{bf+a}{abfn - (bf+a)d} + \frac{cabf - nabf}{abfn - (bf+a)d} \right) \right)$.

§. 7. Pari ratione, si ex aequationis (§. 3.) primo membro $n+c-x:a$ subtrahitur $x:bf$ et fit aequatio $c+n - \frac{(bf+a)x}{abf} = cV : V-x$, eruitur $x = V \left(\frac{bf+a+aabf(c+n)}{2(bf+a)} - \sqrt{\left(\left(\frac{bf+a}{2} \right)^2 + \frac{abf(c+n)}{(bf+a)} \right)^2 - \frac{Vnabf}{bf+a}} \right)$, siue decrementum voluminis aëris post compressionem pressione atmosphaerae aucta.

§. 8. Ille patet, si ad (§. 6.) respicitur $\frac{(a+bf)d}{abf}$ esse debere $< n$ aliter enim casus repugnantiam habet. Ponatur hinc $\frac{(a+bf)d}{abf} = \frac{n}{r}$; erit $f = \frac{rad}{nab - rbd}$. Ponatur r in casu speciali numerus integer e. g. $2. a = 400'' \square d = 500'' \square, n = 15''$: erit $f : 1 = 26\frac{2}{3} : 1$. Si r ponitur $= 4$, erit f caeteris manentibus $= 66\frac{2}{3}$. et $f : a = 26\frac{2}{3} : 4$. Quo maior ergo r ponitur, eo minor altitudo, quo minor vero, eo maior altitudo tubo inclinato concedi potest: Quia vero maior altitudo requiritur, ne aër misceatur cum mercurio parua inclinatione tubi, eliga-

eligamus $f : 1 = 20 : 1$, inuenietur positis $a = 400'' \square$, $n = 15''$, $c = 320''$, $b = 3'' \square$, $d = 500'' \square$ per §. 6. capacitas bulbi D E et tubi D d c D coniunctim $29''$, $038'' \square$ et propterea decrementum voluminis aëris post pressionem atmosphaerae altitudine $15''$ auctam erit $495'' \square$, hinc limites aëris compressi et aëris dilatati interciperere debent in tubo inclinato C D volumen $995'' \square$ tota ergo longitudo scalae variationis barometricae $331\frac{2}{3}''$ esse poterit, quae in 1326 partes diuisibilis est, quae satis distingui poterunt. Sint caetera omnia eadem, ponatur solum $b = 1'' \square$ et voluminis aëris incrementum post dilatationem aëris $= 150'' \square$, erit $\frac{d}{f} = 150''$ et vasis D E capacitas coniunctim cum parte D c d D tubi D C $6, 586\frac{10}{17}'' \square$, hincque decrementum voluminis aëris pressione atmosphaerae altitudine $16''$ aucta $146'' \square$, erit ergo integra longitudo scalae variationis barometricae $296''$, quae in partes 1184 satis distinguendas diuisibilis est.

§. 9. Si argentum viuum stagnat in cylindro A B  vsque ad lineam a b et in bulbo D E vsque ad lineam c d, et omnes expressiones retinentur sectione c d posita $= b$, mutatur aequatio (§. 1.) in sequentem.

$$c - n + \frac{(a+b)x}{ab} = \frac{cv}{v+x} \text{ et hinc erit}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{bvna}{b+a} + \left(\frac{bv+av+acb-nab}{2a+b} \right)^2 \right)}$$

$$- \left(\frac{v(b+a)+ab(a-n)}{2(a+b)} \right) \text{ et decrementum voluminis aëris post}$$

$$\text{compressionem maiorem} = \frac{(b+a)v + v(c+n)ab}{2(c+v)} - \sqrt{\left(\frac{(c+a)v+ab(c+n)}{2(a+b)} \right)^2}$$

$$- \frac{bvna}{b+a}. \text{ Sique } x \text{ ponitur} = d, \text{ et spatium aëris primi-}$$

A a 2 titu

tiui in recipiente inueniri debet, erit manentibus expressio-
nibus secundum §. 7.

$$y = d \left(\frac{(a+b)d + (c-n)ab}{abn - (a+b)d} \right)$$

§. 10. Praeparatis nunc omnibus ad constructionem
barometrorum scalae maioris describendam progredior.

Constructio primi Barometri scalae maioris.

Fig. 4. Fiat. 1) Cylindrus cauis vitreus A B, cuius sectio ad
axin normalis fit 1" □ Lond. (§ 4. n. 4. 5) et alti-
tudo quinque dig: L. Adplicetur

2) Tubus vitreus a b minoris luminis cum ampliori
A B communicans et

3) Ex altera parte tubus vitreus BCD circa C pau-
lulum sursum incuruatus, deinde ad axin cylindrici vasis
A B normaliter secundum lineam rectam excurrans. Lon-
gitudi tubi CD fit circiter trium pedum et sectio ad ax-
in tubi normalis $\frac{1}{2}$ partium lineae quadratae. (§ 4. n. 5.

4) Finiatur tubus CD bulbo clauso DE, cuius ca-
pacitas fit circiter 2", 482" \square . (§ 4. n. 5)

5) Hocce instrumentum A B C D E firmetur ad pa-
rallelepipedum metallicum F G, cuius superior inprimis
superficies exacte plana sit; ita vt tubus A B situm ad
parallelepipedum accurate perpendicularem et hinc tubus
situm cum parallelepipedo exacte parallelum obtineat.

6) Adplicata sit parallelepipedo simul libella vt
bulla eius aërea parallelepipedo recessum a linea horizonta-
li prodere possit.

7) Instructum sit parallelepipedum cochleis vt H K
et L M, vt ope earum, si a linea horizontali recedat,
cleuari

eleuari et deprimi poſſit, donec ſitum horizontalem indicet.

8) Vaſi parallelepipedali NOPQ tota machina immitatur et aqua infundatur, vt tubi *ab* apertura et capita cochlearum LM et HK ſolum ex aqua promineant.

9) Reducatur parallelepipedum fundo vaſis NOPQ incumbens ope cochlearum in ſitum exacte horizontalem, et notetur thermometro quodam RS aquae temperies.

10) Si altitudo Barometri mediae propinqua obtinet et tempeſtas ſerena et aër ſiccus ſit impleatur tubus AB mercurio; donec tres digiti mercurii ſupra lineam horizontalem ſtagnent

11) Si mercurius medium tubi nondum attigit; vel etiam bulbo DE plus iuſto adpropinquauit, ope antliae paruae cum tubo graciliori inſtructae, cuius extremitas paulum incuruata ſit, machina parum inclinata pars aëris vel educatur vel vi adigatur in bulbum DE, donec mercurius ferme in medio tubi CD finiatur parallelepipedo nempe in ſitum horizontalem ante reducto. Ibi notetur altitudo Barometri ſimplicis ſimul obſeruata. Deinde

12) tantum affundatur mercurii, vt ad 4 et $\frac{1}{2}$ digitorum altitudinem in cylindro ſtagnet, aër comprimetur, tanta vi, quanta comprimeretur, ſi atmosphaerae preſſio in tantum aucta fuiſſet et nihil mercurii affuſum, notetur deinde punctum, quod mercurius in tubo CD attingit et notetur ibi altitudo barometri ſimplicis obſeruata et adhuc durans aucta digito vno et dimidio

13) Subducantur deinde ex cylindro AB tres digiti mercurii et ſupra lineam *fg* ſtagnabit adhuc vnus digitus et dimidius, aërque in DE comprimetur tanta vi,

A 2 3 quan?

quanta comprimeretur, si pressio atmosphaerae tantum minuta fuisset et nihil mercurii sublatum fuisset. Notetur rursus punctum C, quod mercurius in tubo attingit et notetur ibi altitudo barometri observata et adhuc durans minuta vno digito et dimidio.

14) Affundatur rursus vnus digitus et dimidius mercurii, mercurius in tubo C D rursus punctum, vbi altitudo barometri observata notata est, attingit; nisi pressio atmosphaerae interea mutata fuerit.

15) Temperies aquae et consequenter aëris bulbo D E inclusi conservari debet eadem, quod affusione vel frigidae vel calidae obtineri potest.

16) Si haec definita sunt ex incremento voluminis aëris post dilatationem aëris cognitis a, n, c , exactius capacitatis vasis D E mensura et volumen aëris primitiui definiri potest, (§ 2) opeque formularum (§ 1. et 3) datarum, pro qualibet pressione vniam lineam mutata et minus, voluminis aëris incrementum et decrementum inueniri et hinc scala definiri poterit et parallelepipedo iuxta tubum C D incidi. Quaelibet pars rursus in minores partes aequales diuidi poterit, sicque scala parata et fini accommodata erit.

Si enim periculum facere animus est parallelepipedo F G ad situm horizontalem in vase N O P Q reducto et aqua super infusa ad primitiuam temperiem reducta, observari debet punctum, quod mercurius in tubo B D attingit, vbi altitudo barometrica simul inuenietur notata. Si loco mercurii aqua adhibeatur, accuratior scala fieri poterit, grauitate specifica aquae ad grauitatem specificam mercurii definita.

§ 11. Haec omnia fini admodum respondere videntur, nisi timendum esset

1)

1) Parva inclinatione tubi horizontalis mercurium diuidi et cum aëre misceri, et sic machinam inutilem reddi, et

2) Frictionem in tubo angusto impedituram motum mercurii. Hinc e re esse putavi instrumentum fig. 2. repraesentatum fini aptare.

Constructio secundæ Barometri scalæ maioris.

§. 12. Fiat 1) Tubus vitreus A B, cuius sectio hori- Fig. 5-
zontalis sit 4" □, cum tubo graciliori *ab* communicans.

2) Adplicetur tubus vitreus K C D, ita vt sit $C D : K C = 20 : 1$. Sit sectio tubi C D ad axiæ normalis 3" □ et longitudo trium pedum et quæque digitorum circiter.

3) Tubus C D finiatur bulbo clauso D E, cuius capacitas cum dimidia capacitate tubi C D coniunctim sit circiter, 29, 038" \bar{v} .

4) Hoc instrumentum ad planum inclinatum metallicum F G L, cuius altitudo G L ad longitudinem F G sit vt 1 ad 20, firmetur ita, vt tubi A B axis in plani inclinati basin normaliter incidat.

5) Ex altera extremitate per basin prolongatam plani inclinati cochlea H K transeat, vt ope eius eleuari machina et deprimi possit, donec libella fitum horizontalem prodatur. Quid porro obseruandum sit ex §. 10, n : 8 etc intelligi potest.

Hoc instrumentum id commodi habere videtur, quod tubus inclinatus maioris luminis fieri possit sine me-

tu

tu mixtionis aëris cum mercurio; qua ratione etiam frictio tantum non cessare videtur, cui prior machina obnoxia erat. Potest etiam machina haec commode ex vno loco in aliud transferri, si apertura tubi *ab* clauditur et vas *DE* semper altiorem locum obtinet quam cylindrus *AB*.

§. 13. Consideratio instrumenti. quod fig. 3. exhibetur occasionem dedit construendae librae barometricae. Putavi si effici possit, ut tubus *AB* axi cuidam firmo incumberet, et circa illum mobilis esset, inter vas *DE* et tubum *AB* potentia quaedam e. g. in *G* adplicaretur, quae aequilibrium faceret tubo *BD* in horizontalem situm reducto, quantitatem mercurii ex *AB* in vas *DE* fluentis et quantitatem ex vase *DE* in vas *AB* recedentis per potentiam quandam in *G* adplicatam, vel ex potentia in *G* adplicata subductam definiri posse. Apparebat, si tubus *AB* amplus fieret et vas *DE* pariter amplum et insignis capacitatis, quantitatem mercurii pressione atmosphaerae aucta in vas *DE* fluentis tubo in horizontali situ conservato insignem esse posse, (per §. 9), et hinc potentiam in *G* insignem requiri quae pondus mercurii in *DE* illapsi, sustentet. Apparebat simul, quo propinquius *G* cylindro *AB* affumeretur, eo maiorem potentiam requiri ad pondus mercurii in *DE* fluentis sustentandum et tubum in horizontali situ conservandum; eo maiorem vero etiam potentiam contra axin directam esse, et hinc affricum in machina augeri debere potentia in *G* crescente, et sic euentum votis minus respondentem praedici. His consideratis et in subsidium vocatis iis, quae §. 9 praemissi, incidi in constructionem quam non dubitavi communicare.

nicare. Si enim effectus machinae spei non responderit, occasionem tamen forte dare poterunt haec qualiacunque cogitata in meliorem incidendi constructionem, et iis evitandis incommodis, quibus vel praevidendis vel abolendis impar fuerim, praesertim si quaedam experimenta ante caperentur.

§. 14. Antequam machinam describam, ad specialem casum antea formulas (§ 9) exhibitas adplicare liceat. Ponatur $d = 4''^{\text{①}}$ $b = 64''^{\text{②}}$, $a = 4''^{\text{③}}$, $n = 15''^{\text{④}}$, $c = 320''^{\text{⑤}}$, erit sec: § 9 volumen aëris primitivi ante dilatationem 288, 571''^⑥ et hinc decrementum voluminis aëris pressione atmosphaerae aucta 3, 992''^⑦ circiter. Erit ergo voluminis aëris incrementum a compressione maxima ad dilatationem maximam pressione aëris tribus digitis minuta 7992''^⑧ vel 8 dig. Cub. ferme. Dum ergo pressio aëris tribus digitis Lond: minuitur ex vase recipiente DE 8 ferme digiti cub. Lond. mercurii qui 3. 63 circiter libras efficiunt secedere debent in cylindrum AB. Si quindecim lineis minuitur pressio 1, $\frac{27}{17}$ librae in tubum AB recedere debent. Si contra augetur pressio atmosphaerae 3 digitis, 3. 63. librae in vas recipiens DE fluere debent et si tantum quindecim lineis augetur pressio, paulo minus quam vna libra et $\frac{27}{17}$ partes librae a vase DE recipi debent. Si nunc potentia quaedam in G inter vas AB et DE adplicatur, quae est ad pondus mercurii à vase DE recepti vt KD ad KG = 5 : 1, potentia in G adplicanda, quae pondus 1, $\frac{27}{17}$ librae in vase DE sustinere valet erit 9 circiter librarum. Et cum ingenere volumina mercurii sint vt ponde-

Tom. II. Nou. Comment.

B b

ra,

ra, voluminibus sec. formulam (§ 9) allatam definitis, pro qualibet pressione mutata, potentia in G adplicanda; vel potentia ex potentia in G adplicata subducenda inueniri poterit. Contra potentia in G adplicanda vel ex potentia in G adplicata subtrahenda cognita, volumina innotescunt.

Constructio librae Barometricae primae.

Fig. 6.

§. 15. Fiat 1) cista plumbea parallelepipedalis et ligno obducta $NO PQ$ longitudinis trium pedum et quatuor digitorum, latitudinis decem digitorum et altitudinis 20 digitorum.

2) Sint scissurae verticales duos digitos latae ab vtraque parte cistae in latere $NO PQ$ et opposito in distantia vnus digiti a pariete cistae NO , quae laminis vitreis crassis, muniantur, vt per eas in cavitatem cistae introspicere liceat. Fiat

3) Parallelepipedum aurichalceum FH longitudinis trium pedum et trium digitorum. Sit hocce parallelepipedum cauum et vndiquaque clausum eiusdem ferme cum aqua grauitatis specificae. Prope K axin firmum habeat, qui vase $NO PQ$ ex vtraque parte convenienti ratione in situ cum fundo vasis $NO PQ$ et latere eiusdem NO parallelo fultus et mobilis sit, ita, vt parallelepipedum superficies superior, quae exacte plana esse debet, fundo vasis parallela fieri possit, si parallelepipedum ad certam altitudinem eleuetur.

4) Fiant parallelepipedo FH in situ ad fundum vasis $NO PQ$ parallelo retento in pariete QP obices

obices m et l , ita vt parallelepipedum vix lineam a situ cum fundo vasis parallelo recedere possit.

5) Extremitati parallelepipedali FH parallelepipedum aliud orichalceum p q pariter cauum altitudinis vnus pedis et quatuor digitorum ferrumine adaptetur normaliter. Sit hoc parallelepipedum similiter aequalis grauitatis specificae ferme cum aqua.

6) Ex q r pendeat ex filo tenui plumbum conicum secundum cuius directionem situs horizontalis parallelepipedo FH per fenestras (n. 2.) cognoscatur, si apex coni plumbei exacte immineat filo, perpendiculariter ad parallelepipedum FH firmato.

7) Aptetur ad parallelepipedum et firmetur cylindrus vitreus cauus AB et obducatur lamina orichalcea. Sectio cavitatis ad axin normalis sit $4'' \square$ et altitudo quinque digitorum. Desinat in tubum graciliorem a b . Axis cylindri et tubi gracilioris per axin k transeat et ad parallelepipedum FH normalis sit.

8) Coniungatur circa fundum cylindri tubus vitreus pariter lamina orichalcea obductus BD , cuius cavitatis diameter ad axin normalis sit vnus lineae et dimidia et cuius longitudo finiatur in puncto D , quod a k $30''$ Lond. distet. Excurrat hic tubus secundum directionem parallelam cum parallelepipedo FH .

9) Coniungatur cum extremitate tubi descripti cylindrus cauus ferreus orichalco extus obductus EE , cuius fundus parallelepipedo superficie superiori exactissime parallelus sit. Sit sectio capacitatis cylindri ad axin normalis $64'' \square$ et altitudo quatuor linearum, margo cylindri habeat incisuram, quae recipere possit oram campanae vitreae EEE ,

B b 2

cuius

cuius capacitas fit circiter 288" c . Campana talis vitrea bene lithocolla cum cylindro ferreo coniungatur, vt omni aëri externo aditus denegetur.

10) Infundatur aqua in vas N O P Q vt totus apparatus praeter aperturam tubi gracilioris *ab* tubo A B imminens submersus fit

11) Notetur thermometro R S temperies aquae, vt ad eam qualibet obseruatione affusione frigidae vel calidae reduci possit aqua.

15) Infundatur in cylindrum A B argentum viuum, donec appareat in recipiente vase D E E E. Examinentur simul altitudo ad quam in tubo A B mercurius stagnat perallelepipedo in horizontali situ retento. Si altitudo Barometri mediae propinqua obtinet, sufficit si altitudo in cylindro A B supra superficiem mercurii in cylindro E E est trium digitorum et in cylindro E E non minor vna et dimidia linea, si minores altitudines deprehenduntur affundatur adhuc aliquid mercurii.

16) Inquiratur in potentiam, quae requiritur ad parallelepipedum cum vase E E E et tubo C D adplicato et mercurio, quem tubus cum vase E E continet, ex puncto G, quae distet à *k* vna quinta parte lineae KD, in aqua sustentandum in horizontali situ.

17) prope G firmetur vas cauum cylindricum metallicum vndiquaque clausum W ad fulcrum *tx* G cum parallelepipedo F H coniunctum ope cochlearum. Exsurgat ex centro vasis W axis chalybeus *ii*, cuius diameter fit vnus lineae. Capacitas vasis W fit tanta, vt potentia illud ad fulcrum *tx* parallelepipedo F H in horizontali situ retento submersum sit aequalis summae ex potentia, quae parallelepipedum cum

cum tubo ferreo et argento vivo in aqua ex puncto G sustentat et ex 10. libris. Notetur etiam peripheria vasis W, *yzon*, vbi aquae superficies finitur.

18) Imponantur axi *i* vasis W, pondera cylindrica plumbea in medio perforata, donec parallelepipedum in situ horizontali quiescat; peripheria *yzon* aquae superficiem finiet. Curetur vt aqua semper ad hanc altitudinem in cista qualibet obseruatione stagnet: notetur simul altitudo Barometri simplicis, quae tunc obtinet.

19) Infundatur cylindro A B argentum viuum, donec altitudo supra superficiem mercurii in recipiente vase parallelepipedo in horizontali situ retento sit 4. dig. L et $\frac{1}{2}$. Quantitas certa mercurii in vas D E E E fluet, et aequilibrium cessabit recedetque parallelepipedum a situ horizontali et deprimetur. Vt rursus in situm horizontalem reducatur ex stilo vasis W pondera tolli debent et notari.

20) Subducatur aliquid mercurii ex vase C B, donec parallelepipedo in situ horizontali retento, mercurius in cylindro A B super superficiem mercurii in vase recipiente E E E ad altitudinem vnus digiti et dimidii stagnet, expelletur mercurius ab aëre sese expandente ex parte ex vase E E E et recipietur cylindro A B, parallelepipedumque sibi relictum eleuabitur et vas W sursum vrgebitur ab aqua potentia quadum, vt rursus in situm horizontalem reducatur debent stilo vasis W imponi tot librae, quot requiruntur ad aequilibrium in situ horizontali restituendum. Hoc pondus notetur.

21) Hoc facto mercurius rursus infundatur, donec trium digitorum altitudinem, nimirum quam obtinuerat initio et definita est (n. 15.), obtineat super superficiem mer-

B b 3

curii

curii in vase E E E stagnantis, parallelepipedo in situ horizontali retento. Deprimetur parallelepipedum F H mercurio, vt in situ horizontali quiescat pondera quaedam a filo vasis W subtrahi et summa eorum notari debet; pondus residuum aequale erit summae n. 18. impositorum, et eadem rursus, quae ibi notata, altitudo barometrica indicabitur.

§. 16. Tali ratione pro qualibet pressione mutata pondus mercurii vel affluentis in vas D E vel in vas A B recedentis, consequenter volumen eius et hinc altitudo barometrica inueniri possunt. Sit enim pondus additum vel subductum P, sit pondus vnus digiti cubici mercurii p, erit $p : 1 = P : 5$ ad $P : 5 p$, consequenter $P : 5 p$ erit volumen mercurii, positis porro caeteris vt supra §. 9. et $n = x$, erit per aequationem primam $c + \frac{P(a+b)}{5 p a b} - c V : (V + P : 5 p) = x$, si haec quantitas subtrahitur a c et simul tres digiti, oritur altitudo barometrica post pressionem aëris diminutam. Et per aequationem secundam eiusdem §. 9. erit $\frac{V c}{V - P : 5 p} + \frac{P(a+b)}{5 p a b} - c = x$, quae si additur ad c et tres digiti a summa subtrahantur, oritur altitudo barometrica post pressionem atmosphaerae auctam.

§. 17. Notandum est circa constructionem §. 15. datam (1) Vasis W capacitatem non aliter nisi ipsa experientia commode definiri.

2) Affricum oriri ex pressione contra axem, qui si vas W sursum vrgetur semper pendet a potentia quadam, quae est ad potentiam quae vas sursum vrget vt 4 : 5.
De-

Destruitur quidem dicta potentia a pondere mercurii simul deorsum lato. Dum vero saepius mercurii pondus hanc potentiam insigniter superet affricus a contraria parte oritur.

3) Si vas *W* deorsum vrgetur pariter potentia a qua affricus pendet est ad potentiam qua vas deorsum vrgetur 4 : 5 ; in hoc vero casu simul mercurii pondus deorsum premit et potentiam a qua affricus pendet insigniter saepius auget. Qua ratione his obstaculis commode obviam eatur vel frictio minuatur post experientias quasdam prius institutas forte edocebimur.

4) Loco vasis *W* potest funis cum parallelepipedo connexus et circa trochleas ductus vt fig. 7. repraesentatum, ex cuius altera extremitate lanx *G* pendeat adhiberi. Ponderibus lanci impositis potest parallelepipedum in situm horizontalem eleuari et si plus iusto eleuatum est potest ponderibus ablatis iterum in situm horizontalem reduci. Pondera vero haecce indicabunt volumina mercurii ex vase *E E E* in *A B* recedentis et ex *A B* in *E E E* fluentis ; ex quibus altitudines barometricae definiiri poterunt sec. §. 16.

§. 18. Si machina, quae §. 15. descripta est, vtendum 1) fundus vasis *N O P Q* in situm horizontalem reducatur.

2) Affundatur aqua, vt apparatus tegatur.

3) Perducatur aqua ad primitiuam temperiem.

4) pondera stilo vasis *W* ea imponantur de quibus (§. 15. n. 18.) dictum.

5) Pa-

5) Parallelepipedum FH in situ horizontali retineatur et obseruetur an aqua incisionem $yzon$ in vase W factam attingat. Si nondum attingit, vel subducatur vel affundatur aliquid aquae.

6) Hoc facto parallelepipedum sibi relinquatur, ascendet, vel descendet. Si posterius obtinet pondera sunt adimenda ex stilo, et altitudo barometrica erit maior mediae propinqua (§. 15), si prius, pondera sunt addenda et altitudo barometrica erit minor mediae propinqua notata. Hoc etiam ex barometro simplici adhibito cognoscitur. Ipsa altitudo vero inuenitur sec. §. 16.

Librae barometricae secundae constructio.

Fig. 7. §. 19. Potest Barometrum simplex $ABCD$ simili ratione in parallelepipedo super axe aequilibrari ponderibus lanci G impositis et per obices H et K immobili fulcramento affixos retineri, si a linea horizontali parum recedat pondus etiam mercurii in vas DD fluentis et ex vase GD in vas AB recedentis inuestigari ponderibus ex lance G vel subductis vel eidem impositis, huiusque altitudo barometrica definiri.

§. 20. Retineantur literae b , a , n , valores eodem experimentes et ponatur x volumen mercurii ex vase DD in AB recedentis, vel ex AB in vas DD fluentis, et ponatur c altitudinem barometricam primitiuam exprimere, erit

$$c - \frac{x}{a} - \frac{x}{b} = c - n,$$

confe.

consequenter $\frac{nab}{a+b} = x$, item $c + \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c + n$,
 hinc rursus $\frac{nab}{a+b} = x$. Si ergo $a = b$, erit $x = \frac{n}{2}$. Si
 $Cg : Ch = 1 : 5$ et machina ponderibus lanci G imposi-
 tis in situ horizontali, plumbo r s indicato retinetur;
 pressione aëris mutata non retinebitur amplius, sed vel
 subductione ponderum ex lance vel additione in situm ho-
 rizontalem reduci debet. Ex ponderibus vero istis cog-
 nitis volumen et altitudo barometrica inueniri poterit. Po-
 natur enim altitudo barometrica aucta quantitate y et ma-
 neant a, b, c , sit pondus in vas DD recedens $\frac{P}{s}$, et
 pondus vnus digiti cubici $= p$, erit volumen ponde-
 ris $= \frac{P}{sp}$, consequens $y = \frac{P(a+b)}{spab}$. Consequenter si al-
 titudo barometrica est aucta, erit illa $= c + \frac{P(a+b)}{spab}$
 et si altitudo barometrica est minuta erit $c - \frac{P(a+b)}{spab}$
 altitudo barometrica. Sit $a = b$ erit $y = \frac{2P}{sp}$.

Librae barometricae tertiae constructio.

§. 21. Fiat 1) Barometrum simplex $ABCDE$: Tab. VIII.
 AB sit eiusdem diametri et altitudinis cum tubo DE , tu-
 busque BCD eiusdem vbique sectionis Fig. 8.

2) Ad latus tubi DE prope E sit foraminulum, vt
 aër libere possit accedere.

3) Tubus CD fit ad BC perpendicularis.

4) Immineat tubo DE tubus alius gracilior EF
 ab inferiori extremitate clausus, in F vero apertus; sit e-
 iusdem sectionis normalis ad axin cum tubo BC .

5) Stagnet in situ tubi DC perfecte horizontali

Tom. II. Nou. Comment. C c mer-

mercurius in tubo verticali CA vsque ad mediam sectionem horizontalem tubi AB , et in tubo verticali DE vsque ad eius mediam sectionem, dum media barometri altitudo obtinet, erit $g b$ media altitudo barometri.

6) Impleatur etiam tubus FE in F apertus mercurio.

7) Cingatur tubus $ABCDE$ et EF lamella quadrata excisa metallica $MLKHGIM$, ita vt media sectio lamellae si continuaretur, per axes tuborum transfiret, et firmetur ad eam. Latus superius $GIKH$, sit calybeum longiusque opposito latere, ita, vt partes I et K procumbant.

8) Diuidatur HG in duas partes aequales, et in puncto diuisionis concipiatur linea perpendicularis in HG .

9) In quadam distantia in hac perpendiculari a linea externa HG vel IL fiat axis chalybeus immobilis. e. g. prope N , vt tota machina instar bilancis suspendi possit.

10) Iugum chalybeum praedictum $GIKH$ sit tanti ponderis, vt centrum grauitatis machinae a puncto motus N eam distantiam habeat, quae requiritur, vt minima differentia ponderum ex vtraque parte lineae NQ inclinatione lingulae prodatur.

11) Prope G et H fiant obices, vt ne machina lineam quidam a linea horizontali recedere possit, si ex puncto C immobili suspensa sit machina.

12) Erigantur et firmentur stili cylindrici chalybei ab et $b-d$ ita vt continuati eorum axes coincident cum axibus tuborum AC , DE , EF .

Patet

Patet ex constructione machinae sic suspensae centrum grauitatis commune esse debere sub media Barometri altitudine in linea verticali machinam bifariam diidente. Si mutatur altitudo et decrefcit pressio aëris, mercurius fluet in vas DE et horizontalis situs cessabit, vt iste restituatur, stilo *ab* imponi debent ponduscula. Si pressio aëris augetur, ascendit mercurius in vas AB et rursus situs horizontalis mutatur, vt restituatur stilo *c d* sunt imponenda pondera, vel ab *ab* remouenda. Sint vasa AB et DE tantae capacitatis vt quatuor librae mercurii vel in vas DE descendant vel in vas AB ascendant, si mercurius per totam scalam variationis barometricae ascendit vel descendit, videntur minimae mutationes aëris hac machina cognosci posse. (Non tamen negandum est artificis summam solertiam requiri in constructione machinae.) Diuiduntur librae quatuor in 512. drachmas, vel in 1536. scrupula. Si ergo tantae perfectionis machina construi posset, vt scrupulum vnum situm horizontalem mutaret, scala variationis in 1536. partes diuidi posset. Si cui ad n. 10. huius §. attendenti pondus machinae et sic affricus sine ratione auctus videatur, in medio machinae ferme, iugum situ ad tubos verticales normali conuenienti ratione adplicari et lances ex iugo suspendi possunt. vt fig. 12. videre est, quo casu aequilibrio mutato pondus mercurii in ED fluentis erit ad pondus aequilibrium resituens in lance X ponendum = $PO : OR$ et pondus mercurii in AB recendentis est ad pondus aequilibrium restituens in lance Y collocandum = $QO : OS : = PO : OR$.

De Barometro hydraulico.

§. 22. Cum occupatus essem in his meditationibus, incidi etiam in barometrum aliquod hydraulicum, quod aptum visum est, altitudinibus exactius dimentiendis, quam per barometra hucusque cognita fieri potest. Ante vero usus eius cognosci non poterit, quam experimento constet, quantum mercurii ex certo lumine sub certa altitudine certo tempore eiiciatur.

Fig. 9.

§. 23. Hunc in finem 1) eligatur tubus A B in A apertus et capax et in B coniunctus cum vase quodam B B, ope cohleae ut vas B C tolli possit.

2) Vas B C abeat in conum luminis exigui.

3) Orificium C obturetur et totus tubus A B cum vase B C impleatur mercurio usque ad A.

4) Immineat tubo A B vas E D F immobile, cuius apertura E exigua sit et foramen F bene claudi et contra ingressum aëris defendi possit.

5) Impleatur vas E D F etiam mercurio et immergatur E mercurio in A B stagnanti obtureturque apertura F bene, ut nullus aëri aditus pateat, vasque ipsum E D F fulciatur bene. Deinde

6) ad manus sit vas N O et sub apertura C teneatur.

7) Tempus notetur et simul orificium C aperiatur, mercurius fluere incipiet celeritate altitudini C A debita et fluxum continuabit eadem semper celeritate, quia eadem altitudo mercurii conservatur per vas superius E D F, ex quo mercurius affluit et altitudinem perpetuo restituit. Dum enim altitudo parum decrevit, et apertura E separatur a
super-

superficie mercurii, aer ingreditur vas E D F et mercurius eicitur ex vase E D F, hinc altitudo, si apta luminum E et C ratio eligitur subiectu restituitur. Fiat per quartam partem horae vel longius tempus et inquiratur in podus elapsi; constabit quantum sub altitudine A C ex lumine C una quarta parte horae vel per longius tempus effluat. Cum nunc quantitates aequalibus temporibus ex aequalibus luminibus elapsae, si altitudines columnarum sunt inaequales sint vel radios altitudinum, quantitate eiecta ex aequali lumine cognita, sub alia altitudine incognita, altitudo ipsa inueniri poterit. Hinc in sequentem Barometri constructionem incidi.

Constructio barometri hydraulici.

§. 24. 1) Coniungatur cum barometro simplici BAH Fig. 10. argento viuo pleno et H obturato vas B E, quod sit idem cum vase B C, fig. 9. Apertura C in barometrum hians sit multo minoris luminis, quam tubus KAH et apertura circa E sit amplior, vt recipere possit vasis E D F immobilis canalem E G. Prohibeatur aëris ingressus iuxta B omni solertia

3) Impleatur etiam B E mercurio.

4) Recipiat vas B E canalem E G vasis E D F, Prope L sit foraminulum, quod commode claudi et aperiri potest. Clauso foramine L

5) Impleatur etiam vas E D F mercurio, et obturetur orificium F bene.

6) Ad manus sit vas aliquod et collecetur sub orificio H , quod aperiatur, et simul L et descendet mercurius in BAH ad altitudinem barometricam et effluet ex H , mercurio in vase BE vsque ad superficiem $g b$ subfidente.

7) Hoc facto notetur tempus et vase NO mercurius eiectus excipiat, qui perpetuo celeritate altitudini barometricae coniunctae cum altitudine GC debita fluet in vacuum Barometri. Altitudo enim GC semper eadem seruatur, dum ea parum mutata orificium canalisis EG separetur a superficie $g b$ et hinc aër subintret vas EDF et portionem mercurii ex illo expellat, vt altitudo CG restituatur.

8) Post quadrantem horae inquiratur in pondus mercurii eiecti, erit quadratum quantitatis elapsae (§. 22.) ad quadratum quantitatis hic eiectae, vt altitudo mercurii (§. 22.), ad altitudinem a qua quantitas elapsa posterior pendet. Si nunc altitudo GC subtrahatur ab hac inuenta, inuenietur altitudo barometrica, si nempe pressio aëris non mutata fuit interea.

§. 25) Quando idem experimentum eodem apparatu repetitur in altiori loco, e. g. altissimo monte vel turri, inuenietur eadem ratione quantitas elapsa in altiori loco consequenter altitudo barometrica.

§. 26. Supponitur tempore experimenti altitudinem barometricam eandem manere. Sed verosimile est, si etiam variet, nihilominus tali apparatu mediam barometri altitudinem inueniri posse. Licet enim altitudo barometri in BA etiam mutetur, et ob hanc rem machina nostra applica-

plicationem ad mediam Barometri altitudinem inueniendam respuere videatur, nihilominus tamen, cum ab hac mutatione quantitas insigni temporis intervallo elapsa non discrepare possit sensibilibiter, spes est machinam ad hunc usum accommodari posse.

§. 27. Si vero etiam huic in commodo obuiam ire velimus, poterit pars Barometri B K tantae amplitudinis fieri, vt omnem mercurium tempore experimenti ex vase B E eiectum recipere possit, et orificium H claudi, experimentoque finito, quantitas mercurii sub altitudine barometri initiali in barometro stagnantis a tota quantitate mercurii, quam barometrum continet subtrahi. Tali ratione innotescet quantitas elapsa ab altitudine barometrica media et altitudine G C coniunctim pendens.

§. 28. Fortassis etiam grauitatis diminutio per diuersam celeritatem fluidorum ex certo foramine effluentium dignosci poterit. Cum enim fluida ex iisdem luminibus sub iisdem altitudinibus minori celeritate effluere debeant, quando vis grauitatis decreuit, et maiori celeritate si vis grauitatis aucta fuerit; tubus A B longitudinis 4. pedum aqua plenus aptari poterit simili ac descripti ratione (§. 23); si modo loco vnus vasis EDF duo talia adhibeantur, quorum canales superficiem aquae in tubo stagnantis attingant, vt si vnus aqua eiecta sit, alterum aptari possit ad fluxum continuandum. Quantitas aquae eiecta diuersis temporibus definiri poterit, nempe illo, quo grauitas decrecere creditur et alio, vbi vis grauitatis aucta asseritur. Si quantitates aquae elapsae semper discrepent asseritis philosophorum conuenienter, magna inde probabilitas iis accedet.

cedet. Necessè tamen est vt simul temperiei fluidi ratio habeatur, et grauitatis specificae.

§. 29. Si haec grauitatis discrepantia, de qua (§ 28.) dictum est, praescripta ratione cognosci poterit, non erit dubitandum grauitatis diuersitatem sub diuersis latitudinibus eadem ratione inuestigari posse, si nempe idem Exrim. (§. 28.) sub eadem altitudine fluidi sub diuersis latitudinibus insituatur et temperies fluidi eadem conseruetur.

§. 30. Nisi notissimae anomaliae, quibus fluxus aquarum ex foraminibus vasorum obnoxius est, spem successus diminueret, posset etiam

1) Tubus amplus, aequalis vbique sectionis aqua impleri et aquae ex lumine definito exitus concedi, notarique.

2) Tempus euacuationis et

3) Idem tubus alio tempore vel alia sub eleuatione poli ad eandem altitudinem sub eadem temperie impleri, vt ex eodem foramine efflueret; parique ratione euacuationis tempus alio tempore vel alia sub eleuatione poli notari; Posset denique

4) Ex comparatione temporum vis grauitatis diuersitas cognosci.

Si tempus euacuationis in loco vel tempore A. ponitur $\equiv T$; et tempus euacuationis in loco vel tempore B. $\equiv t$, et decrementum pressionis in loco vel tempore B. ad pressionem in loco vel tempore A, vt altitudo z ad altitudinem a , ad quam aqua ab initio in tubo stagnat, tam in A quam in B. Pendebit celeritas in A ab altitudine z et in B ab altitudine, $z - a$. Cumque massa aqueae

aqueae ponantur aequales, potest (1) columnae aqueae in A altitudo ad altitudinem columnae aqueae in B concipi vt $a : a - x$, et columnae aqueae basis in A ad columnae aqueae basin in B $= a - x : a$; sub hac enim hypothefi massae aqueae sunt aequales: et (2) effectus idem exspectari, qui oriretur, si pressio constans maneret, et aequales massae stagnarent in tubis diuersae amplitudinis effluerentque ex foraminibus aequalibus; in quo casu tempora euacuationum sunt in ratione composita ex directa sectionum et subduplicata altitudinum. Erit igitur etiam nostro casu $T : t = (a - x) \sqrt{a} : a \sqrt{a - x}$

$$\text{hinc } t(a - x) \sqrt{a} = T a \sqrt{a - x}$$

$$\text{et } x = a - \frac{T^2 a}{t^2}$$

Erit hinc pressio in loco vel tempore A ad pressionem in loco vel tempore B $= a : a - a + \frac{T^2 a}{t^2} = a : \frac{T^2 a}{t^2} = 1 : \frac{T^2}{t^2} = t^2 : T^2$. Si ergo tubus, quod multa dolia aquae contineat, vt non nisi post multos dies euacuari possit, ad experimentum aptetur, et notetur in tempore vel loco A tempus euacuationis, et idem fieret in tempore vel loco B, obseruareturque discrepantia temporum, vt semper maius tempus requireretur euacuationi in loco vel tempore B, quam in loco vel tempore A; pressiones probabiliter forent in ratione inuerfa quadratorum temporum euacuationis.



STATERAE GEOGRAPHICAE ET NAVTICAE DESCRIPTIO.

AVCTORE

C. G. Kratzenstein.

§. 1.

Tab. IX. **G**rauitatem corporum recedendo ab aequatore versus polos incrementum capere partim ex vi centrifuga, quam corpora sub aequatore per motum vertiginis terrae accipiunt, partim ex diuersa celeritate pendulorum sub diuersis ab aequatore distantis extra dubium positum est. Qui iam grauitatem vim corporibus insitam esse contendunt, videant, quomodo hypothesin suam cum hisce experientiis conciliare possint. Mihi inde meditatio subnata est stateram construendi, cuius ope differentias ponderis corporum in diuersis a polo distantis determinare valeamus.

§. 2. Quoniam propter aequalia contrapondiorum decrementsa et incrementsa vulgares sterae huic scopo non conueniunt; de alia methodo fuit cogitandum, vbi vis quaedam contrapondii vices sustinet, quae istis variationibus non est subiecta. Visum mihi est elaterem chalybeum spiritaliter contortum, quo horologia portatilia in motum concitari solent, huic intentioni optime satisfacere posse. Verum quidem est, vim elaterum etiam pro diuerso gradu caloris aliquam variationem pati, sed haec et vix sensibilis et per experientiam facile potest determinari.

§. 3. Fiat itaque capsula cylindrica C, eius magnitudinis, vt in eam elater chalybeus, qualis pro horologiis men-

STATERÆ GEOGR. ET NAVT. DESCRIPTIO. 211

mensalibus adhiberi solet, consueto modo includi possit. Axis extremitates in summitate fulcrorum perpendicularium K, K , firmentur ita, vt solito modo rotula dentata affixa et cochlea infinita elater ad libitum intendi possit. Nolo haec singula prolixius describere, quoniam ex constructione horologiorum portatiliam iam satis nota sunt. Ad anteriorem fundum capsulae adfirmetur brachium longius $A E$, in extremitate indicis instar extenuatum et cuspidatum. Brachium hocce gerat segmentum circuli $D L$ hinc inde mobile et in exteriori peripheria sulcatum, vt funem, cui pondus H adnexum est, recipere et in distantia conuenienti a centro ope cochleae firmari possit. Dico brachium $A E$ cum pondere adnexo H in altum eleuatum vel depressum iri, si pondus per quamcunque causam grauitatis suae aliquod incrementum vel decrementum capiat. Grauitate nimirum aucta elater capsulae inclusus magis comprimitur; id quod fieri nequit absque quod brachium simul descendat; imminuta vero eadem vis elateris praepollens brachium altius eleuabit.

§ 4. Vt hae variationes exactius cognosci possint, in F erigatur asserculus perpendicularis, in quo ex centro A radio $A E$ describantur aliquot arcus concentrici, sequenti ratione in suos gradus diuidendi. Ad datur scilicet ad pondus H granum vnum et notetur depressio indicis E , habebitur sic gradus primus; et impositis successine pluribus granis habebuntur et reliqui, ex quibus incrementa vel decremента ponderis determinari poterunt. Ex axi haereat perpendicularum $A P$, ad cuius normam tota machina ope cochlearum G, G, G, G in situm horizontalem disponi possit. Notetur deinde va-

riatio vis elasticae pro diuerso caloris gradu ; vel tota machina recondatur in capsâ metallica , circa E vitro munita , vt in aqua ope lampadis suppositae aut per alia subsidia semper in certo quodam caloris gradu seruari possit.

§. 5. Quod si ex obseruationibus de motu pendulorum prope aequatorem differentia grauitatis corporum sub diuersis latitudinibus eruatur , ope huius staterae inuerso modo latitudo locorum absque vlla obseruatione astronomica cognosci poterit , id quod praeter geographicum eximium in arte nautica habebit vsum , siquidem nautae interdum per hebdomadem coelo obnubilato eleuationem poli obseruare nequeunt. Ad hanc differentiam determinandam selegi obseruationes Cel. Couplet in obseruatorio parisino et Paraibae prope aequatorem habitas , secundum quas pendulum in priori loco ad minuta secunda vibrans prope aequatorem intra 24 horas ad 4' , 12'' , retardatur. Cum iam numerus oscillationum ceteris paribus sit in ratione subduplicata grauitatum , colligitur inde ratio grauitatis sub latitudine parisiensi ad eam quae est prope aequatorem , vt 173 ad 172. Quoniam porro incrementa grauitatis sunt in ratione duplicata sinuum latitudinis , erit ratio grauitatis sub aequatore ad eam sub polis , vt 97 ad 98. Si itaque pondus H sub aequatore aequalis est 1 ℥ , 6 unc. 1½ dr. incrementum eius sub polis erit 90 granorum , vt adeo vni gradui latitudinis vnum circiter granum respondeat. Proportione per adlegatam regulam exactius determinata scala graduum latitudinis ad E designari potest (§. 4.)

§. 6. Cum horologipoei per conchoidem ad elaterem adplicatam efficiant , vt aequae in maiori ac minori intensione
idem

idem pondus in situ horizontali sustentet, id quod appellant: die Feder gleich abwiegen; simili artificio in nostro instrumento effici potest, ut index eius data qualibet differentia ponderis datum quodlibet spatium percurrat, si scilicet segmentum DL similis conchoidis pars sit. Huius constructio vero non theoretice sed practice tentando obtinetur. Licet adeo scalam latitudinis pro lubitu amplificare, in quantum scilicet frictio capsulae circa axin A hoc concedit.

§. 7. Adfunt vero subsidia, quibus haec frictio in tantum imminui potest, ut in instrumento nostro incommodo esse nequeat. Adfigantur scilicet ad utramque basin capsulae C duae auriculae M, N, Fig. 2. quantumvis longae. In harum extremitates inserantur axes radiorum o et p, in altera parte arcus circulares q, r, s, t, gerentium. Hi radii ita sint dispositi, ut iis mediantibus integrum pondus capsulae, elateris, brachii et ponderis H axi A incumbat; et erit ex principiis mechanicis frictio in praesenti dispositione ad priorem ut 1 ad radium α o circiter. Aucta itaque longitudinae radiorum, frictio in eadem ratione imminuitur. Potest etiam aliqua frictionis imminutio obtineri, si axis capsulae instar axis staterae vulgaris acuminatur.

§. 8. Quod si frictio in praxi in tantum imminui posset, ut haec statera partem $\frac{1}{3000000}$ ponderis appensi indicare valeret, nullum foret dubium, eius ope etiam actionem lunae in corpora terrestria cognosci posse. Fateor vero, me prorsus de hac re desperare. Quis enim crederet ad pondus 500 libarum ullam stateram defectum vel excessum unius grani indicare posse.

REMIGII NOVITER INVENTI
AD NAVES ONERARIAS PROMOVENDAS
DESCRIPTIO.

AVCTORE

C. G. Kratzenstein.

§. 1.

In nouellis publicis nuper relatum legimus Abbatem Maffon , dyonenfis academiae membrum , Comiti de Saxe obtulisse nouum quoddam remigii genus , cuius ope naues maiores per paucos homines filente vento , vel contra ventum promoueri et flumina ascendere possint ; eiusque vim quadruplo maiorem vi remi vulgaris praedicasse. Eo praestantius sane eiusmodi inuentum est habendum , quo magis nautae in eiusmodi casibus desudare vel interdum in ostiis fluminum constituti per aliquot hebdomades expectare coguntur , donec fanens ventus ingruat. Cum vero modo laudatus inuentor constructionem huius remigii hucusque publico occultauerit , procul dubio praemium inuentionis suae expectans , non dubitauit in utilitatem publicam eiusmodi remigium , quod non quadrupla sed quintupla vi respectu vulgaris remi gaudet , hic describere et publici iuris facere ; quod si cum Maffonii remigio plus minusue vel plane non congruere imposterum deprehendatur , commodo inde expectando nihil detrahatur , quia neque simplicitati neque vi nostri remigii aliquid deest.

§. 2. Vulgare remigium maiori vi in aquam impigendi donare ex legibus vectium facillima res esset , dummodo pars aquam feriens abbreviatur et altera pars elongetur. Sed hoc

hòc augmentum virium non obtineri potest absque dispendio temporis et impedimento cursus navis, adeoque pro scopo nostro plane nullum inde commodum redundaturum esset. Mutato vero modo adplicationis virium mouentium augmentum vis impingentis obtineri posse reperi, absque vlllo dispendio, immo potius cum compendio temporis. Consuetò enim remigandi modo homo in opere diurno vix vltra 28 ℥ per 2 pedes in 1 minuto secundo promouere valet. Si vero homo adultus vires suas ita adplicare potest, vt simul cum pondere suo agat, pondus 140 ℥ per idem spatium eodem tempore promouere valebit. Cum haec vis sit quintupla prioris pro scopo nostro obtinendo nihil desiderabitur, nisi remigium ita construendi modus, vt homo vi ponderis sui in illud commode agere possit, quem statim sumus suppeditaturi.

§. 3. Super fulcimentum scilicet A B C D erigantur duae columnae perpendiculares E et F, quinquepedalis longitudinis. In summitatibus earum excauentur duo sulci pro excipiendo axe remigii G H. Huic axi, cuius longitudo sit circiter 4 vel 6 pedum, per ligamenta ferrea adfirmetur vectis K L, cuius longitudinem in sequentibus pro numero operariorum determinabimus. In vna extremitate huius vectis adornetur manubrium M N cum scabello adpenso O P, tantae longitudinis, vt pro operariis ad illud constituendis, locus sit. I enique ad alterutram axis extremitatem G adfigatur remus longior, cuius pala R S fit bialuis, ita, vt valuae sub actione remi sese aquae directe opponant, complicentur vero, dum remus retrorsum trahitur. Sectionem huius palae transversalem ostendit fig. 4. ex qua eius constructio, resistentiae

Tab. IX.
Fig. 3. et 4.

tiae

tiae minuendae gratia adornata, absque ulteriori descriptione intelligitur. Poterit quoque in superiori parte palae, extra aquam constituta, maioris firmitatis gratia brachium adplicari, quod valvis resistat. Dico eiusmodi remo per paucos homines naudem onerariam multo celerius et commodius promoueri posse, quam eodem operariorum numero consuetis alias modis adhibitis fieri licet. Patet hoc partim ex modo dictis, partim ex subiuncto calculo evidentius elucescet.

§. 4. Dum naus in aqua promouetur, vires mouentes aequales esse debent resistentiae, quam naus in aqua sub motu patitur. Cum iam haec resistentia aequalis sit vi, quam naus exciperet immobilis, si flumem eadem celeritate in nauem incurreret, qua naus promoueri supponitur, vis illa ex legibus hydraulicis poterit determinari. Est enim illa vis proportionalis quadrato celeritas fluminis et aequalis columnae aqueae eius altitudinis ex qua celeritas illa lapsu proficiscitur. Nolumus hic attendere ad discrepantias ab hac regula, quae ex cohaesione aquae oriuntur, cum illae nondum satis determinatae et pro nostro scopo vix considerabiles sint. Cognito iam spatio, quod corpus graue cadendo intra minutum secundum absoluit cognitaque celeritate fluminis altitudo illa columnae aqueae poterit reperiri. Intra exiguum enim tempus corpora cadendo celeritatem adquirunt, qua continuato motu intra idem tempus casus duplum altitudinis spatium percurrere valeant. Adeoque si illam dicamus c , altitudinem columnae aqueae prementis x , spatium casus intra $1'' = a$ erit ex principiis mechanicis $2x:c = c:2a$ vel $c^2:4a = x$. Inuenta sic altitudine columnae aqueae, ex dato plano resistenti-

resistente et pondere unius pedis cubici aquae haberi potest pondus aequale resistentiae, quam naus ab aqua incurron- te excipit. Planum vero resistens ex data sectione naus media transuersali eiusque demersione sub aqua est deter- minandum, sectionem istam tamquam semicirculum ad diametrum latitudinis naus considerando. Quoniam vero ista resistentia propter prolongationem prorae cuneiformem diminuitur, haec diminutio in maioribus nauigiis octatam circiter partem huius areae pro plano resistente relinquit. Vocabimus illud rr ; et erit resistentia, quam naus patitur $\equiv xrr. 64 \text{ ff}$. Quodsi iam naus motu semper aequabili promoueri debeat, vires hominum promouentes, vel actio remi in aquam huic resistentiae debent esse aequales. Actio vero remi in aquam ex resistentia aquae contra remum data celeritate vibratam modo iam exposito reperitur. Si enim eius superficies in aquam agens dicatur s et altitu- do celeritati vibrationis respondens y , erit actio remi in aquam $\equiv s s y 64 \text{ ff}$. Vocetur porro pars remi in aquam impingens ab axe vsque ad medium palae p et longitu- do manubrii m ; et erit momentum huius vis sub motu naus $\equiv s s 64 (\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 p = 140 m$, momento sci- licet vis operarii, vel $140 n m$, si datus operariorum numerus fuerit $\equiv n$. Quia remus in peripharia circuli mouetur, ideoque non semper directe in aquam impit- git, respectus quoque esset habendus ad angulum inciden- tia. Sed quoniam in nostra machinatione remus non vi- tra 5 pedes hinc inde vibratur, sinus incidentiae minimum est ad finem totum circiter vt 86° ad 100° , adeoque haec obliquitas absque sensibili errore poterit negligi. Habemus itaque has duas aequationes: $xrr. 64 \equiv s s (\sqrt{y} - \sqrt{x})^2$

64; et $140nm = ss(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 64p$; vnde resultant $140n\frac{m}{p} = ss(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 64 = rrx64$; ad quarum normam celeritas naus dato operariorum numero determinari potest.

§. 5. Adfunt vero in his aequationibus duo momenta $\frac{m}{p}$ et ss , quorum vnum ex altero supposito est definiendum. Cum vero conducatur palae superficiem tantam efficere, quantam circumstantiae permittunt, assumatur ea 16 pedum quadratorum, ita, vt longitudo sit 8, et latitudo 2 pedum, vltra hunc enim terminum, nisi remum intractabilem reddere velimus, ascendere vix licebit. Hac supposita pro $\frac{p}{m}$ prodibunt sequentes aequationes

$$140nm = pss(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 64 (\S. 4.)$$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 = \frac{140nm}{pss64} \text{ et } \sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{\frac{140nm}{pss64}}.$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} - \sqrt{\frac{35nm}{pss16}} = \sqrt{\frac{35nm}{16prr}}.$$

$$y = \left(\sqrt{\frac{35nm}{16prr}} + \sqrt{\frac{35nm}{16pss}} \right)^2 = \frac{m}{p} \left(\sqrt{\frac{35n}{16rr}} + \sqrt{\frac{35n}{16ss}} \right)^2$$

$$\text{Adeoque } \frac{p}{m} = \left(\sqrt{\frac{35n}{16.16}} + \sqrt{\frac{35n}{16rr}} \right)^2 : y$$

Ad impetrandum itaque valorem $\frac{p}{m}$ determinanda prius erit et celeritas vibrationis remi per operarios, numerus operariorum et planum resistentiae naus. Quod attinet ad prius momentum, euidentis est; quo maior ea assumatur, eo minorem fore $\frac{p}{m}$ et eo maiorem celeritatem naus esse futuram. Cum vero spatium descensus operariorum 2 pedes vel ad summum 2 $\frac{1}{2}$ pedes conficiat, tempus, quo illud absolvitur, non commode minus 1'' assumere licet, vnde elicitur altitudo celeritati descensus operariorum respondens

AD NAVES ONERAR. PROM. DESCRIPTIO. 219

dens $z = \frac{1}{17}$ pedis et $y = \frac{22^2}{m^2}$. Vnde fir $\frac{2^2}{m^2} = (\sqrt{\frac{35^2}{356}} + \sqrt{\frac{35^2}{1677}})^2 : \frac{1}{17}$. Ad planum resistantiae navis determinandum supponamus promouendam esse nauem onerariam 100 pedes longam, 24 pedes latam et 11 pedes sub aqua demersam, quemadmodum hic Neuanu nostram intrare solent; erit planum resistantiae $rr = 26$ pedibus quadratis circiter. Dentur ad eius promotionem 8 operarii, quot scilicet plerumque in talibus nauibus adhiberi solent. Constituatur in utroque latere navis vnum eiusmodi remigium supra delineatum et circa utrumque tres operarii ad vnum brachium vectis, vnus vero ad alterum brachium pro retrahendo remo ordinentur. Quoniam iam remus, dum retrorsum trahitur, nauem non impellit, adeoque tantum dimidia circiter temporis pars ad nauem promouendam impenditur, concipiamus duo eiusmodi remigia alternatim ita moueri, vt quouis momento nauis novum impulsus accipiat, idem inde effectus resultabit, ac si vnicum remigium nauem continuo impelleret. Cum vero hoc propter constructionem fieri nequeat, in calculo nostro effectus amborum effectui vnus aequalis est habendus, quod in continuo motu esse supponitur. Si itaque in aequatione $\frac{2^2}{m^2} = (\sqrt{\frac{35^2}{356}} + \sqrt{\frac{35^2}{1677}})^2 : \frac{1}{17}$ numeros pro exemplo nostro determinatos substituamus, resultabit $\frac{2}{m} = \frac{2}{3}$ quam proxime; et altitudo respondens celeritati navis erit $= \frac{35 \cdot 7 \cdot 7}{16 \cdot 26 \cdot 8} = \frac{1}{15}$ pedis. Vnde prodit celeritas navis ipsa $= 2\frac{1}{2}$ pedum in vno minuto secundo. Tanta vero celeritas vsitatis alias modis per eundem operariorum numerum numquam obtinebitur, singulis enim horis nauis dimidium milliare germanicum percurrent.

E e 2

§. 6.

§. 6. Ad hoc eo certius efficiendum visitatos istos modos similiter ad calculum reuocabimus, ut comparationem eorum inter se eo facilius instituere liceat. Promouentur naues mercatoriae alias aut fune per homines in littore trahentes, aut fune ex anchora minori eminus proiecta firmato, quem aut manibus aut ergata in naui ad se trahunt. Cum ex antecedentibus iam constet, hominem tempore $1'' 28 \text{ ff}$ per spatium 2 pedum promouere posse, in primo casu propter duplicem obliquitatem funis tractorii non ultra 10 ff singulis operariis tribui possunt; erit itaque in priori casu $x = \frac{1}{25}'$ et celeritas nauis $1\frac{1}{4}$ pedum. In altero casu poterit quidem initio vis integra 28 ff . adhiberi, sed quia sensim adpropinquante naui ad anchoram vis continuo propter auctam obliquitatem et frictionem minuitur, ponamus mediam vim esse 20 ff . Cum praeterea hoc in casu actio operariorum interruptis tantum vicibus fieri potest, dum manus semper de nouo applicare coguntur, numerum tantum dimidium operariorum in calculo assumere licebit, quibus suppositis prodit x iterum $= \frac{1}{25}$ et celeritas nauis $= 1\frac{1}{4}$ pedis. Quoniam vero hoc in casu anchora saepius iterum eleuari et de nouo eminus proiici debet, dimidium tantum huius celeritatis pro continua quadam celeritate poterit assumi, scilicet $\frac{1}{2}$ pedis. Hoc idem incommodum adest circa tertium modum, qui alias inter reliquos modos foret praestantissimus, ubi scilicet fune circum ergatam conuoluto operarii nauem motu continuo propellere possunt; posita enim vi vnus ut ante 20 ff , erit $x = \frac{1}{10}$ pedis et celeritas nauis ipsa $2\frac{1}{2}$ pedis. Sed propter allegatas rationes huius celeritatis itidem tantum dimidia pars $1\frac{1}{2}$ pedis pro continua quadam celeri-

AD NAVES ONERAR. PROM. DESCRIPTIO. 221

celeritate statui poterit. Consideratis hisce ^{circumstantiis} praerogativa modi a nobis iam expositi facile evincitur, cum illo adhibito neque impedimenta trahentibus in litore obuenientia, neque reiterata anchorae proiectio, nautas remorentur. Insigne quoque emolumentum inde posset expectari, si naues rostratae, galerae dictae, eiusmodi remigio propellerentur. Cum enim ad eas promovendas 200 ad 250 homines adhibeantur, qui illas horae spatio per vnum milliare germanicum promovere valent, nostro remigio adhibito 150 hominibus superfedere et quarta tantum hominum parte eandem celeritatem obtinere possemus. Habet praeterea iste modus adplicationis virium hoc commodum, vt absque defatigatione diutius continuari possit, quam vbi continua inflexione dorsi opus est. Superest quidem adhuc alius modus adplicationis virium; vbi vnus homo 200 libras superare valet; si nimirum vectis ad remum adplicatus sursum elevantur remum contra aquam impellit, sed propter continuam dorsi inflexionem is sese similiter minus commendat, quam supra descripta methodus. Consideratis hisce circumstantiis vix praestantiorrem remigandi modum reperiri posse spero, nisi quis commodam encheiresin excogitauerit, qua remi rotarum more dispositi per similem vectem et adplicationem virium motu continuo rotatorio circumfagi possint. Interius tamen talis methodus hoc laboraret incommodo, quod vento contrario existente exiguam tantum celeritatem illa obtinere possemus.

122

HOROLOGII PERPETVO MOBILIS
DESCRPTIO VNA CVM MODO CONSTRVENDI
HOROLOGIA PORTATILIA ET CYLINDRIGE-
RA, VT SVB ELEVATIONE PONDERIS VEL
INTENSIONE ELATERIS MOTVM SVVM
CONTINVENT:

AVCTORE

C. G. Kratzenstein.

§. I.

Tab. X.

Ne quis voce perpetui mobilis offendatur, in primo sta-
tim limine indicandum esse iudicamus, nostrum esse
perpetuum mobile naturale, de cuius possibilitate non adeo
dubitant mathematici, quam de possibilitate perpetui mo-
bilis ex mechanicis subsidiis construendi. Interim, si di-
stinctionem istam inter perpetuum mobile naturale et ar-
tificiale vel mechanicum exactius consideramus, nullum vn-
quam erit possibile, quod non sit naturale; omnium enim
vis motrix aut in gravitate corporum, aut in elasticitate,
aere, igne vel alia quadam vi naturali vt fundata sit ne-
cesse est. Verum tamen si vtriusque notio distincta de-
finienda esset, hanc in eo ponendam esse ducerem, quod
in perpetuo mobili artificiali vel mechanico vis motrix ab-
solute constans esse debeat, quemadmodum e. g. gravitas
et elasticitas corporum; in naturali vero eadem tantum
per accidens constans sit, vt motus aeris et caloris. Hisce
posterioribus principiis innituntur perpetum mobile gueri-
ckianum, quod ex praegrandi cupreo thermometro drebbe-
liano constat; et plurima alia partim a Schotto in magia
sua

na naturali, partim ab aliis auctoribus descripta. Omnium horum effectus vero non maior est, quam ut imungula quaedam leuior eo in motum concitari possit; adeoque ad usum mechanicum nullum commodum inde resultat.

§ 2. Cum nostris temporibus de violenta metallorum dilatatione et contractione per calorem et frigus plurima experimenta innotuerint, admodum facile erat in cogitationem incidere de adhibendo tali subsidio ad perpetuum mobile naturale praestantius construendum. Cum enim haec vis expansionis et contractionis fere infinita, saltem vi cohaesionis partium corporis maior sit, nullum erat dubium, machinas ea in motum concitari posse. At opus ipsum exequi, vel vim hanc recte applicare, ut motus omni momento perpetuus et uniformis esset, maioribus difficultatibus premebatur. Primo enim decrementum et incrementum caloris in crassioribus virgibus metallicis non est tam subitaneum, quam in aere; deinde neque dilatatio et contractio metalli tam sensibilis est per eandem minimam caloris variationem, quam ea, quae in aere observatur. Denique motus contractionis et dilatationis, utpote sibi inuicem contrarii, maximo erant obstaculo, quo minus machina quaedam e. g. horologium in motu uniformi seruari posset, nisi alterutram harum virium inutiliter perdere velimus. Insuper meditandum erat de nouo quodam artificio, quo effici poterat, ne horologium sub actione alterutrius vis in motu suo impediretur, quemadmodum in omnibus horologiis, excepto hugeniano, et leutmanniano fit, si vel elater intenditur
vel

224 HOROLOGII PERPETUO MOBILIS

vel pondus eleuatur. Hugenianum uero artificium cum fine infinito et leutmannianum cum duplici cylindro hic non facile adplicari poterat. Post varias demum meditationes reperi encheiresin quandam, qua omnia requisita obtineri posse nullum mihi dubium relinquebatur. Et quoniam nuper in nouellis publicis de horologio quodam perpetuo mobili, ab artifice varisco constructo, multa praedicabantur, non incongruum fore duxi, hac occasione ostendere, qua ratione eiusmodi horologium practice construatur queat.

§. 3. Fundantur nimirum ex 3 partibus stanni et una cupri quatuor parallelepipeda g, b, i, k , 4 pedes longa et tantae crassitiei, ut pondus 4 centenariorum absque ruptura vel sensibili dilatatione sustinere queant; facile uero hoc propter duritiem talis mixturae, obtinetur. Connectantur haec inter se per 3 uectes inaequalium brachiorum l, m, n, o, p, q . Sit uero $l : m = 1 : 3$; $n : o = p : q = 1 : 4$. Tota compages mediantibus axibus firmetur ad brachia $c d, e f$, virgae ferreae robustioris $A B$, eo circiter modo, quem Fig. I. indicat. Vltimum horum parallelepipedorum i altera sua extremitate excipiat cruris breuius uectis $s r$ circa axin in r mobilis. Sit uero $r : s = 1 : 3$. Crus longius s gerat arcum dentatum $t u$ 60 circiter dentium, qui inseruit ad elaterem intendendum uel ad pondus horologii mediante rota a eleuandum. Haec rota a insolito et curioso plane modo est constructa. Habet enim hanc proprietatem, ut, licet rotula x adnexa dextrorsum uel sinistrorsum conuertatur, ipsa rota a nihilominus semper secundum uiam eandemque

que directionem circumagatur; id quod primo quidem intuitu vix comprehensibile videtur, sequenti tamen obtinetur modo. Rotula scilicet x affixa est ad axin rotæ remoræ ferratæ y , super quo simul rota maior α mediante arundine volubilis est. Ope obstaculi z vero efficitur, ut, si rotula x dextrorsum conuertatur, rota α simul circumagatur, eam vero relinquat, si sinistrorsum rotetur. Ex hac constructione sequitur, si arcus dentatus t v deprimatur, per rotam α rotulam δ sinistrorsum conuerti, et, quoniam rotula δ ad axin cochleæ vel cylindri horologii est affixa, elaterem simul intendi vel pondus eleuari. Axis remoræ y per rotam α transiens ex auersa huius rotæ parte, quæ excauata est, gerit alteram rotulam remoram η Fig. II. contrario modo in respectu ad priorem dispositam. Promouet ea enim rotam connexam ζ simul secum propter obstaculum x si rotula x sinistrorsum conuertitur. Deserit vero eandem, rotula x dextrorsum conuersa. Rota ζ circumagat rotulam ϵ ; et hæc arripiat dentes peripheriæ interiori elatæ rotæ α incisos; sequitur tum ex hac dispositione rotula x sinistrorsum conuersa rotam α iterum dextrorsum promoueri, decurrente iam remora exteriori sub suo obstaculo. Perinde itaque erit utrum arcus dentatus t v per dilatationem virgarum metallicarum deprimatur, vel an per earum contractionem eleuetur; in utroque enim casu rota α dextrorsum promouebitur, et elater horologii intendetur vel pondus eleuabitur. Simili artificio quoque obtinetur, ne sub intentione elateris aut eleuatione ponderis motus horologii solito modo interrumpatur. Affigatur scilicet ad axin, intra cochleam vel cylindrum horologii versatilem, rota prio-

ri ζ similis absque remora tamen; axis vero rotulae ϵ firmetur ad radium rotae principalis horologii; ipsa rotula ϵ vero agat in dentes, peripheriae interiori cochleae vel cylindri incisos; et exterioris peripheriae dentes solito modo sint ferrati, ut remorae vices sustinere possint; facile hinc intelligitur, axi cochleae vel cylindri inuerso modo ope clauiculae circumgyrato, cochleam vel cylindrum ipsum contrario motu conuerti et elaterem sic intendi vel pondus eleuari. Per actionem vero rotae ζ in rotulam ϵ et per resistantiam dentium interioris peripheriae contra eandem, rota horologii ipsa in motum concitatur secundum eandem directionem, qua clauicula conuertitur, vel qua ordinarie circumagitur. Si iam horologium minus construatur, portatilis instar, quod per hebdomadem motum suum continuare valet, ad cuius cochleam rotula δ affixa haecque cum tota compage Fig. I. connexa sit, dico, machina hac mutationibus caloris et frigoris naturalibus exposita, elatere semel intenso vel pondere semel eleuato, horologium perpetuum mobile esse futurum.

§. 4. Ad huncce effectum demonstrandum ex observationibus meteorologicis plurium annorum suppono medianam summam singularum variationum caloris et frigoris per diem esse ad minimum 5 graduum thermometri fahrenheitiani, vel per hebdomadem 35 graduum. Plerumque vero multo maior est. Iam virga 4 pedes longa ex praescripta mixtura fusa expanditur ad $\frac{1}{1408}$ pollicis magis quam ferrum eiusdem longitudinis, si calor per 5° crescit; et ad $\frac{1}{507}$ pollicis, si calor per 35° crescit. Multiplicatur vero haec expansio per vectes intermedios, quibuscum vir-

gae connectuntur. Scilicet pro virga g spatium expansionis prodit $= \frac{1}{307} 3 \cdot 4 \cdot 4$; $= \frac{48}{307}''$. Pro virga k erit illud $= \frac{1}{307} \cdot 4 \cdot 4 = \frac{16}{307}''$. Pro virga h erit idem $= \frac{1}{307} \cdot 4 = \frac{4}{307}''$. Denique pro virga $i = \frac{1}{307}''$. Summa singulorum est $= \frac{69}{307}'' = 4'''$, 1^{iv} . Et tantum erit spatium, quod vltima virgarum alterna contractione et expansione absolvit vna hebdomade. Brachio deinde r per $4'''$ promotu arcus dentatus percurrit spatium vnus pollicis; adeoque rotula x , cuius peripheria $\frac{3}{4}''$ aequat, integram et $\frac{1}{4}$ reuolutionis absolvit, vna cum rota maiori α connexa. Rotae huius maioris peripheria toties fit maior peripheria minoris δ , quoties sulcus cochleae vel cylindri horologii circuitum absolvit. Cum hoc plerumque 6 vicibus fiat, rota α poterit instrui 72 dentibus, si rotula δ habuerit 12 dentes. Rota α sic semel conuersa, id quod semper intra hebdomadem fit, catenula ex toto iterum circa cochleam vel cylindrum circumuoluitur, vel potius semel circumuoluta numquam ex toto iterum deuoluitur; adeoque horologium motum suum tam diu continuabit, donec vel eius structura fuerit deprauata, vel per plures hebdomades media variatio caloris et frigoris multo minor fuerit 35 gradibus, id quod procul dubio numquam contiget.

§. 5. Rotae ζ peripheria sit $\frac{1}{4}$ partium peripheriae interioris rotae α , vt adeo per superfluam $\frac{3}{4}$ partem conuersionis rotae x rota α nihilominus integram reuolutionem mediante rota ζ facere possit. Deinde brachium s sit elasticum et quidem tantae elasticitatis, vt paullo superet vim, quae requiritur in x ad elaterem horologii in-

F f 2

ten-

tendendum vel pondus eleuandum; vel alio quodam modo elater adplicetur. Huius ope efficitur, vt elatere horologii ad summum intenso virgarum metallicarum contractioni et dilatationi adhuc locus concedatur haecque mutatio non inutiliter perdatur. Denique ope ponderis λ super trochleam ad extremitatem virgae vltimae adplicati efficiatur, quo minus virgae metallica sub dilatatione earundem propter resistantiam brachii r incuruentur, quem in finem etiam ex l , n et p minora pondera suspendere conducit.

§. 6. Cum omnia horologia oscillatoria et portatilia, cochleis vel cylindris simplicibus vim motricem sustentantia, hoc vitium habeant, quod sub intensione elateris vel eleuatione ponderis in motu impediuntur; immo, quod non nulla praestantissima ceteroquin horologia anglicana plane retrogrado motu interea incedant, huic malo per descriptam §. 3. encheiresin multo melius et facilius mederi poterimus, quam artificio isto leutmanniano, vbi cylindro duplici cum pluribus adiunctis rotis opus est. Quoniam praeterea in hugeniano horologio propter trochleam aculeatam, funem sustentantem; tanta perfectio, duratio et aequalitas motus plane non obtineri potest, quantam in horologiis anglicanis super cylindro funem gerentibus obtinere licet, multo melius se ad vsus astronomicos commendaturum esset tale horologium anglicanum, quod per modo dictum artificium motum suum sub eleuatione ponderis, similiter vt hugenianum, continuaret, quam ea, quae hucusque in vsu fuerunt.

PHYSICA.

PHYSICA.

F f 3

DE

NOTED

80

810

DE VEGETATIONE PLANTARVM, EXPERIMENTA ET CONSECTARIA.

AVCTORE

G. W. Krafft.

Experimentum I.

Ammo 1737, d. 22. Maii. ft. v. terrae, libero aëri
expositae in cista lignea, commisi plures fabas mi-
nores, quae turcaicae vocantur, cum in finem,
vt earum vnā aut alteram quotidie effodere, atque sic
examinare possem et ponderis incrementum et reliquam
ipsarum conditionem. Ponderum loco adhibui pisā
vulgaria eiusdem inter se magnitudinis. Fabarum quaeli-
bet, antequam terrae crederetur, arida tenebat pondus cir-
citer 4 pisorum. Igitur *die insequenti* 1 fabarum vna
effossa pondus tenebat pisorum 7, apparebat madida et
tumida nimis, ita vt iam nunc morbum aliquem con-
traxisse videretur; altera vero, simul eruta, in aequilibri-
o erat cum 5 pisīs, et fere in pristino statu constituta
videbatur, si tenuem aliquam mollitudinem, quam tacta
erat, excipias. Succeedente *die* 2. duae iterum terris erep-
tae simul erant ponderis 10 pisorum, quarum vna cuti-
culam gerebat parum disruptam, cum prodeunte tenui ra-
dicis apice. *Die* 3 pondus duarum erat 14 pisorum;
quarum vna hesternae similis plane erat; altera autem,
plurimum remota cuticula, radiculam iam ferebat longam
 $\frac{2}{3}$ poll. *Die* 4 pondus duarum fuit 12 pisorum; vtra-
que tenebat radicem simplicem $1\frac{1}{2}$ poll. longam, cum
germine, intra lobos contento, parum adhuc aucto. Sed,
quod

quod mirum mihi videbatur, inueniebam hodie, dum microscopio omnia accurate ac attente contuerer, insecta nudo oculo inuisibilia, rotunda, pilosa, mobilia valde, quae foliola germinis, intra lobos adhuc comprehensa, hinc et inde penitus iam perroferant; numerus horum insectorum erat circa 10, et cuticula fabae extrema vndique fere adhuc erat clausa. *Die 5* tres elicui fabas putrefactas; ex quo vidi sicciorem hoc plantae genus deposcere tellurem, quam ideo posthac parcius irrigaui; quartam vero deprehendi bene constitutam, ponderis 13 pisorum, cum radice 3 pollicum; ex qua fibrillae hinc et inde enascebantur. Cum autem eodem hoc die plures adhuc e terra effoderem fabas, inueni vnam, cuius radícula a lapillo supiacente impedita fuerat rectam deorsum verticaliter viam ingredi; haec itaque, sursum primo lata, superato demum lapillo, incuruata fuit, et postea deorsum reflexa, quod Fig. 3. indicat, in qua est A lobus alter fabae, B germen vel plumula, CDE radícula incuruata. Caeterum hucusque plumulas lobis adhucdum semper affixas obseruaui et adhaerentes. *Die 6* in vna effosarum, ponderis 7 pisorum, conspiciebantur iam sex fibrillae, vel radicae secundariae, enatae a primaria vltra 4 pollices longa; altera autem plena madoris erat, sine radice aut reliquarum partium incremento, insectis antea memoratis insecta, quorum duo sibi mutuo coniuncta microscopium mihi ostendebat, quae coitum exercere videbantur. *Die 7* plumula longitudinem totius lobi occupabat; radix primaria extensa erat ad $3\frac{1}{2}$ poll. secundariae autem ad $\frac{1}{2}$ poll. pondus totius fabae erat 8 pisorum; microscopio insecta priora apparebant. *Die 8* fabae

Tab. X.

bae omnes supra terram emergere incipiebant; duae effossae tenebant pondus 21 pisorum, et incolis ordinariis erant praeditae. *Die 9* pondus erat vnus 13 pisorum, et plumula copiosis insectis obsita. *Die 10*, qui erat 1 Iunii st. v. vna faba ponderabat 12 pisa, plumulae extra lobos paullo productae tenui terra et insectis erant infectae; radices aderant plurimae, quarum media longissima, plurimis secundariis praedita. Deprehendi quoque hucusque, caulem, simulac loborum separatione liber ille fit, et terras simul penetrat; purum tamen ab his seruari semper; radicibus vero terrestres particulas iungi, atque adhaerescere ita cupide ac pertinaciter, vt difficillime purgari ab his possint; quod idem in aliis etiam captis experimentis, in diuersis plantarum generibus, constanter obseruauit. *Die 11* pondus duarum fuit 29 pisorum; haec extra solum iam penitus eruperant, et destituebantur omnibus insectis, quod idem in sequentibus etiam obseruauit. Lobi tunicis plane erant destituti, flaccidi, sed herbae fortiter adhuc adhaerentes. *Die 12* pondus vnus erat 16 pisorum; foliorum vnum hinc et inde exesum paullisper; sed nullum aderat insectum, vel optimo microscopio conspicuum. Lobi flaccidi sunt, sed firme adhaerentes, in quorum vno auulso multum adhuc succi conspiciebatur. *Diebus 13 et 14* pondera erant vnus 17 et 20 pisorum lobi adhuc firmi. *Die autem 15* vna ponderabat 19 pisa, et lobi nulla fere opera poterant auferri; donec *die 16* lobi tenuiores adhuc hesternis apparebant, et fere deserti ab herbulis; plantula autem pondus aequabat 19 pisorum; quibus hunc experimentorum et obseruationum cursum finiu; cum obseruassent, huius fabae radicem crescendo pe-

netraffe per corticem ligni alicuius semiputridi, intra terram latentis.

Experimentum. II.

Anno 1737, mense Junio, similia institui quoque experimenta quotidiana cum pisis vulgaribus, magno numero telluri, vti prius, libero aëri expositae, mandatis. Vt ne vero minus prolixus sim, horum phaenomena sequentibus breuiter absoluam, *I.* Post moram vnius diei sub terra vnum effossum, simile penitus alterius pisi, quod per idem tempus aquae submersum iacuerat, ponderauit $1 \frac{1}{2}$ pisum; quod incrementum ponderis ita deinde auctum fuit, vt post elapsos 5 dies, quo tempore herbula supra terram emerferat, pondus totius plantulae esset $4 \frac{1}{2}$ piform, *II.* Post moram 3 dierum sub terra iamiam incepit plumula extra lobus se exserere, et terrae committere, quod contrarium accidit in fabis; hae enim lobos vna cum germine educunt e terra, atque ad lucem iterum proferunt: illae vero infra terram lobos reliquunt, quod adnotauit etiam *Mariotte* in tractatu *de la vegetation des plantes*, operum tomo. I, pag. 129. Radices in hoc statu, $2 \frac{1}{2}$ poll. longas, albas deprehendi, sed virides in extremitate. *III.* In lobis tam infra terram relictis, quam herbulis, extra terram emerfis, deprehendi eadem plane infecta, quae antea descripsi in fabis. *IV.* Ab aliquot radiculis ligni frustum putre, sed bene cohaerens, perfossum nunc etiam vidi. *V.* Cum integram talem plantulam soli libero et calenti exponerem: post 3 horas radices plane erant ficcatae

ficcatae et aridae, caules autem succulenti, et in pristino vigore. VI. Radiculas, quamdiu simplices essent, longiores vidi, quam cum multiplicarentur, atque earum partes infimas putredine absumtas, vt his secundariis fierent aequales.

Experimentum III.

Anno 1737. d. 28. Aprilis, ft. v. quatuor vasis fictilibus, terra repletis, atque ad fenestras musei mei collocatis, commisi totidem pisa sicca, bene constituta; sed quotidie irrigaui, modice tamen, *primum* vas subfrigida infusione herbarum Theae, qua quolibet mane ad bibendum paullo ante vsus eram; *secundum* lacte; *tertium* vrina mea, sana; *quartum* denique aqua pura fluvii Nevae. Haec quatuor pisorum semina diuersam sane ex hac diuersa irrigatione senserunt sortem. Primum enim vas, infusione Theae irrigatum, herbam produxit feliciter crescentem, ex qua d. 10 Augusti eiusdem anni alia matura semina suscepi; sed simul obseruaui, iuxta hanc pisi plantam, ex eadem terra, in eodem vase, varias alias plantulas productas fuisse, quas vero ad promouendum pisi incrementum, semper teneras adhuc euellere consultum scopo meo duxi. Secundum vas, lacte perfusum, ostendit primo terram situ et mucore quodam obductam, postea vermibus repletam, et denique duro cortice obductam, sine vllius herbulae productione. Tertium vas, vrina madefactum, nihil praeter ordinem monstrauit, sed sterile mansit. Quartum denique, quod aquam puram accepit, herbas et semina produxit. Alio tempore fabam maiorem, intra terras sepultam, spiritu vini gallico quotidie

tidie irrigavi; sed cam, post 13 dies effossam, inveni madidam quidem, sed destitutam omni vegetationis incremento.

Experimentum IV.

Anno 1737 d. 8. Iunii, st. v. mandavi terrae, libero aëri expositae, raphani minoris semina, quae per integrum praecedens triduum in melle sepulta iacuerant. Illas praeterea foueolas, in quibus grana terrae infodi, multo melle conspersi, et deinde terra obtexi. Iuxta vero hunc sulcum feci quoque alium, in quo similia grana melle prius macerata, sed non circumdata melle, sepeliui. Post septem dies haec vltima granorum series supra terram emittebat herbas; post vndecim vero dies demum aliquot illorum, quae in terra etiam melle conspersa iacebant, supra terram emerferunt. Die demum 3 Augusti, eiusdem anni, horum extraxi tot radices, quot potui ex fertilitate huius horti, atque in consessu ordinario Academiae gustandas eas exhibui, quod protocol- lum illius consessus testabitur. Sed nihil deprehensum fuit in his raphanorum radicibus, quod vel minimum mellis, aut inconsueti alicuius saporis, indicium ferret.

Experimentum V.

Eodem, quo prius, tempore pisi plantulam optime crescentem et vegetam terris exemi, et subita scissura radicem separavi a caule cum adhaerentibus ipsi herbis; tum simul horum pondus inveni 16 granorum, illius autem 22; quas duas partes separatas cum per 3 horas aëri libero,

EXPERIMENTA ET CONSECTARIA. §37

Libero, cum aliquo solis aspectu, exposuissem; deprehendi pondus superesse caulis et herbarum 11 granor. radicis autem 3 gran. Adeoque caulis et herba transpiravit $\frac{55}{176}$ sui; radix vero $\frac{152}{176}$ sui; fuit ergo transpiratio caulis ad transpirationem radicis = $55 : 152 = 1 : 3$. quam proxime.

Experimentum VI.

Anno 1738, mensē Nouembri, testae optima terra repletae, et in museo meo calefacto collocatae, immisi fabam maiorem. Hanc post aliquot dies exemi iterum, radiculamque iam prominentem inclusi calamo anserino truncato, cuius orificium apertum leniter fabae adaptavi, et cera muniui; tum vero integram plantulam, cum hoc appendice, iterum defodi, sed nihil iam terrae ad radicem pertingere poterat, impediēte calamo. Protrusit ita quidem faba haec germen, sed languidum, debile, nec vllō fere successu crescens. Exactis tribus septimanis erui iterum fabam, vt conspicerem quomodo constituta esset, sed corruptissimum eius statum inueni; cuius sectionem mediam, secundum longitudinem factam, repraesentat Fig. II. Radix quippe non expleuit totam longitudinem calami circumdati; sed in parte ima apud A erat exsiccata et demortua. In lobi parte summa, apud C, et infima apud B, duo erant loca plane putrefacta, in quibus infecta eadem penitus cum superioribus, ((Exp. I. die 4) detexi, sed ita languida et debilia, vt vix mouerentur; medium autem lobi D statum naturalem adhuc et integrum seruabat sine infectis, qui-

G. g. 3

bus

bus etiam carebat terra, quam foliſte et armato oculo examinaui.

Experimentum VII.

Anno 1741, menſe Maio, obſeruauit fortuito, cum in ſubdiali ligneo (*balcon*) aedium mearum ſub vespere verſarer aëris mutandi cauſſa, materiam lactiformem, albam, ſubito erumpentem, oui columbini magnitudine, in aliquot locis ex trabe abietina, quae ad minimum ante decem iam annos huc adaptata erat. Capta portio huius materiae, et exacte perquiſita, apparebat quaſi mollis aliqua collectio minimarum fiſtularum; et poſtero die relictae portiones mutabantur in muſcum trabi adhaerentem, qui poſt aliquot dies plenus erat ſubtiliſſimi pulueris fulci.

Experimentum VIII.

Anno 1739, menſe Iulio, ciſtulas ligneas repleui materiis ſequentibus, et cuilibet earum inferui duo auenae ac totidem cannabis ſemina, rite poſtmodum irrigata aquis, vt viderem quo ſucceſſu vegetatio procederet. Expertus itaque ſum horum germina extra terram protruſa fuiſſe diebus ſequentibus. In *terra foecunda*, auena poſt 5 dies, cannabis poſt 4. In *arena ſicciffima*, diuque in accenſo clibano excocta, ſed legitime poſtea madefaeta auena et cannabis poſt dies 5. Vnde non mirum eſt, in lapidibus ſicciffimis creſcere muſcos, et in arena pura vites, quod refert *Henckelius* in *Flora ſaturnizante* pag. 93. In minutiffime diſſecta copia fruſtorum *panni rubri lanei*, auena

na post 5 dies, cannabis post 8. In *scobe lignea*, utraque post dies 5. In *carbonibus* ad pulverem tenuem reductis, auena sola post dies 7. In *chartae* copia, tenuissime dissecta, cannabis post dies 8. In *auenae* ipsius congesta copia auena sola post dies 8. In dissecto *foeno*, auena sola post dies 14. Nihil vero plane extra se protruserunt *cineres*, e fornace collecti; *scobes ferreae*; *gossypium*; *arenae* partes tres mistae cum parte vna *salis culinaris*; *arenae* partes duae mistae cum parte *nitri* vna; *cineres clauellati*; *farina* ordinaria, ex qua panis coquitur. Ex piso, *spongiae* bene prius elotae intruso, et legitime irrigato, educaui aliquando integram plantulam, foliis quidem multo tenuioribus, quam in hortis esse solent, quae et flores et fructus proferret. Tum deinde in conuentu Academiae ordinario, d. 25 Augusti 1738 habito, monstravi pisum, quod cepae arundini superne abruptae inhaerens, flores et herbas extra hanc cauitatem protulit, radices autem suas, cum radice bulbosa cepae coniunctas, terrae immisit.

Experimentum IX.

Anno 1748. mensē Aprili, vasculum, quod parallelepipedum formam tenebat, et cuius sectio verticalis repraesentatur in A B D C, Fig. III. repleui terra hortulana. Altitudinem C A tenebat vasculum hoc circa 1 $\frac{3}{4}$ poll. superae autem tam apud E, quam inferne apud F, pertusum erat foramine satis amplo, pollicem quippe quadratum occupante. In terrae vtrique huic foramini imminētis medium, exacte captum, G, immisi pisum vulgare d. 12. Aprilis st. n. inter duas superficies terrae
E et

E et F in aequilibrio quasi positum; atque his ita praeparatis totum vasculum in museo meo, prope fenestram, inposui duobus fulcris H et I, ut inferius tam foramen apertum, E, quam ad superius E liber aëri pateret accessus. Tota vero terram hanc per dicta foramina E et F quotidie irrigavi modica aqua, sed ipsum vasculum elapsis singulis 24 horis inuerti, ita ut superficies A B esset in vno spatio diurno superior: in altero esset inferior, atque in tertio rursus superior, sicque porro; donec die 25. Aprilis, adeoque post 13. dies in foramine superiori appareret germem erumpens, vna cum radiculæ extremo simul; sed in illo quidem foramine vasculi, quod primis 24 horis infra positum erat apud F. Pisæ autem istæ, in testas, contiguas vasculo huic, immissa vno eodemque priori tempore, sed relictas in situ constanti, germinare visa sunt post 3 statim dies. Cum deinde plantulam vasculo exemi, eius figuram deprehendi talem, qualem ostendit Fig. IV, in qua apud A est pisum defossium, apud B sunt radiculæ, atque apud C est germen.

Experimentum X.

Eodem anno 1748, d. 1 Aprilis st. n. iterum repleui terra vasculum aliquod cubicum, superius apertum, sed inferne pertusum duobus foraminibus. Altitudo vasculi DC, Fig. V, erat circiter pedis; sed in altitudine vnus pollicis supra vtrumque foramen E et F immisi terræ duo pisæ A, B; quibus ita praeparatis apparatus hunc ad fenestram musei mei suspendi ex C et G, terram vero quotidie irrigavi per dicta foramina E et F ope syrin-

syringis, ut nempe, si fieri posset, germina pisorum quasi inuitarem, ut per foramina haec prodirent, adeoque deorsum crescerent, et radicae sursum. Sed omni hoc conatu nihil effeci. Nam elapso triduo in utroque foramine apparuerunt apices radicularum, vegeti primum, sed insequenti die iam maridi atque demortui. Exempta utraque plantula deprehendi pisa arefacta, et germina sursum versus C G directa pariter exsiccata; utraque insuper radica parum adhaerentis terrae tenebat.

Experimentum XI.

Liceat huc referre vegetationem partium quarundam animalium, veluti unguium et capillorum, quorum incrementa sequenti modo indagavi. Anno 1738, die Aprilis 6, st. v. in digito minimo vel auriculari manus meae sinistrae signavi unguem tenui lima eo loco, quo primum a cute relinquitur; tunc, consueto more unguem illum praecidendo, vidi signum hoc continuo versus anteriora protrudi, donec tandem Iunii die 28, adeoque post 81 dies, ultima huius unguis attingeret et abscinderetur. Longitudo autem huius unguis, quam signum lima factum interea crescendo percurrit, erat $\frac{2}{3}$ pollicis rhenani duodecimalis. Capillum vero humanum, capiti vna cum radice sua euulsam et aquae purae ita impostum, ut radix in aqua esset, alterum autem extremum supra marginem calicis promineret, auctum longitudine sua obseruavi parte decima dicti pollicis, tempore 14 dierum, mense Iunio anni 1743. Absoluit igitur crescendo unguis, in tempore 81 dierum, $\frac{2}{3}$ poll. capillus vero in

Tom. II. Nou. Comment. H h eodem

eodem tempore fere $\frac{3}{4}$ poll. vnde vterque eadem celeritate crescere censendus hucusque est.

CONSECTARIA.

Expositis ita fideliter experimentis his a me captis, accedam nunc ad consecraria quaedam ex illis deriuanda: in quibus caute et tarde procedendum esse, omnes, qui veritatem inconcussam sectantur, vno mecum ore et corde affirmabunt. Sint itaque ea, quae ex praemissis legitime deriuari posse mihi quidem videntur, sequentia.

I Cuticulam externam seminis, siue corticem, ex irrigatione infra terram reddi primo statim tempore molliorem, apparet in experim. I. die 1, quod ideo fieri necesse est, vt radícula erumpere per hunc corticem possit. Vti enim ex sola auium incubatione oui testa fit tenuior a calore, modico quidem, sed continuato, donec iusto perfodere corticem hunc possit pullus: ita etiam a madore leniter affluente seminis quasi testa euadit mollior, donec perfringere eam queat radícula erumpens et terram petens. In quo quidem seminis, vel grani alicuius, similitudo cum ouo apparet aliqua, non autem perfecta, qualem statuere videtur Celeberr. *Fontenelle*, in „*Histoire de l'Acad. des Sciences* 1701, his verbis: *Toutes les plantes viennent par des oeufs; car les graines sont pour la Physique de veritables oeufs, auxquels la langue a donné un autre nom.* Diuersitas enim aliqua inter granum seminis, et ouum manifesta est in eo, quod hoc nihil externi alicuius succi intra se trans corticem attrahit, verum omne id, quodcunque ad pullum nutriendum requi-

requiritur, intra se iam paratum ante continet; illud vero, quanquam aliquid alimenti ad plumulam extendendam in se comprehendat, opus tamen habet, ut externi liquoris quid per cuticulam recipiat, quod bene dictum est in *Journal des Savans*, anno 1666, pag. 400, *les pois ou les feves, étant mis dans la terre, attirent leur aliment au travers de leur tunique.* Puto igitur, emendanda esse verba, quae occurrunt in *Spéctacle de la Nature*, de vegetatione plantarum, hunc in modum: „*Aprés que la radiculé s'est nourrie des sucs, qu'elle tire des lobes,* (sed qui succus ab extrorsum influente humore aquae diluendus prius est, et corrigendus,) „*elle trouve dans l'enveloppe, ou dans l'écorce de la graine, une petite ouverture, qui répond à sa pointe, & qu'on apperçoit avec le microscope dans le bois des plus durs noyaux, également comme dans la robe des graines,* (inuenit radicula hoc ostium sibi præparatum, sed nihil profuturum, nisi ab affluente aqua externa totus cortex prius emolliatur, ut erumpenti radici sine noxa cedere possit.)

II. De origine insectorum, aut pediculorum, quos primum a me repertos in experim. I. descripsi, anceps fere haereo. Aspicio illos eo maiori admiratione, quod iam animum meum subiit assertum illud Celeberr. *Musschenbroeckii*, in oratione *de sapientia diuina*, 1744 habita, pag. 23 dicentis: *phaseoli turcici, hominum deliciae, ab insectis manent intacti.* Retuli de hoc phaenomeno ad Per illustrem *L. B. De Wolff*, in epistola ad ipsum data Petropoli d. 3 Nouembris 1738.; qui Vir summus sequentia mihi respondit; d. d. *Marburgi Cattorum*, Aprilis 4., 1739. *Animalcula, quibus planities inter se contiguas lo-*

borum fabarum obfitas deprehendisti, vitio cuidam earum tribuend. i mibi videntur. Memini enim, si fabae non fuerint recentes, aut propter anni tempestatem vitiosam humorem alant, vermes in terrae commissis gigni; ita ut, si corruptae ob aetatem vegetationi non amplius inseruiant, terrae commissae in putredinem abeant, et a vermibus concretis consumantur; id quod etiam accidit ob humorem vitiosum, quando nondum anni aetatem tulerunt. Quamobrem consultum foret, ut accuratius in hoc phaenomenum inquireretur, et coelo fauente in loco liberiore experimenta repeterentur. Ante vero iam, quam acciperem consilium hoc grauiissimum, maiorem exactitudinem in eo quaesivi, ut loco terrae adhiberem arenam, optime prius aqua pura elotam, quae ita nihil terrae admixtae teneret; hanc deinde in furno accenso, multo igne, et diu, excoxi, et tum demum ea vas aliquod repleui mense Nouembri 1738, in museo meo collocatum, cui plures fabas commisi, ultra viginti nempe, easdemque folicite irrigavi aqua vehementer prius cocta, sed refrigerata postea; vas ipsum etiam semper tectum seruaui, ut ne quid pulueris arenae super incideret. Quibus ita factis, cum laete germinarent hae fabae, nullum plane in omnibus deprehendere potui insectum vel animalculum; quae tamen eodem tempore inueni in alia faba terrae imposita, per *experim. VI.* Quae cum ita se habeant, in eam sententiam adducor, ut non credam animalcula haec ex oborta putrefactione succi, aut corruptione, fuisse nata. Primo enim plantulae ipsae, quarum lobos infecta haec obsederunt, feliciter et laete pleraeque creuerunt, quod fieri non potuisset, si quicquam succi in lobis praeparati et contenti mucorem
et

et putredinem contraxisset, vti docet experim. VI. Secundo deinde vidimus, in experimento modo allegato, infecta haec male se habere in lobi succo corrupto et stagnante; cum in experimento I. viuacia illa fuerint et valde mobilia; quod igitur indicat, nihil ibi adfuisse putridi. Potiorem igitur hanc sententiam puro, qua creditur, animalcula haec orta fuisse ab ouulis insigni copia terram intra dispersis, et per aquas affusas in lobos ipsos aduectis, in quibus ab exortae fermentationis tam calore, quam reliquis circumstantiis, ab ouulis minutissimis fuerunt exclusa. Ingrediuntur autem haec ouula in lobos, non quidem per tunicam grani ipsam, sed per ianuas ab hac tunica disrupta apertas, quod docet experim. F, die 3 et 4. Hinc enim explicari potest, cur in fabis arenae excoctae insertis nulla conspicua fuerint infecta; quoniam scilicet ouula nulla hic aut adhaerunt, aut remanere poterunt, per aquas intra lobos aduehenda. Hinc etiam ratio reddi potest, cur haec infecta, simul ac germen e terra emergit; deserant et germen, et lobos, et observatorem ipsum, nescium qua illa se latebra abscondant; et cur hoc fiat; an ab aëris externi accessu, an ab alimenterum defectu, an vero ab alia causa. Interire enim illa ob loborum substantiam iam exsiccata et exsiccata, probabile plane est.

III. Experimentum IV institui, inductus asserto libri cuiusdam germanici, cuius titulus est: *Entdeckte Geheime natürlicher Geheimnisse*, editi ab anonymo auctore, Lipsiae 1727, in quo pag. 170. legitur, raphanos dulces präcreari, si femina per biduum melle prämaserentur. Legi praeterea in *Historia Naturae An-*

tonii *Le Grand*, pag. 306, credidisse olim *Baconem*, celeberrimum illum Angliae Physicum, cucumeres teneros et delicatiores evadere, si ante sationem eorum semina fuerint paululum lacte macerata. Docuit me igitur experimentum meum, haec omnia tentari frustra: neque id mirum esse potest, si reputemus nobiscum, omnia, quae mel vel lac constituunt, non posse transire in plantam, vel eius granum aliquod; et si vel maxime transeant omnium ingredientium partes aliquae: vix tamen fieri posse, ut in tali proportione illa ingrediantur, quae requiritur, ut partes constitutivae eo modo inter se sint collectae et combinatae, quo efficere queant mel, vel lac. Similia, simili cum effectu, tentavit etiam *Halesius*, in *statica vegetabilium*, versionis germanicae pag. 27, et 208, quae omnino huc sunt referenda.

IV. Cum experimentum VIII. ostendit, ex scobe ferrea nihil ad vegetationem adiumenti esse expectandum, fabulosa esse credo, quae recensentur, ab *Ant. Le Grand*, in *Historia Naturae*, pag. 297, ubi haec occurrunt: „*Qui Japoniam peragravit, arboris cuiusdam meminere, adeo ferri amicae, ut, si eius ramus decisus est, clavo ferreo sit affigendus, ut denuo agglutinatur; imo si arbor arescere incipiat, scobe ferri, radici eius adnota, statui priori restituitur.*” Ridicula enim haec sunt tanto ab experimentis, quam ab rationibus etiam, quae h. c. adducuntur. An materia animalis, caro, cornu cervi, etc, plantarum vegetationem possint excitare, experimenta instituisse mihi non licuit. Ex illis vero, quae antea experiri VIII. recensui, vix dubitare possum de iis, quae refert *Le Grand*, h. c. pag. 309 et 303, nempe prunellum succ-

facturisse ex sterno cuiusdam pastoris, qui in prunellum incidit atque receperat in thoracis regionem spinam eiusdem arboris; cum et *Gassendus* ipse auctor huius historiae ibidem allegetur. Eodem calculo aestimandas esse censeo reliquas historias ibidem relatas, quibus farris spica e mulieris naso; et hederæ ex cervi cornu progenita dicuntur. Faba etiam auri iuvenis intrusa, diutiusque ibi retenta, radices egisse traditur, in *Krysleri Neueste Xense*, epistola XIV, 121.

V. Non diffiteor, me plurima horum experimentorum meorum illo instituisse sine, ut, si fieri posset, reperirem aliqua, quorum ductu explicatio pateret admirandi illius phaenomeni, in omnibus plantis conspicui, quo radix deorsum semper deprimitur, germen vero sursum eleuatur. Quod certe problema, a natura nobis propositum, inter difficillima et captui humano maxime imperuia est numerandum, nisi supine illud consideretur. Neque desuerunt excellentia ingenia nodum hunc plus quam gordium agnoscantia, et admirantia, et cupidine illius soluendi allecta. Plasticam aliquam vim huc adducere: peccare esset in perspicaciam huius seculi, cuius applausum, et recte quidem, nihil mouet, nisi quod aut distincte explicatur, aut cuius similia alia experimenta allegantur. Videamus igitur, quid profecerint in hoc aenigmate extricando auctores grauissimi hucusque. *Antonius Le Grand*, in *Historia Naturae*, P. VII, art. 8, p. 308, omnibus stirpibus ingentium esse dicit, germen in sublime emittere; radices vero loca inferiora petere. Addit deinde hanc rationem; „Cum nulla expansio sine calore fiat, euidens est, illud, quod e plantula erumpit, rudimentum a calore proficisci, et eius impulsu sursum tendere; utrum id caloris est ingenium

„nium, in sublime ferri, et eo obuia corpora propellere;
 „sicuti ignis in declivi loco accensus, non ad angulos ipsi
 „declivitati rectos ascendit, sed ad perpendicularum; ita etiam
 „sirpes, quae in collibus nascuntur, sursum semper euehun-
 „tur a calore, qui eo tendit; quod vero radix in contra-
 „rium pergat, et in terram demergatur, eius alimento tri-
 „buendum est; nam sicuti funalis flamma sensu deorsum
 „nutat, et ad ceram depascendam inferius devehitur: ita
 „calor intra radices contentus ad imas earum partes pergit.

Hucusque citatus auctor; quem videmus radice directionem et generationem ita supponere potius, quam explicare, *Mariotte, de la vegetation des plantes*, P. II. p. 128, phaenomenum hoc recenset quidem, sed nihil de illius explanatione addit; dum de faba, super aquam germinante, dicit: „Dans peu de jours les feuilles se developpent, s' allongent, & s' elargissent; & la petite pointe, qui doit s' etendre en racine, commence à descendre vers l' eau, quoiqu' au commencement elle soit quelquefois tournée en haut, mais elle se courbe peu à peu, pour y arriver. *Regnault in Entretiens Physiques*, Tom. III. pag. 16, hanc quaestionem format: pour quoi la racine - s' enfonce - t - elle dans la terre, & la tige en sort? „respondet postea, la racine tirant le suc le plus grossier, & le plus pesant, doit descendre, & s' enfonce. *Denis in Journal des Savans* 1673, p. 198, putavit, germen sursum enitendo sequi viam facillimam, quia sic minimum resistentiae experiatur, et sequatur ductum particularum ignearum et subtilium, quas in se continet. Sed quid obstet huic sententiae, profunde docuit *Perihystris Dom. Bisfingerus*, in horum *Commentariorum* Tomo V, pag. 206, 207, §. 27. Qui idem Vir, toto literario orbe

orbe celeberrimus, et horum etiam naturae mysteriorum diligentissimus non modo, sed etiam perspicacissimus scrutator, eadem exquisitissima sua dissertatione efficit, ut nihil necesse habeam mentionem facere de *Dodarti*, *la Hirii*, et *Astrucci* super hac quaestione sententiis ibi relatis et ponderatis, quarum vltimae calculum grauissimum sane, et merito quidem, adiicit. *Halesius* denique, in *statica vegetabilium*, experim. CXXIV, pag. 196, versionis germanicae, hoc anno 1748 editae, explicationem breuissime in eo ponit, ut dicat plumulam lobis contentam superne et inferne augeri, adeoque illam sursum illinc, ac deorsum hinc, protendi, quod sane nihil aliud est, quam idem per idem explicare. *Henkelius* tandem in *Florae saturnizantis* p. 95, hac breuitate hoc se negotio extricat, ut dicat: germina sursum crescentia esse radios totidem prolongatos suae peripheriae. Huius itaque phaenomeni, nisi sempiterna nox illi offusa sit, rationem peti debere puto a natura grauitatis, in deprimenda radice versus centrum terrae, non vero versus maiorem copiam terrae, id quod experim. X optime docet; et quo etiam probatissimorum auctorum sententia inclinat. Tum vero alteram eiusdem partem explicari aliquantum posse arbitror per materiam ignis, quae quidem ita facta est, ut e corpore calidiori quoquoersum exeat communiceturque cum frigidioribus proximis, sed repellatur forsân et cœrceatur in grano, per fermentationem obortam excitata, a tellure ambiente copiosiore, a cuticula granum sepiente, ita ut sursum verticaliter potius, per aperturam in cuticula factam, quam aliorsum exitum sibi quaerat, et germen illuc secum abducatur. Putassem attractionis vim, quae

alias in difficillimis quaestionibus vtiliter in subsidium vocatur, hic auxiliatrices quoque praebere manus posse, nisi plane obstaret huic aeylo experimentum modo dictum X, in quo certe, si tellus radicem attrahendo deorsum alliceret; eadem iam hanc sursum trahere debuisset, ob maiorem illuc dispositam copiam; et germen deorsum repellere; cuius tamen contrarium plane accidit. Cum itaque nihil adhuc certi allegari queat, quod phaenomenum hoc constantissimum illustret: dubium esse potest, an non aliae praeter cognitae hucusque grauitatis, elasticitatis, attractionis, in natura rerum dentur vires, et tales quidem etiam, quas *animales* vocare licet? dum phaenomena, quae ab illis dependent, explicare valeamus mechanice; quae vero ab his, nondum. Est enim sine dubio plena virium et facultatum natura, quarum paucissimas nouimus adhuc, nec sufficientes explicandis tot rerum varietatibus, quot conspiciamus quotidie. His igitur vim animalem adnumerare, nondum tamquam causam veram quandam, sed tamquam nouam aliquam causarum incognitarum classem, quae superari tandem possit olim, et redigi ad mechanicarum explicationum ditionem, quis est qui vetare possit? praesertim in plantarum republica et oeconomia, quas *Campanella*, de sensu rerum, l. 3, appellat animalia immobilia, vid. *Journal des Savans*, 1737, mense Iul. p. 414; qualem similem vim animalem *Keplerus* quondam telluri tribuit, ad perficiendos cursus suos, ad subeundas mutationes suas. Quis enim iam nunc explicabit, aut demonstrabit mechanice, pullum, recentissime ovo suo exclusum, statim, propria sua Minerua adiutum, insitere pedibus et ingredi, nec tentare vnquam dorso prouol-

prouolui et promoueri? vel quaerere eundem aquas vicinas, illisque tuto innatare? et quae sunt alia infinita. Si quis conspiceret, in aëre remotissimo positus, castellum ab hostibus cupidissimis oppugnatum, is certe videret continuas ignium emicationes; obiecti haud infrequentes mutationes; tractus hinc et inde nigros illud ambientes; et reliqua, quae omnia ex causis proximis recte explicaturus esset per vires animales, quarum opera fit, vt tormenta continuo explodantur, incendia oriantur, domus corruant, et cuniculi agantur; minime vero per causas mechanicas remotas, ad quas ne quidem nobis, proxime haec aspicientibus, patet aditus. Quae quidem omnia eo pertinere volo, non vt cum *Andr. Rüdiger*o statuam, quod recensetur in *Journal des Savans* 1717, p. 23, „*Dieu a imprimé dans les semences de chaque plante les idées des plantes, qu'elles doivent produire; ces idées sont connus de l'ame de la plante, & cette ame se sert alors du sel, du souphre, de l'eau, & de l'air, pour arranger de telle sorte la matiere, que cette matiere prenne la forme de la plante.*„ Nihil enim aliud requiro, nisi hoc, vt tantisper, donec explicationum nostrarum physicarum claritas ad maiorem euehatur gradum, supponere liceat greges animalium, anima non rationali quidem, sed sensitiua tantum, praeditorum, quae tam abscondita et intellectui, et sensibus nostris, efficiant. Cum vero haec suspicionis tantum loco haberi volo: potius ad illa me enumeranda verto, quae ab experimentis meis ante descriptis prono alueo fluunt. Ex his itaque certum mihi esse videtur de *lobis* granorum, 1. Illos, breui postquam terrae immorantur, emolliri. 2. In iisdem

interdum generari vermiculos aut insecta. 3. Si ab affluente aqua nimis emolliantur: id ipsis nocere. 4. Flaccidos tamen illos succum adhuc largiri plumulae; prouti testatur *Mariotte* l. c. p. 128, et idem confirmatur *Experim. I*, die 12. Non dubito praeterea de *germine*, vel *plumula* asserere, 1. Illud ab initio vegetationis parum augeri. 2. Illud diutius, quam radices solent, intra lobos grani manere reconditum. 3. Extra lobos exsertum illud verticaliter sursum niti semper. 4. Nihil illud terrae sibi adhaerescens pati, sed ab huius commixtione manere liberum. 5. Eiusdem admodum lentam et segnem esse euaporationem. *Radicum* denique proprietates haec sunt: radix prius grano exit, quam germen. 2. Eadem celeriter crescit, contra quam germen facit. 3. Radix primaria cito sibi adiungit secundarias, ex se enatas. 4. Radix verticaliter deorsum semper crescit; si vero impediatur in hac directione sua: tum impedimenta haec molliora perterebrat; duriora autem supergreditur, donec liberam crescendi deorsum viam nanciscatur. 5. Radix continuo terram sibi adhaerentem habet quam arctissime. 6. Radiculae virides sunt in extremitate sua, ceterum albae. Viriditas haec ab illa materia viridi, quae in aqua putrescente oritur, deducenda videtur. Ex quo simul manifestum est, quod *Celeberr. Henkelius* in *Flora satur-nizante* p. 86, dicit: plantas magis esse partes, quam partus, terrae. 7. Euaporationem radices habent valde celerem, et triplo quidem maiorem, quam germen; hinc non conseruari possunt, cum exponuntur aëri, sed obtegendae sunt terra; ex consilio *Perillustri Dom. Bilfingeri*, in *Commentariis Acad. Petropol.* Tomo V, pag. 200, §. 5:

§. 5. 8. Radix a terra, cingente ipsam, nutritur; quod experim. VI abunde ostendit. 9. Radix deorsum crescit non ab attractione terrae, sed ab alia causa illuc influente, quod in experim. X patet. 10. Effici potest, ut et radícula et germen simul sursum erumpant e terra; quod factum est in Experim. IX; nescio tamen, an in omnibus eiusmodi casibus similiter hoc succedat. Haec itaque iam sunt generalia et praecipua vegetationis plantarum phaenomena, quae, si explicare mechanice quis voluerit, videbit sane, quam haesitura sit ipsi aqua, in eorum unoquoque.

VI. Aquam puram, quae vel nullo, vel minimo sale est infecta, optimum esse plantarum nutrimentum, plane demonstrat experim. III. Illa vero aqua, quae refertissima est particulis acribus, vel sulphureis, pinguis, qualis est urinae et lactis et spiritus vini, quibus fluidis aqua non nisi pro vehiculo partium aliarum, et plurimum, et heterogearum, data esse videtur, plantas non solum non promouet, sed etiam enecat.

VII. Cum experimentum III ostendat, spiritum vini, quo irrigata fuit faba maior, hanc perdidisse, neque vllum in ea vegetationis incrementum excitasse: dubito certe de eo, quod docetur in *Regnati Entretiens Physiques*, tomo III, p. 62; de acceleranda vegetatione per eundem spiritum, his verbis: *Trempez dans de l'eau de vie de la graine de laitue, de chou-fleur, de salade &c melez dans le terreau de la chaux eteinte & morte, reduite en poudre, avec un peu de fiente de pigeon; en deux fois 24 heures vous aurez des laitues. Mettez de la graine de persil, trempez dans du vinaigre, & apres*

l' avoir semée dans de bonne terre jettez dessus beaucoup de cendres de coffes de fèves , ensuite arrosez la terre avec de l' esprit du vin , & couvrez la bien des linges ; le persil poussera hors de terre en peu d' heures. Nescio autem , an succedant aliae methodi , qualis est Cardani , qui Lib. XIII , p. 513 , de rerum varietate , scripsit : „Fam referunt , nouem diebus obrutam in oleo , germinare „in duabus horis , impositam pani calido.„ Quod idem paullo mutatum occurrit in *Journal des Savans* 1684 , p. 53 , vbi dicitur : „Pour faire lever des fèves , & des „pois , dans une heure , il ne faut , que les mettre dans „de l' huile chaude pendant 9 jours , puis les faire griller , „& les semer ensuite. „ Suspendo pariter iudicium meum de illo , quod occurrit in diario iam citato 1685 , pag. 14 , his verbis : *Mr. Edmond Wilde* faisoit pousser de la laitüe en moins de 2 heures , dans une terre , qu' il dit avoir été 2 années de temps à preparer. Quibus vnicum hoc addo , quod scribit *Francisc. Baconus* , *B. de Verulamio* , in *historiae naturalis* cent. V , operum pag. 840 : *semina macerata in vino maluatico , spirituque vini , prorsus non excreuerunt.*

VIII. Quae in experim. XI adduxi de vegetatione vnguium atque capillorum , haud immerito huc referuntur. Statuendae enim sunt omnino , cum *Hon. Fabry* , tres plantarum species. Prima illarum , quae crescunt ex teria ; secunda earum , quae crescunt ex plantis prioribus , quales sunt musci ; viscum , quod est frutex in arboribus alienis nascens et viuens ; tertia denique harum , quae crescunt in animalibus , vti pili , cornua , plumae , etc. vid. *Journal des Savans* 1666 , p. 628. De pilorum vero vegetatione plura tradidit iam *Mariotte* , in *bist. Acad. scient. parisiinae* ad annum 1677 , pag. 219.

ADDI-

Additamentum.

Postquam haec absoluta erant, legere me accidit *Verulamium in sylva sylvarum, sive histor. nat. centuria I, art. 29* vbi sequentia, ad vegetationem spectantia verba occurrunt: „Cepae suspensae sponte germinant, „nec non pulegium; etc. additur postea: sed est nobile „experimentum, et quod consequenter ad plura innuat; „si exploretur, an haec, dum germinant, pondere auge- „antur; quod inquirito, iis, antequam suspendantur, libra- „tis, et postquam germina emiserunt. Si pondere non „augecant, nihil aliud conficitur inde, quam aliis parti- „bus decedere, quod in germinatione aliis accedit. Si „pondere autem crescant; tum ex magnalibus naturae „vnum est. „Experturus itaque, vtrum horum futurum sit, suspendi in museo meo, anno 1749 d. 26 Ianuarii ex aliquot filis ad fenestram cepam bene constitutam, cuius vix aliqua germinum initia apparebant, et quae pondus tenebat 296 granorum talium, quorum 7680 efficiunt libram hollandicam. Haec ab initio, statim post aliquot dies, egregie germinavit, sed pondere semper diminuta fuit, vti sequens tabula docet. Erat enim eiusdem pondus, granorum modo dictorum.

Februarii	7	- -	272.	germina altitudinis 1½ poll.
				rhen land.
- - -	21	- -	255.	germinum altitudo 2 ad
				3 poll. eademque pul-
				chre viridia.

Marti

256 DE VEGETATIONE PLANTARVM

Martii 12 . - 233. quo die germen longissimum 5. poll.

- - - 28 - - 213. vbi breuiorum germinum apices summi aliquantum corrupti erant.

Aprilis 8 - - 196.

- - - 16 - - 187.

Maii 16 - - 145. quo die experimentis hinc finem imposui, quia germinum omnium summi apices corrupti non solum, sed arefacti etiam, erant. Ne minimum vero aquae aut humiditatis toto hoc tempore ad cepam hanc perueniret, sollicitè semper curavi.

DE

OBSERVATIO ANATOMICA
MUSCVLI IN PECTORE PRAETERNATVRALIS
ET VARIJ IN DIVERSIS CORPORIBVS
INVENTI.

AVCTORE

Abr. Kaau Boerhaave.

Vesalius, castigans Galenum enumerantem musculorum thoracem mouentium quintum, asserit, illum esse musculi recti abdominis partem in canibus, in simiis caudatis, semper inueniendam, ad primam siue supremam thoracis costam ascendentem, quam in hominibus sibi nunquam obseruatam, fatetur (a). Galeni tamen intelligendi gratia, musculi huius propaginem exhibet supra humani corporis pectus exporrecti, vt caeterum in animalibus inuenerat (b): monens simul, sese eiusdem in homine naturales limites dedisse tabula proxime antecedente (c). Est autem huius ibidem vnica, lata, crassa, eaque tota carnea, insertio cartilaginis costae sextae parti anteriori, ad marginem eiusdem supremum, ab initio ex costae ossis ad extremum vsque, quo ossis pectoris laterali sinui inarticulata insistit; quam his verbis ipse describit (d). *Ad pectus vsque feruntur [musculi recti abdominis] cui supra mucronatam cartilaginem, ad ossis pectoris latera, illicque conuexas cartilagineas, lati carnosique*

Tom. II Nou. Comment. K k in-

-
- (a) De Corp. Hum. Fabric. L. II. C. 31.
(b) Ibid. musc. Tab. V. Δ r-s.
(c) Ibid. Tab. IV. n.
(d) Loc. cit. C. 51.

inplantantur. Alias autem (a) dicit. *Recta fibras sursum ducens a pubis osse ad pectus conscendit.* Generalem hanc descriptionem, et imprimis delineationem, postea emendavit Bartholomaeus Eustachius, tabula anatomica trigesima secunda in dextro (b), tabula autem trigesima tertia in sinistro musculo (c), exhibens accuratissime delineata tria extrema, quibus in tendines prius extenuatis, ad totidem costarum verarum inferiorum cartilagineas, septimam scilicet, sextam, et quintam, pertinet. Et facies illa in optimis corporibus fere semper constat (d). In Tabulis autem, quae ex dissectione et partium praeparatione Domini Duverney Chirurgi Parisini et in horto Regio Anatomiae Demonstratoris nuper a Gautier singulari arte impressae sunt, partes scilicet colore et magnitudine naturali experimentes (e), Musculus Rectus abdominis describitur oriri (ortum enim ex Galeni aliorumque placitis ponit Auctor, quo nos insertionem) a tribus inferiorum verarum costarum cartilaginibus, quandoquidem a duabus solum (f). Posterior casus, ut naturalis, in caeterum rite formato corpore mihi nondum apparuit, neque observasse hunc videtur Celeberrimus B. S. Albinus, saltem an-
tam

(a) Epitomes cap. II. vide ibid. III. musc. Fig. m. a. b. & Fig. IV. f.

(b) Explic. Albinianae Q.

(c) Ibid. α. β. γ.

(d) Confer B. S. Albini. Hist. musc. L. III. c. 78. et Tab. Anat. musc. secund. a. b. c.

(e) *Myologie complete en couleur et grandeur naturelle à Paris 1746.*

(f) *Le Muscle Droit prend son origine des cartilages des trois dernières vraies côtes, quelquefois de deux seulement. Et paulo supra sa partie supérieure couvre la partie supérieure des trois dernières côtes, elle ne couvre quelquefois, que le deux dernières & les premières de fausses côtes.*

tam musculorum hominis historiam (a), quin ex connato sibi candore et hanc varietatem indicasset. Vidi tamen in foetu, vbi pars corporis inferior plane monströsa, cuius historiam concinno, costam septimam ad sternum, in latere dextro, non pertinere, sed, vt solet octaua septimae, sic iam haec sextae cartilaginem infra tangebatur, illi iuncta. Musculus rectus vero findebatur in duo modo extrema, quorum sterno proximum gracilius cartilagini costae sextae, externum latius quintae eidem inferebatur ad tertiam circiter longitudinis partem, atque inde ad initium, quo ex ossa costa continuatur, vsque, iuxta latus et insertionem prioris ascendens. Vidi idem in cadauere viri robusti, cuius ossa ob plura peculiaria notanda seruo (b). Ibi autem musculus Rectus naturaliter findebatur in tria extrema, sed primum horum pertingebatur ad sextae, secundum ad quintae costae cartilaginem, tertium ad quartam costam, partim ossam, partim, vbi ex hac cartilago vterius ad sternum procedit; dum iuxta marginem superiorem, quam solet, altius pectoralis procedebat. Sunt hi casus rariores, nec modum Naturae sequuntur, etsi in mox citato opere, vt passim obuui describuntur, et, quod magis miror, in binis diuersis figuris soli deli-

K k 2

nean-

(a) Leidae Batavorum 1734. et Celeb. Douglassius in descript. muscul. §. 5. *Inseritur Rectus tendineo carneus cartilaginibus costarum septimae, sextae, quintae, prae os pectoris.*

(b) Vbi, praeterquam quod in latere sinistro costa septima sua cartilagine non ad sternum pertingit, in dextro latere costa duodecima deest, et in infima dorsi vertebra sinus lateralis ad costae huius caput recipiendum desideratur; atque insuper vertebra lumborum ab inferioribus secunda cum tertia ita per anchylosin concreuit in vnicum os contiauum, vt de substantia cartilagineo-ligamentosa, quae peculiaris fi-

neantur, etsi ex corpore diverso (a), idque valde confu-
se. In priori etenim tabula (b) tria musculi extre-
ma ne quidem ad duas veras inferiores costas pertinent.
Caput etenim (vt cum Auctore loquar) breuissimum,
iuxta lineam albam ascendens, se sub costae octavae vl-
tima cartilagine, quae et hic praeter naturam sterno in-
articulatur, abscondit, atque inde oriri, vel huic potius
inferi, videtur. Iuxta hoc alia bina ascendunt, atque, co-
stae nonae et octavae prius cartilaginibus superatis, etiam
septimae cartilagine tegunt, et longitudine inter se aequa-
lia, parumque a se inuicem diducta, intermediam hanc
transparere permittunt: deinde ad marginem huius supe-
riorem vel truncata apponuntur, vel eidem carnea inse-
runtur, quod non euidenter distinguitur. In altera autem
tabula (c) iterum in tria extrema musculus definit, quae
non

bricae vertebrae supra se inuicem mobiles iungit, nihil supersit, nisi tantil-
lum, quod vtriusque ad vnam vel alteram lineam, sulcum in latere adhuc
distinguentem implet.

(a) Diuersa corpora fuisse, ex quibus Figurae binae desumptae
sunt, patet, quia reliquus in ossibus et musculis habitus valde discre-
pat. Tabula etenim decima thorax naturali longior delineatur, vtpo-
te vbi costa octava sua cartilagine etiam ad sternum inferius pertingit,
recta a duobus extremis musculi recti abdominis, sed sine suo emer-
gens et tegens extremum eiusdem musculi minimum. Tabula vero
vndecima pectus naturale est, vbi septima costa vltima stemi latus infra
attingit. Praeterea in vtraque figura ipsius musculi recti habitus di-
uersus est. Tabula etenim decima, linea tendinosa, quae musculum,
vbi pectus conscendit, transuersum distinguit, obliqua, dimidia, incoha-
ta et imperfecta est. In altera autem Tabula eadem vndulata, integra et
absoluta totam musculi latitudinem secat. Vti diuersam hanc faciem,
in aliis, et rite formatis, corporibus saepius obseruare solemus. Vide
praeterea, quae de Serrato Antico siue Pectorali minori supra notamus.

(b) *Planche X.*

(c) *Planche XI.*

MUSCVLI IN PECTORE PRAETERNATV'RAL. 261

non ad tres duasue veras costas, sed omnia ad vnam, sextam solam, pertinent. Caput quippe breuissimum, costae septimae cartilagine non modo tegit, sed, superato insuper intercostali spatio costam septimam inter et sextam, huius margini inferiori sterno proxime, atque inde extrorsum, inseritur. Bina reliqua extrema, iterum aequae longa, plus, quam in priori tabula, disiuncta, nudam transperere sinunt septimam et sextam costam, et iuxta latus prioris deinde pari gradu ascendunt, ultimo huius margini superiori vel inferuntur, vel truncata eidem apponuntur, quod neque in hac figura satis liquido apparet. Deficit ergo in priori figura, in extremo musculi recti abdominis minimo ea longitudinis pars, qua supra cartilagine costae octavae ad septimam exporrigi solet. In altera contra cauda musculi extremi minima tanto longior est, quanta datur distantia inter limbum inferiorem cartilaginis costae sextae et marginem inferiorem eiusdem costae septimae, cui foret naturaliter inferenda. In reliquis binis extremis, in utroque musculo id praeternaturale observatur, quod ambo inter se sint aequalia, cum externum medio tanto longius sit naturaliter, quanta est insertio altior inter binas costas. Ergo in priori tabula extremum medium musculi recti tanto breuius est, quanta distantia intercostalis a margine superiore costae septimae ad inferiorem sextae intercedit; extremum externum abbreviatur, quantum ab eodem loco distat margo inferior costae quintae. In altera autem tabula cauda eiusdem media tanto altius extenditur, quanta est latitudo cartilaginis costae sextae. Tertia autem, siue externa, rursus breuior, quan-

tum est spatium intercostale inter costae sextae marginem superiorem et quintae inferiorem. In vtraque ergo tabula musculus vitiose delineatur, nec conuenit vlla ratione cum data descriptione. Si quid tale interim obseruaverit Auctor, in consuetum monuisset, quia supponitur ex optimis corporibus concinnata figura Anatomica, quae partes naturales exhibet, caeterum negligentiae culpandus est, qui praeternaturale pro solito offert; neque opus superbo titulo respondet, inprimis cum reliquorum musculorum fors non multo melius laudanda. Multis recensendis ne obruar, in iisdem Figuris diuersus, quaeso? notetur habitus musculi Serrati antici, in priori praeternaturalis, vtpote vbi quatuor capitibus, supremo minimo, oritur carnosus a totidem costis superioribus, secunda nempe tertia, quarta, et quinta: in altera autem iuxta Auctoris descriptionem (a) ad priorem tabulam datam, sed non delineatam, naturaliter tribus exsurgit initiis a secunda, tertia, et quarta costa superiori. Et de hac differentia altissimum silentium est. Necessitatem ergo et vtilitatem, qua opus hoc vnicum Anatomes Studiosis et Amatoribus commendatione sui obtruditur (b) cum contemptu aliorum (c) nondum video; metuo contra, vt falsis rerum

idaeis

(a) Scribit Auctor ad tabulam decimam, vbi musculus serratus quatuor capitibus oritur a quatuor costis, ipse: *le petit Pectoral prend son origine par des principes charnus de la partie anterieure de la deuxieme troisieme et quatrieme cote superieure. Planche X. 82.*

(b) *Ouvrage unique utile & necessaire aux Etudiens & Amateurs de cette science.*

(c) *L'essentiel manquant aux Estampes noires, il etoit inutile d'en faire la depense. Dans l'avertissement. Comparet Auctor sua cum Bidlonianis et videat, an ars de Lareffe nigris habitum peiorem, quam ille coloribus, expresserit.*

idacis femel imbuti confundantur! Laudes meretur summas mobile inuentum. Encomio dignus est Auctoris conatus: nec inficias ibit aliquis, artem, quae viuis coloribus partes impressas vera magnitudine representat, proxime ad Naturam accedere, atque alias delineatione expressas figuras demonstrandi methodos longe superare, dummodo simul verum situm, fabricam, habitum, et partium limites exprimens scopo et instituto praecipuo satisficiat. Caeterum pretiosis indutam vestibus spectamus simiam, frons prima quidem allicit, sed sub specie latet informe decipiens: hoc est, quod in artificiose his impressis tabulis dolemus. Tutior fides datur, etsi nigris solum adumbratis lineis, Albinianis musculorum Tabulis et Historiae, quas ex triginta et pluribus cadaueribus, attentissima cura et patientia incredibili, ope artificis incomparabilis, concinnauit atque repetito per decem et ultra annos toties examine ita confirmauit celeberrimus Auctor, vt forsitan vix litera in descriptione, aut in figuris linea peccet. Inuentas, postquam centum et quinquaginta annos latentes anxie desiderauerat bono fortunato, gaudet Anatome Eustachianas Tabulas omnium, qui scientia corporis humani fabricae delectantur, summa admiratione perspectas, laetoque applausu exceptas, atque sincero testimonio probatas, excepto, quod miror, Parisino Auctore, qui, siue incius rerum in his imagines plus ad mathematicae veritatis simplicitatem, quam artificiosas adumbrationes exhiberi, siue proprii operis amore obcaecatus, nimis humilem et praecipitem de his sententiam profert (a). Quem noto praeterea, omnium

(a) De Musculis capitis, colli etc. disserens, scribit: *En' ache en a don't dans une seule Plaque, plusieurs petites (Figures sur les Muscles*

omnium fere, qui ante et post Eustachium scripserunt, Anatomicorum, erroris aseasonem, muscui nemp̄ huius extremum superius (non disputo de ortu vel insertione, quamvis haec prae illo placeret propter mobilitatem thoracis, quam peluis, maiorem, muscui directionem et actionem) pertinere ad sternum, ad cartilaginem mucronatam et ad costas spurias (a). De qua re inter ipsos vix constat. Dicit Columbus terminari in sternum et cartilagine ultimarum costarum verarum (b). Ponit Bartholinus initium cum Galeno in pectore carnosum ab utroque latere cartilaginis ensiformis, a sterno, et

de la Tete) sans proportion, tronquées. Dans l' Avertissement. Est illa Tabula XLI, quam celeberrimus Winslow in explicandis capitis et colli musculis Tom. II. Expos. Anat. praeposuit: et de qua quam longe aliter sentit Clarissimus Morgagni, videri potest in eistola ad Illustrissimum Lancisium, editioni Romanae praefixa, in qua pagina XVII haec leguntur Sed ad Tabulas XLI et XLII transeamus, in quarum plerisque figuris inspiciendis, dicere non possum, Lancisi ornatissime, quantam ceperim voluptatem, dum... et ibidem, ut recensione meritis laudibus extollit, ita cum Practantissimo hoc Auctore passim in editis suis scriptis, encomio digno reliquas Tabulas Eustachianas prosequuntur subinde celebres Anatomici. Vnicum sufficit prae caeteris testimonium, quo non alud magis firmum, non aliud Eustachio dignius, quod dedit per Anatomicorum nobile Boerhaavius et Albinus in vita Vesalii, eius operibus praefixa, cuius haec graua verba sonant. Sed vnus omnium instar, imo cunctis superans, Romae caput extulit Bartholomaeus Eustachius Sanctoseuerinas eruditione anatomica atque exercitatione artis caeteros vincens omnes, naturam corporis humani per pictas effingendi tabulas felicitatis et fidei incomparabilis. Videturque ad dimensionis geometricae severitatem concinnasse idem, ut Galeni et Vesalii scripta cum ipsa natura compararet. Quod si praeter colorem et magnitudinem naturalem D Gautier observasset, omne punctum tulisset.

(a) *Le muscle Droit prend son origine des cartilages des trois dernières vraies cotes, quelquefois de deux seulement, de la partie inférieure du sternum, du cartilage xiphoïde & celui de la première des fausses cotes, par des portions charnues qui peuvent se diviser. Planche XI. 85.*

(b) *De re Anat. Lib. V. Cap. XXII.*

et quatuor costarum notharum cartilaginibus (a) : cui fere
iisdem verbis consentit Diemerbroeckius (b), Palfyn (c), atque
Heisterus (d). Keilius vero ex sterno et extremitate duarum
verarum inferiorum costarum (e), Veslingius ad mucronatam
pectoris costarumque cartilagine ortum carnosum (f), Boerhaa-
vius cum Cowpero (g) a cartilagine Xiphoidae, binarum costarum
inferiarum verarum, et binarum costarum superiorum spuria-
rum ponit (h) : ad hunc Hallerus ex Eustachio insertionem tribus
cartilaginibus verarum costarum inferiorum, additque ex Cow-
pero quartam cartilagini ensiformi (i). Bidlous autem origi-
nem ex duabus cartilaginibus verarum et ab vna costarum spu-
riarum (k), et Spigelius extremum superius ad ossis pectoris
latera ab ultimarum verarum costarum cartilaginibus describit
(l). Platerus (m), Bauhinus (n), et Steno (o) ad ossis pectoris latera
ultimis verarum costarum cartilaginibus carnoso sine Winslow
ad sternum inferius, tres veras, et primam costam spu-
riam adnatum, dicit (p). Douglassius autem veram in-
sertionem tendineo-carneam cartilaginibus costarum septi-
mae, sextae, quintae, prope os pectoris (q), et postea ac-

Tom. II. Nou. Comment.

L 1

cura-

-
- (a) Anat. Lib. I. Cap. VI.
 - (b) Anat. C. H. Lib. I. Cap. V.
 - (c) *Heelkonstige ontleding* II. verband. III. hoofdstuk.
 - (d) Compend. Anatom. §. 105.
 - (e) *The Anatomy of the Humaine Body. chap. 31. lect. 11.*
 - (f) Syntagm. Anat. Cap. II.
 - (g) Anat. Reform.
 - (h) Instit. Medic. §. 5. 5.
 - (i) In notis ad loc. cit.
 - (k) Anatom. Tab. XXXII.
 - (l) Lib. IV.
 - (m) De Corp. Hum. struct.
 - (n) Theatr. Anat. Lib. I. Cap. VIII.
 - (o) Tract. de ventr. et intest. Cap. XIII.
 - (p) *Exposition Anatom. Tom. II. p. 34. N. 98.*
 - (q) Descript. Muscul. Comparat. §. 5. 11.

curatius tradidit Albinus (a). Repetito in utriusque sexus cadaveribus quamplurimis examine accuratissimo, quod eo magis commodum, quia in omni apertura corporis hoc extremum facillime denudatur, semper deprehendi solam insertionem per tria dentata extrema tribus inferiorum costarum verarum cartilaginibus, quandoquidem, sed rarius, etiam quintae costae ossae parti extremae, ubi in cartilagineam continuatur. Extrema autem huius maiora prius abeunt in tendines extenuata, maxime longissimum. Breuissimum autem costae septimae cartilagini inseritur plerumque carneum, quandoque sterni proxime carneum, atque inde remotius tendineum sensim latius, quo magis a sterno distat. Est in aliis corporibus insertio omnium extremitatum margini inferiori exteriori suae cartilaginis cuiusque acuta et tenuis. Est in aliis iterum eadem ad partem earundem mediam anteriorem. Obtinet hoc imprimis in extremo medio, ut quandoquidem recto termino desinens a latere interiore, id est sternum versus, inferiorem partem cartilaginis costae sextae tangat et tegat, inde vero sensim ad latus externum, ubi tertium siue longissimum extremum iuxta hoc adscendit, eiusdem cartilaginis margini superiori implantetur, tegens eandem sub se declivem. Et hoc iterum iam videtur annotasse Bystachus, tabula etenim trigesima secunda exhibet muscoli recti extrema pertingere tendinea ad partem anteriorem simul et inferiorem, tabula autem trigesima tertia ad partem quidem anteriorem, sed et simul mediam trium cartilaginum dictarum costarum, septimae scilicet, sextae et quintae.

Vbi autem muscoli recti abdominis pars superior thoracem adscendit, a parte interiore iuxta lineam albam parem suum fere semper tangit, (obtinente in cadavere statu expira-

tio-

(a) Histol. Musculi Lib. III. Cap. LXXVIII.

tionis validissimo.) Simulque plus, quam dimidiam, eamque inferiorem et mediam, partem cartilaginis sterni tegit, sub actu musculi vtriusque absconditam: inde autem ad insertionem suam ductu lunato conuexus, deinde obliquus vtriusque adscendens, partem superiorem dictae cartilaginis sterni continuam, liberam relinquit, atque fibris, quae limbum interiorem constituunt, magis contractis inseritur cartilaginis costae septimae extremo proxime, ubi hoc cum sterni sulcato, per leue mobile articulum, iungitur, atque inde extrorsum ad continuationem extremi medi iuxta se adscendentis; neque vnquam vidi vel vnquam fibram lateraliter infigi cartilagini mucronatae, multo minus ipsi ossi pectoris, sed obseruo fibras graciles, tenues et planas, splendentes, oriri ex media et superiore parte eiusdem, quae decursu inter se parallelae ligamentum formant tenue, sed robustum (1), non valde latum, quod oblique versus cartilaginem costae septimae super musculosas fibras extensum, supra harum insertionem internam, illi infigitur (a). Retinet hoc ligamentum cartilaginem dictam ad sternum in situ depressam, quae, eodem descisso, profilit; an vero aliquid etiam efficiat in musculi validissime agentis extremo angulo, quem tegit, coercendo, vix affirmo. Neque reliqua musculi supra pectus extensio partibus subiectis per fibras musculares carnosas, vel tendinosas, affigitur, aut ab iisdem per has ortum ducit, sed molliter his annectitur superficie sua inferiori per tegmen tenue cellulosum, quod in obesis pinguescit. Sic, antequam finditur, tegit latitudinem pectoris inferioris, quae inter lineam albam et finem cartilaginis costae nonae est; atque externo suo latere adscendens, huius extremam, deinde finem cartilaginis costae octavae, et septimae circiter quartam mediam extremam, sextae mediam, longitudinis partem, atque

(1) Tab. XI.
Fig. 1. a. β.

(a) Weitbrechtii Syndesmologiae Tab. XIV. ff.

inter has intercostales musculos, extremo suo medio etiam illam partem operiens, quae in septima costa ab insertione extremi minimi libera est, vna cum suo intercostali ad sextae cartilagineum (a). Ludit interim et hic musculus quandoquidem, vt caeteri in optimis corporibus. Praeterea iam notatas varietates, vidit Celeberrimus Albinus in quodam, cui cartilago costae octavae ad os pectoris pertinebat, Rectum etiam extremae illi cartilagini inferi (b). Praemonstrante eodem, bis mihi contigit notare casum, quem in historia musculi Recti abdominis postea ipse enarrat, huius scilicet continuationem per pectus ad summam sterni partem, vbi tenuis et tendinosa inferebatur sub lunulam, quae in eius summo est (c). Nec multum differt ab hac, quem beatus Antecessor meus Weitbrechtus describit, musculus in summo pectore ortus, qui iuxta sternum descendens obliterabatur maximam partem in inscriptione tendinea musculi recti abdominis (d). Alia ratione ludere vidi hunc musculum in corpore iuvenili giganteo, in quo extremum tertium longissimum parte sua interiore, vbi iuxta extremum medium, costae sextae cartilagini adnatum, ascendit, inferebatur quidem

(1) Tab. XI. tendineum parti inferiori cartilaginis costae quintae (1), at Fig. 1 V. vero parte sua exteriori, vbi caeterum initio cartilagineo

a) Ibid. W. ex costa orienti proximum finitur (2), fibrae carnosae continuatae, nec in tendines versaе, ascendere pergebant obli-

(a) Vide Tabulam Eustachii XXXII. Explicatam Albino ad Q. O. P. Tabulam XXXIII. α . β . γ . ι . h. h. h. h. Accuratus in Albiniana musculorum Tabula II. a. b. c. L. L. L. In dextro T. Y. a. b. c. in sinistro T. W. L. a. b. c.

(b) Histor. Muscul. Lib. III. Cap. LXXVII &

(c) Ibidem.

(d) Comment. Petropol. Tom. IV. pag. 259

MUSCVLI IN PECTORE PRAETER NATVRAL. 269

oblique extrorsum, cartilaginis partem costae osseae proximam tegebant (3), atque fasciculum musculorum consti-^{(3) Ibid. W}
tuebant (4), qui digitum latus, superatis intercostalibus^{(4) Ibid. W}
(5) et costa quarta (6), in tenuem tendinem abeundo in-^{XYZ}
serebatur margini inferiori, anteriori, costae tertiae, par-^{(5) Ibid. 5}
tım vbi ossea finitur, partim vbi cartilaginea incipit (7),^{R 4 R}
^{(6) Ibid. 4}
^{(7) Ibid. Z}
oppositus initio capitis musculi Serrati anticı, quo in hoc
corpore a costa tertia ille oriebatur supremo (8). Erat in^{(8) Ibid. M}
transitu fasciculus liber, nisi inferne per cellulosum tenue
tegmen cum subiectis, a latere externo et medio per
idem (9) cum capite Serrati anticı medio, quo tendineus^{(9) Ibid. Y}
a costa quarta eiusque initio cartilagineo oriebatur (10),^{(10) Ibid. N}
iunctus. Praeterea inueni in corpore viri robustissimi muscu-
lum in pectore peculiarem, supra rectum quidem or-
tum atque inde supremum pectus versus tendentem, at
vero ab eo plane distinctum. Erat in hoc toroso cada-
vere musculus vterque pectoralis validissimus, atque ex
vtroque sterni latere ortus (1) relinquebat hoc latum, planum,^{(1) Tab. XI,}
liberum, neque fibrae se inuicem in eo attingebant, mul-^{Fig. 2. H.}
to minus decussabant (2). Ad latus vero sinistrum, iuxta^{H. IIIIKK}
ortum musculi pectoralis ex sterno et pone illum (3),^{(2) Ibid. 3-}
^{4. 5.}
^{(3) Ibid. II}
decurrebat musculus oblongus, pollicem latus, crassus,
carneus, infra et supra tendineus et tenuis, inferne fissus,
per totam ossis pectoris longitudinem (4). Oriebatur^{(4) Ibid. a}
^{β γ δ ε}
quippe duplici principio lato, sed tenui, tendineo, ex-
terno maiori, interno minori, quod vtrimque coeuns
musculi corpus carnosum constitutebat (5). Tendo exte-^{(5) Ibid.}
rior, longior, planus, oriebatur tenui, et lato initio,
a parte superiori exteriori cartilaginis costae septimae, illi
loco proximus, quo haec cum infimo sinu laterali sterni
articulatur (6), pone principia tendinea fibrarum, quae^{(6) Ibid.}

- ex eadem cartilagine ortae quandoque fasciculum distinctum
- (7) *Ibid.* Nad musculum pectoralem mittunt (7). Tendo interior, minor, itidem tenuis, oriebatur rotundiori et magis tereti initio ex ipsa sterni parte infima media laterali sinistra proxime articulationi costae septimae cum sterno,
- (8) *Ibid.* β supra eiusdem cartilagine mucronatam (8). Ambo tendines ad se inuicem accedebant, deinde confluebant,
- (9) *Ibid.* γ carnei fiebant (9), atque musculum constituebant, qui
- (10) *Ibid.* $\gamma\delta$ crassus, planus, oblongus, fere rectus (10), iuxta exitum musculi pectoralis supremum sternum versus adscendebat, a latere eiusdem externo, id est brachium versus, leniter incuruus, ut initia pectoralis musculi ab eodem libera iuxta
- (11) *Ibid.* κ illum apparent in latere sterni (11). Parte autem superiore leniter inclinabat os pectoris versus, atque in tendinem aequale
- (12) *Ibid.* δ latum extenuatus (12) inferebatur parti superiori, dimidiae
- (13) ϵ et laterali sinistrae ossis (13), quod in sterno supremo triangulare vocant, infra initium musculi sterno-mastoidei
- (14) *Ibid.* Λ sinistri (14). Vbi autem tendo exterior ortum capiebat ex margine anteriore superiore cartilaginis costae septimae; ibidem margini anteriori et inferiori, ex opposito, inferebantur vltimae fibrae caudae primae musculi recti abdominis
- (15) *Ibid.* Θ minis (15). Inter utrasque autem fibras, superioris nempe et
- (16) *Ibid.* ζ inferiori musculi, libera erat ipsa cartilago (16), neque hae illas attingebant, multo minus inter se communicabant, vel se inuicem decussabant, adeoque commercium hunc musculum iater et Rectum nullum erat. Si quis putat, potius musculi singularis ortum ibi describendum, vbi ego insertionem pono, nihil opponam: ideo illum inferne scripsi, ut libertas a recto manifestior foret, utque appareret non huius esse continuationem; ad actionem etenim si respiciamus, plus videtur valere in eleuando costae cartilagine, quam
- in

MVSCVLI IN PECTORE PRAETER NATVR AL. 271

in mouendo sterni partem supremam. Cum autem inferne et superne inferatur ossi pectoris; an aliquid egit in eodem adducendo, adeoque incuruando? Si summa vi trahebam abdomen versus fibrarum directionem, mouebat partem ossis pectoris, in homine trigenario adhuc distincti (17), (17) *Ibid.* 3. supremam extrorsum et leniter deorsum atque eiusdem officuli partem infimam simul retro et intro trudebat. Tensae autem fibrae e directo eleuabant, non solum leniter costae cartilagine (18), sed et sterni partem (18) *Ibid.* 7. infimam disiunctam (19). Tale vero robur, ac ego tractio- (19) *Ibid.* 5. ne obseruari, illi in vita adscribere non audeo.

In alio cadauere iuuenili longe aliam faciem vidi musculi in pectore peculiaris, in quo ante incisionem iam notaueram hoc gracile valde et acutum. Dissectis autem atque eleuatis integumentis (1) primo apparebat in vtroque (1) *Tab.* XII. *IIIIII.* sterno-mastoideo principium tendinosum extendi ad dimidiam musculi longitudinem, qui ad latera vtrisque carnosus in vtroque erat (2). Musculus autem pectoralis vter- (2) *Ibid.* 44. que ex sterni latere ortus (3), os pectoris itidem nudum re- (3) *ibid.* 9. 9. *20* *10.* *11.* *11.* linquebat (4). Inferne autem fasciculus ex superiore par- (4) *Ibid.* 22. *22.* te musculi oblique externi ad pectoralem tendens valde erat extensus ad costas infimas vsque, atque inde tenuis, mox tendinosus, antrorsum et sursum oblique versus pectus adscendebat; vnde musculus pectoralis solito longior et extenuatus erat (5). Iuxta initium autem pectoralis dex- (5) *ibid.* 13. tri, vbi ille a quintae costae cartilagine (6) ad susten- (6) *Ibid.* 10. taculum clauiculae (7) iuxta sterni latus oritur, decurre- (7) *idid.* 9. bat musculus valde peculiaris, vel potius musculi duo, quorum haec est historia.

Ortus

- Ortus horum musculorum tenuis, tensus, late expansus, fasciculis tendinosis distinctus, communi fuit principio. Et quidem primum tenui lunato initio a margine priori sterni, iuxta latus oppositum ortus musculi pectoralis sinistri, ad plagam, qua cartilago quintae costae ossi pectori inseritur, fibris distinctis, tenuissimis, tendi-
- (8) **Ibid. A** neis (8). Deinde retro dextrorsum, et magis inferiora versus, vbi sternum recipit cartilaginem sextam costae
- (9) **Ibid. B** dextrae, atque a ligamento hunc articulum firmante (9). Tertio a tota ista distantia, quae inter costae sextae inarticulationem, cartilaginis sterni mucronatae partem supremam, atque cartilaginis costae septimae insertae anteriorem et inferiorem partem, in dextro latere, est, per fibras ten-
- (10) **Ibid. BC.** dineas, magis exporrectas, tenues (10). Et quidem fuerunt ortus huius distincti fasciculi a parte anteriore inferiore sterni ad cartilaginis costae sextae inarticulationem, late expansi, sed tenues; fibrae etenim tendinosae lunato ductu, quo inferiores, eo longiores, ab ortu suo sparsae,
- (11) **Ibid. C** ascendendo arctius iunctae coibant (11). Quarto altero fasciculo distincto, graciliori, sed robustiori, a margine priori inferiori cartilaginis costae septimae mox vbi illa ascendens extremo suo iuxta et supra cartilaginem mucronatam sterno infer-
- (12) **Ibid. CD** ritur (12). Erat autem principium hoc latum fibris tenuissimis radiatim sparsis, quae post ortum oblique ascendendo coibant, deinde arctius iungebantur, atque iunctae fasciculum robustiorem in medio suo compactissimum con-
- (13) **Ibid. E** stituebant (13), qui superne, sensim magis et magis disperfis
- (14) **Ibid. F** fibris, latior factus iterum diergebat (14). Quinto la-
- (15) **Ibid. DG** to, tenui, et longe expanso, principio (15) ab aponeuroseos musculi oblique externi parte superiore, ad locum quo
illa

MUSCULI IN PECTORE PRAETER NATURAL. 273

illa supra musculum Rectum supremum et crepidinem cartilagineam a costa septima, octava, quandoque et nona perfectam, extenditur, huic leniter per cellulofam annexa. Erat ortus hic itidem fibris sparsis, sed lunato ductu extrorsum conuexis, adscendentibus, et distinctis (16.) Tendinea haec expansio principio suo, quo supra marginem inferiorem costae septimae ex aponeurosi muscoli obliqui externi ortum ducebat, cum hac confluebat (17), in adscensu autem ab eadem lunato ductu et parte teriore conuexa atque fibrarum ductu magis arcuato distincta manebat (19).

(16) Ibid. D
G H I M

(17) Ibid. DG

(18) Ibid. 14

(19) Ibid. GH

Hic fuit musculi, vel potius musculorum, ortus tendineus communis, in quo praeterea notamus, quod ab ortu suo distincti fasciculi descripti tendinei, vbi deinde confluebant, firmiter inter se cohaerebant (20). Fasciculus autem, qui ex costae septimae cartilagine anteriore et inferiore oriebatur, diu distinctus mansit, imprimis a latere externo, vbi respiciebat fasciculum ortum ex aponeurosi muscoli abdominis obliqui externi (22): adeo quidem, ut vterque in medio, quasi ab altero distractus, figuram formaret oualem, antequam in parte superiore iterum coniret (25). Idem fasciculus a parte sua interiore, id est, pectus versus, solitarius, a margine inferiore cartilaginis costae septimae ad marginem inferiorem cartilaginis costae sextae adscendens, distinctus manet, leuiter modo accretus margini externo aponeuroseos tenuis, prius descriptae, quae oritur ab ipso sterno ad plagam, vbi dextra costae sextae cartilago illi inseritur; vterius vero pergens plane cum eadem oblitterata concrefcit.

(20) Ibid. H
M F L

(21) Ibid. D.

(22) Ibid. G

(23) Ibid. I
et E

(24) Ibid. K

(25) Ibid. M
F

(26) Ibid. C
E F

(27) Ibid. DC

(28) Ibid. B

(29) Ibid. B

(30) Ibid. F

Descriptio ortus tendinei huius musculi comparata cum illa, quam dedit Celeberrimus Albinus de Recti continuatione per pectus (licet ipse autumet ab eodem distinctam) etsi in quibusdam conueniat, tamen multum ab eadem discrepare, facile apparet.

Tendo communis ex concursu fasciculorum descriptorum crassior, latus sed planus, superiora versus contractior, obliquus ad sternum abit in carnem crassam, robustam, latam, quae in ipso ortu ex aponeurosi dividitur in duplicem musculum, non ventre modo, sed et cauda, siue insertione, distinctissimum. Et quidem ho-

(31) Ibid. a rum alter maior, inferior, rectus (31), alter minor, superior, obliquus (32), supra priorem, versus pectus ascendit.
bc defg
OPQRS

Superior lato principio carneo ex fine tendineo ortus (33), pyramidalis, obliquus versus sternum ascendit, in tres validos fasciculos distinctus (34), qui superne in splendentem tendineam expansionem itidem distinctam

(35) Ibid. Q confluunt (35), subtus diu carneam, quae sine suo angustatur in tendinem crassum, fere rotundum, sed infra et supra

(36) Ibid. T leniter complanatum (36). Sic ortus tendo statim diffilit in

(37) Ibid. U tres caudas notabiles (37), quarum duae breuiores sinistrorsum lunato ductu inflexae latecebant, atque extensae, hinc complanatae et extenuatae, inferebantur primo per fibras inferiores ossi sterno medio inter secundae et tertiae costae cartilaginum insertionem, deinde extremo suo, fibris superioribus in radios tenues dispersis, atque inter principia tendinea, quibus musculus pectoralis sinister hoc loco ex sterni latere ortum ducit, insinuat, lateri eiusdem sinistro. Tertia exterior eiusdem tendinis cauda

ex

MUSCVLI IN PECTORE PRAETER NATVRAL. 275

ex ortu communi (38) recte sursum ascendebat iuxta et (38) ^W Ibid.
 pone exortum muscui pectoralis dextri a margine prio-
 ri sterni (39) leniter gracilescens ad sustentaculum vsque, (39) ^{IO} Ibid.
 quod claviculae caput recipit (40): ibidem autem leniter (40) ^{IO} Ibid.
 dextrorsum flexa, sub tendine muscui inferioris (41); mox (41) ⁹ Ibid. g
 describendi, pergebat magis magisque extenuata iuxta
 latus externum tendinis muscui mastoidei (42), quo hic a (42) ^{IO} Ibid. v
 parte priori ossis pectoris eademque superiori, capiti cla-
 viculae proximus, exortitur. Ab eodem libera, sed proxi-
 me per cellulosam iuncta, decurrebat obliqua per spatium
 fere bipollicare, atque deinde sine suo magis extenuata
 cum eodem, fibris tendineis quasi intermixtione et eva-
 nescentia distinctionis disparentibus, conglutinabatur (43). (43) ^{IO} Ibid. z
 Parte autem inferiore cauda tendinis peculiaris cohaerebat
 firmissime cum carne muscui sterno-mastoidei supposita,
 perfecte vt principium huius diu tendineum manens et per
 exteriora carnis decurrens, cum eadem iungitur, vel in
 hanc abit.

Actionem huius muscui talem inueni. Si extensae
 fibrae musculosae trahebantur versus principium suum,
 caudae inferiores tendineae breuiores sterno insertae (44) (44) ^{U. V} Ibid.
 explicabantur, neque tamen aliquid mouebant fibrarum
 muscui pectoralis oppositi, quo loco se inter has insinua-
 bant. Cauda autem tertia longior sterno-mastoideo a
 latere inserta (45) magis dextrorsum, id est, deorsum (45) ^{W V Z} Ibid.
 et extrorsum trahebatur, simulque tendinem muscui ex-
 plicabat leniter atque eiusdem carnem suppositam depri-
 mebat, sicque totum musculum leuissime mouebat eo versus.

Musculus alter maior inferior (46) communi prin- (46) ^{abc def} Ibid.
 cipio tendineo oriebatur ita cum superiore nexo, vt fi-

M m 2

brae

brae inter se quasi digitis infertis decussantes cohaerent, atque conglutinatae, sine dilaceratione et dissectione, separari haud potuerint: carneus autem fiebat infra, ubi minor supra, fibris tendinosis itidem in carneas ver-
 sis; inde ascendebat decursu, quam minor siue superior, magis rectus, ab illo tectus ad initium suum et latus sinistrum siue internum, quo hic oblique ad pectus ascendebat atque ab inferiore sensim sinistrorsum remotus hunc libera-
 rum relinquebat (47).

(47) Ibid.

a b

Musculus autem inferior, fibris rectis ascendenti-
 bus carneus, excurrebat extra initium tendinis minoris,

(48) Ibid. a

b. c

vt hic in ortu suo latus, oblongo quadratus (48), supra autem magis contrahebatur et abibat in expansionem ten-

(49) Ibid. d

dineam splendens (49), qualem fere iam in minore:
 siue superiore musculo (50) descripsimus. Fibrae autem

(50) Ibid.

R S

carneae citius in tendineas abibant a latere externo siue dextro, tardius, quo plus in medio ascendebant. A latere autem interno siue sinistro tendo oblongus, planus, crassus, oriebatur iam ad medium ventris muscoli, principio tenui, fibris ex carne sensim tendineis factis, quae deinde compactae confluebant, atque crassum di-

(51) Ibid. e

stinctum tendinem constituebant (51), qui iuxta latus aponeuroseos ascendens distinctus circa medium huius

(52) Ibid.

a d

cum eadem concrefcebat (52), atque simul abibat in tendinem crassum oblongo-rotundum, angustatum, infra et

(53) Ibid. g

supra complanatum (53), qui iuxta caudam tertiam ten-

(54) Ibid. w

dineam muscoli minoris ascendens (54), hanc tegebat, leniterque deinde expansus inferebatur tendini

(55) Ibid. h

sterno-mastoidei muscoli (55) mox supra ortum eiusdem

(56) Ibid. m

ex anteriore et superiore parte ossis pectoris (56), id est

re-

respectu ortus huius, ad angulum acutum, fibris tendi-
neis utriusque musculi hoc loco firmiter concretis. Spar-
gebat autem hic tendo ad suam infertionem oblique sur-
sum atque extrorsum, siue dextrorsum, quosdam fasciculos
tendineos, iterum ex fibris distinctis constantes, qui sen-
sim graciliores facti pollicare spatium circiter emensi, ten-
dini musculi sterno - mastoidei, vbi ille supra carnem su-
am decurrebat, inferebantur, vel potius in eundem abeuntes
disparebant (57).

(57) Ibid. E

Latus autem eiusdem tendinis interius, vbi ad ster-
no-mastoidei initium accedebat et cum eo concrefcebat,
reflexum in arcum (58), atque deinde oblique deorsum, (58) Ibid. L.
evanescebat ad principium tendineum sterno-mastoidei,
quod hoc loco peculiare, in lunulam excissum (59) cor- (59) Ibid. m
na sua longissime extendebat sensim extenuata, quorum
superius in fibras sparsum (60) brevius, inferius solitarium (60) Ibid. n
et longius (61) latere suo interno sterni parti, qua hoc (61) Ibid. o
tangunt, annectuntur, atque deinde extremo su^o sub pe-
ctoralis sinistri initia sese abscondentia, illi inseruntur.

Musculus hic maior, siue inferior, tractus versus
principium suum, id est, deorsum, mouebat tendinem
musculi sterno-mastoidei deorsum et leniter extrorsum hu-
merum versus, atque eo totum tendebat musculum,
maxime, si simul ageret cum musculo minori, tum quip-
pe parum plenius caro eius explicabatur.

Vterque musculus, tractus claviculam versus, ten-
debat commune principium tendineum, mouebat, le-
niter extollendo, cartilaginem costae septimae atque
tendebat finem aponeuroseos musculi abdominis obli-
qui externi: tum vero fasciculis tendineis magis extensis,

M m 3

proxi

- proximeque ad se inuicem accedentibus, distantia oualis
- (62) ^B Ibid. (62) descripta in tendine communi, inter fasciculum ortum ex aponeurosi musculi oblique externi abdominis et illum, qui oriebatur ex cartilagine costae septimae, arctabatur ad latitudinem, ad longitudinem vero extendebatur. In sterno vero, vbi oriebatur tendineum principium fibris tenuissimis distinctis, ad ortum musculi pectoralis sinistri (63), nullum omnino motum percepi. At vero iam ita extenso musculo, apparebat principium subtilissimum fibris sparsis, leniter quasi dentatis, sensim in arctius coeuntibus, oriri ex ipso sterno interfertis inter tenuissima tendinea initia fibrarum, quibus pectoralis ea plaga ex latere sterni ortum ducit.

Quinam ergo in viuo fuisset huius musculi vsus et actio? an, firmato collo, aliquid tribuisset ad facilitandam inspirationem? Sic quidem videtur probare eius directio.

Firmato autem pectore, et tenso musculo abdominis externo, an mouit musculum mastoideum effectu in viuo patulo?

- In eodem cadauere in latere sinistro apparuit supra pectoralem musculus paruus, rotundus, elegans, peculiaris: oriebatur hic fibris dispersis (1) supra ortum tendineum musculi prioris, quo hic ex sterno iuxta plagam musculi pectoralis sinistri ad costae quintae insertionem, exsurgit (2). Deinde ab aponeuroseos fasciculo, vbi ortum ducit ad articulationem costae sextae dextrae fibris longioribus (3). Tertio iisdem magis et magis elongatis ex aponeurosi musculi obliqui abdominis externi sinistra, vbi illa supra Recti caput secundum, cartilaginem mucronatam, atque sterni extremum extenditur (4). Fibrillae
- hae

MUSCULI IN PECTORE PRAETERNATURAL. 279

hae tenuissimae ex late extenso ambitu exsurgentes, ascendendo ad se inuicem accedebant, conuiebant (5), atque (5) *Ibid.* 3. a deinde iunctae vtriusque constituiebant tendinem oblongo-rotundum, gracilem, elegantissimum (6), qui ad alterum (6) *Ibid.* 3. n inclinando inter se iungebantur, sed ita, ut linea intermedia distinctionem coalitus indicaret, formantes unicum tamen principium tendinosum (7), quod abibat in muscu- (7) *Ibid.* 6. lum teretem, sensim incrassatum (8), qui, sinistrorsum obli- (8) *Ibid.* 4. que axillam versus ascendendo, superabat fere dimidiam partem altitudinis musculi pectoralis, atque extremo suo iterum extenuato (9) expandebatur in tenues fibrillas tendi- (9) *Ibid.* 10. nosas (10), quae dispersae per membranam pectoralem muscu- (10) *Ibid.* 11. lum inuestientem, illi ea plaga inferebantur (11). Quo au- (11) *Ibid.* 12. tem loco inferiori tendines graciles limites expansionis describentes, ex latiori basi ad se inuicem accedentes triangulum describebant, adeoque spatium intermedium relinquebant, ibidem fibrillae tenuissimae ex obliqui externi aponeurosi emergentes, reticulum formabant tendinosum tenuissimum, pellucidissimum, elegantissimum (12), parallele iunctae. (12) *Ibid.* 13. 7. d. e.

De actione huius musculi vix aliquid apparuit, nisi quod extensus versus inferiora leniter tendebat istam membranae musculum pectoralem inuestientis plagam, cui inferebatur. Tractus vero versus axillam, extendebat tegmen tendinosum proprium, atque leniter extensam mouebat portionem istam aponeuroseos musculi obliqui externi, a qua fibrillis distinctis ortum capiebat.

Observauit etiam Celeberrimus Wildius musculum insolitum ad latera sterni supra pectus expansum (a), qui an descripto nostro similis fuit, non satis apparet; dubitat interim, an non *Platysma-myoidis* propago (b), quo cum no-

bis

(a) *Comment. Petropol. Tom. XII. Tab. VIII.* (b) *Ibid. pag. 320.*

bis descriptus et plane distinctus musculus nullum omnino commercium habebat. Vera ergo scripsit quidem Vesalius, musculum thoracem mouentium quintum Galeni esse Recti continuationem per pectus, in canibus, simiis, aliisque animalibus, quibus, quam in homine, magis procerum pectus datur, semper inueniendum. Et fidem damus candide fatenti, sibi nihil simile in homine apparuisse, quia casus rarior: in quo tamen testatur Riolanus (a) saepius sibi visam musculi Recti productionem membranofam ad primam thoracis costam, circa primae et secundae costae interuallum, carnem acquirere, quam pro singulari musculo Galenus habuit: et mihi (praeter ea, quae in Albinianis demonstrationibus vidi bis, et scio, non vidi, postea in theatro Anatomico adhuc semel publice demonstratum.) inter centena et plura propria manu dissecta cadauera, contigit in diuersis diuersam obseruare, et Auditoribus aliisque scientiae Anatomicae cultoribus demonstrare ludentis naturae datas varietates. In primis veram recti abdominis musculi extensionem, in aliis musculos superstratos peculiare. Affirmatur insuper fide dignorum testimonio obseruatio. Tale quid potuit videre etiam Galenus, (dummodo contra Vesalium (b) vnquam humana corpora disseuerit.) culpandus, qui naturalem et semper ponit nomine hunc pectoris in corpore humano musculum insignem.

(a) Antropogr. Lib. II. Cap. VIII.

(b) Lib. III. Cap. VIII. pag. 329.

Explicatio Figurarum Tabulae XI.

Figura Prima.

Ablato a clauicula inferiore et a sterno laterali, Pectoris musculo, ab inferiore pectoris et superiore abdominis parte, aponeuosi musculi obliqui externi, apparent

1. 2.

MVSCVLI IN PECTORE PRAETERNATVRAI. 281

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Septem cartilagine costarum verarum totidem finibus sterni a latere dextro inarticulatae.

8. Cartilaginis costae octavae dextrae pars prior.

9. 10. 11. 12. 13. 14. Clavicula dextra, pars sterni dextra dimidia, iuxta longitudinem secta, cum cartilagine mucronata. Articulatio claviculae, qua nititur, intermedia cartilagine 10. sustentaculo 11. ossis sterni triangularis 12. distincti a reliquo sterno 13. inferne continuo in cartilagine mucronatam 14.

15. Aspera arteria.

A Pars inferior muscoli sterno - thyreoidei.

B - - - - - hyoidei.

C - - - - - mastoidei.

D - - - - - cleido - mastoidei.

E - - - - - coraco - hyoidei.

F - - - - - leuatoris scapulae.

G - - - - - subclavii.

H - - - - - subscapularis.

ILL Musculus serratus magnus. I caput primum a secunda, LLL quartum a quinta, quintum a sexta, sextum a septima costa, ortum.

MNOP Serratus anticus. M primum, N secundum, O tertium caput, quibus tendineis, mox carneis, oritur a tertiae superiore, quartae latitudine tota, quintae iterum costae superiore margine. P Pars superior, qua contractus ad processum scapulae coracoideum tendit.

QQQQQQQ Septem muscoli intercostales superiores, externi.

RRRR Musculi intercostales interni.

S sTUVWXYZ Musculus rectus abdominis dexter. S Linea tendinosa suprema. s linea tendinosa priorem inter et vmbilicum media musculum secans, vbi pectus conscendit. T extremum primum seu brevissimum, costae septimae, U medium costae sextae, V tertium siue longissimum parte sua interiori costae quintae cartilagini insertum. W eiusdem pars exterior continuata in fibras carneas, fasciculum praeternaturalem XYZ constituentes, qui ad X transgressus cartilagine costae quintae, ad Y cartilagine costae quartae atque intercostalia, inseritur costae tertiae partim osseae extremae, partim initio eiusdem cartilagineo Z.

$\alpha \beta$ Ligamentum ex cartilagine mucronata media oblique sursum tendens supra extremum muscoli recti minimum a latere interno ad cartilagine costae septimae, eidem insertum. Confer Weitbrechti Synonymologiae TAB: XIV. ff.

Tom. II. Nou. Comment.

N n

Figura

Figura secunda.

Ablata in latere sinistro ea portione tendinea, qua musculus pectoralis ab extrema cartilagine costae septimae, prope os pectoris, oritur una cum aponeurosi obliqui externi abdominis, atque cum hac portione tendinea, in aliis quandoquidem carnea, quae ab illa ad pectoralem accedere solet, deinde ligamento in priori tabula α . β . notato, Hic apparet ortu carneo procedere a tota cartilagine costae sextae superiori. In latere autem dextro omnia integra sunt. Supra autem ablatum est utrimque musculus colli latissimus: hinc apparent.

1. Clavicula sinistra.

2. Clavicula dextra.

3. 4. 5. 6. Sternum cum appendice cartilaginea ad latera rectum a pectorali, infra ab extremo recti. 3. Officulum triangulare dictum supra distinctum a reliquo sterno 4. infra iterum diuisum 5, cui contenta est cartilago mucronata 6.

7. Cartilago costae sextae.

8. Cartilago costae septimae.

9. Aspera arteria.

A. A. Ortus utriusque musculi sterno - mastoidei.

B B Pars sterno - hyoidei.

C C - - - thyreoidei.

D - - - cleido - mastoidei.

E - - - coraco - hyoidei.

F - - - leuatoris scapulae.

G H H I I I K K L L L M Musculus uterque pectoralis. G ortus sinistri a clavicula. H H utriusque a radice sustentaculi eiusdem. I I I I a latere anteriore sterni. K K ad cartilaginem extremam costae quintae. L L L a cartilagine costae sextae tota. M in latere dextro a costa septima per portionem tendineam.

N. O. Aponeurosis musculi obliqui externi abdominis dextri. N portio tendinea eius tendens ad pectoralem.

P Q R S Musculus rectus abdominis sinister nudus. P inclinatio ad partem suam tegens extremam cartilaginem mucronatam. Q Extremum brevissimum cartilagini costae septimae, R medium sextae, S Longissimum septimae, insertum.

α β

α β γ δ ϵ . Musculus in pectore peculiaris iuxta sternum ascendens. α Tendo longior et latior, quo a cartilagine costae septimae. β tendo brevior et gracilior, quo ab infimo sterno oritur. γ Horum concursus in carnem musculi γ δ , qui iuxta initium pectoralis I K ascendens redit in tendinem δ ϵ , qui ossi triangulari sterni 3 inseritur, sub initium musculi sterno - mastoidei sinistri A.

Explicatio Tabulae XII.

IIII Integumenta communia sectione diuisa et reflexa.

2.2. Claviculae.

3.3. Initium musculi cleido - mastoidei.

4.4. - - - - - Sterno - mastoidei ad latera carnei in medio

5.5. - - - - - - - - - hyoidei tendinei.

6.6. - - - - - - - - - thyreoidei.

7. Aspera arteria

8.8. 9.9. 10. 10. 11. 11. 12. Vterque musculus pectoralis suo in latere. 8.8 ortus a clavicula 9.9. a sustentaculo eiusdem in summo sterno 10. 10. a latere sterni 11. 11. a cartilagine costae quintae 12. a cartilagine sinistra costae sextae.

13. 14. 14. 15. 16. 16. Pars superior musculi obliqui externi abdominis 13. fasciculus carneus tendens ad pectoralem tendineus ortus ex aponeurosi eiusdem dextri 14. Quae in latere sinistro 15. a carne musculi pectoralis inferiore 16. 16. solutus deorsum flectitur.

17. Portio aponeuroseos musculi obliqui externi superior relicta ut appareat ortus musculi peculiaris α β γ tendinea ex eadem.

18. Linea Alba.

19. 20. 21. Musculus rectus abdominis, 19. iuxta lineam albam ascendens. 20. extremum primum costae septimae 21. extremum secundum costae sextae cartilagini insertum.

22. 22. Sternum.

23. Cartilago costae sextae.

24. Cartilago costae septimae.

ABCDEFGHIJKLM. Ortus communis tendineus duorum musculorum, qui peculiare in dextro latere pectoris decurrunt. A Fasciculus tendineus primus ex sterno iuxta insertionem cartilaginis costae quintae. B Fasciculus secundus iuxta insertionem cartilaginis costae sextae. C tertius

tertius iuxta insertionem cartilaginis costae septimae. D. E. F. Fasciculus distinctus a margine cartilaginis costae septimae infra articulationem cum sterno ortus, qui in medio E contractus, supra F iterum expanditur. D. G. fasciculus tendineus ex aponeurosi obliqui externi abdominis ortus, latere externo G H illi adiunctus, fibris lunatis ad medium in latere interno I contractis.

K. Distantia ovalis a contractione vtriusque fasciculi in medio E I. orta

L. F. M. H. Ex fasciculorum confluentia tendinis communis pars superior, in carnem continua.

N. O. P. Q. R. S. T. U. V. W. X. Y. Z. Musculus peculiaris superior seu minor. N O P distinctio in fasciculos tres maiores carnosos Q R S tendineos. T. Tendo vnicus plano - rotundus U. V. W. eiusdem tres caudae. U minima V maior et latior, sterno insertae. W X Y Z maxima. W adscensus eius ad latus musculi pectoralis sub tendine f g musculi inferioris seu maioris. X eius ex eodem emergit. Y applicatio et agglutinatio ad tendinem musculi sterno - mastoidei 4. Z coniunctio et in vnum coälitus.

a. b. c. d. e. f. g. h. i. j. l. m. n. o. Musculus peculiaris inferior seu maior. a. b. caro, qua oblique nudus sub minori emergit. b c pars superior, vbi contrahi incipit abeuns in tendinem d communem, cui a latere interno tendo distinctus e accedit, qui deinde in vnum f confluit, atque supra priorem tendinem W. X. seditur extrorsum g, ibidemque iungitur cum tendine sterno - mastoidei, diu in tenues fasciculos distinctus h, tandem plane confluens i. A latere autem interno l reflexus, cum tendine mastoidei abit in lunulam m, cuius cornu superius n. minus, sed latius, iterum fissum, inferius o integrum, ambo inseruntur sterno, sub initiis fibrarum musculi pectoralis sinistri.

α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι. κ. λ. μ. Musculus parvus singularis in latere sinistro supra pectoralem decurrens. α. ortus tendineus fasciculo alterius musculi A continuus. β. γ. ex suprema parte portionis tendinae ex costa septima tendentis ad pectoralem, quae cum aponeurosi musculi oblique externi 17. cohaeret. δ. ε. contractio in duos tendines laterales, qui distincti coeunt ζ η. abeunt in carnem rotundam sensim latiore θ. ad mediam suae longitudinis, vnde planior extenuatur iterum in tendinem ι. qui, fibris dispersis κ λ, inseritur membranae musculum pectoralem inuestenti, vel cum eiusdem fibris disparet μ.

DE

DE ACERE
FOLIIS OBLONGE CORDATIS INAEQUALITER
SERRATIS.

AVCTORE

Stephano Krascheninnikow.

Vix vlla in tota Aceris familia planta est, quae magis eui-^{Tab. XIII.}
dentes distinctionis a congeneribus notas prae se ferat,
quam nostra. Nam plerarumque omnium praecipua differentia
consistit in foliis, corolla autem, quanquam in nonnullis ma-
ior, in quibusdam minor et magis aut minus a calice
distincta est, sola tamen ad determinandam speciem non
sufficit, vt pote quae in omnibus id commune habet,
quod patens sit, maior autem aut minor, et magis aut
minus distincta eius a calice facies, cum ad cognoscen-
dam plantam vix aliquid conferat, pro naturali distin-
ctionis nota sumi non potest. Nostra praeter alia
et foliis et corolla tam peculiaribus donata est,
vt alterutro a congeneribus facile distingui possit,
id quod ex sequenti descriptione patebit.

Quatuor arbusculas sub nomine Aceris Tataricî Mori fo-
lio Gerb. hortus noster alit, quarum duae subdio, et to-
tidem in ollis crescunt. Posteriorum vna 4 circ: pedes alta est,
altera paullo procerior, ambae pollice non multum cras-
siores sint, et in ramos ab imo ad summum diffundi amant.

Caudex rectus, cortice cinereo, striis quibusdam emi-
nentibus albidis exasperato, tectus.

Rami crebri, coniugati, cruciati, qui in alios mino-
res eandem dispositionem seruantes, rursus diuiduntur; iunio-

res virides sunt cum tinctura rubri coloris et striis albis longitudinalibus et eminentibus, adultiores eiusdem cum caudice coloris.

Folia coniugata pariter et crutiata, semipendula, duas et tres uncias longa, vnum et duos pollices lata, plerumque cordato oblonga, acuta, saepe etiam subrotunda, imo non raro, minora praesertim, ovalia, inferiori extremo integerrima, margine vt plurimum sinuata, aut leuiter angulata, non raro etiam biloba quasi aut et triloba, omnia acute et inaequaliter serrata, tenera, vtrinque glabra, adulta laete viridia, iuniora rubentia, pro more venosa, venis raras albas cum aetate euanescentis lanuginis specie obductis, quae in maioribus praesertim circa infertionem petiolorum, et copiosior est et diutius durat.

Petioli foliorum fere longitudine, tenues, infra convexi, supra leui sulco exarati, purpurei, in iunioribus ramis pilosi, ad angulum semirectum exstantes, in aetate proejectioribus glabri, horizonti paralleli.

Flores racemosi in summis ramis. Pedunculi vniuersales inter unciam et tres pollices longitudine variant, petiolis tenuiores sunt, teretes, glabri et viridi colore insignes; partiales in ramos variae longitudinis diuisi, quorum singulis singulae ligulae lineares exsuccae, rubentes subiectae sunt, pro ratione altioris aut humilioris eorum situs longiores aut breuiores. Maximae, quae infimis petiolis subiacent, 2 longitudine et $\frac{1}{2}$ lin. latitudine vix superant.

Perianthium quinquefidum, laciniis ovatis, concavis, margine pilosis, erectis et fere conniuentibus, albis cum pauca viridi tinctura.

Corolla

Corolla alba, pentapetala, petalis lingulatis, apice obtusis, conuolutis et intra calicis lacinias delitescens, quae si extenduntur, tertia parte perianthio longiores sunt.

Filamenta octo, longitudine expansae corollae, filiformia, alba per interstitia petalorum erumpentia, plerumque erecta. Antherae ochroleucae ex rotundo non nihil depressae, quatuor sulcis longitudinalibus exaratae, quorum duo oppositi profundiores sunt.

Germen pilosum hirsutia cum aetate evanescente. Stylus filiformis, per dies altius excresecens, uti recte Cel. Linnaeus observavit, in floribus enim recens explicatis, stigma dumtaxat sine ullo styli vestigio apparet, qui tamen procedente tempore longitudinem staminum fere assequitur. Stigmata duo, tenuia, acuta, alba, cornuum instar reflexa. Receptaculum crassum, luteum, in ambitu, si ope lentis aspicias, sinuatum, germen intra se abscondens.

Capsulae duae ovales, compressae, basi coalitae, ala sesquialtera parte longiori, apice subrotunda, terminatae, quae tamen minus diuergunt, quam in aliis congeneribus fieri solet. Semina in singulis capsulis singula ex atro rubentia videntur.

Ex data descriptione apparet corollam patentem seu, quod idem est, petala patentia, et petala laciniis calicis aequalia, quae tanquam notae characteristicae Aceris adhuc habitae sunt, et prima a Cel. Linnaeo, altera a Cel. Halleo in definitione generis assumpta est, locum in characteris generis iam retinere non posse: in characteris enim generico naturali, (omnis autem rite constructus respectu cognitarum

rum specierum pro naturali habendus est) ipso Cel. Linnaeo Auctore, notae omnibus speciebus non conuenientes excludi et solae conuenientes retineri debent.

Prodiit e feminibus a b. Gerbero olim missis et Martio mense huius anni primum floruit.

Icon ramum ex iunioribus sistit, in qua tamen error a pictore commissus est, quod foliorum cruciata dispositio non expressa sit, a. est flos in calice delitescens, b. corolla e calice exenta. c. fructus maturus, quem e feminibus Gerberianis, quae afferuntur, delineari curavi, cum nostra non maturauerit.

Inter descriptas plantas et sub dio crescentes nulla notabilis differentia est, si altitudinem, quae in posterioribus dimidio minor, excipias.

FRA



DE
BESTIIS MARINIS.

AUCTORE

Georg. Wilhelm. Steller.

Multa animalia immensum Oceanum alere, quae hodie-
num incognita sint, nemo dubitat, qui perpendit per-
multas terras, permulta Oceani loca esse, quo Europaeo-
rum curiosa audaxque industria nondum peruenerit, adeoque
nec contenta eorum lustrare potuerit. Est autem res cum
animalibus marinis ita, quam cum terrestribus comparata:
Quaedam ubiuis locorum habentur, pro Climatis alimen-
torumque diuersitate vel solam magnitudinem, vel co-
lorem, vel pilorum mollitiem aut prolixitatem et per
consuetudinem longam speciem mutant, translata in aliud
clima longo intervallo specificam differentiam rursus exuunt
et ad primam redeunt. Ita Equi Europaei in Sibiriam
translati sensim minores et duriores, in Indiam vel Chi-
nam aduecti denuo gracilitate et paruitate tantum augen-
tur, vt successu temporis peculiarem speciem constituent.
Iacutica iumenta in terras Kamtschaticas translata non tan-
tum mole insigniter augentur, verum fertiliores euadunt,
quod et ad portum St. Archangeli missis eo iumentis con-
tingit. Oues Anglici in Sueciam aduecti ob lanae nobi-
litem post breue tempus non tantum pilos, sed et magni-
tudinem mutarunt. Si quis hoc non aduerteret, in sola Si-
biria Animalium species immense augetur: exemplo sint
sciuri ad Obium grandes longo albide cinerascete pilo ve-
stiti, Obdorici tertia parte minores denso breuiorque pi-
lo, Bargusinenses nigro, Werchoianenses e nigro et ci-
nereo varii, quae vero differentia omnis, quod magnitu-
dinem

Tom. II. Nou. Comment.

O o

dinem

dinem concernit, pilorum densitatem a climate, quod pilorum colorem a victu proficiscitur: vbi Larices folio non deciduo seu Cedri vulgo dicti et Pini, ibi pilus cinereus albicans, vbi larices folio deciduo, abietes, ibi nigro pilo occurrunt. Inter animalia marina sola Phoca est, quae non tantum vbiuis terrarum in Oceano, verum in mari Balthico, Caspio et lacubus nullam cum mari communicationem habentibus, vt in lacu Baikal et Oron, quouis tempore inuenitur, intercedit nihilo tamen minus haec differentia, vt Phoca Oceanica communissima a reliquis omnibus specificè colore distincta sit, gaudet nempe pilo lactescente ac in posteriori corporis medietate maculam maximam castaneas colore aemulantem obtinet, quae tertiam partem integri corii occupat.

Distinguo autem phocas ratione magnitudinis in tres species, in maximam, quae magnitudine Taurum superat, ac solummodo in oceano Orientali a gradu latitudinis 56. ad 59. occurrat, ac in colis Kamtscharicis Lachtak vocatur. Mediae magnitudinis, quae omnes Tigridum instar, multis exiguis maculis variae sunt, 3. infimae magnitudinis, vt Oceanica, quae tam in mari Balthico, quam circa portum Sti Archangeli, in Suecia, Norwegia, America et Kamtschatka capitur, et lacustris dulcium aquarum monochroa seu unicolor, vt Baikali, ea coloris argentei. Si vero quaeratur, quare hoc solum amphibii genus vbiuis terrarum in Oceano et lacubus degat, causam reddo, quod vniiformi et vbiuis terrarum reperiundo victu vtatur scilicet piscibus et carnibus, aliter se res habet cum Manati, quod certis solummodo fucis marinis vescitur non vbiuis obuiis et ob structuram corporis in locis vadosis non vbiuis vivere possit. Lutra marina cancris et conchyliis victitans,

ob

ob clausum foramen ouale non vbiuis et sub quacunq̄e profunditate maris hunc cibum nancisci potest, hinc laxosa, ruinosā et vadosa litora Americana et insularum in canali et terrae Kamtschaticae frequentat. Leo et vrsus marinus animalia migrantia eadem ratione vt anseres, cygni, recessus maris et incultas insulas quaerunt, quo ibi a pinguedine se liberare, veneri indulgere et partum edere possunt, quibus peractis auium more domum redeunt. Amphibium Bieluga voracissimum animal ea eligit loca, vbi sinus longi nec adeo spatioſi recessus maris, quo piscibus in angustias coactis liberalius et citius pasci possint, qualia sunt loca, ad ostium Vd flumii, Ochoti, et sinus maris ad ostium Olutorae flumii. Rosmarus ob dulce otium loca inculta vel minus habitata et ob pinguedinem nimiam refrigerium in glacie quaerit, quod cum ad ostium Obii, Ieniseae, Lenae, Kolymae et circa promontorium Tschuktschicum quouis anni tempore sit, ea loca amant.

Balaena otium amans maria petit minus nauibus frequentata, cum vero loca septentrionalia talia potissimum sint, ea frequentant, somno capiendo, partui editendo et lusibus venereis exercendis destinant.

Rationes igitur, quare reliqua animalia amphibia non omnia, sed certa solummodo Oceani loca inhabitent, e natura animalium petenda sunt, quibusdam victus, aliis otii dulcedo, aliis aliae proprietates limites ponunt ac habitacula determinant.

Habent vero animalia marina omnia vel figurae vel morum quidpiam cum animalibus terrestribus commune, ob quam similitudinem vel a plebeijs primo intuitu cum certis quibusdam animalibus comparantur, et inde nomen

fortiuntur. Sic turba philosophorum meminit Taurorum, Equorum, Luporum et allegoriis inhiantes hominum monachorum aliorumque. Memoratu dignum visum fuit, quod Rutheni nautae vel prima vice conspecto Manati illam Korowa Morskaia (Корова морская) tam apte, quam Angli et Belgae Vaccam marinam vocarint: Sibutscha (Сивуча) Leonem, Kot (Комб) Ursum marinum. Lutram criteria naturae non attendentes minus adaequate Bobr Morskoj. (Бобр морской).

Innotuerunt autem animalia haec omnia ante dimidium saeculum demum, et quidem Lutrae marinae Marc - grauius, sed admodum breuiter et obscure meminit, leonis et vrsi marini curiosissimus navigator Dampierus, Manati tam docti multi, quam Dampierus: vt autem verum fatear, doctorum descriptiones mutilae et imperfectae et plurimam partem fabulosae et falsae sunt, Dampierus contra, quantum ab illiterato desiderari potest, verissima descriptione doctos multis parasangis superauit.

Non autem credendum quasi plura ignota, stupenda et miranda animalia hic locorum non essent nisi haec, quorum descriptiones dabo: nam si animo tempestas, locus et tempus fauissent, eiusmodi curiositatum diuitiis historiam naturalem forte auxissem, qualibus optarem, cum discrimen iter tam longinquum et ignotum aggrediendi adirem. Ita vero vestigia saltem animalis ignoti cuiusdam in Schumagini insula visa narro, ac imperfectam firmiae marinae sciagraphiam infero, harumque mutila mentione meae aliorumque voluptati parento.

Quia

Quali cum successu litora maris circa kolymae fluvii ostium sequenti anno lustraturus sum, dies docebit; animum meum incenderunt sceleta mammontea, traditiones de his minus sufficientes, nec dubito, si Americana nobis litora notiora evadent et hoc mirabile subiectum forte innotescet; nec mirum est talia hucusque ignota et incognita esse, a quorum indagatione vasto interiecto mari prohibemur, quam potius ea nos fugere, nostraque culpa in tenebris perire, nostroque silentio inter fabulosa reponi, quae in ea terra absque multo labore haberi possunt, quam nos curiosi incolimus: in postremis Asiae et Rossiaci Imperii terminis cognoui dari Scytharum Suhac inter fabulas repositum, etiamnum sub eodem nomine in deserto Aso-wiensi et illo, quod Saporozkientes Casaci inhabitant, esseque capram monocerotem Cosaccis vulgatissimum animal mensisque illorum notissimum; dari Lupum Scythicum Aristotelis ibidem colore nigrum, vulgari longiorem, brevioribus pedibus instructum, valde rapacem et crudelem: dari animal circa Woronesch et Astracanum similitudine canis latrans, dolosum, crudele, somno sopitos invadens, omnia e domiciliis clam rapiens, quod forte Hyaena veterum: nec magis in votis habeo, quam quod perlustrata Sibiria desertorum lustrationem, si nemo hanc in se suscipit spartam, mihi commendare, meque si mea conamina placent, eo muneris ergo in exilium ad aliquot annos mittere dignentur, quo aevum ibi longum trahere possim, quod nimis breve futurum hariolor.

	Poll.	Dec.
Extrema caudae pinnae cornua a se inuicem distant : - - - - -	78	
haec est pinnae latitudo.		
Pinna alta - - - - -	8	8
Labium interius totum scoparum instar villosum , asperum , longum - - - - -	5	2
- - - - - latum - - - - -	2	5
Labii superioris et exterioris versus mandibulam inferiorem obliquata area setis longioribus candidis vndique hirta , lata - - - - -	14	
- - - - - alta - - - - -	10	
Labium inferius setis orbem , nigrum , glabrum versus sternum decliue , cordiforme latum - - - - -	7	4
- - - - - altum - - - - -	6	8
Alabio inferiori vsque ad sternum - - - - -	54	
Diameter oris ad oris froenum - - - - -	20	4
A gula vsque ad Oesophagum - - - - -	32	
Ventriculus latus seu longus potius - - - - -	44	
Totus intestiorum tractus a gula vsque ad anum - - - - -	5968	
Adeoque 20 $\frac{1}{2}$ vicibus integro animante longiora		
A pudendo ad ani sphincterem - - - - -	8	
Diameter asperae arteriae infra glottidem - - - - -	4	2
Altitudo cordis - - - - -	22	
Latitudo cordis - - - - -	25	
Longitudo renum - - - - -	32	
Latitudo renum - - - - -	18	
Longitudo linguae - - - - -	12	
Latitudo linguae - - - - -	2	5

Lon-

	Poll.	dec.
Longitudo papillarum - - - - -	4	
Longitudo ossis humeri - - - - -	14	5
Longitudo vlnae - - - - -	12	2
Longitudo capitis a naribus vsque ad occiput in sceleto . - - - - -	27	
Latitudo occipitis. - - - - -	10	5.

DESCRPTIO PARTIVM EXTERNARVM.

Animal hoc fere marinum nec amphibium, perperam illud tradentibus autoribus nonnullis, relationibus nauigantium sinistre acceptis, tradentium, quod circa litora et fluuios gramina depascatur, quod non de graminibus terrestribus sed fucis submarinis prope litora crescentibus intelligendum erat, vt foedum valde et turpe Cel. Clusio, qui corium integrum stramine suffarcinatum viderat, visum fuerat, tale et viuum reuera, verum insuper et mirabile est, si formam, motum et vsum spectes. Corio tegitur **crassissimo**, cortici potius annoſae quercus, quam corio animalis simili, nigro, scabro, rugoso, scruposo, duro ac tenaci, pilis orbo, vix securis aut vnci aciei obnoxio, pollicem i. crasso, at cum transuersim inciditur, ligno **Ebeno** tam glabritie, quam colore simillimo, haec vero cortex exterior non cutis, sed cuticula est in dorso glabra. A nucha vsque ad caudae pinnam non nisi rugis circularibus tantisper superficietim inaequalis, latera autem valde scruposa sunt, ac multis acetabulis prominentibus, pezizas referentibus, horrida, praecipue circa caput. Cuticula haec totum corpus crustae instar ambiens, crassitie pollicem non raro attingit, e meris tubulis conflatur eadem ratione, ac in arundine videmus Hispanicae Mambu Indorum et Sinen-

nensum : Compages horum tubulorum ad perpendicularum
 cuti insunt, secundum longitudinem a se inuicem findi
 et diuelli possunt, tubuli singuli inferiori parte, qua cuti
 implantantur, subrotundi, conuexi, bulbosi sunt; hinc cuti-
 culae frustum auulsum corii Hispanici instar tuberculosum,
 cutis autem subiacens netricum digitalis instar totidem mi-
 nutissimis ac copiosissimis foveolis excauata, quae antea cu-
 ticulae tubulorum bulbosorum receptacula fuerunt. Inde ve-
 ro quod tubuli hi arctissime sibi inuicem accumbunt, te-
 naces, humidi et tumidi sunt, cuticula horizontaliter dissecta
 non apparent, sed superficies glabra se offert, qualis unguis
 animalis cuiusdam incisae, quam primum vero frustum suspen-
 ditur, soli exponitur et siccatur, fissuras agit perpendiculares et
 corticis instar frangi potest, ac tubulosa haec structura clare in
 conspectum venit. Per hos tubos tenuis saltem serosus mucus
 exefritur, in lateribus et circa caput largior, in dorso paucior.
 Dum animal per aliquot horas in sicco litore iacet, dorsum
 siccum euadit, caput autem et latera continue madent. Data
 autem videtur haec crassa cuticula potissimum ob duas cau-
 sas. 1. Ne cum in locis saxosis, asperis et hyeme inter
 glaciem continuo viuere debeant ob victum cutem abra-
 dant, vel fluctibus acrioribus agitati lapidibusque, ut saepe
 vidi, allisi pereant, hac lorica muniantur. 2. Ne calor
 vitalis nimium transpirando dissipetur aestate, vel plane op-
 primatur hyemis frigore. Etenim non in profundo maris,
 ut alia animalia et pisces delitescere, sed semper dimi-
 dium corpus frigori pabulando exponere tenentur.

Obseruabam in multis a mari in litus eliminatis mor-
 tuis cuticulam in saxis hinc inde abrasam mortis causam ex-
 titisse, quod potissimum a glacie hyberno tempore accidit.

Tom. II. Nou. Comment.

P p

Ob-

Observabam multoties in captis et vincto ad litus tractis animalibus non tantum a fortissima vibratione corporis et caudae ac renitentia cum pedibus anterioribus defiliisse ingentia frustra cuticulae, fractam fuisse angulae similem cuticulam brachia praefinientem et caudae pinnam, quae omnia meam opinionem certiore reddunt.

Eiusmodi cuticula in nulla prorsus re mutata Balaenam ambit, licet eiusdem nulla apud auctores fiat mentio, eaque fere tota in Balaena calendis Aug. in insula nostra eliminata mortua abradebatur, dum per aliquot dies ab vndis hinc inde iactata et faxis illisa fuerat donec ad litus veniret.

Cuticula haec dum madet, nigro fusca est veluti corium pernae fumo siccatae, dum vero siccescit tota nigra evadit.

In aliquibus cuticula haec candidis maiusculis maculis et zonis variegata, qui color ad cutem usque continuat.

Cuticula haec circa caput, oculos, aures, mammas et sub brachiis, ubi scruposa, vndique insectis obsidetur et infestatur; contigit autem saepe numero, ut cuticulam omnino perforent et ipsam cutem laedant, quo casu ab extravasata Lympha vel corrosis glandulis pinguedinem velut in cellulis servantibus, verrucae grandes et crassae oriuntur eadem ratione ac in Balaenis, dictaque loca saepe pessime foedant.

Sub cuticula cutis delitescit, totum corpus ambiens, haec 2. lineas crassa, mollis, alba, firmissima, structura et robore plane talis, qualis in Balaena, iisdemque visibus destinari potest.

Caput

Caput comparate ad reliquam vasti corporis molem paruum, breue, ac indiscretum, figura oblongum, quadratum, a vertice versus maxillam inferiorem subinde latius. Vertex ipse planus, cuticula nigra valde scruposa veluti lacera ac tertia parte reliqua cuticula tenuiori ac cito abcessibili rectum. Caput ab occipite versus nares decliue, a naribus versus labia itidem decliue, extremum rostrum 8. pollices altum, ac repente a naribus versus occiput crassescit.

Rictus oris quidem non supinus, sed lateribus contiguus, labium autem superius et exterius adeo magnum, planum, ad froenum oris obliquum et super mandibulam inferiorem tantum elongatur, vt solum caput intuenti rictus veluti supinus seu inferius locatus appareat.

Rictus oris ipse pro magnitudine animalis non adeo magnus, nec vero ob victum a fucis marinis maior necessarius.

Labia tam superiora, quam inferiora geminata sunt, ac in externa et interna diuisa.

Labium superius externum extremum rostrum oblique praefiniens, dimidium circulum refert, planum, tumidum, crassum, 14. pollices latum, 10. pollices altum, colore album glabrum, permultis colliculis seu tuberculis obfitum, e quorum singulorum centris setae candidae diaphanae 4. 5. pollices longae exeunt.

Labium superius internum 5. poll. longum, 2. latum, ab externo quaquauersum discretum, basi externo tantum labio adnatum, palato imminet, linguae vitulinae instar totum villosum, ac scoparum instar asperum. Os a parte superiori firmiter claudit, mobile est, auerrun-

candis et ori ingerendis fucis motu suo inferuit, eadem enim ratione ut equi et boues diductis ac quodammodo foras flexis labiis pabulantur.

Labium inferius itidem geminatum, externum nigrum, glabrum, fetis orbium, rudi cordis figura ac veluti mentum, si ita nominare licebit, latum 7. pollices, altum 5.

Labium inferius internum ab externo tantisper separatum villosum, clauso ore non apparet, quia externum arcuatum huic imminet, ac labio superiori interno oppositum os firmiter claudit.

Vbi mandibula inferior superiori applicatur, spatium illud, quod vtramque clausam intercedit, congerie densa setarum valde crassarum sesquipollices longarum candidarum, impletur, quae faciunt, ne quid inter masticandum ex ore excidat vel aquis firmul eluatur, quae constanter una in os irruunt, et clauso ore per hos hiatus denuo expelluntur.

Setae autem hae crassitie calamos columbinos aequant, candidae sunt, intus fistulosae, subtus bulbosae, structuramque pilorum nostrorum sine microscopii ope pulcherrime oculis offerunt.

Si animal primum in ventre iacet, extremum rostrum in perpendiculo a naribus ad labia 8. poll. altum, tam a naribus versus labia extrema, quam versus oras mandibulae superioris laterales trochi more anterius rotundatur, crassius euadit, ac ambitu suo repente augetur. Labia externa valde tumida, crassa et inflata sunt, ut in catis crebris ac amplis poris pertusa, e quibus singulis setae robustae albae prodeunt, sensim crassiores, quo propiores rictui ipsi

ipsi evadunt : inter omnes fetas crassitie eae eminent , quae intra labia vtriusque mandibulae prodeunt , in auellendis facis dentium vices subeunt , et ne quid inter mastigandum ex ore excidat prohibent. Inferior maxilla superiori brevior , sola mobilis , labia autem vtriusque maxillae vt in iumentis mouentur. His plantas submarinas , quas brachiis auertruncarunt a faxis , rigidis , et esui minus aptis radicibus et caulibus ita detondent , vt veluti cultri obtusa acie abscissa appareant. Quae ab vndis aucto aestu in litus eliminatur , ac igentibus aceruis ad litus iacentes hospitium horum praesens hospitium litus obambulanti indicent , hunc in finem cum caules marinarum plantarum tenaciores ac crassiores quam terrestrium plantarum , labia etiam multo robustiora ac duriora structa sunt , quam reliquorum animalium terrestrium omnium , hinc et labia esui inepta , nec elixatione , nec alio quocunque modo emolliri possunt , interna labiorum structura ita comparata est , vt discissae velut tabulam Schachariam eminentissimis areolis constantem referant , sunt scilicet innumeri minutissimi , crassi , rubri , rhomboidei vel trapezoidi muscoli , quibus aequali numero alii albi tendinosi reticuli instar cellulosi pinguedinem fluxilem continentes interfeminati sunt. Haec labia mediante aqua elixata pinguedinem omnem facillime largiuntur , qua exhausta cellulae albae velut tot reticula tendinosa apparent. Ratio huius structurae triplex mihi videtur.

1. Vt robor labiorum ac densitas augeantur nec noxae cuidam externae facile obnoxia sint.

2. Cum caput et caudae horum musculorum ita disposita sint , vt caput , rictum oblique , caudae scil musculorum oblique verticem spectent , ac ita finibus et ini-

tiis suis labia veluti sertum efficiant, vt pondere grauia labia facilius attolli et moueri possint.

3. Vt ope huius structurae labia spiritaliter quodam modo moueri possint, nec opus habeant, cum caput difficulter mobile ob continuam crassam crustam, vt quoties fucum tenacem auellere velint totum corpus mouere necessum habeant.

Masticationem absoluunt praeter normam omnium animalium, non dentibus, quibus in vniuersum carent, sed duobus ossibus validis, candidis, seu dentium integris massis, quarum vna palato, altera maxillae inferiori infixae et huic apposita est.

Insertio ipsa seu connexio prorsus insolita, nec nullo noto nomine exprimi potest, Gomphosin vocare non licet ob id, quod ossa non infiguntur maxillis, sed multis papillis et poris, poris et papillis reciprocis palati et mandibulae inferioris recipitur. Praeterea a parte anteriori membranae papillari labii superioris interni, ad latera vero oris striatis ossis, a parte posteriori duplici apophysi palato et mandibulae inferiori inseritur, et hac ratione firmatur.

Ossa haec molaria subtus multis foraminulis pertusa, velut netricum digitale vel spongia, quibus arteriae et nervuli eodem modo vt dentibus animalium inseruntur, superna parte glabra et multis canalibus tortuosis et undulatis excauata ac eminentiis intra hos elata, quae eminentiae sub masticatione a canalibus appositi ossis ita excipiuntur, vt fuci intra haec veluti intra fullonum afferes seu molas manuaras comminuantur ac subigantur. Ossa haec, quae clarius docebunt, quae descriptione minus intelligibilia sunt, delineari curauim.

Tab. XIV.
fig. 1.

Na

Nares in summa ac extrema parte capitis sitae sunt, vt in equis, duplices sunt, columna crassa cartilaginea 1 $\frac{1}{2}$ pollicem lata interseptae. Nares ipsae 2. pollices longae et totidem diametraliter latae, patulae, introrsum vero multis curuaturis seu labyrinthis tendentes, nares intus validissimae rugosae ac multis nigris poris pertusa neruea membrana obuestitae. E singulis poris setae prodeunt fili satorii crassitie $\frac{1}{2}$ vnciam longi, euulsu faciles, illudque praestant, quod vibrissae in aliis animalibus.

Oculi exacte in medio inter extremum rostrum et aures siti, summis naribus paralleli, vel tantillum saltim altiores, in tam vasto corpore minutissimi sunt, nec ouillis maiores, foris neque ciliis, neque villo alio externo apparatu instructi, sed e cute, foramine peruo rotundo $\frac{1}{2}$ pollicem vix in diametro patente, cernui. Iris oculorum nigra, bulbus liuidus, canthi oculorum non apparent, nisi discissa cute circa foramen oculi, ad maiorem oculi cantum eadem prorsus ratione, ac in lutra marina crista cartilaginea erigitur, quae exigente necessitate totum oculum cooperit et nictitantis membranae munere fungitur abstergendis et eliminandis forte inter pascendum illapsis iniuriis peridonea. Crista haec cartilaginea auersa parte sacci lacrymalis vnum parietem constituit, cum quo communi neruea membrana coniungitur, sacco lacrymali discisso multus mucus tenax in eius cauitate repertus, saccus ipse facile castaneum capit, intus glandulosa membrana obducitur.

Aures exterius exiguo saltim foramine, vt in Phoca, patent, ne minimo auris externi vestigio, foramina autem nec nisi solertissime rimanti in conspectum veniunt, fora-

foramen scilicet aurium a reliquis scruposis poris discerni nequit, vix stylum calami gallinacei crassitie admittit, canalis aurium internus glaber est et politissima nigra cute obducitur, hinc facile separatis musculis, occipitis colore suo se prodit et in conspectum venit.

Lingua 12. pollices longa $2\frac{1}{2}$ lata, bubulae par, apice acuminata, in superficie limae instar villis breuibus aspera, ac ita intra fauces reconditur, vt multis lingua carete visum fuerit animal, vtcumque enim manu protenditur, frenum tamen oris non attingit, sed $1\frac{1}{2}$ pollices ab illo deficit, quae si longior esset, vt in aliis animalibus, masticationem ossibus perficiendam impediret.

Caput indiscretum pariter ac collum, ita reliquo corpori iungitur, vt nullatenus discerni possit, ea prorsus ratione, ac in in piscibus omnibus, quod tamen collum obscure refert, ipso capite dimidio breuius, teres ac ambitu occipite gracilius est. Nihilo tamen minus non tantum vertebris instruitur mobilibus, verum actu ipso mouetur, isque motus solummodo iuter piscendum viuo animali obseruabilis, inclinatur enim caput eadem ratione ac boues in sicco, crassa saltim et deformis cuticula quietum aut occisum animal, velut immobili collo praeditum esset, oculis offert, nullis omnino vertebrarum vestigijs extantibus.

A scapulis vsque ad vmbilicum corpus subito latius se diffundit, et abhinc versus anum denuo subito gracilescit, latera subrotunda ventricosa sunt pariter ac venter, qui ab immensa intestinorum mole tumidus, elasticus, ac veluti vter inflatus, ab vmbilico versus anum sensim decliuus, pariter ac a mammis versus collum.

Dor-

Dorsum in pinguibus, quales vere et aestate sunt, e plano modice conuexum, hyeme vero, quando macilenta sunt, planum et ad spinam dorsi vtrisque veluti fossa excavatum, quo tempore omnes vertebrae cum spina dorsi apparent.

Costae vtrisque ad dorsum in arcum eleuantur et vbi vertebrae dorsi per amphiatrosin, vt in homine, iunguntur, denuo arcus more deorsum tendunt, et in eo loco vtrisque, vbi vertebrae iunguntur, fossam duplicem secundum dorsi longitudinem efformant.

A vertebra 26. cauda incipit et 35. vertebrae continuatur. Cauda ab ano versus pinnam sensim attenuatur, non tam plana, quam potius leuiter quadrangula est, omnes scilicet caudae vertebrae duas epiphyses et 4. processus habent, inter quos processus laterales lati, plani et apice resimi sunt, superior vero in dorso seu spina acuminata est, inferior, os est latum planum figura Lamdae Graecorum, hoc coniungitur corpori costae per lineam, ac robustissimis ligamentis et tendinibus cum illo confirmatur. Musculi caudae quadruplici posito cauitates has vertebrarum et angulos inter processus implent, vnde cauda ipsa quadrati oblongi, obtusanguli formam nanciscitur.

Cauda reliquum crassa, validissima, pinna nigra durissima, rigida praefinitur, non in radios diuisa, sed continua, substantia costis balenarum sartoriis similis, adeoque ex meris lamellis sibi inuicem incumbentibus, veluti vnico continuo asserere constat. Pinna haec ad vnum dorantem ab extremitate lacera est et rudioribus aristas aristatas quodammodo piscium pinnas obscure refert. Pinna ipsa caudam praefiniens 78. pollices lata seu longa 7 $\frac{1}{2}$.

Tom. II. Nou. Comment.

Q q polli-

pollices alta, sesqui pollices crassa est, musculis caudae veluti per Gomphosin inseritur seu canalem triangularem.

Caudae pinna leuiter forcipata est, ac ambo cornua eiusdem magnitudinis, aliter ac in piscibus marinis grandioribus, vt Galeis et similibus, in quo cum Balaena conuenit, ita et caudae pinnae vt in Phocaena et Baleana lateribus, non vt in plerisque piscibus, dorso parallela existit, motu caudae placido, versus latera placide antrorsum natat, versus dorsum et ventrem corpus impetuosisime propellit et trahentium inimicorum manibus subducere tentat.

Curiosissimum omnium in quo animal hoc ab omnibus tam terrestribus quam marinis amphibis et animalibus discrepat, brachia sunt seu si maui pedes anteriores, scapulis scilicet statim a collo duo brachia iunguntur 26 $\frac{1}{2}$ poll. longa, binis articulationibus constantia, superius os humeri cum scapulis per arthrodiam articulatur.

Cum vlna et radio sicut in homine: vlna et radius praefiniuntur cum metatarso et tarso, digitorum aut nulla vestigia adsunt aequae ac vnguium et vngularum, verum tarsus et metatarsus solida pinguedine, multis tendinibus et ligamentis cute ac cuticula ita ambiuntur, vt amputatum membrum humanum cum cute obductum: tam vero cutis, quam praecipue cuticula ibi multum crassior, durior ac ficcior, adeoque brachia extrema chelas potius aut vngulam caballinam obscure referunt, verum vngula caballina acutior et magis acuminata adeoque fodiendo aptior est, supine chelae hae glabrae et conuexae sunt, inferius planae, quodammodo excauatae ac innumeris densissime positis setis; vnciam longis veluti scopae asperae.

Vidi

Vidi in quodam animali chelas has in duas partes velut ungulam bouillam diuisas, diuisura autem haec rudis admodum et in cuticula saltim erat, casu potius, quam naturae industria facta, eo facilior ac possibilior, quo magis cuticula chelas obtegens ob ariditatem suam ad fissuras disposita.

Exequitur autem homo hic Platonius, vt Clariss. Ioh. Raio iocari placuit, brachiis his varia munia, his natat veluti branchialibus pinnis, his graditur in vadoso litore ceu cum pedibus, his firmat et continet se inter lubrica saxa, his fodit et auerruncat fucos et gramina marina a saxis, vt equus pedibus anterioribus, his innititur et validissime restitit, dum vnco petitus ex aquis in sicum trahitur adeo vt cuticula haec brachia circumdans fissa frustim defiliat, denique oestro libidinis percita foemella supina in dorso natans superuenientem amasium his amplextur et tenet, seque vicissim amplecti patitur.

Mammae duae in pectore sitae sunt praeter normam aliorum animalium, eo prorsus loco et forma vt in homine sub vno quoque brachio, mamma vna in diametro sesqui-pedes longa, conuexa, multis spiralibus rugis rugosa, glandulosa, praedura, vaccinis durior, absque vlla intermixta pinguedine, panniculus autem adiposus, totum corpus ambiens, solum incumbit eadem, eadem qua alibi crassitie, cuticula vero ibidem tenuior, mollior, rugosior, papilla pariter cuticula nigra in orbem rugosa, sed molli circumdata, sub ipso brachio seu axilla vtrimque pendet, ac in lactantibus 4. pollices longa sesqui crassa, in reliquis autem, qui ablaetarunt aut non dum pepererunt, ita contractae intro et breues sunt, vt verruculae saltim

Q q 2

fortuitae

fortuitae videantur, nec mammae adeo turgescunt. Lac praepingue ac dulce, consistentia ouillo simile vt et sapore, ac saepius e mortuis eadem ratione ac e vaccis solet a me largiter emulsum. Areola circa mammas rugosa valde et parum reliqua mamma elatior, glandulae discissae idem lac fundunt, quod ex papilla compressa collegi, tubuli lactiferi 10. aut 12. in vnamquamque papillam patent. Mammae elixatae vaccinis parum duriores erant, ferinumque leuem odorem spargebant.

Coeunt more humano ita, vt mas incubus foemella succuba sit. Penis maris 32. pollices longus ac vna cum vagina sua abdomini firmissime antrorsum alligatur, ac ad vmbilicum vsque pertingit, reliquum valde crassius ac aspectu obscenus est, equino simillimus, ac simili, maiori saltim, glande praefinitus.

Pudendum foemininum 8. pollices supra anum. Ostium vuluae ferme trigonum, superius scilicet, vbi clitoris imminet, latius, versus anum angustius, rima ipsa 5. digitos compositos non aegre admittit. Clitoris sesqui pollices longa fere cartilaginea, cute valida dura laeuigata circumdata, et multis rugis breuibus in orbem corrugandis inaequalis. Cutis e fusco et albo variegatur, pariter ac vulua ipsa. Labia vuluae valde rigida ac dura sunt, vrethra 5. poll. circiter ab ostio vuluae introrsum in vuluam exoneratur, infra hanc membrana valida, partim musculosa, partim neruea semilunaris, obtensa, vuluam a proprie sic dicta vagina vteri separat veluti vestibulum quoddam, et hymenis speciem offert, tanta autem est apertura. intra cornua huius membranae, vt penis masculi absque vlla difficultate vaginam subire possit. Vagina ipsa 9½ pollicem longa, neruea validissima

lidissima membrana obuestitur, quae secundum longitudinem striata, ac multis fulcis superficiei excavata est: intra hos fulcos glandulae permultae aciculae capitellum non superantes deprehenduntur, mucum excernentes, quo vagina vndique oblinita erat. Abhinc vterus ipse mole felini capitis spaericus apparebat, qui discissus eodem modo ac vagina mucosus erat ac permultis plicis $\frac{1}{2}$ pollicem latis rugosus. Vaginae substantia adeo dura est, vt aegre transversim cultro diffecare potuerim. Ligamenta vteri et tubae prorsus eadem, ac in equis, structura occurrebant.

Anus $8\frac{1}{2}$ pollicem infra pudendum situs, sphinctere non adeo arcte clausus, in diametro 4. pollices latus. Sphincter candidus est, interior autem intestini recti tunica glabra, laeuigata, efusco oliuacea, eadem ac in equis ratione, vbi interdum nigra, interdum alba et maculosa est.

DESCRIPTIO INTERNARVM PARTIVM.

Capita quatuor animalium aperui ac maxima adhibita industria quaesui lapides perperam sic dictos manati, tantum autem abest, vt vel minimum quidpiam lapidi aut ossi simile inuenire potuerim, vt exinde iudicauerim vel ossa illa non in omnibus inueniri, vel inueniri saltim sub certis climatibus, vel quod vero similius Schröderum et alios ossa haec pilae manuariae forma describentes vt parum curiosi et solidi compilatores formam hanc analogia lapidis Bezoardici finxisse rotundam, nec vnquam quae descriperint ossa seu lapides manati oculis vidisse: hinc intelligenda potius esse ossa masticatoria seu dentium massas illas candidas in palato et maxilla inferiori reperiundas, idque eo verisimilius, quo magis Clariss. viri Sam. von Da-

le descriptio in pharmacologia sua his ossibus masticatoriis aptata competit, describit enim forte ex αὐλοφία et, quod mechanismum horum ossium nesciuerit, sequentibus: lapis maris est os crustaceum album, ebori simile ex capite exemptum, idque variforme, quo sine dubio flexus et meandros variformes in vtriusque ossis superficie obuios indicare voluit.

Cranium robustissimum est, cerebri parum habet, cerebrum a cerebello nullo osseo sepimento discriminatur, reliquum nihil singulare inuenire potui.

Oesophagus seu gula valde capax, intus neruea membrana validissima candida circumdatur multisque perpendicularibus rugis et plicis vsque ad ventriculum pergit, ibique antequam deficit permultis appendiculis triangularibus 1. lineam longis praefinitur, sursum Oesophagum versus tantisper reflexis, quarum usum hunc esse puto, vt regurgitationem ciborum in gulam impediunt, ac opinionem praeposteram primo intuitu de ruminatione conceptam refellant.

Oesophagus ventriculo circa medium inseritur, vt in equo et lepore.

Ventriculus stupendae molis est, 6. pedes longus, 5. latus, ac adeo cibus ac fucus repletus, vt 4. robusti viri funi alligatum magno labore aegre e suo loco mouerent ac foras traherent.

Tunicae ventriculi nullo negotio discerni possunt, coniunctim 3. lineas crassitiae aequant. Ventriculum pingue, 2. lineas crassum, prorsus singulare omentum ambit, superiori parte tunicae membranosaе ventriculi circa medium firmiter adnatum, reliquum quaquaversum liberum

rum ac ventriculū potius calore suo fouere, quam continere videtur. Interior ventriculi tunica candida, glabra nec rugosa nec villosa est, quod vero maxime singulare et forte multis incredibile illud est, quod glandulam humani capitis magnitudine oalem non procul ab insertionē Oesophagi in ventriculū inueneram in ipso ventriculo contentam, illique veluti grande aneurisma quoddam adnatum inter tunicam musculosam et neruosam: haec glandula per tunicam villosam multis poris et ostiis patebat, liquorem albidum, consistentia ac colore pancreatico similem in ventriculi cauum copiose fundebat, adhibui huic insolitae rei testem sub-Chirurgum Bettge. Cuius indolis hic succus sit, duplici fortuito experimento cognoui; Nam cum per poros tunicae interioris tubulum argenteum immitterem, ut flatu immisso vias excretorias cognoscerem, tubulus niger euasit, ut argento ab acido sulphuris contingere solet, idem obseruaui cum sub-Chirurgi discipulo Archippo Konowalow imperassem, quo manibus ventriculi contenta eiceret, quo labore finito annulus argenteus digitum cingens eodem colore infectus fuit.

Interior ventriculi tunica a lumbricis candidis pedem longis, quibus totus ventriculus, pylorum et duodenum scatebat, perforata erat, et lumbrici in glandulae cauum usque penetrauerant, glandula discissa copiosum succum fundebat. Non licuit posthac plures ventriculos examinare ob id, quod necessario auxilio carebam, nec cum paucis animal semel inuenire iacens in dorsum vertere possem, propterea dubito, an haec glandula res constans, vel potius morbidum quid fuerit.

Pylorus

U. O. P. M.

Pylorus ita amplus et tumidus erat, vt primo intuitu pro ventriculi secundario seu Echino haberem, ac de duobus reliquis inueniendis sollicitus essem, ob id quod animal ruminari crederem, discisso autem pyloro aliter edoctus fui, et ex eius structura ventriculo simili pylorum esse cognoui, meo autem infortunio accidit, vt cum ventriculus cum hepate ob nimiam molem eximi integre nequiret, adiuncti insuper mei ad vnam horam saltim Tabacco, quod loco pecuniarum erat, conducti, laboris peracti fierent, pancreas vna cum ductu suo in duodenum pariter ac ductus cholodochi discinderentur, cognoui tamen pancreas in duos lobos diuisum e multis aliis grandiusculis glandulis conflatum, ac pro mole animalis comparate exiguum esse, quippe vltra 4. pollices longitudine non extendebatur.

Intestina in hoc animali plura sunt, quam in vlllo alio animali, et forte solis balaenae intestinis, quae hucusque inspicere non dum licuit, minora, cauum abdominis vsque adeo replent, vt vtris instar tumidum et inflatum abdomen sit, hinc quando separatis integumentis communibus et musculis abdominis peritoneum vel laeui vulnere affligitur, ventus cum tali sibilo et modulatione exit, quali ex aeolipila solet, ob eandem etiam rationem totum abdomen peritoneo duplici validissimo, membranoso, nerueo ad intestina coercenda obducitur: peritoneum ab osse pubis vsque ad sternum pertingit, costis spuriis vtrimque adnatum, a quibus singulis singuli robusti tendines in multos rectilineos ramos diffusi ab vtroque latere vsque ad lineam albam excurrunt, ac in superficie peritonaei remotis musculis abdominis sibi inuicem occurrentes et se secan-

tes

tes peritonaei superficiem veluti tessellatam tabulam Schariam iucundo spectaculo oculis offerant, ab interiori latere costarum alii similes tendines oriuntur, ac peritoneo ab interiori parte impexi ac subtenfi cernuntur veluti horizontalia fulcra tegminis huius firmitatem augentes, ambae membranae in medio circa lineam albam in vnam coeunt, versus latera autem duplices euadunt.

Discisso peritoneo intestina maxima vi erumpunt, nec villo trahente e pristina sede mouentur, quia constanter ita facta inueniuntur, vt ab Oesophago vsque ad anum vnum continuum fartum farcimen absque villo spatio vacuo referant: intestina tenuia glabra, multa pinguedine obnoluta, alba, teretia, 6. pollices in diametro lata sunt. Si cultri acie vel leuissima apertura procuratur, ridiculo spectaculo, excrementa liquida velut sanguis ex aperta vena cum impetu profiliunt, nec raro spectantium facies hoc saliente fonte irrigabantur, dum vnus alteri per iocum ex opposito canalem aperiebat.

Coecum maximum pariter ac colon ope ligamenti per vnus cuiusque lateris longitudinem producti in multas cellulas diuisum, valvulam autem coli vt vt quaesueram reperire non licuit; vt breui dicam, intestina sola saltim magnitudine et capacitate, structura autem nequidquam ab equinis differunt, ita et huius officinae vltima praeparata equinis excrementis adeo similia sunt forma, magnitudine, odore, colore omniaque attributis, vt vel peritissimo agasoni imponerent ac pro equinis haberentur. Nec diffiteor me primis diebus aduentus nostri in insulam aliquando turpiter deceptum fuisse; pro insigni miraculo habebam, nec quod pueri in faba inuenisse iactabam, cum congelatum

Tom. II. Nou. Comment.

R r

/ et

tale cimmelum inuenirem, incius e quo hospitio venerit, argumentabar ex praemissis falsissimis verissima conclusione huic insulae oppositam esse in vicinia Americam [tunc temporis enim nondum nobis visa erat terra continens ob autumnales nebulas] ratio quod cum equi non habeantur in terris Kamtschaticis, verum in Americae partibus, excrementa autem hucdum integra allata fuisse nec dissoluta, indubium esse signum vicinae terrae.

Totus intestinorum tractus a gula vsque ad anum solertissime expurgato Augiae stabulo mensuratus 5968. pollices conficiebat, adeoque intestina 20 $\frac{1}{2}$. vicibus toto animante longiora sunt.

Mesenterium valde crassum ac pingue, multis glandulis iuglandis et glandis mole obsessum. Vasa lactea, aequè ac lymphatica, licet calentibus intestinis, ob mesenterii praepinguis et crassi opacitatem obseruare non licuit, quippe venae auricularis digiti crassitie liuide et obscure saltim transparent.

Pleuram validissima duplex membrana constituit, inter hanc musculus vnus continuus i. pollicem crassus interiectus, vtrimque latera obuestit.

Vesica vrinaria 2. lineas crassa, validissima, mole humanum caput non superabat, ac bubula minor erat.

Aspera arteria non ex circulis aut semicirculis cartilagineis conflata, sed insolitae prorsus structurae erat. Cartilago vna continua est in spiram contorta, tam interne, quam externe valida membrana continente obuestita, spirae autem arteriae asperae non vbius latitudine aequales sunt, sed in aliquibus locis superioris circuli excauata ora inferioris circuli oppositam eminentiam gibbosam oram excipit,

cipit, adeoque cum ope duplicis membranae arteriam asperam cingentis spirae cœrceantur, ne introrsum vel extrorsum luxentur, per hanc reciprocā vero insinuationem prohibentur annuli ne versus latera luxentur. Hac structura spirali arteria aspera infra glottidem in ramos diffusa in branchias pergit, ac in ipsa pulmonum substantia talis cernitur, forte ob nullam aliam rationem, quam quo continuitate horum spiraliū circularum praegrandem et ponderosam pulmonum molem respirando facilius attollere possit, quo minus muscoli aut aliud quidpiam in dorso sitorum pulmonum motum iuuare possunt.

Glottis ut in boue, epiglottide longe tamen arctius et firmiter quam in terrestribus quadrupedibus clauditur, ita et epiglottis comparate longe crassior est. Diameter asperae arteriae infra glottidem est $4\frac{2}{3}$ pollicum.

Glandula Thyroidea praemagna est discissa copiosum succum fundebat duplicis consistentiae et coloris. Is scilicet, qui e glandulis minoribus et exterioribus discissis exsudabat, lactis colore tinctus erat, consistentior autem huc dum lacte ouillo erat, sapore dulcis, qui vero e media discissa glandula seu receptaculo glandulae in peculiari membranoso sacco continebatur, pultis farinacei consistentia glutinosus, cum leuissima amarulentia subdulcis, colore flavide albus erat. Maximopere dolui, quod antequam huius glandulae curiosior inspectio mihi in ultimo, quod aperueram, animali in mentem venerit non caerim, quo integram asperam arteriam cum gula, corde et reliquis visceribus eximendam curassem, quod vero in tantae molis animante nisi multis hominibus adiuto impossibile est, quo obseruarem, an non succum hunc per ductum aliquem in peculia-

culiare viscus exoneraret, siue ventriculum ex mente Ver-
cellonii vel aliorum, ductum quidem iam abscissum ob-
seruavi, quorsum vero pergat nec vidi nec hariolari volo.

Quod ad cor attinet, illud multis nominibus ab omnium
animalium cordibus differt. 1.) Situ apex cordis versus
sternum oblique, basis vero versus dorsum dirigitur. 2.)
Connexione, cor mediastino non adhaeret, sed quaqua-
versum liberum est et mediastino in vniuersum caret. 3.)
Pericardium quidem habet, hoc vero ipsum cor non pro-
xime ambit, et saccum; sed cavitatem potius spatiosam
in thorace efformat ac thoracem obuestit, superius ver-
sus dorsum, basi cordis, pericardium cordi proximius est
quam vllibi alibi. Cor ipsum cum animal pabulatur cum
pericardio a dorso versus sternum non omnino ad perpen-
diculum sed oblique tantillum pendet, adeoque pericar-
dium ibi mediastini vice fingitur, inferius versus abdo-
men pericardium diaphragmatis interiori parieti affigitur,
vnumque cum illo parietem constituit, ita et pleurae ad
latera adhaeret. 4.) Ratione magnitudinis bilanci appen-
sum pendebat $3\frac{6}{7}$ libr. et longum erat a basi ad apices 2.
pedes 2. pollices, latum ab vnius auriculae extremitate ad
alteram $2\frac{1}{2}$ pedem adeoque latius, quam longius. 5.) Ra-
tione formae latum et crassum magis quam longum, nec
quae omnium praecipua differentia est, a basi versus api-
cem trochl more in vnum, sed in duos apices definit
pro numero ventriculorum, haec vero fissura apicum cor-
dis ad vnam tertiam cordis pertingit, abhinc ambo api-
ces rursus in vnum coeunt, ac septum cordis efformant,
ventriculos cordis discriminans; apex sinister tantillum dex-
tro longior ac ambitu crassior. Vnus quisque ventriculus
cordis

cordis infra septum in apicem suum vterius elongatur, contentæ cordis trabes scil. sulci non tantum magnitudine et robore, sed et numero cordis humani supellectilem vincunt, valvulae eadem tam in pulmonali quam vena caua aorta et arteria pulmonali quae in homine. Basis cordis permulta crassa pinguedine veluti farcimine circumposito cingitur 1½ pollicem lato quaquaversum aequaliter. Infra hanc venae coronariae cordis amplae cernuntur, iatus pariter valvulis obsessae, quas nullibi antea in aliis animalibus observaram. Foramen onale, magna quidem industria pariter ac ductum arteriosum Botalli peruium, sed frustra quaesivi, discissa cavitata pericardii, dimidiam cavitatem liquore pericardii repletam inveni, vt vel hac sola quantitate adducar, quo credam, liquorem hunc praeternaturalem esse sub lenta et anxia morte animalis vndecunque etiam stillet in hanc cavitatem demum collectam.

Pulmones duo praelongi et lati et ad medium abdomen extensi lobi sunt, in quouis latere ad spinam dorsæ vnus, liberi tamen nec vllibi accreti, in quo ab auium pulmonibus, cum quibus situ in dorso conueniunt, discrepant, quilibet lobus membrana exterius validissima obducitur, adeoque si externam structuram et colorem, pulmonum consideres, vix pro pulmonibus habeas.

Hepar duobus lobis praemagnis et tertio plane peculiaris figurae constat, tertius scilicet fere quadratus in eadem fibrorum ferrariorum refert, in medio intra duos maiores locatur, supra illos attollitur ac immediate sterno subiacet, exterius hepar validissima neruea membrana obducitur, ita vt nihil minus quam hepar referat, per hanc membranam in parte gibba venae celiacæ rami valde tumentes

R. r 3

instar

instar arbutuli coerulei transparent. Membrana hac discissa substantia epatis apparet, colore fusca magis quam boum, valde tamen mollis et rarissimae structurae, ita vt ad tactum velut putrida sub manibus diffuat.

Cysti fellea caret, ductus autem cholidochus vt in equo quinque compositos digitos facile admittit, adeoque capacissimus, dimidiam lineam crassus, validissimus, foris albidus, intus croceus est, ac ad ostium in duodenum vna cum pancreatico in vnum canalem coalescit.

Renes iuxta spinam dorsi vtrunque in cavitare lumborum reconditi 32. pollices longi et 18. lati, forma renum ordinaria, validissimae membranae inclusi, qua detecta permulti apparebant renunculi eiusdem formae ac in phoca et lutra marina, verum magnitudine hos multum superant 2 pollices in superficie longi et 1½ lati, pyramidati versus interiores apices; quilibet horum renunculo- rum peculiari vrethere papilla et arteriola singulatim instruitur, vretheres 6. maiores ramos praecipue constituunt, ac tandem per vnum canalem vrinam deferunt in vesicam vrinariam, peluis autem vt in elephante.

Capsulas atrilarias aequae ac lienem ex obliuione preterii, pariter ac interna generationis organa ac multa alia, quae mihi in mentem deiaceps venerant, cum iam plura obseruandi nec tempus nec occasio amplius supererat.

OSSIVM BREVIS DESCRIPTIO.

Ad ossa Manati quod attinet capitis ossa soliditate et robore equina referunt, reliqua vero et magnitudine et soliditate omnium terrestrium animalium ossa vincunt.

Cranii

Cranii ossa coniunctim nec equino capite maiora, nec forma, nec ossium coniunctione multum differunt.

Cranium absque vlla futura integrum anterieus duobus processibus duris versus narium ossa extenditur ac arthro-
dia diarthrodes ossibus nasi et maxillaribus iungitur, ossa vero nasi maxillaribus ginglymo diarthrodes iunguntur. Ossa nasi rudi futura iunguntur. Os temporum cranio futura, os accipitis autem harmonia iungitur, durissimum ac fere faxeum est. Maxilla inferior in adultis ex vno, in vitulis duplici osse constat.

Caput a naribus vsque ad occiput 27. pollices longum, ad occiput 13½ pollicem latum.

Vertebrae in vniuersum 60. sunt, 6. colli, 19. dorsi 35. caudae.

Costarum verarum 5. paria, spuriarum 12.

Vertebrarum colli corpora angusta sunt, generali structura equorum colli vertebris similes, quantum vero differant specialibus quibusdam differentiis, nolo indicare, cum libris et sceleto equino desituar, nec memoriae et phantasiae credam.

Vertebrarum dorsi spinae acutae et latae sunt, ac non obstante crassa cuticula crassoque panniculo adiposo in siccis animalibus valde eminent ac conspicuae sunt.

Vertebrae dorsi e regione ventriculi et hepatis interna parte acuminatae euadunt, reliquae vero omnes rotundae sunt, ac eminentia hac acuminata carent.

Vertebrae caudae singulae processus 4. singulares habent, laterales longae ac latae sunt, exterior processus lateralibus similis latitudine, sed breuior, interiores processus singularia ossa sunt Lamda graecorum exprimentia corpori
verte-

vertebrarum per lineam iunguntur et validissimis ligamentis firmantur. Omnes vertebrae plurimis robustissimis latis tendinibus secundum longitudinem inuicem coniunguntur, et quaquaversum ita obteguntur, ut prae illis nec ossa in conspectum veniant.

Costarum verarum 5. paria sterno iunguntur cartilaginibus, tam verae, quam spuriae omnes solidae sunt, valde ponderosae crassae.

Sternum superiori parte, qua costae iunguntur, cartilagineum est, inferiori versus scrobiculum cordis ad 1½ pedem osseum.

Loco ossis inominati coxae duo ossa, utrinque vnum magnitudine et forma vnam sceleti humani reserentia, ac fortissimis ligamentis ex vna parte vertebrae 35. ex altera ossi pubis iunguntur. Clauiculis caret.

Brachia e 2. ossibus tarso et metatarso constant.

DESCRIPTIO MORVM ET NATVRAE.

Abstinuisssem a proluxa descriptione huius animalis, nisi quae proflent historiae Manati breues, frigidas, fabulis ac falsis suppositionibus scatentes vidisssem pro more seculi prioris et superioris, vbi rerum naturalium scriptores, quae potuerunt oculis videre tantum per transfennam aspexerunt, rimantes occultos animalium mores, amicitias et inimicitias cum aliis animalibus, ingenium et sexcenta alia, nihil omnino ad rem pertinentia, resque clarissimas plusquam cimneriis tenebris inuoluentia.

Ego potius id egi, ut externae formae claram et succinctam ideam darem, dein internarum partium structuram, conuenientiam cum aliis et disconuenientiam scrutarer,

tarer, exinde mechanismos ac naturam animalis declararem, denique vsus partium in cibo, medicina aliisque rebus, postremo quae de motu, natura et moribus ipse vivente animali observarem, verissime adderem.

Ne vero omnia ex voto cederent, in culpa fuerunt, tempestas circa illud tempus, cum caperentur, fere constanter pluviosa, frigida, observationes subditi instituendae, aestus maris, greges nequissimarum Isatidum improbo dente omnia laceffantes et sub manibus subducentes, quippe lustranti animal chartas, libros, atramentarium abstulerant, scribenti animal laceffarunt, ipsius animalis vastitas et partium moles, vbi solus observator et operarius esse debui, reliqui omnes de fruenda naui et liberatione nostra abhinc solliciti erant, qui circa vesperam meis sumptibus ad unam horam conducebantur ad rudes quosdam labores, inscii et pertaesi omnia discindebant, ac pro suo ingenio egerant, eorumque labes et damnum hucdum ne me prorsus destituerent laudari debuerunt. Nullum viscus integrum eximere nec exemptum explicare potui, vt solidi quid agerem, ita vt quantum gaudii e quibusdam observatis, decuplo plus tristitiae ac tedium ex iis conciperem, quae vtilia intacta praeterire debui, adeoque benevolos lectores, ne perlecta hac manca descriptione de mea voluntate et studio, quam potius de circumstantiis iudicare velint rogo.

Praeparavi sceleton vituli manati, cepi cutem cum cuticula seorsim separatam gramine sartam mecum apportare, ac cum haec ob nauigii paruitatem impossibilia viderem, spolia saltim mecum sumere, sed et haec frustra; Ita et cum Leone et vrsu ac Lutris marinis in animo

Tom. II. Nou. Comment.

S s

habui,

habui, nec in Kamtschatico continente spes superest omnium potiundorum, verum actum egi.

Desistam autem quaerelas et impedimenta narrare et primum moneo. Manati non esse bouem Aristotelis, cum nunquam Manati in sicco pascatur et parum interesse an sit, cum non descriperit, imo quod verius, nec viderit nec fando quicquam de hoc animali audiuerit. Secundo moneo, Lopezium Franciscum Hernandes autoptas, et ex illis Clar. Clus. et Raium seductos multa de hoc animali offerre, quae veritati et autopsiae minus consentanea.

1. Caret hoc animal pilis in vniuersum, quod vero pili vocari possent, setae potius aut calami fistulosi sunt, circa os et sub pedibus solummodo obuii.

2. Caput huius animalis non est vitulinum, vt Cl. Clusio, nec bouillum vt Hernand. placuit, sed quoad integumentis tectum, nulli animalium simile, verum suae et singularis formae.

3. Pedes in vniuersum vnguibus destituuntur, verum cutis eas ambit, ea prorsus ratione, ac amputatum membrum, ita vt super cute incedat eo loco fetis hirta.

4. Aequè falsum est, quod Hernandes vngues humanis similes huic animali tribuat, quo Vaccam homini Platonico similiorem redderet, cum digitis in vniuersum careat, simul ac vnguibus, nisi forte vngula equi, cui quodammodo similis, vnguis humani specie cuidam imponat.

5. Ita et vel ex hoc patet quantum huic studio tenebrarum offundat, si falsa praesupponimus et falsiora conclusione elicimus, vt interim aliquid dicamus. Quod omnes auctores vnanimiter affirmant, animal hoc fluuios ascendere et gramina, quae secundum ripas deprehendere possit,
de-

depasci, cum forte a plebeiis audiuerint graminibus vesci, verum non in terra crescentibus, sed fucis marinis.

6. Nec speciem veri habet, quod tradant super saxa iacere, in continentem exire., vt taceam disparatam omnino huius animalis structuram esse ad motum in sicco: contigit quidem vna vice, vt somno sopito animali retrocedens mare vndas subtraxisset ac animal in sicco relinqueret, sed et inerme et fuga sibi consulere impotens miserime propterea fustibus et securibus oppressum fuit.

Manuescere hoc animal credibilius esset, quam quae de mira eius sagacitate historiologiae circumferuntur, cum propter nimiam stupiditatem et vorandi auiditatem, vel non mansuefactum mansuetum sit. Contigit mihi infausta occasione per 10. menses horum animalium mores et consuetudines quotidie ante tugurii ostium obseruare, hinc quae mihi verissime obseruata fuerunt, breuibus subiungam.

Amant haec animalia loca vadosa et arenosa circa litus maris, lubentissime autem degunt circa ostia riparum et fluuiolorum, aquarum irruentium dulcedine allecti, et quidem semper gregatim; nondum adultos ac tenellos ante se quidem agunt in pastu, verum a tergo et latere sollicitate cingunt et medios semper in grege seruant, aestu aucto tam prope ad litus accedunt, vt non tantum baculo a me et lancea saepe petiti fuerint, sed et manu interdum illorum tergora demulcerem. Illata fortiori iniuria nihil aliud agunt, quam quod a litore longinquius discedant, post breue tempus obliti iniuriae denuo accedant. Degunt communissime in vicinia integrae familiae, mas cum foemella adulto vno et paruula tenella prole: monogami mihi videntur, quouis anni tempore pariunt; communissi-

me autem autumnno , vt ex paruulis recens natis circa illud tempus diuinabam , hinc vero , quod primo vere potissimum generare obseruauī , conclusi vltra annum foetum in vtero gestare , non plures vno vitulo parere , ex cornuum breuitate et bino mammarum numero concludo , neque praeterea plures vno vitulo vnquam circa matrem obseruauī.

Vorant autem haec voracissima animalia indefinenter , ac prae nimia auiditate caput semper sub aquis habent , parum sollicita , de vita ac securitate , ita vt cymba vel nudus , medius inter ipsos versari , ac quemcunque e grege vnco ferire velis , secure eligere possis , omnis sub pastu labor ille est , vt elapsis 4. aut 5. minutis nares ex aquis exferant , aerem et pauillum aquae cum strepitu equorum ruspationi simili efflent : inter pascendum autem vnum post alterum pedem lente antrorsum mouent , adeoque partim placide natant , partim quasi gradiuntur , vt boues et oues inter pascendum. Dimidia pars corporis , tergus scilicet et latera eminent semper ex aquis : inter pascendum lari dorso insidere solent , ac pediculis illorum intra cuticulam haerentibus recreari , eadem ratione ac cornices porcorum et ouium pediculis solent. Denorant autem non omnes promiscue fucos , sed praecipue Crispum Brassicae Sabaudicae folio , cancellatum 2.) fucum clauae facie , 3) fucum Scuticae antiquae Romanae facie 4.) fucum longissimum limbis ad nervum undulatis : vbi vel per unum diem hospitati fuerint , ingentes radicum et stipitum acerui a fluctibus in litus eliminati cernuntur. Ventribus repletis aliqui inter illos supini in dorso omnitant , retrocedente aestu ne in sicco relinquuntur , retroceduda litore longinquius , hyeme a glacie circa litus natante saepe suffocantur et mortui in litus eiciuntur , quod et fit , si vndis
impe-

impetuosè circa saxa ventilatis impliciti saxis illiduntur, hyeme adeo macilenta sunt haec animalia, vt praeter spinam dorsi omnes costae appareant. Vernali tempore more humano cœunt, ac praecipue circa vesperam tranquillo mari, antequam vero congregantur, praelodia muta venerea praemittunt, foemella placide natat hinc et inde in mari, mas vero semper sequitur, hunc foemella tam diu multis gyris et maeandris eludit, donec morae ulterioris ipsa impatiens velut delassata ac coacta se in dorsum resupinet, quo facto mas furiosè superueniens libidinis tributum soluit, ac ambo in mutuos amplexus ruunt. Captura illorum magno ferreo vno peragebatur, cuius cuspis ancrae spatulam referebat, altera extremitas mediante ferreo annulo funi praelongo ac valido alligabatur, hunc vncum sumebat vir robustus, ac vna cum 4. aut 5. aliis cymbam conscendebat, et lente vno tenente gubernaculum 3. aut 4. remigantibus properabat ad gregem. Percussor stabat in prora, vncum manu tenebat, quam primum veno adeo prope erat, vt e cymba ferire posset, feriit, quo facto 30. viri in litore stantes, altera funis extremitate arrepta animal tenebant, et inter anxios resistendi conatus magno labore ad litus trahebant, qui vero in cymba erant alio fune se firmabant, ac animal continuis ictibus adeo defatigabant, donec lassatum et quietum penitus pugionibus, cultris ac variis armis conficeretur et in contententem traheretur. Quidam e viuo animali ingentia frustra excindebant, omne quod animal agebat illud erat, vt caudam vehementer vibraret, anterioribus brachiis adeo reniteretur, vt saepe ingentia cuticulae frustra defilirent, insuper valide et velut cum gemitu spirabat, e dorso vul-

nerato sanguis salientis, fontis instar in altum spargebatur, quam diu caput sub aquis occultaret sanguis non effluebat, quam primum vero elato capite spirabat, sanguis denuo profilibat, ob id quod primum pulmones in dorso iacentes vulnerarentur, qui quoties aëre denuo implerentur, robur sanguinis proficientis auferent, e quo phœnomeno vix non concludebam circulum sanguinis in hoc animali vt in phoca duplici ratione absolui, in libero aëre per pulmones, sub aquis vero per foramen ouale et ductum arteriosum, licet ambo non inuenerim: quod vero simul respirarent aliter ac pisces propter deglutitionem ciborum solidorum potius quam propter circulationem promouendam contingere arbitror.

Facilius autem capiuntur adulta et praegrandia animalia, quam vituli, propterea quod vituli longe impetuosiori motu mouentur, et licet vncus integer maneat, cute tamen rupta libere euadant, quod non semel attentatum.

Quodsi vero animal quoddam vncō captum moueri impetuosius incipit, vicina saltim in grege et propinqui mouentur, et ad auxilium ferendum captiuo incitantur. Qua propter alia dorso cymbae euerfionem moliuntur, alia funi incumbunt eundemque rumpere satagunt, aut vibratione caudae vncum e vulnerati dorso emouere allaborant, quod aliquot vicibus non infeliciter tentarunt. Curiosissimum ingenii et amoris coniugalis argumentum est, vt masculus captam et vncō tractam foemellam, postquam liberationem eius omnibus viribus sed frustra tentasset, multisque verberibus propterea a nobis affectus fuisset, nihili tamen minus ad litus vsque prosequeretur et aliquot vicibus insperato veluti sagitta emissa ad illam iam defunctam appropinquaret.

Altero

Altero die cum summo mane accederemus, quo carmen in frustra scinderemus, ac domum portaremus, masculum rursus foemellae suae adstantem inuenimus, quod et tertia hucdum die vidi, cum propter lustranda solum intestina solus accederem.

Quantum ad vocem mutum est animal, nec ullam vocem edit, sed fortiter solum spirat, et vulneratum velut suspiria ducit. Oculis quantum valeat et auribus, affirmare non audeo, vel saltem ob id parum vident et audiunt, quod caput subinde sub aquis contineant, imo animal ipsum usum horum organorum negligere et contemnere videtur.

Inter omnes, qui de Manati scripserunt, nemo plenior et curatior curiosissimo ac diligentissimo Capitaneo Dampiero concinnauit in itinerario suo Anglicano idiome edito 1702. Londini. Nec quidquam perlegenti mihi censura dignum videbatur, licet pauca quaedam in nostrum animal non quadrarent, refert enim dari 2. species Manati, quarum vna plus oculis minus auribus, altera plus auribus minus visu valeat, quae vero affert de venatione huius animalis, quod Americani absque vilo strepitu et voce accedant, ne fugent manati, citra dubium ita est in locis, vbi crebro capiuntur, ac homines sibi obnoxios esse longo vsu didicerunt, eadem ratione ac Lutrae, Phocae, Isatides, quae in hac deserta insula nunquam antea hominem viderunt, aut securo otio indulgentes turbati fuerunt, a nobi aduenis in insulam Beringii absque vilo labore occidebantur, cum iam aequae ferae redditae sint, ac in terris Kamtschaticis, ac non tantum viso hoste, sed nare vestigia diuinante, fuga sibi praecipiti consulant.

Acci-

Accidit aliquoties, vt animalia haec circa promontorium Kronozkoi Nos dictum aequae ac circa finem Awatscha a tempestatibus mortua eliminarentur, vocantur a Kamtschadalis ob victum sua lingua Kapustnik, **Kraut Emser** quam rem demum post reditum 1742. cognoui. Quod denique ad usum partium huius animalis attinet, cutis crassa firma ac tenax ab Americanis ad soles cakeorum, cingula, prodente Hernandes, adhibentur. Cutem audio a Tschuktchis ad lintres adhiberi, qui eandem baculis distendere et eadem ratione usurpare solent, ac Koraeccica gens coria phocarum maximarum Lachtak dictarum.

Pinguedo sub cuticula et cute totum corpus ambiens palmum, in aliquibus locis vix non dodrantem crassa, glandulosa, consistens, candida, soli vero exposita butyri martialis instar flavescens, vt gratissimi odoris ita et saporis est, cum nulla marinorum animalium pinguedine conferenda, quin imo quadrupedum adipi longe anteposenda: praeterquam enim, quod diutissime etiam calidissimis diebus conseruari potest, nec rancorem, aut foetorem vllum contrahit, excocta ita dulcis et sapida, vt omne butyri desiderium nobis excusserit, sapore ferme ad oleum amygdalarum dulcium accedit, iisdemque vsibus omnibus, quibus butyrum, destinari potest: in lampade elare absque fumo et foetore ardet. Nec forte eius vsus in medicina contemnendus est, quippe aluum leniter soluit, poculis ebibita neque nauseam, neque appetitus deiectionem procurat, et vt puto calculosis pluris, quam ossa masticatoria seu lapides sic dicti Manati prodesset. Pinguedo caudae durior ac consistentior adeoque cocta delicatior. Caro fibris quodammodo robustioribus ac crassioribus ac bubula constat, rubi-

rubicundior terrestrium animalium carnibus, et quod mirum, etiam calidissimis diebus in libero aere diutissime absque foetore servatur, licet vermibus vndeque obsita sit. Rationem huius rei allego, quod cum animal a solis fucis et herbis marinis sustentetur, fuci autem hi parviori sulphure, largiori portione salis marini et nitri consent, salia haec sulphuris exhalationem, carnis emolliationem et resolutionem, eadem ratione prohibeant, ac salia inspersa carni, aut muria salis, idque eo magis, quo intemius haec salia substantiae carnis immixta ac cum sulphureis partibus fortius cohaereant.

Caro licet diuturniori coctione opus habeat, cocta optimi saporis est, nec facile a bubula discernenda. Adeps vitulorum lardum suillum recens ita refert, ut vix discernas, caro autem nec quicquam a vitulina differt, coctione cito emollitur ac durante ea instar suillae iunioris ita intumescit, ut altero tanto maius in olla sibi vindicet spatium, quam antea.

Pinguedo tendinosa, circa caput et caudam vix elixationi paret; musculi contra, abdominis, dorsi et laterum longe praeferendi sunt, salitaram non tantum, ut multi putarunt, non respuit, sed tantum mansuescit, ut bubulae salitae per omnia similis euadat et sapidissima.

Viscera cor, epar, renes, nimis dura sunt, nec multum nobis expetita erant ob id, quod carniarum maxima copia esset.

Pondere animal adultum circiter 8000. libras 80. centenarios seu 200. pud Russica pendet.

Tanta autem est multitudo horum animalium circa hanc unquam insulam, quae Kamtschatkae incolis alendis constanter sufficit.

Manati peculiari insecto veluti pediculo infestatur, hoc plerumque brachia rugosa, mammas, papillam, pudendum, anum et scruposa acetabula cuticulae occupare et inhabitare solet. magno numero, ac dum cuticulam et cutem perforant, ab extraneato liquore lymphatico verrucae hinc inde conspicuae oriuntur, ita et insecta haec Laros inuitant, ut tergis horum animalium in haerentia rostris suis acutis gratam hanc venentur escam, animalibus autem ab iis vexatis amicum et gratum officium praestent.

Insecta haec dimidiam plerumque unciam longa, annulosa, hexapoda, candida aut subflava, diaphana sunt. Caput oblongum, acutum, milii semine maius. E fronte antennulae geniculatae duae breves $\frac{1}{2}$ lineam longae exporriguntur. Loco mandibulae inferioris duo tenuia, bis articulata brachiola squillae instar habet, extremitate acutissima et clauata. Reliquum pro numero pedum, senis conflatur annulis, in dorso conuexis, $\frac{1}{3}$ lineae latis, thoracis autem annulus duplo latior, reliqui caudam versus sensim angustiores. Thoracis annulus dimidiam lentem refert: huic ad latera par chelarum crassarum binis articulationibus adnascitur. Chela quaeuis aculeo flexili praefinitur, quibus firmissime Manati cuticulae infixis adhaeret, reliqui pedes graciliores, omnes aculeis praefiniti et sensim breuiores. Vltimae duae breuissimae, e caudae annulo orbiculari egressae ipsum corpusculum praefiniunt, ac dum insectum graditur, dirigunt.

DE-

DESCRIPTIO BESTIAE MARINAE DAMPIERO

Primum visae et sub nomine Vrsi marini descriptae. Russis vocatur Kot, gentilibus ad Sinum Penschinicum Tarlatschega. Descripta d. 28. Maii 1742. in insula Beringii. Maximae circiter 1820. pud Russica aut 800. libras pendent.

Ad Scalam Anglicanam dimensiones habuit sequentes.

	Poll.	Dec.
Ab apice rostri vsque ad pesteriorum pinna- torum pedum digitos medios extremos	90	2
Ab apice rostri ad apicem caudae - - -	79	4
Cauda brevis longa - - - - -	2	
Pes pinnatus posterior longus - - - - -	22	8
Pinna posterioris pedis ad exortum lata -	6	1
Ab exortu pedis posterioris ad vnguium radices	12	8
Vnguis maximus, medii digiti, longus -	1	3
Vnguis idem latus - - - - -		4
Pinna ipsa posteriorum pedum extremitati- bus expansis lata - - - - -	12	2
Pedes pinnati anteriores longi - - - - -	24	
Pes pinnatus anterior ad exortum latus -	8	
Pes pinnatus anterior ab apice exteriori vsque ad pilorum initium, transuersim latus -	12	
Ab initio pinnae, qua pili deficiunt, vsque ad vnguium radices - - - - -	14	2
Vngues quantum prominent, nec sub cute delitescunt, lenticulares, 2. lineas longi et totidem lati.		
Ab apice labii superioris ad nares - - -		8
Altitudo narium ovalium - - - - -		8
Columna narium lata - - - - -		4
	T t 2	Ab

	Poll.	Dec.
Ab apice labii superioris vsque ad oculi canthum maiorem - - - - -	5	2
Ab oculi cantho maiori ad minorem - -	1	6
Ab apice labii superioris vsque ad auricularum radices - - - - -	8	3
- - - - - ad oris frenum	3	5
Aures longae - - - - -	1	8
Mandibula superior prae inferiori prominens	1	9
Altitudo rictus aperti - - - - -	4	3
Setae mystacis longissimae - - - - -	6	
Peripheria capitis post aures - - - - -	30	4
Peripheria corporis ad humeros - - - - -	60	
Peripheria ad anum - - - - -	20	
Ab apice rostri vsque ad vaginae penis aperturam	60	2
Ab apice rostri vsque ad anum - - - - -	70	3
Totus intestinorum tractus a gula ad anum itaque intestina 15. vicibus toto animali longiora sunt.	1440	
A gula vsque ad pylorum. - - - - -	90	
In infantulo recens edito intestina 13. saltem vicibus animali longiora erant.		

FORMAE AC PARTIVM EXTERNARVM
DESCRIPTIO.

Animal hoc marinum fere amphibium, vel praegrandi vrsu maius, figura capitis et corporis nulli animalium inter terrestria similis est, quam vrsu, si pedes et posteriorem partem corporis excipis, haec enim peripheria sua subito decrescit, debilis et gracilis euadit, ac in conicam figuram abit.

Caput

Caput vrsinum quidem refert, sed ob cutem crassam et subiacentem panniculum adiposum ibi 8. lineas crassum, vrsino multo crassius est et rotundius, licet musculis, cute et pinguedine spoliatum oblongum et parum ab vrsini sceleti capite differat.

Os paululum vt in vrso et canibus protractum, versus oculos frons subito in gibbum assurgit. Extrema pars capitis, nares, carne dura, nigra, pilis carente, rugosa, cute vt in vrso et canibus praefiniuntur. Nares ouales, duplices, patulae, simili columna cartilaginea interseptae.

Labia extrorsum tumida, barba quadam prolixa, sed rara, e fetis candidis, rigidis, plerumque trigonis variis ordinis, longitudinis atque crassitiei, constante superbit, setae longissimae 6. pollices aequant.

Labia introrsum versus fauces rosei coloris, fuscis maculis varia, laciniata ac serrata sunt prorsus vt in canibus.

Fauces ad rapinam aptae, vtriusque maxillae dentium acutissimorum serie circumseptae sunt, quorum alterius ordinis acies alterius interstitium mutua commissura ita excipit, vt rictum suum ad rapinas aptum eo arctius claudere, et praedam semel arreptam minime excidere sinat.

Dentium numerus, ordo et figura sequens.

In maxilla superiori dentes incisores habet 4
Hi incisores in summitate duplices geminati et, vt ita dicam, bifurcati sunt, hinc dilacerando et firmiter apprehendendo eo aptiores, hi autem incisores extremum rostri occupant.

Iuxta hos vtrunque vnus caninus 4. lineas longus, acutissimus et in fauces recurvus.

T t 3

2
Hos

Hos denuo in vnoquoque latere caninus 8. lineas longus, acutus, in os recuruus comitatur, quibus ferocissime in pugna sibi inuicem vulnera infligunt, iisque vtuntur eadem prorsus ratione, vt apri inimicum sursum feriendo, praecipue iis, quae in inferiori maxilla habentur.

Latera maxillarum denuo 6. in vnoquoque latere acuti canini dentes armant, locumque molarium occupant, quibus in vniuersum carent, e quo colligo rapacissima, crudelia animalia esse, omniaque vix non integre, discerpta saltim, deuocare; hi dentes saltim quantum e gingiuis prominent 2. lineas longi sunt.

Adeoque coniunctim dentes maxillae superiori insunt 20

Maxilla inferior gaudet incisoribus prioribus 4
similibus caninis i. pollice longioribus, interna parte, qua fauces spectant cultellatis. - - - - 2

- Loco molarium in quouis latere - - - - 10

- Caninos rectos vt insuperiori maxilla - - 5

Adeoque dentes in vniuersum - - - - 30 habet.

Palatum rigidum asperum, in hoc tonsillae paruae loco ordinario suspenduntur.

Lingua instar vitulinae papillis aspera, ipso apice vt in phoca bifida, 5, pollices longa, sesqui lata, sub lingua vtrimque ad frenum duae appendiculae breues conspiciuntur, tres lineas longae, fauces intus albae sunt.

Oculi valde prominentes, ampli, magnitudine fere bovillos attingentes: iris nigra, pupilla Smaragdi instar lucet, maioris glandis plumbeae mole: pupilla exempta viscosa est,

est, et veluti e gummi Arabico conflata, coctione vt in piscibus induratur et candida euadit. Oculi externe palpebris instruuntur et ciliis, oculos panniculus carnosus in cantho maiori delitescens vt in noctua, phoca, manati, lutra marina exigente necessitate obuelat.

Auriculae externae vt in leone marino et lutra marina se habent, paruae, acutae, conicae, rigidae et erectae sunt, breuissimis pilis tectae, intus glabrae et politae, rima saltim oblonga et angusta patentes, quas, dum sub aquis moratur, contrahere et, ne aqua irruat, claudere potest, post aures sub cute parotides, oui columbini magnitudine iacent, e multis paruis et laxae cohaerentibus glandulis conglobatae.

Collum crassum, pariter ac reliquum corpus, ac satis bona proportione gaudet, circa lumbos vero ad anum vsque subito decrescit; curiosissimum et in quo ab omnibus animalibus terrestribus et maritimis, excepto leone marino, primo statim intuitu distinguitur, pedes sunt tam anteriores, quam posteriores.

Pedes 4. quos quadrupedum instar habet, voco pinnatos, ob id quod illis incedat, iisque insistat quadrupedum more, anteriores ossè humeri, vna, radio, carpo et metacarpo imo digitis constant; posteriores ossè femoris, tibia, fibula, tarso, metatarso ac digitis: pinnatos vero voco, quod anteriorum pedum digiti, in vnam massam coaliti, pariter ac posteriorum, qui laciniatis et membrana intercedente coniunctis digitis, hucdum clarius palmipedum pedes referunt, pinnarumque vsum natando praestant.

Pedes

Pedes anteriores non ut in phoca sub cute latitant, verum integre, ut in quadrupedibus exferuntur et extrorsum apparent, pilis teguntur; carpus, metacarpus et digiti pilis orbi, cute nigra teguntur, superne glabra, inferne fulcis ac rugis ut vola manus incisa, inque unam massam coaliti spatulam referunt vel vomerem. Carpus 7. constat ossiculis, ossium tarsi humani figura, ossa metacarpi atque digitorum nihil vere a naturali lege aberrant.

Digitus 5. habentur, pollex tribus ossibus articulis constat ac epiphyssi cartilaginea molli, ut reliqui omnes, reliquis digitis longior est, caeteri sensim breviores pari ratione ac pollex pedum humanorum. Ob id propter incessum solum fabricati pedes anteriores videntur.

Digitus 2dus tribus pariter articulis ac simili epiphyssi cartilaginea constat, verum tantillum brevior est.

Digitus 3. et 4. quatuor articulis suffulciuntur, verum tertius brevior secundo et 4tus tertio.

Digitus quintus duobus saltim articulis gaudet, ac reliquis omnibus brevior.

Exterius tam in prona, quam supina parte pedum, nec vola, nec vestigium vllum articuli aut digiti cuiusdam conspicitur, sed vna massa vnumque solidum corpus videtur, structuram autem internam duo saltim obscura indicia produnt: nam in exteriori glabra parte pedis regioni articulorum extimorum digitorum, vbi epiphysses cartilagineae iunguntur, unguiculi tenuissimi et minutissimi, vel potius rudimenta unguiculorum cernuntur, quos natura potius ne quid desit, quam quod profint, addidisse videtur; hoc enim certo scio nullius vsus et emolumenti esse: alterum indicium est, quod vomeriformis pedis posterior

margo

margo quinque obtusis laciniolis veluti undulatus sit, pro numero digitorum. Pinnatorum horum anteriorum pedum vsus duplex est 1.) vt illis natet, hisque si velit sese in superficie aquarum contineat, iisque ad latera expansis in aquis ad perpendicularum erectus stet; alter vsus est, vt illis incedat, ac erectus iis insistat, eadem enim ratione posterioribus pinnis copori substratis, anterioribus innixas sedet in faxis ac canes. In vtroque casu digiti et epiphyse cartilaginei plantae, carpus et metacarpus calcanei vices obeunt. Cum autem corpus grande ac valde ponderosum sit, eundem in finem anteriores pinnati pedes crassiores, latiores et robustiores a natura formati sunt.

Pedes pinnati posteriores natando magis, quam incessui apti sunt, ac exigente necessitate manuum vices suppleunt: Eadem enim ratione vt canes, posterioribus pedibus caput et aures et quidem frequenter scalpunt, hic enim vere solus otiosorum in continente animalium labor est. Enati sunt pedes posteriores in extrema corporis parte post anum, vt in phoca, colymbis, alca, graculo marino et aliis auibus marinis multum natatu, parum incessu valentibus, adeoque proxime adhaerent corpori, vt singuli scorsim quidem moueri, diduci tamen nequeant, hinc incedens animal in continente podici innixum et posterioribus pedibus ad latera expansis, anterioribus saltim graditur, et posteriorem partem corporis vna cum pedibus veluti inutile pondus, post se trahit, quibus fugientes in arena ad litus sulcos et canales veluti vomere ducunt, ac propterea ne arena sub ventre aucta impedimento sit, non recta, sed serpentina linea fugiunt.

Tibia et fibula sub cute delitescunt, nec extrorsum exseruntur, tarsus vero et metatarsus solummodo libere prominent et pilis teguntur, digiti autem 5. simili cute glabra et subtus virgata obducuntur, ut digiti anteriorum pedum: digiti autem multum longiores sunt, quam in anterioribus pedibus: extremus digitus officio pollicis fungens, tertia parte reliquis latior et eiusdem cum sequenti longitudinis, tres reliqui eiusdem latitudinis, infimus vero seu ultimus eiusdem cum pollice latitudinis, at reliquis breuior uno pollice; quatuor reliqui aequaliter longi sunt. Sunt autem pinnati pedes hi tenuiores anterioribus, ac digitorum articuli latiores, planiores et tenuiores; articuli quidem coniunguntur cute glabra, post articulos autem, ubi epiphyses cartilagineae incipiunt, pedes fissi et ut in palmipedibus quibus soluti sunt, adeoque pinna extrema [quantum cartilaginea] in 5. lacinias diuisa, singulaeque cartilagineae ad latera membrana augentur, ut in pedibus colymborum, quod ideo fit, ut exigente necessitate pinnam diducere, vimque corpus propellendi citius in aquis augere, natatumque accelerare possint. Extremitates harum laciniarum subrotundae sunt, pariter ac superiora digitorum interstitia, ubi cutis in lacinias abire incipit, digitorum quisque 3. articulis gaudet, excepto pollice, qui modo 2. fulcitur, tertium vero seu extremum articulum quemque unguis praefinit, oblongus, acutus, superne convexus, inferne excavatus: unguis pollicis et intimi digiti perparui, nullius usus; in tribus mediis digitis vnus eiusdemque longitudinis et latitudinis sunt, inque vna serie secundum latitudinem locantur, apophyses autem cartilagineae ultra tres quatuorue pollices hucdum exprorectae molles et, dum
animal

animal se fricat, deorsum pendent, nulloque impedimento sunt. Multum ab initio dubitavi, antequam usum vnguiclorum in vivis animantibus cernerem, quid sibi vngues. hi in mediis digitorum laciniis velint, cum nec apprehensioni, nec incessui firmando inferuiant, si autem extremas epiphytes terminarent, ut in aliis animalibus, nihil omnino proderent, quia nulli stabili corpori, verum molli, scilicet cartilagini affixae forent: Sulci autem subtus pedibus insculpti efficiunt, quo firmitus lubricis faxis insistere, ac super iis incedere possint.

Cutis quatenus pilis orba ita firmiter inhaeret ossibus, et mollibus cartilaginibus, ut nullomodo inde separari possit, nisi feruente aqua, aut vsulatione, quae res parando, exuvio moram non exiguam imponit.

Cauda curta conica, apice acuminata, 2. pollices longa, post anum depressa, in interstitio pedum haerens, cute pilosa laxa circumdatur, ita ut ossa caudae sub cute veluti vagina recondita sint, ac pro lubitu emitti et reduci possint.

Penis 11. digitos longus, fulcro osseo 5. pollices longo praefinitur, eiusdem formae, ac in lutra marina. Post fulcrum penis osseum corpora spongiosa habentur.

Scrotum infra anum, cutis pilis carens nigra, rugosa, testiculos duos oblongos inuoluit.

Anus in extrema corporis parte intra pedes posteriores. Sphincter ani laxus valde, nigra rugosa cute obducitur.

Cutis crassa, ut in phoca: pili ut in phoca, sed quadruplo altiores ac erecti valdeque dense positi: fundus cutis mollissima lanugine tegitur, quae lanugo spadicei

vel subrufi non nihil coloris est, vt lanugo capreae Plinii. Pili longiores maribus senioribus circa collum, 2. pollices longi, erecti ac rigidi, hinc animal in ficco degens multum crassius videtur, quam in aquis, cum pili madidi sunt, et corpori apprimuntur: pili hi insuper nigri sunt, apices vero in valde senibus canescunt, in foemellis cinerei sunt, in multis pili omnes partim cinerei, partim subrufi sunt. Ob hanc pilorum crassitatem ac rigiditatem, ac cutis pondus, pelles parui penduntur, nec in censum veniunt, sed obducendis cistis, vt phocarum pelles, adhibentur. In terris Kamtschaticis a gentilibus soleis illis praegrandibus ligneis, quibus super nivem hyeme incedunt, subiiciuntur. Cui vsui ob pilorum glabritiem et densitatem in plano, ac rigiditatem in ascensu montium accommodatissima sunt. Rustici in Sibiria fimbrias pelliciorum his obducunt, recens nati autem pilo molliori cuti appresso aterrimo et prae nigrore splendente donantur. E ventribus matrum praegnantium excisorum infantulorum pelles Wiprotki a Russis dicti, his pulchriores, valde aestimantur, integrae vestes ex illis consuuntur, hinc et pretium harum in dies crescit, me 1740. veniente singulae emebantur 25. hastulis, cum vero 1742. ab itinere reuerterer 80. hastularum pretio vendebantur, aduulorum pelles dimidio vel vno rubello constant. Parui in insula Beringii meis manibus vestem e pellibus recens natorum catorum, eamque, memoriae ergo, serus mecum apportabo.

DE-

DESCRIPTIO PARTIVM INTERNARVM.

Sub cute delitescit panniculus adiposus, totum corpus vndeque ambiens, ac peripheriam corporis vt in phoca insigniter augens, hic panniculus in capite 1. ferme pollicem in dorso et reliquo corpore 4. pollices crassus est, candidissimus, in foemellis gracilioribus masculis 2½ pollicem, in infantulis recens natis 8. lineas crassitie aequat.

Adeps horum animalium consistens in cellulis et vesiculis reconditus, non in liquamen abit vt phocarum, sed affando elici debet, seniorum pinguedo refrigerata congelatur, ac fuillo adipi similis euadit, iuniorum vero oleaginosus et liquidus manet. Seniorum masculorum adeps et caro ob id negliguntur, quod veratrum respiciat hocque odore cito nauseam excitet, vix enim vnus nostrum ab eius commestione a vomitu et appetitus plenaria deiectione liber euasit: foemellarum autem caro delicatissima est, agnorum carni et pinguedini sapore similis, cito autem rancorem contrahit, nec diu seruari potest. Infantuli assati delicatissimi sunt, nec a porcellis assatis multum differunt, mihiq; obambulantem et lustrantem insulam gratissima esca fuerant, vbiuis obuia, nec vel minimum aduersum odorem spirant.

Cerebri multum habet, ac longe plus comparate quam lutra; licet animal longè stupidius et ferius sit. In cerebri structura nihil inueni singulare.

Pharynx valde amplus, intus membrana rugosa alba obuestitus. Oesophagus et ventriculus plane talis, qualis in phoca, in hoc nihil nisi parum fuscae spumae inueni, quamuis vtriculi instar valde inflatus erat, vasa breuia vtriculi ad vnam lineam supra ventriculum elata inflata,

sanguine turgida coerulea erant, aspectu iucundissimæ, arbusculam referebant ramosam. Haec simili ratione in leone marino et lutra marina inueni, in phoca autem saltem graciliora et minus conspicua.

Splen $1\frac{1}{2}$ pollicem latum, $1\frac{1}{2}$ pedem longum nihil singulare obtulit. Totus intestinorum canalıs a gula ad rectum vermibus 2. 3. pollices longis setiformibus albis obsessus erat, quos cum aqua marina hauriunt.

Intestina 15. vicibus toto animante longiora vbiq̄ue sibi aequalia sunt, excepto solo recto, et plane talia, qualia in mustelis obseruaui, tenuia digiti auricularis crassitie, minorã multum quam in phoca et lutra marina, absque vllis valvulis et rugis, caret insuper valvula coli et appendice vermiformi coeci, ita et intestina prorsus ab omni materia vacua ac collapsa erant, multa pinguedine circumdata, in duodeno parum saburrae flavae instar meconii, ac in recto feces luteas compactas humanis non absimiles graveolentes reperi.

Peritoneum firmitus ac in aliis terrestribus animalibus, pellucidum et neruosum est.

Omentum tenuissimum breue ad umbilicalem saltem regionem pertingit, vt in phoca.

Pancreas vtrinque ad duodenum e multis glandulis iuglandis mole conflatum, vltra pedem longum, ductu vrsungiano gaudet.

Mesenterium duplex tenuis membrana est multaue pinguedine abundat, glandulam pancreas afelli continet, ac insuper multis aliis minoribus hinc inde disseminatis.

Diaphragma totum musculosum 3. 4. lineas crassum, validius longe, quam in animalibus terrestribus, in vno
lak

faltim loco vt vena caua tranfit, membranofum et tantillum diaphanum eft.

Pulmo colore bubulam refert in 6. lobos diuifus, huius duo maiores lobi cor fupra auriculas vtrimque operiunt, tertius ad apicem cordis pertingit, quartus et 5tus finiftrum cordis latus, fextus dextrum ambit.

Aspera arteria valde capax, imperialem transmittens, epiglottide inftrecta, ex integris validis cartilagineis annulis conftrecta, autequam pulmones intrat, in duos ramos diuaticatur, quorum quifque denuo in tres alios, annuli ramorum omnium in ipfa pulmonum fubftantia integri funt, graciliores faltim et flexiliores, quod in nullo antea animali obferuauit, inde igitur vox ftenoria, grauis fremitus et fumus ex iratorum faucibus exhalans, facile concipi potefit.

Cor pericardio inuolutum, pericardium autem vltra dimidium liquore pericardii plenum erat. Vaciffimum enim animal eft, nec cito validiffimis ictibus conficitur. Externa et interna ftructura fua a phocarum corde nihil differt, latius eft quam longius, ac vtrimque compreffum a latere. Vafa coronaria cordis valde tumida, grandia, hinc et diu poft mortem confpicua funt. Flatus immiffus in maximum ramum vaforum coronalium attollit arteriam et auriculas, ramorum autem extrema inflata ipfos ventriculos.

Foramen ouale apertum habet, vt phoca, auriculae magnae tenues, intus multis fibris nerueis intertextae funt. E dextra auricula polypum radiofum exemi. Columnae in ventriculis cordis digiti auricularis craffitie funt, conicae

cae, superiores cum inferioribus fibrarum validarum neruearum plexibus coniunctae.

Hepar praemagnum in sex grandes et longos lobos diuisum, quorum quisque in tot alios et lacinias subdiuisus vt horum numerus, si quis scrupulose computare vellet, facile ultra 40. affurgeret.

Praeter has lacinias viscus hoc ab aliorum animalium epate differt multis profundis fulcis in eius superficie prone et supine ductis, vt et colore, colore enim flauo buxco magis praepinguium anserum, aut epar mustelae fluuiatilis refert, quam terrestrium animalium, non autem oleagineum est nec in liquorem abit, sed coctum molliissimum instar cerebri est, odorem autem veratri longe copiosiore spargit, quam reliquae partes omnes. In foemellis contra et infantulis ordinario brunneo colore Epatis gaudet, molle est, verum breuius, neque in tot lacinias diuisum quam in mare.

Renes duplici membrata circumdantur, quarum exterior copiosa sua pinguedine substantiam renum plane occultat, interior neruea candida est. Renes ipsi 6. pollices longi et 4. lati, in hoc ab omnium marinorum animalium renibus abluunt, quod non tantum figura, sed et substantia et fabrica sua humanis similes sunt, integri sunt, nec ex renunculis paruis conglobantur, exterius multis fulcis et venulis picti, vrina secernitur in peluim, et inde per vretes in vesicam vrinariam.

Capulae atrabilariae fabae Turcicae magnitudine.

Vesica vrinaria parua et oblonga, in fundo acumi nata vmbilico adhaeret mediante ligamento pyramidalis, quod

quod antea vrachi vicēs subiit. Magnitudine aequat vesicam Phocae.

Glandulam thymus non tantum in recens natis et annum vnum adultis, verum in bienni hucdum maiorem inueni, quam in recens natis.

In superficie lienis catulorum ea parte, vbi ventriculo adhaeret, permultas glandulas miliares reperi.

Ita et in catulis obseruaui cystin felleam circa fundum membrana circumdari, cuius ope duobus epatis lobis affigatur, aliter ac in terrestribus animalibus.

Ductus cholidochus i. pollice a pyloro duodeno inferitur.

Catulorum renes, vt in infantibus solet, in plures reniculos hexagonos diuisos reperi, ac vndique virgatos, membrana altera renes immediate involuens, renibus non adhaerescēbat, vt in lutra marina, sed illam vbiuis libera ambibat.

Catulorum pariter vterus mihi valde notabilis visus fuit, intestino recto incumbēbat, ac duobus suis cornibus vtrimque ad ienes tēdebat, cornua iam tum temporis adeo ampla erant, vt calamo aserino facilem transitum permitterent. Testes phascoti magnitudine erant.

Ad annum in catulo foemella glandulas duas, vt in vermīneo genere obseruaui, quas in adultis senibus frustra diu quaesui.

Sterni extremitas cartilaginea est ac subrotunda, vt rostrum abardeolae seu plateae.

Plures et curatiores obseruationes ob loci importunitatem et continuas pluias subdio aliaque innumera impedimenta elaborare non licuit; hinc et sceleti descriptionem prorsus omisi.

Tom. II. Nou. Comment

X x

prorsus

HISTORIA
MORVM ET NATVRAE
HVIVS ANIMALIS.

Dedit quidem Dampierus breuem ac mancam saltem descriptionem huius animalis, adeo autem certas et evidentes notas characteristicas in hoc animali Kot a Russis dicto primo statim intuitu obuias addidit, vt dubitare non possim esse hoc animal illius vsus marinum.

Fama inclaruit alius a Ruthenis et gentilibus sic dictus vsus marinus, quantum ex gentilium relatione habeo; Animal marinum amphibium vsu similitudine, ferocissimum tam in continente quam in mari: narrarunt pariter illum anno 1736. cymbam euertisse, et duos homines dilacerasse, seque vehementer exhorrescere illius audita voce barritui vsu simili, relicta venatione lutrarum et phocarum in mari, continentem petere: aiunt pilis albis vestitum, circa Kurillicas insulas versari et versus Iaponiam frequentiore; hic locorum tantum raro videri. Quantum fama huic credam, ipse nescio; nullus enim vnquam interfectum vel mortuum in litus eliminatum vidit.

Hoc certum est, siue figuram corporis, siue mores contemplerur, nulli terrestrium animalium vicinius et similius esse, quam vsu.

In sinu maris Perchinici nunquam cernuntur, neque in terris Kamtschaticis, aut insulis kurillicis in siccum exeunt, nisi rarissime, neque ullibi capiuntur, nisi in 3. kurillicis insulis et abhinc ad ostium Kamtschatkae fluvii, in sic dicto Bobrowoie more, a gradu latit 50. ad 56.

Hi vrsi praetereuntes insulas kurillicas primo vere et Septembri, parce capiuntur circa ostium fluvii Dschupanowa dicti et inde ad promontorium Kronozki frequentiores, in hoc scilicet loco inter duo promontoria Kronozkiense et Schipunense mare tranquillius, multique sinus ac recessus, hinc et animalia in transitu diutius hic morantur et frequentiora capiuntur. Omnes, qui primo vere capiuntur, vix non foemellae sunt, foetumque vix non absolutum in utero gerunt, qui excisi foetus Wiporotki audiunt et ex his locis quotquot habentur apportantur. Ab initio Iunii nullibi amplius apparent vsque ad finem Augusti, vbi cum prole reuertuntur versus meridionalem plagam; a multis annis animalia haec vagabunda mirandi et meditandi causa extiterunt gentilibus, eorum venationi intentis; vnde nam haec animalia primo vere venirent? quorsum haec pinguisima, praegnantia animalia innumeris gregibus tenderent? quaeue huius emigrationis causae sint? quare autumno tam macilenta, exsucca et viribus eneruata cum prole reuertantur? et quorsum?

Diutarunt quidem ex hoc, quod omnia haec animalia primo statim vere pinguisima e meridionali plaga venirent et eo reuerterentur autumno, illa longum iter non absoluerent, neque hybernacula illorum longe abhinc abfutura, alias nimirum in itinere emaciarentur, deinde concluderent ex eo, quod omnes versus orientem pergerent, nec

ultra promontorium Kronozkiense aut ostium Kamtschatkae fluuii, neque orientem petentes, neque reuertentes domum nunquam apparerent, necessario sequi terram aliquam siue continentem, siue insulas e regione promontorii Kronozkiensis in propinquo fore terris Kamtschaticis.

Animalia haec inter marina amphibia migrantia sunt, vt anseres, cygni et aliae aues marinae vel vt catanadromae truttae inter pisces; isatides, lepores et mures hic locorum inter quadrupeda: vt vero isatidum migratio propter cibi inopiam, auium et piscium migratio propter excludendum foetum, propter securum veneris otium et ob eperuationem virium, plumarum reiectionem et inde consecutam effugiendi hostes impotentiam, donec novae succrescant, suscipitur et his obtinendis finibus eliguntur solitudines, a piscibus lacus quieti; ita simili ratione ab vris marinis eliguntur septentrionalia loca et incultae hae insulae inter Americam et Asiam magno numero a gradu latitudinis 50. ad 56. sitae ob sequentes rationes:

1.) Vt matres Iunio mense ibidem pariant in continente, ac post partum dulci otio vires reparent, partus autem ibi educatur, nutriatur, adolescat tantum intra tres menses, vt parentes domum autumnò reuertens sequi valeat. Nutriuntur catuli lacte materno per 2. menses: vbera matribus bina sunt, forma, magnitudine et situ cum lustratum mammis conuenientia, iuxta pudendum locantur: pariunt vnum solummodo catulum, rarissime binos: catulis post partum canum more funiculum umbilicalem dentibus praemordent et lingendo, donec siccescat, ad cohibendum sanguinem demulcent, secundinas avidissime deuorant: Catuli nascuntur oculis apertis, ac iam tum oculi vitulorum oculos

oculos aequant, 32 dentes plenarie ex alueolis exertos, dum in lucem prodeunt, paratos afferunt, canini autem 4 maiores, feroces et ad pugnam concessi in alueolis delitescunt ac 4^{to} post partum die prodeunt: Dum partu enituntur, catuli pilo vbiuis aterrimo splendente donantur, 4^{to} autem vel 5^{to} post partum die pili sub anterioribus pedibus colorem sensim mutant ac caprae Plinii pilorum colorem induunt, elapso vno mense venter et latera eiusmodi coloris pilis intermixtis variegata euadunt. Mares partu multum maiores et nigriores eduntur, nigrioremque pellem in sequentibus annis obtinent, quam foemellae, quae vix non cinereae omnimode euadunt, ac rufas sub anterioribus pedibus maculas obtinent, foemellae tantum magnitudine, crassitie et robore a maribus differunt, vt vix non pro diuersa specie habeantur a minus intentis obseruatoribus, ita et timidae nec adeo feroces sunt. Sobolem vehementer amant; foemellae post partum gregatim cum catulis suis in litore iacent, ac plurimum temporis somno consumunt, catuli autem primis statim diebus varios inter se lusus pueriles exercent, parentes venerem exercentes imitantur, pugnando se exercent, vnus alterum profernit in terram, quo viso adstans pater cum murmure accurrit, litigantes separat, victorem osculatur, lingua stringit, ore in terram profertere satagit, ac reluctantem fortiter intensius amat, ac dignum se filium laetatur, minus contra amant segnes et otiosos, hinc alii catuli circa patrem continue, alii circa matres versantur. Mares polygami sunt, vnus saepe 8. 15. ad 50. foemellas habet, quas anxie aemulabundus custodit et vel alio tantillum appropinquante in furorem agitur. Licet

multa millia in litore vna iaceant, semper tamen in familias distributi greges cernuntur, mas scilicet cum suis foemellis filiis et filiabus vna iacent vt et filii annui, nondum gynaeceum adepti. Vna saepe familia ad 120. se extendit, hac ratione etiam in mari cateruatim natant. Omnes vxorati hucdum vegeti sunt, senes vero et veneris militiam emeriti vel impotentia, vel vxorum spontaneo diuortio coacti, monasticam vitam agunt, ac continuo somno ac inedia transigunt. Hi omnium pinguissimi sunt tanquam hodaegi primum venerunt absque foemellis solitarii, omnes mares et pessime olentes in hanc insulam. Hi senes morosi ferocissimi sunt, per integrum mensem in vno loco absque vilo cibo et potu viuunt, continuo dormiunt ac in praetereantes omnes ferocissime saeuunt, vsque adeo feroces ac ambitiosi sunt, vt centies morirentur, quam suo loco cederent; hinc homine conspecto obuiam illi eunt a via prohibentes, reliquorum quisque suum locum interea occupat paratus ad pugnam. Nos propterea necessitate coacti viam profsequendi, certamina cum iisdem iniuimus grandes lapides in illos coniecimus, illi vero in proiectum lapidem canis instar saeuiebant, acrius instabant, ac horrendo barritu aërem implebant, primum quod tentaremus illud erat, vt prominentes oculos excuteremus, dentes lapidibus frangeremus, vt vt vulneratus et excoecatus est, non tamen suo loco cedit, vel cedere audet, quodsi cedit vel ad vnum passum, tot contra illum assurgunt hostes ac fugientem dentibus vrgent, ne locum suum deserat, vt si nostris manibus hucdum euaserit, a suis commilitonibus dilaceretur. Dum vero vno cedente reliqui accurrunt, quo a fuga prohibeant, vnus al-
terum

terum suspicione fugae inuadit, ac vno aggerſu tot duella oriuntur, vt ſaepe ad duo triaue ſtadia iuxta litus nihil niſi duella, certamina et inter horrendos fremitus et barritus mille cruenta et ridicula ſpectacula videas: dum enim inuicem pugnant, libere praeterire potuimus, a nobis abſtinebant: ſi duo aduerſus vnum pugnant, alii oppreſſo in auxilium veniunt, indignati impari certaminis: dum praeliantur, alii in mari natantes capita attollunt diſcrimen certaminis aſpicientes, ipſi denique in furorem rapti in continentem exeunt, ſeſe pugnantium cateruae immiſcent, horrendaque ſpectacula augent. De industria ſaepe vnum cum Caſacco meo aggreſſus ſum, ac ſaltim oculos excuſſi, his excuſſis omiſi et 4. 5. alios lapidibus infeſtabam, ac dum me proſequerentur, ad excoecatum fugi, ille oculis priuatus, audiens proſequentes fratres, neſcius num fugerent, num nos proſequerentur, inuadebat ſuos ſocios, ego vero interea otioſus in loco elato ſedens ſpectabam praelia inter illos per aliquot horas, coecus inuadens et auxilium ferentes et inimicos, propterea ab omnibus vt communis hoſtis petebatur, ſiue in mare fugeret inde extractus, ſiue in continente, continuis ictibus adeo dilacerabatur, donec viribus omnibus orbatus decumberet et inter continuos gemitus iratam animam efflaret, ac famelicis iſatidum gregibus praeda euaderet, qui iacentem et ſpirantem hucdum dentibus aggrediebantur.

Dum pugnant duo per vnam horam ſaepe pugnam continuant, inducias agunt, ambo iacent iuxta ſe, ſpirantes et animam recipientes, qua recepta ambo ſurgunt, ac, vt digladiatores ſolent, locum certum occupant, quem ſub pugna relinquere nolunt; declinant capita ac ſurſum feriunt,
alter

alter alterius ictus declinare fatagit, quamdiu viribus aequales, feriunt solummodo anteriores pedes, qui vero viribus superior, alterum dentibus et faucibus corripit, quatit ac prostermit, hoc viso alii, qui interea temporis saltem spectatores fuerunt, accurrunt oppresso auxilium ferentes, veluti certaminis moderatores.

Vulnera dentibus inferunt adeo grandia ac crudelia, ut acinace inflictæ videantur: raro circa finem Iulii versus cernitur, nisi vulnere insignitus: post pugnam primum est, ut aquas petant et corpus abluant.

Praelia autem instruunt ob tres potissimum causas:

1. Crudelissimum certamen oritur propter uxores, dum unus alteri foemellas adimit, vel filias adultas e patris familia rapere cogitat, foemellæ autem adstantes eum deinceps sequuntur, qui victor evasit.

2. Propter locum, si quis alterius locum occupat, vel si spatium nimis angustum et aliter vicinitatem propter libidinem affectat et suspicionem movet.

3. Propter aequum et iustum, ut certamina moderarentur.

Prolem et uxores vehementer amant, et ab utroque valde timentur, crudelissimi in sua viscera sæviunt et herile dominium exercent vel ob leuissimam causam. Contigit sæpius, ut nos invaderemus gynæceum, ac catulos raperemus, quod si in hoc casu mater, cui fuga non interdicta, præ nimio metu catulos reliquit, nec faucibus arreptos secum abstulit, ut nobis præda evaderent, missa pugna nobiscum arreptam foemellam dentibus in altum elatam adeo sæpe saxi bis terne fremebundus allisit, ut veluti exanimis iaceret, illa vero reparatis viribus repebat

pebat instar verm̄is supplex ad pedes masculi, exoscubatur ac lacrymas adeo largas profundebat, vt veluti ex alembico in pectus stillarent, illudque totum madefacerent: Ille vero hinc inde spatiabatur continue fremendo et oculos horribiliter mouendo, caput ab vno latere in aliud visorum more quatiebat, tandem, cum nos cum catulis abituros videret, simili more vt foemella adeo largiter lacrymabat, vt totum pectus ad pedes vsque lacrymis inundaret, quod et post graua inflicta vulnera contingit, vel post grauem illatam iniuriam, quam vlcisci nequit. Obseruauī phocas captas simili ratione lacrymari,

Altera ratio, quare vrsi marini primo vere orientem et has desertas insulas petant, absque vlllo dubio haec est, vt otio somno et trimestri inedia sese a nimium molesta pinguedine liberent, eadem ratione vt vrsi terrestres hyeme, mense enim Iunio et Iulio et Augusto nihil in continente agunt, nisi vt dormiant, vel otiose vno loco saxi instar iaceant, se inuicem aspiciant, barriant, oscitent et pandiculentur, nec cibum vllum nec potum capiunt. Obseruauī praecipue vnum vno eodemque loco integrum mensem iacentem, et licet senes hoc diuerso tempore disseuerim, praeter spumam et succum gastricum nihil omnino neque in ventriculo neque intestinis excrementorum inveni. Interea autem notabam panniculum adiposum magis magisque attenuari, peripheriam corporis imminui, ac cutem adeo flaccidam fieri, vt instar sacci vndique motu corpore penderet et moueretur. Iuniores tanta pinguedine non abundantes circa initium Iulii concubitus celebrant, agiles sunt, hinc inde discurrunt, vicissim in mari et continente

tinente viuunt, haec res me magis confirmabat, vt animal hoc vrsō se natura assimilantem vrsūm vocarem.

Concubitus exercēt more hominum ita vt mas incubus foemella succuba sit, praecipue autem circa vesperam venereis exercitiis inhiant: horam antea tam mas quam foemella in mare se recipiunt, vna placide natant, dein vna reuertuntur, foemella supina in dorso iacet, mas vero e mari superueiuit, anterioribus pedibus innixus, maximo feruore libidinem exercet, et sub hoc lusu foemellam ita premit et pondere suo in arenam demergit, vt nihil nisi caput emineat, ipse vero pedibus anterioribus adeo in arenam descendit, vt tandem toto ventre foemellam premat et contingat. Locum eligunt ipsum litus arenosum, qua vndis hucdum alluitur, adeo intenti et obliuiosi sui ipsius sunt, vt plusquam per quadrantem horae scortanti adstarem, antequam me obseruaret, nec obseruasset, nisi manu colaphum impegissem, ex quo adeo iratus maximo fremitu me laceffuit, vt aegre me surriperem, ille vero nihilominus me eminus vidente, quod coeperat, absoluit opus per integram quadrantem horae.

Triplicem haec animalia vocem edunt. Dum ad tempus fallendum in continente iacentes clamant, vox a boatu vaccarum adeptis vitulis nihil differt; in certamine fremunt et barriunt instar vrsi, obtenta victoria stridorem valde sonorum ac saepius repetitum edit instar gryllorum domesticorum, vulneratus et ab inimicis oppressus valide ingemiscit cati aut lutrae marinae instar sibilat.

Dum e mari exeunt quatunt corpus, ac pinnatis posterioribus pedibus pectus demulcent et pilos componunt. Masculus labia extrema apponit labiis foemellae, ac si osculari

lari vellet, splendente sole in aprico iacentes posteriores pinnatos pedes in altum erigunt, ac eadem ratione motitant, vt canes blandientes caudam, modo iacent in dorso, modo vt canes in ventre, modo in orbem contorti, modo iacent extensi in vno latere pinnatos anteriores pedes lateri apprimentes, vt vt vero profunde dormiunt et lente homo incedat, praesentiam tamen eius cito praefagiunt et expergiscuntur, quod an narium, an aurium auxilio contingat, nescio.

Senes et praegrandes nunquam hominem fugiunt, neque cateruas hominum, sed se statim ad pugnam accingunt, nihilo tamen minus aduerti integras greges in fugam verti, si quis ore fistulae sonum imitetur, foemellae confestim fugiunt, ita et integri greges aduulorum multaque millia in mare praecipiti fuga aguntur, si securi ex improviso magno clamore inuaduntur, dum vero multa millia saepe ante nos in mare egimus, illi natantes continuo nos in litore euntes comitabantur, nos intuentes et insolitos hos hospites mirabantur.

Natant adeo impetuose, vt vna hora facile duo miliaria germanica absoluere possint. si vnco in mari vulnerantur, cymbam vna cum venatoribus tam rapide et celeriter post se trahunt, vt cymba volare videatur, nec raro cymba euersa venatores submergunt, nisi nauclerus probe huius cursum dirigendo obseruet: natat dorso supino, pinnati pedes anteriores nunquam conspiciuntur, posteriores vero interdum emergunt e mari, ob apertum foramen diu sub aquis morantur, valde vero exantlati viribus ad hauriendum aerem emergunt, circa litora autem natatu se oblectantes modo proni, modo supini natant, nec profunde sub aquis, vt cursum eorundem semper obseruare potue-

rim, posteriores pinnae saepe ex aquis attollunt, aëre sufficienter inspirato, aut e continente mare petentes primum capite aquis submerso merguntur, instar rotarum, ut bestiae marinae grandiores fere omnes lutra, leo imo balaena orca et phocaena ipsa.

Quando saxum ascendunt, phocarum more pinnatis anterioribus pedibus illud apprehendunt, reliquum corpus post se trahunt, dorso arcus more contracto, ac capite demisso, quo corpori elasticitatem conciliant: cursu vix ac ne vix quidem a celeri cursore superantur, praesertim foemellae. Nec dubium multos e nobis occisos futuros fuisse ab illis, si tantum pedibus valerent in continente, quantum in mari, nec consultum est in magna planitie cum illis certare, ibi enim vix quisquam effugiet, ob id autem quod accliuia loca ascendere nequeunt, haec nobis semper salutis fuerunt. Obsiderunt me aliquando plusquam per 6. horas et tandem coegerunt, ut maximo vitae discrimine praecipitium ascenderem, meque hac ratione iratis his bestiis subducere possem.

Si numerum inite debeant, quot viderim in insula Beringii, absque mendacio dicam computum inere non posse, innumerabiles esse, totum litus maris cooperire, me et Casaccum meum obambulantes totam insulam quaquaersum saepius coegisse, relictis litoribus montes petere et in illorum vertice operose viam prosequi. Lutrae marinae eos valde reformidant et rarissime inter illos inveniuntur, pariter ac phocae, leones autem marini ingentibus gregibus inter illos habitant ac valde timentur, prima semper loca occupant, nec facile in illorum praesentia lites mouent, ne hos crudeles arbitros experiantur, hi enim

enim, vt aliquoties vidi, confestim accurrunt, ita et foemellas prohibere non audent, quo minus cum leonibus marinis ludant.

Interea hoc curiosum est, quod vrsi marini non vt manati, phocae, lutrae marinae aut leones marini, vbiuis locorum in litore huius insulae reperiuntur, verum solummodo in meridionali parte huius insulae, quae terris Kamtschaticis obuertitur. Ratio autem in promptu est, hanc nempe partem primum conspiciunt, dum e promontorio Kronozkiensi huc versus orientem pergunt, in boreali parte non nisi aliqui per errorem huc delapsi inveniuntur.

Quod ad venationem horum animalium attinet, a nobis in continente primum lapidibus obcoecati, dein fustibus interfecti fuerunt, absque vilo artificio, adeo autem viuaces sunt, vt duo tresue homines clavis ligneis capita solum ferientes, ducentis ictibus vix conficerent et saepius bis aut ter quiescere et vires reparare coacti fuerint, cranium in minutas partes diffracto ac cerebro pene omni effuso, dentibus omnibus euerberatis, nihilo tamen minus pedibus insistit ac pugnam continuat; et de industria vni cranium fregi et oculos elisi, dein missum feci, qui abhinc plus quam duas septimanas in vno loco viuus et immotus veluti statua stetit.

In mari circa terras Kamtschaticas rarissime in continentem exeunt, verum a gentilibus in mari hasta ferrea nosok dicta vulnerantur, quae dein a manubrio abscedit et intra corpus manet, nec, quia ad vulnus interne obliquatur, exit hoc hastae ferrum valido loro alligatum, cuius lori alteram extremitatem in cymba sedentes tenent, ani-

mal autem vulneratum sagittae instar velocissime fugit, ac vna cymbam cum hominibus secum rapit, donec lassum et a sanguine exhaustum subsistat: quam primum subsistit illud loro ad se trahunt, hastis transfigunt, et si cymbam euertere velit, securibus ac clavis pinnatos anteriores pedes et caput contundunt, mortuum in cymbam ponunt et domum properant. Interficiunt autem saltim foemellas vere praegnantas et nondum adultos mares, senes autem et praegrandes aggredi non audent, sed viso vno saltim dicunt Sipang (malum) grandem enim vocare peccatum et exitiosum putant. Ita et dicunt si leonem marinum aut praegrandem vrsum in continente fociis et armis destituti vident.

Quotannis permulti vrsi marini sua sponte senio confecti in hac insula pereunt, ita et tot in pugna cadunt et ab inflicis vulneribus pereunt, vt in aliquibus locis totum litus ossibus et caluariis cooperiatur, veluti ingenita praelia ibi commissa fuerint.

Omittere non possum glandulam Thymi permagnam in his animalibus esse, e multis glandulis conflata et sacco membranoso inuoluta, incidi aliquando ramum arteriae pulmonalis ac immisso tubulo et flatu oris obseruavi, non tantum cordis ventriculos, sed et glandulam thymi flatu intumuisse. Quid alii iudicent de hoc attingere nolo, nisi iteratis experimentis in aliis bestiis marinis.

Coronidis loco subiungam, curiosum esse valde, quod curiosus Dampierus tradit de insula Ferdinando sub latitudine Australi graduum 36. scilicet memorat sese ibi in continente simili ratione ac nos in insula Beringii totum litus innumerabilibus phocarum, leonum et vrsorum marinarum

rinorum gregibus coopertum reperisse. Non adducor vt credam animalia haec ex australi parte huc migrare, hoc enim iter nimis longum foret, duo autem inde colligo. Primum Australis orbis bestias marinas easdem esse, quas haemisphaerii borealis sub eadem longitudine aut non multum differente, dein credibile esse nostros vrsos marinos sub eodem gradu in parte boreali hybernare. Forte dabit aliquando fors, vt cum nos aestiua diuerticula inuenerimus, alii aliquando hybernacula inueniant, quae si non est terra Compagnie Land dicta, forte terra non longe abhinc dissita et aliquando detegenda.

Icones duplices fieri curauit, quarum prior Fig. 1. marem Tab. xv. sistit saxo insistentem, vt plerumque cernuntur, altera Fig. 2. foemellam supine in dorso iacentem minorem, potissimum obhanc rationem, quo posteriorum pedum figura appareat, quae in sedente ad naturam exprimi non potuit.

Quod attinet ad stylum et ordinem materiarum, multitudo negotiorum non permittit, vt vni rei perpoliendae nimium inhaeream nisi multa sub manibus perire paterer, appono igitur pulterem curiosis, terreis vasis inclusam, cui vas nauseam mouebit, gratissimum mihi et aliis officium praestabit, si totum magma in argenteum aut aureum transfundere velit. Quod vel minutissimas circumstantias annotauerim, propterea egi, vt nihil horum praetermitterem, quae mihi sedulo spectanti innotuerint, reliquum spondeo me nonnisi verissima indicare, breuior descriptio semper fieri potest, non autem longior aut plenior, si ab initio angustioribus terminis inclusa fuit.

Descriptio

1 Descriptio Bestiae marinae,

Dampiero Leo marinus, See-Löwe, Kurillis, Kamtschadalis et Russis Kurillico nomine Siwutschba dictae. Descriptus in insula Beringii d. 20. Iunii 1742.

Abstinaui de industria a proluxa descriptione huius bestiae, ob id, quod externa forma, partium vsu et structura, pariter ac interna viscerum constitutione, per omnia exactissime cum vsu marino coincidit. Satis igitur puto, si differentias externas, unicuique primo statim intuitu obuias, indicauero.

Pondere duplum pendet: maximi mares 36. ad 40. pud Russica vel 1600. libras pendent. Magnitudine bis vel maximos et senio confectos vsos marinos superant. Foemellae maribus breuiiores et graciliores sunt, glabro collo donantur, rigidis et crispis pilis, quibus mas gaudet, ibidem destituuntur, ita et catuli recens nati plus duplo maiores sunt vsorum catulis.

Altera potior differentia e pilorum colore enascitur: cutis comparate multum crassior, rigidis densis pilis vestitur, pilorum color ruffus est, vt vaccarum, in senibus pallidior, in iunioribus intensior, in foemellis viuidior, vt color ochrae, catuli castanearum colore inficiuntur, quidam vix non fulci dici merentur.

Caput comparate maius quam in vsu, nasus exprorectior et sursum parumper curuatus, dentes praegrandes, quadruplo longiores et latiores, numero et ordine conueniunt cum vsu marini dentibus. Oculi amplissimi canthorum oculorum maiorum carunculae valde extantes, Cinnabris colore infectae, vnde multum viuidiores videntur

tur

tu vrsis marinis. Pupilla fulgentissima Smaragdi instar lu-
cet; reliquum omne oculorum eboris terso albore nitet,
multisque tenerrimis arteriolarum ramusculis pulchre varie-
gatur. Gaudet ciliis et panniculo carnosio in cantho ma-
iori haerente.

Auriculae conicae, surrectae, sesqui pollices longae,
vt in vrso marino.

Quod praeter colorem et magnitudinem animal hoc
praecipue ab vrsis marinis distinguit, et leonis nomen con-
ciliauit; dense positi surrecti undulati pili sunt, colli peri-
pheriam augentes, nec exiguam formae pulchritudinem affe-
rentes, quales et in leone terrestri mare cernuntur, foe-
mellae autem his carent, graciliori collo ac corpore sunt:
masculis, reliqua omnia tam externa, quam interna vsque
adeo exactissime cum vrso marino conspirant, vt verbo-
sus saltim euaderet, qui plura addere vellet.

HISTORIA MORVM HVIVS ANIMALIS.

Quamuis haec bestia aspectu horribilis animosa vi-
deatur, viribus, mole, partiumque robore vrsos multis
parafangis antecellat, superatu difficilis, in angustias reda-
cta crudelissime pugnet, leonis ideam oculis et menti
imprimat, hominis tamen aspectum adeo pertimescit, vt
vel elonginquo viso homine praecipiti fuga sese a conti-
nente in mare auferat. Quodsi vero somno profundiori
sopita ab homine vicino baculo suscitatur, vel clamore,
adeo exhorrescit, vt inter profunda suspiria in fuga con-
tinuo cadat, nec trementibus artibus praeter nimiam anxieta-
te pro lubitu vti possit. In angustias autem redacta, ac
omni ad fugam via praecclusa, recta in aduersarium ingenti-

Tom. II. Nou. Comment.

Z z

fremitu

fremitu ruit, caput irata quatit, fremit, barrit, ac vel animosissimum in fugam agit: hoc experimentum vix non mihimet ipsi primum tentanti exitio fuit. Ob hanc rationem a Kamtschaticis gentibus nunquam in mari venatur, quoniam cymbas cum venatoribus submergit et crudelissime necat; nec in continente quisquam aperto Marte pugnare audet, verum dolore insciae et securae vel somno sopitae opprimuntur. Quodsi in continente dormit, ille, qui viribus et pedibus plus fidit, tacite aduerso vento ad illam repit, hastam ferream vel osseam a manubrio abscissilem *Notok* dictam, ac loro ex huius bestiae corio parato alligatam sub anterioribus pinnatis pedibus adigit, reliqui lorum tenent, quod vel saxo vel palo cui-dam infixio in terram aliquoties circumuolutum a reliquis tenetur. Dum vero bestia vulnerata et resuscitata fugam molitur, alii e longinquo vel sagittis petunt, vel aliam hastam loro alligatam infigunt, tandem viribus exhaustam hastis confodiunt ac clavis ligneis occidunt. Vbi vero insolitariis saxis circa litora somno sopitam offendunt, sagittas venenatas euibrant, euibratis abeunt. Bestia a veneno cogitur relictis vndis marinis dolorem valde exacerbantibus continentem petere, ibique si locus commodus vel confoditur, vel sibi relicta intra 24. horas e venenato vulnere perit. Omnes, qui bestiam hanc bene ferire audent et callent, multasque occiderunt, in magno honore apud reliquos habentur, heroes et fortes censentur. Hinc et praeter carnis suaue-dinem, gloriae dulcedo multos ad hanc venationem compellit, ac ad audacissima suscipienda praecipites agit, cymbas saepe vsque adeo onerant, 2. imo tribus his bestiis, vt cymbae mergantur in mari, quod tamen tranquillo

quillo mari ob illorum peritiam raro contingit, licet orae cymbae vix non maris superficiei parallelae sint, vel maximo dedecori sibi ducunt, potitam semel praedam, mortis timore adacti abiicere, ut si manus non sufficient aquis euacuandis, saepius mergantur. Ob venationem huius bestiae audacissimi gentiles cymbis suis papyraceis 4. 5. milliaria Germanica in mare abeunt vsque ad inhabitatam insulam Alait dictam, nec raro contingit, ut vento aduerso abrepti 4. 5. ad 8. dies absque pyxide nautica famelici in mari oberrent, nec continentem, nec insulas videant, solis ac lunae ortum et occasum reduces solum in consilium adhibeant.

Tam pammiculus adiposus, quam caro praedulcis, fapidus ac expetitus est, pinnae pedum gelatinosae imprimis in deliciis habentur, pinguedo non oleaginea est, ut phocarum et orcarum, sed consistens non multum ab vrforum marinorum colore, odore et sapore differens. Catulorum pinguedo veruecum pinguedinem dulcedine superat medullam tiliarum refert. E cute parant lora, soleas pro calceis, imo calceos et ocreas.

Polygami sunt, vnus mas saepe 2. 3. 4. foemellas habet, pariunt circa initium Iulii mensis in continente, partum solummodo singulae singulorum enituntur, matres catulos vberibus lactant. Coeunt August. et Sept. hinc, quod credibile, partum per 9. menses in vtero gestant, congregiuntur more vrforum marinorum. Masculi foemellas in maximo honore habent, nec adeo dure tractant ut vrsi marini, blanditiis foemellarum valde delectantur, ac reciprocis copiosioribus plus illarum affectum demereri satagunt. Tam mares, quam foemellae prolem satis negligenter

genter amant, fomno sopiti prolem vberibus subiectam mole sua opprimunt et necant, vt saepe vidi, nec vel tantillum mouebantur, cum toties catulos in conspectu parentum cultro iugularem et viscera parentibus obiicerem, catuli non adeo viuaces et alacres sunt, vt vrſi marini, sed continue dormiunt, vel segniter saltim ludunt ac veneris praeludja exercent, circa vesperam matres vna cum sobole mare petunt et circa litora natant placide, catuli natando defatigati tergis matrum insidere et quiescere solent, foemella autem rotae instar sese volutat, segnes deturbat et natatui asuefacit. Experimentum feci catulos recens natos aequae ac vrſorum marinorum vivos in mare proieci, tantum autem abest, vt natare potuerint vel pinnis debite vti, vt confuse saltim vndas verberarent ac ad litus properarent: catuli duplo maiores sunt vrſorum catulis.

Quamuis autem hae bestiae hominem vehementer reformident, aduerti tamen asueſcunt et mansueſcere hominum crebra et innoxia conuersatione, praecipue circa illud tempus, cum catuli nondum prompte natare didicerant. Vixi vna vice in medio illarum grege, editiore saltim loco per 6. integros dies, ibique e tugurio meo mores illarum intente obseruabam, iacebant quaquaerſum circa me, ignem ac quae agerem contemplabantur, nec fugiebant amplius, licet medius inter illos obambularem, catulos arriperem, enecarem ac describerem, ita et lusus venereos exercuerunt, de loco deque vxoribus aemulabundi inter se contendebant, et acerrime pugnabant, eadem prorsus ratione, iisdem gestibus eodemque feruore, vt vrſi marini, vnus, cui foemella adempta erat, cum omnibus
per

per 3. integros dies pugnabat ac plus quam centum vulneribus vndique laceratus erat; Vrsi marini nunquam illorum certaminibus se immiscunt, verum orta lite circumspicientes fugiunt, primum locum illis cedunt, foemellis et catulis lusus varios permittunt, nec hircere audent, et quantum possunt a leonum consortio abstinere, hi vero non inuitati et inuiti sese illorum turbae saepe immiscunt. Senes et decrepiti inter illos circa caput canescunt et procul omni dubio bestiae valde longaeuae sunt. Aures et caput posterioribus pedibus pinnatis vt vrsi scalpunt, eadem ratione stant, natant, iacent, incedunt. Boant vt boues, catuli balant vt oues, nec aliter dum inter illas eram mihi videbatur, ac si iumentorum gregibus immixtus pastorem agerem. Senes et decrepiti odorem de se spargunt, sed longe mitiorem nec adeo virosam, vt vrsi marini. Tam vere, quam hyeme et aestate in hac insula, certis solummodo locis, saxosis et circa praecipitia versantur, nihilo tamen minus alii quotannis primo vere vna cum vrsis marinis huc veniunt, vidi illos magno numero circa Americana litora, in terris Kamtschaticis vix non omni tempore habentur, vltra 56. gradus latitudinis non proficiscuntur. Venantur copiose circa promontorium Kronozky, circa Ostrownaia insulam, circa finem Awatschensem et abhinc vsque ad promontorium Lapatka, habentur in iulis Kurillicis, et vix non vsque ad insulam Matmej. Capitaneus Spangberg in mappa sua insulam quandam ab harum bestiarum frequentia ac rupium facie urbem adumbrante Siwutschii palati nominauit. In mari Penschinienfi nunquam apparet. Ratio quare hae bestiae huc migrent Iunio Iulio et Augusto, fit propter otium, partum, catulorum educationem

Z z 3

et

et instructionem ac tandem propter generationem, ante et post hanc periodum frequentiores circa Kamtschatica litora habentur.

Quod attinet ad victum huius bestiarum, pisces praedantur et phocas, forte et luras marinas aliaque animalia marina: fenes autem Iunio et Iulio parum vel nihil omnino comedunt, sed otio indulgent, somno, ac interea temporis valde macilentae evadunt.

DE-

	Poll.	Dec.
Totius pedis longitudo - - - - -	12	5
Plantae anterioris latitudo maxima - -	2	
Ab apice rostri ad coxam - - - - -	31	
Pedis posterioris longitudo - - - - -	15	4
Digitus maximus externus - - - - -	3	8
Digitus internus breuior reliquis - - -	1	8
Plantae pedis extensi latitudo maxima -	38	
Ab apice rostri ad vaginae penis orificium	1	
Capitis diameter supra nares seu narium dia- meter - - - - -	8	
Capitis diameter ad oculi canthos minores	10	4
- - - - - ad aures - - - - -	16	2
Capitis diameter ad nucham - - - - -	22	2
Colli longitudo a nucha ad scapulas - -	4	4
Diameter corporis ad sternum - - - - -	28	2
- - - - - ad orificium vaginae penis	31	
- - - - - ad anum - - - - -	20	8
Penis longus, corpus scilicet spongiosum cum fulcro osseo - - - - -	8	6
Fulcrum penis osseum longum. - - - - -	6	3

DESCRIPTIO FORMAE ET EXTERNARVM PARTIVM.

Animal hoc marinum amphibium a Casaccis Sibiricis Bobr fiber seu Castor dictum magis ob pilorum, quam formae et naturae similitudinem, genuina lutrae species est, et citra omne dubium lutra Brasiliensis Tya et Carigueibeiu Brasiliensibus dicta et

et Marcgrawio descripta. Etenim notae omnes, quae a Marcgrawio adferuntur, in nostro subiecto praesto sunt, magnitudo mediocris canis, caput subrotundum et quasi felineum, nasus acutior, oculi nigri rotundi, aures subrotundae, barba, pedes in 5. digitos vnguibus fuscis acutis armatos diuisi, quorum interior reliquis breuior, pili molles, atri, clamor iunioris catelli, victus a Gammaris et piscibus; desideratur autem a Clar. Raio curatior dentium et pedum descriptio, mihi vero tota historia animalis nimium breuis, manca et superficialia videtur. Quae vero ob nimis generalem descriptionem obiici possint, quasi nostrum aliud animal sit, haec sunt. 1.) Clima, cui respondeo, si terrestria animalia in diversissimis climatibus, vbi naturae aptum pabulum habent, inueniuntur, vt de sciuro volante Quimachpatlan Indorum certum est, hoc eo magis in oceano possibile est et animalibus ibi degentibus, cum praeter victum vbiuis eundem, pisces scilicet et Gamma-ros, aquae ipsae climatis aestum amphibis minus sensibilem reddunt. 2.) Ob hanc rationem climatis non obstat quod Marcgrawius pilos haud longos dicat, cum omnia terrestria animalia eo breuiora pilos habent, quo calidiores regiones incolunt, licet specie non differant, imo lutra marina in terris Kamtschaticis aestate capta, analogia terrestrium animalium peiores et breuiora pilos habet, earumque pellis ab illis, quae hyeme nactae dignoscuntur primo intuitu a mercatoribus; nec 3.) obstat quod capitis pilos obscure fuscis et maculam flauam sub gutture reperiri dicat, haec arguunt Marcgrawium perfunctorie saltem descriptionem ab vno subiecto concinnasse, nec varia diuersis temporibus et aetatibus in consilium adhibuisse.

Capitis pili in omnibus subiectis diuersissimi sunt a reliquis, in iunioribus praecipue aestate fusci sunt, in adultioribus cani et fere argentei, catuli nondum annum adulti uirorum fucos pilos obtinent; guttur uero flauum in pessimae notae lutris saltim reperitur, quae pilos non obtinent, sed lanuginem saltim crispam, fuscam, breuem, mollem: non exportantur a mercatoribus, sed hic locorum 2. 3. rubellis venduntur et e gentilibus ad pelliciorum fimbrias emuntur, quales forte pleraeque pelles lustrarum Brasiliensium ob calidum clima sunt, nec propterea multum gloriosae. 4.) Quod caudam eiusdem cum pedibus longitudinis dicat, indicat obseruatorem Marcgrauium fugitio saltim oculo aspexisse animal, licet enim multum, $3\frac{1}{2}$ tamen pollices cauda longior est pedibus.

Postquam satis euictum puto lutram marinam Kamtschaticam esse Lutram marinam Brasilicam Marcgrauii, duo supersunt. 1.) Animal nostrum non esse castorem hoc satis testatur a.) quod folliculis castorei receptaculis careat, b.) caudam pilosam angustam instar lutrae obtineat c.) dentium forma et situs d.) intestinorum forma. 2.) Esse hoc animal nostrum genuinam lutrae speciem, ex ipsa descriptione clarissime patebit.

Magnitudine lutra marina et lutram aquarum dulcium et castorem multum superat, maximae pondere una cum interraneis 70. ad 80. libras pendent. Forma corporis lutrae similis est, multum autem crassior, imo castorem crassitie propemodum vincit.

Caput lutrino simile, felino productius, canino brevius et rotundius, nares aterrimae, glabrae, rugosae, columna cartilaginea interseptae, protuberantes, ut in canibus
Mopsis.

Mopsis. Maxilla superior inferiori $\frac{1}{2}$ vncia longior et $\frac{1}{2}$ pollicis latior. Labia tumidiuscula, vt in phoca.

Maxillam superioerem mystax vt omnium amphibiorum marinorum ornat: setae mystacis deorsum pendent, versus nares sensim breuiores euadunt, candidae, longissimae triunciales sunt, breuissimae vnciam vnam aequant.

Rictus non adeo magnus, oculi cum palpebris leporinis non maiores, naribus in fronte altiores, oculorum canthi minores, freno oris in perpendiculo contigui. Iris oculorum modo fusca, modo auellanea, in maiori oculi cantho panniculus carnosus, vt in manati, vrsò, lutra dulcium aquarum, phoca et noctuis, ad vnam tertiam semper, exigente vero necessitate vltra dimidium oculos tegit, pupilla nigra est.

Auriculae pilosae, arrectae, conicae, vt in leone et vrsò marino.

Dentes habet in maxilla superiori sub naribus incisores, minutos acutos et acuminatos arctissime stipatos 2. lineas longos - - - - - 46
 hos excipiunt canini acuti conici 1. vnciam longi introrsum paululum curuati duo, scilicet in vtroque latere vnus - - - - - 2

Molares dentes obtinet 8, in quibusdam 10 in quouis scilicet latere 4, duo priores inter incisores et molares dentes forma ambigunt, primus enim perpusillus et breuis est, vix lineam vnam longus, acutus, cui succedit alter decuplo latior, et triplo longior, reliqui duo molares amplissimi sunt, horum corona 5. lineas longa, et 4. lata est, firma, confringendis durioribus conchylis aptissima.

Summa dentium 16

A a a 2

Maxilla

Maxilla inferior dentes incisores obtinet quatuor - - 4
 Caninos 2. prioribus similes, breuiores tantum tertia parte 2
 molares in quouis latere 5. coniunctim - - 10
 vltimi autem molares vltra frenum in-
 tra fauces reconditi sunt - - - - 16

Summa dentium in vniuersum 32 in quibusdam 34.

Lingua ab ossis hyoidis insertione, id est a basi ad apicem $3\frac{1}{2}$ vnciam longa, $\frac{1}{2}$ vnciam lata, vitulinae instar villosa et in ipso apice secundum lineam medianam tantillum bifida, subtus frenulo 1. vnciam ab apice mento alligata, praeter ductum saliuarem Vatori, foramen linguae vtrisque terminantem, alium in ipsa linea mediana $\frac{1}{2}$ vnciae ab osse hyoide in os scaturientem inueni.

Palatum intus valida membrana instratum ac duplici serie arcuum, segmenta circuli referentium rugosum, per quos mediana linea discurret, eosque dirimit.

Collum periphèria non vt in phoca caput excedit, sed angustius est ac manifeste vt in lutra distinctum, ita et reliqua corporis forma ne hilum a terrestribus animalibus deficit, in medio abdomine circa vaginae penis orificium crassius, corpus seu truncus vt in lutris solet productior; potissima differentia a reliquis omnibus tam terrestribus quam marinis amphibis a pedum forma proficiscitur, situ posteriores saltem pedes ano viciniore sunt, quam in terrestribus animalibus, in quo cum lutra et colymbis conuenit.

Pedes tam anteriores, quam posteriores non sub cute clausa latitant, sed vt in terrestribus integre exseruntur, et extrorsum apparent, hinc et promptissime incedit, ac celerri-

celerrime currit. Pedes anteriores posterioribus breuiores sunt, hinc et animal stans posteriori parte altius est, dorsum in gibbum assurgit, pectus humilius est ac collum extensum rigidum seruat. Pedes anteriores catorum pedibus simillimi superne pilis ad unguis vsque teguntur. Planta pedis extrema circumscriptione semicircularis, subrotunda in 5. digitos sub cute diuisa, nulla omnino ob pilorum densitatem diuisura apparente, digiti duo medii reliquis longiores, internus externo tantulum breuior. Singuli digiti incuruis surrectis nigris, vnā lineam longis unguiculis armantur, secundi et tertii unguis retro flectitur ob hanc rationem, vt iisdem parellas, musculos a faxis auellere ac pilos componere possint. Planta pedes subtus atra, ac tuberculis corii Hispanici instar aspera, ac 4. transuersis sulcis incisa, pro articulationum digitorum numero, his celeriter currunt, catorum more faciem et corpus stringunt, sese inuicem veluti brachiis amabiliter amplexantur et contractant, ac conchylia a faxis auerruncant. Differunt igitur pedes a lustrarum pedibus, quod digiti membrana quidem connectantur, verum pilosa crassa, prout in catis et canibus, non expansa, vt in lutra et auibus palmipedibus.

Pedes posteriores tantum differunt ab anterioribus, omniumque animalium pedibus, vt huic animali peculiaris plane haec pedum forma sit.

Pedes integre exseruntur, quo a phocarum posterioribus pedibus differunt, nihilo tamen minus digiti ipsi tarsus et metatarsus phocarum posterioribus pedibus simillimi sunt, vt ita descriptione nulla opus sit: tarsus, metatarsus et digiti quintuplo longiores et latiores sunt, quam in anterioribus pedibus, digiti 5. membrana pilosa intercedente, vt

A a a 3

palmi-

palmipedum digiti distinguuntur. Singuli digiti unguibus nigris aduncis, breuibus praefiniuntur 2. lineas longis: quatuor extimi digiti singuli 4. articulationibus constant, intimus tribus. Extimus digitus praeterea ad latera lata cute augetur, ut in auibus palmipedibus: digitus externus reliquis tantillum longior, subsequentes gradatim breuiores: tarsus, metatarsus et digiti tam prone, quam supine pilis tecti, exceptis digitorum apicibus, qui calui nigri asperi sunt, ut planta pedum anteriorum. Quamuis hi pedes pennati, pinnarum vices subeant, plurimumque natanti animali operam praestent, nihilo tamen minus in continente aliter ac in phoca pedum officio strenue funguntur, quod vero cursum quodammodo remoratur, longitudini potius pedum posteriorum, et quod ano viciniore sint, tribuendum.

Penis in masculo offeus, in vagina sub cute reconditus tertiam corporis ubi exferitur inchoat ut in lutra.

In foemella autem pudendum satis amplum infra anum statim situm; anus autem perinaeo piloso ad vnum pollicem a pudendo separatus. Testiculi foris non multum prominent, nec peculiari loculo includuntur, sed immediate cute inuoluuntur.

Cauda forma quidem lutrinam exactissime refert, superne et inferne fere plana, lata, latera triplo angustiora habet, ac a radice sensim in acumen definit, breuior tamen multum est, quam in lutra aquarum dulcium. In lutra aquarum dulcium cauda dimidiam totius trunci longitudinem obtinet, in marina 4^{ta} solummodo partem. In lutra fluuiatili posteriores pedes breues, eorumque mensura sexies in trunco continetur, in marina autem 4. saltem vicibus; propterea et cauda breuior multum videtur
in

in lutra marina, quam reuera est, quod pedes posteriores multum longiores.

Cnte tegitur crassa, pilis dense positis mollissimis hirta, qui pretium huius animalis supra fidem argent. Differunt autem pili longitudine, aetatis, sexus et partium ratione mirum in modum, in vniuersum pilus duplex est. a.) Longior Russis Os. Et lanugo breuis et mollior Puch dictus. Quae multos longos ac nigros pilos alunt, pretiosissimae habentur, longissimos autem pilos obtinent in dorso, cauda et lateribus, caput et artus breviores occupant. Quaedam lutrae in vniuersum pellent obtinent nigram, plurimis caput pilis candidis sericeis intermixtis pulcherrime varium est, pariter ac mentum et gula: Dantur et lutrae pilo candidissimo velut argenteo ornatae, an aetatis vel speciei differentia, aut lusus naturae sit, nescio, mihi ob astutiam et magnitudinem fenes valde tales videbantur, rarissimeque occurrunt in Kurillicis insulis, vnam saltim candidam captam scio ab eo tempore quo Kamtschatka innotuit Russis, in insula Beringii vnam tantum vidi, sed adeo astutam, timidam et cautam, vt omnes in venatione fraudes omnemque diligentiam nostram eluderet. In multis pilorum color fuscus, vt in lutris fluviatilibus, nec illarum pelles magni aestimantur, aliae pilis longis in vniuersum ferme carent et sola lanugine gaudent, neque propterea in censum veniunt, vt vt autem nigerrimus pilus et lanugo sit, radices tamen pilorum serici candorem superant, pelliumque aspectum iucundiorum efficiunt. Eloqui non possum pulchritudinem viui huius animalis, currens in continente holoserico nigrior, et praetera nigredine resplendere videtur, et ob id, quod cutis
laxi

laxe corpori inhaeret, moto animali ea vndeque movetur et commota niter.

DESCRIPTIO PARTIVM INTERNARVM.

Cute detracta, quae lutrina crassior, phocae cutem crassitie aequat, apparebat panniculus carnosus non tantum caput vt in homine, sed totum corpus fere aequaliter cingens et cuti firmissime vt in cane adhaerens, musculis vero valde laxe.

Musculi pyramidales, qui in phoca desunt, leone et vrsu marino, hic manifeste cernuntur. Omentum duplex membrana, vt in aliis animalibus valde tenuis.

Ventriculus figura externa et interna multis plicis rugosus, instar retis; nihil omnino a phocae ventriculo differt, veluti duplicatus est, glandulam continet, vt phocae ventriculus, pancreati similem, in catulis coagulo lactis semper refertum inueni, in adultis autem semper vacuum reperi, succo saltem copioso gastrico refertum, e quo conclusi animalia haec solummodo ad capiendum somnum exire in siccum et concoctionem cito perficere, vix enim a pastu in continentem egressos occidi, nunquam autem quidpiam offendi, licet intestina refertissima erant.

Pancreas vnico tractu magno sub ventriculo versus lienum elongatur, vt in phoca, sed non vnum continuum efficit, verum in lobulos variae magnitudinis discriminetur, qui omnes vna continua membrana includuntur, colore album est et ductum Virsungianum continet.

Lienis figura et color ordinarius. Vasa splenica eadem prorsus facie, vt in phoca, in superficie concaua, vt in homine secundum longitudinem excurrunt.

• Epar

Epar praemagnum, in 5. 6. lobos diuisum, colore vitulino simile, in ea parte, vbi diaphragmati firmo ligamento alligatur, vena caua peramplum saccum veluti stagnum efficit, sanguine repletum, eadem prorsus facie ac in phoca.

Vesicula fellea debitum locum occupat, oblonga est multaque bile referta.

Renes duplo longiores quam lati, ex 106. renunculis pentagonis adeoque pluribus, quam in phoca, conflantur, duplici membrana obuoluuntur, harum interior interna parte reticulata singulos renunculos a se inuicem discriminat, renunculorum interstitiis accreta cernitur, aliter ac vnquam obseruauimus in aliorum animalium renibus. Quilibet renunculus peculiarem papillam, arteriam et vreterem habet, pelui destituuntur renes; vretes autem in 6. ramos maiores, et tandem duos vretes generales colliguntur. Vena caua iisdem plane maeandris eademque facie, vt in phoca, ad renes pergit.

Renes succenturiati nihil a communi lege aberrabant.

Vesica vrinaria forma, magnitudine, connexionione, nihil a phocae vesica differt.

Penis in mare in vagina sua sub cute reconditus 31. pollices ab extremo rostro exferitur, vna cum corporibus spongiosis osseo fulcro penis subiectis $8\frac{6}{10}$ pollices longus, osseum fulcrum $6\frac{7}{10}$ pollicis longum, anterius rotundum, glabrum et veluti capitello munitum, posterius pariter capitatum, incuruum, fulcrum concava incurua parte sulcatum: in hoc sulco vrethra tendinea iacet et capitello ligamento seu frenulo adnatam ac capitellum osseum ambit, corpora spongiosa glandulosa potius, quam spongiosa dici merentur.

Tom. II. Nou. Comment

B b b

Vulua

Vulua est amplissima 1. pollicem infra anum. Magnitudine et forma a phocarum vulua nihil omnino distat, pariter ac vterus, ac eius cornua, vt et vasa spermatica in mare: morem habui, vt toties phocam, quarum maxima copia in insula Beringii habebatur, occiderem et iuxta me haberem, quoties aliud animal describerem, partim vt in quibus animalia marina conuenirent exactius viderem, partim vt cum animal hoc notissimum a Clar. Rajo, Schelhammero, Segero, Kulmo, Hartmanno et Doct. Duvernoi exactissime descriptum scirem, ne in describendo nimis prolixus fierem aliaque obscurius describerem, quae comparatione sola iam euentissima sunt, partim vt differentias facilius et verius indicarem: imo venia me dignum puto, si multa a doctis hucdum impetrabuntur; solus fui subdio in terra sedens, frigore, pluuia, niue, animalibus impeditus, instrumentis destitutus, desperans, an vquam labores mei vsui cuidam futuri, indignatus non semel animum nimis distractum, nec vires in hoc tramite exhauriendae materiae sufficere, quam serio vellem et pulcherrimam occasionem haberem in tanta subiectorum copia.

Vbera duo, inter pudendum et vmbilicum medio loco sita, oblonga, 8. pollices longa, horum quodvis vna papilla prominet, totam ferme abdominis superficiem dicto loco occupant, horum substantia glandulosa est, vbera discissa vbique lac fundunt candidissimum, dulce, consistens, cum forte fortuna aliquando pellem a lactante matre separarem et venam subclauiam inciderem, lac inde effluebat prorsus tale, quale e mammis, incidi postea de industria arteriam emulgentem, ac quod hariolabar, euenit,

uenit, simili ratione lac effluebat, ob id autem quod in via eram et circa vesperam pluuia me impediēbat, abstinere debui ab ulteriori inquisitione: possunt autem curiosi in Russia hanc viam lacteam ulterius in phocis indagare, similem mammarum situm cum lutris habentibus, quapropter et indicare volui.

Intestina vbique sibi aequalia sunt, nec in crassa ac tenuia diuisa, ambitu autem longe maiora sunt, quam in phoca, vrsō et leone marino, pollicem admodum libere admittunt, cancris, mytilis, patellis refertissima. Excrementa ficcissima sunt, velut canina, ac congeries sunt aridorum et dentibus contractorum conchyliorum, cancrorum, testa veluti cocta rufescit in intestinis: in intestinis desunt rugae et valuulae coniuētes, deest pariter valuula coli, destituuntur coeco. Totus intestinorum tractus decem vicibus animali longior. Mesenterium pulcherrimo aspectu omnis generis vasa offert. Vasa lactea in catulis tenerrima et creberrima sunt, vt in phoca, adest glandula pancreas Aselli dicta discissaque lac fundit.

Diaphragma, trachea, pharynx, vt in phoca, pariter ac pulmo, flaccida caerulefcens, inflata rosei coloris est. Cor conicum, humano similius quam phocae, pinguedine omni caret, multos autem vasorum coronalium ramulos offert. Auricula dextra sinistra maior, sed multum tenuior, interna cordis structura a phocae corde nihil differt. Foramen ouale in hoc animali clausum reperi, ductus arteriosi vestigia nulla. Contigit autem vt Embryonem vivum e matre occisa excinderem, eodem momento, quo mater ad enitendum partum in continentem se contulerat, ac in Embryone inueni sequentia.

B b b 2

Glan-

Glandula thymus praemagna candida erat, sesqui pollices longa, et vnum lata, ovalis, superne conuexa, inferne plana et tantillum concaua, colore pancreati similis, e multis glandulosis lobulis in alios denuo minores pisum aequantes subdivisos conflata, quos membrana tenuis coniunctim ambiebat, glandula hac inflata spuma alba e Laryngis annulis emanabat, ductum autem nullum inuenire potui, ex quo conclusi secernere hanc glandulam liquorem pro irriganda larynge.

Pulmo embryonis violacei obscuri coloris erat, tabidus et collapsus, inflatus autem rubedinem albidam induebat, et cor simul mouebatur, hac occasione incidi in canalem arteriosum 2. lineas a basi cordis valde conspicuum, patulum, et grumoso sanguine exiguo refertum, foramen ouale apertum quidem erat, sed valuula quadam coniuente munitum.

Liquor pericardii in embryone plane aberat, qui in adultis occisis semper inuenitur.

Intestina plurima ex parte vacua erant, et mucosum solum referta, e glandulis intestinalibus exsudante. In ventriculo inueni liquamen gelatinosum, vitellum oui quodammodo referens.

Sulci renuncolorum copiosa interspersa pinguedine obliterabantur, quae in adultis euanescit. Excrementa recens natorum catulorum infantum meconio non absimilia sunt.

Glandulam thymi, quod me valde mirum habuit, in adultis hucdum inueni, solummodo minorem: in quadam foemella praegnante eandem glandulam in saccum quandam immutatam inueui, qui immisso flatu distendebatur.

Cerebri

Cerebri structura eadem est ac in phoca.

Quod ad ossa attinet, sceleti descriptionem omitto, cum sceleton parare et mittere cogito: in genere ossa manati, leonis, vrsi marini, phocae et lutrae marinae intus omni medulla carent. Catulorum ossa succida sunt praecipue capita et epiphyses, ossium, in quo a terrestribus animalibus praecipue discrepant. Ossa phocarum et lutrarum foemellarum violaceo leui colore tinguntur, ossa feu vertebrae colli et dorsi tam in leone, vrsio, phoca et lutra marina sursum in arcum eleuantur.

Addam hic obseruationes quasdam generales naturam animalium concernentes.

1.) Omnia animalia fetas aut pilos crassiores, rigidiores et breuiores alentia, aut cuticulam valde crassam et tubulis concretis constantem, tam terrestria, vt porcinum genus, echinus, meles, crassum panniculum adiposum immediate cuti subiectum, cuti firmissime, carni laxe adhaerentem habent, inter marina cum his conueniunt baena, orca, leo, vrsus marinus, phoca, ob id quod frigus immoderatum in frigidioribus, aequae ac aestum in calidioribus regionibus melius perferre possint. Panniculum vero carnosum solummodo in capite obtinent, vt homo. Huc referri debent tria non dum descripta animalia marina, phoca maxima Lachtak, Hippopotamus Morsch. Ruffis et Bieluga Rufforum.

2.) Omnia animalia tam terrestria, quam marina pilum molliorem, densiorem et longiorem alentia, panniculum carnosum immediate cuti subiacentem habent, totum corpus aut plerumque eius partem obtegentem, et ob id, quod pilis aduersus frigus tuentur, panniculum adiposum

B b b 3

tenuem

tenuem obtinent, ac pinguedinem per totum corpus inter musculos diffeminatam habent, his et cutis cum pannelo carnosum vndique in corpore mouetur, vt canibus, hinc et alacri et agili motu omnia exsequuntur: inter marina et fluuiatilia animalia huc pertinent lutra marina et fluuiatilis, ac pleraque animalia terrestria.

Inter pisces omnes cartilaginei et squamis carentes cum prioribus, squamosi cum posterioribus conueniunt, inter aues palmipedes cum prioribus conueniunt, praecipue circa eas partes, quas natando aquis immerfas habent, vnde et in illis color monochroos, in reliquis ficcioribus regionibus dorsi, colli, capitis color varius; fissipedes autem cum posterioribus conueniunt.

Quo frigidius clima, eo minus, comparate cum eiusdem speciei animalibus, pinguedo consistens, hinc balae-nae maris orientalis ac phocae consistentiorem pinguedinem habent, quam quae circa Grönländiam capiuntur.

Ex his liquet falsum esse quorundam Anatomicorum assertum, quasi membrana muscutorum communis a pannelo carnosum ortum haberet, eo quod in iis animalibus, vt lutra marina, panniculus carnosus totum corpus obtegit, nec vero vllibi arctam connexionem cum musculis habet, nisi in capite; animalia vero panniculum crassum adiposum habentia, licet pannelo carnosum careant, membranam tamen muscutorum communem obtinent.

HISTORIA MORVM HVIVS ANIMALIS.

Animalia haec pulcherrima et ob pulchritudinem pretiosissima sunt, si pellem consideres pili mollissimi 1. et 1½ vnciam longi sunt, densissime positi; aterrimi, splenden-

dentes, lanugo pariter inter longiores pilos nigra, apices autem solummodo aut pili ultra dimidium nigri sunt, fundi seu radices serici instar candicant, ac velut argentei sunt: pretiosissimae pelles vix non in vniuersum nigrae sunt, aliae pilo argenteo candidissimo splendente in vniuersum donantur, verum rarissimae occurrunt. Licet pili colorem tractu temporis mutant, multum tamen Zebellinis constantiores sunt, nec vnquam Zebellinae pelles tam intenso natiuo nigrore splendent ac lutrinae. Quod desiderari potest, vnicum hoc est, quod cutis nimis crassa et ponderosa sit, adeoque delicatis minus arrideat, pellis adultae lutrae vt plurimum $3\frac{1}{2}$ libr. pendet. Raro lutra omnimode nigra capitur, melioris notae lutrae capita incana argentea, viliores lutrae fusca et incana capita et fuscus pilos obtinent, infimi ordinis sunt, quae longiori pilo carent et sola fusca lanugine gaudent. Est autem res cum his animalibus ita comparata, quorundam animalium pelles rufos et raros longiores pilos semper alunt, animalia illa ipsa stupida, pigra, tristia, somnolenta sunt, continuo in glacie et saxis sopita iacent, lente incedunt, ac absque vlla industria et astutia capiuntur, quasi scirent ea ob pellium ignobilitatem caedibus minus obnoxia esse, eadem autem caudas semper pulcherrimas nigro longo pilo vestitas habent, e quo conclusi duplicia 1.) pelles pigrorum animalium ob id praecipue breuiori solummodo pilo donari, quod longiores aestate, in arena se volutantia attritu crebriori eradicent, hyeme autem dum madida in glacie iacent, pili longiores glaciei adhaerescunt et abeundo relinquuntur, quod meis oculis vidi. 2.) Nigrorem pilorum ab aere et solis radiis pallefcere et debiliorem fieri, ob id caudae, corpori iacenti

iacenti subiectae attritui et solis radiis minus obnoxiae, nativum nigrorem et pilorum longitudinem vnice seruant. Quo alacriora, astutiora et celeriora animalia sunt, eo pulchriori vestiuntur pelle, et vice versa, hinc raro nec nisi insidiis capiuntur. Haec de securitate sua ita sollicita sunt, ut si sola propter somnum capiendum in siccum exeant, admodum sollicite circumspiciant, et cum oculis parum in continente valeant, naribus versus omnes plagas directis, antequam somno indulgeant, an non homines in vicinia sint, percontantur, imo quamvis nihil periculi senserint, tamen non longinque a mari recedunt crebro perterrita expergefiunt, circumspiciunt, parum nec profunde dormiunt. Quod si vero integri greges in continente una dormiunt, pulchriores semper antesignani excubias agunt, ac imminente periculo reliquos suscitant.

Foemellarum pelles a marium pellibus primo statim intuitu dignosci possunt, ob id, quod minores, pulchriores et graciliores pilos in dorso, et longiores in ventre alant, harum caro tenerior sapidior ac ob interspersam pinguedinem gratior est, contra morem quadrupedum et avium, in quorum classe mares pulchrioribus et colore insignioribus pilis et plumis vestiuntur.

Pilos quidem mutant, ut terrestria animalia et aves, hac tamen duplici differentia, pilos quidam amittunt mense Iulio et Augusto, sed parce admodum, reliqui colorem quodammodo mutant et fusciores evadunt, dicuntur propterea a Russis et mercatoribus Letnie Bobry, minorique pretio veneunt: nobilissimae pelles sunt, quae Martio, Aprili, Maio occisis detrahuntur.

Adulti

Adulti mares Bobry vocantur, foemellae Matka, annui humilem mollem pilum, nacti Koschloki, catuli dicuntur Medwiedki, vrsi minuti, ob id quod longos admodum, fuscus, tenues pilos habeant instar vrsorum, a quorum catulorum pellibus vix distinguuntur, pilos autem amittunt post 5. menses et tunc Koschloki audiunt, medii quasi inter catulum et annum sola lanugine vestiuntur.

Ante quindecim annos et quod excurrit nobilissimae pelles in terris Kamtschaticis a gentilibus cum cultro vel ignitabulo permutabantur, et a Russis mercatoribus 5, 6, mediae bonitatis 4. rubelorum pretio vendebantur, Iacutiae 8, 10 rubellis venales erant, ab eo autem tempore quo Sineses hanc mercem aestimare et valde appetere coeperunt, modo in terris Kamtschaticis nobilissimae adutorum pelles 25 et 30 rubelis, mediae 17, annui Koschloki dicti 8 rubelis, catuli Medwiedki vno rubelo veneunt, caudae imprimis permagni aestimantur ac pro 1½ imo 2 rubelis emuntur, et ad mitras et chirothecas appetuntur.

Paucissimae in Russiam exportantur, vix non pleraeque Sinesibus aduehantur, qui optimas 70, 80 rubelorum pretio emunt. 1735 et 1736 20 volumina Kitai-ka lubentissime pro vna pelle dabant, Russi vero Ircutiam reuerfi 100 rubelos rursus accipiebant.

Sinesibus autem hae pelles ponderosiores, Zibellinarum mustelarum et vulpium pellibus eo cariores et aptiores sunt, quod vestimentorum fericeorum nimis leuium

Tom. II. Nou. Comment. C c c pon-

pondus augent, ac praeter pulchritudinem id efficiunt, ut corpus arctius cingant et vento magis resistent, propterea fimbrias ex iis parant palmi latitudine, ac vestimenta quaquaversum iis cingunt, quod et Kalmuccis et Sibiricis gentibus ut et Russis utriusque sexus in more positum est. In terris Kamtschaticis maior ornatus non censetur, quam vestis instar sacci confuta, Parka dicta, e pellibus candidis vitulorum ceruorum rangiferorum Puschiki dictis, quos fimbria e pelle lutrina ambit: chirothecae et mitrae e lutrina pelle paratae. Praeter pondus autem hae pelles hoc incommodi habent, ut parum caloris corpori conciliant, humidae euadant licet ab densitate egregie aduersus ventorum importunitatem defendant. Ante paucos annos gentiles haec vestes ex illis consuebant, ut olim e vulpium et Zobelarum pellibus, exoleuit autem iam mos ex quo pretium earum adeo impense auctum, nec propterea multum tristatur, cum canina pellicia semper pulchriora, calidiora et diuturniora a gentilibus iudicata fuerunt.

Catulorum pelles hoc praecipuum habent, ut corpus minus quam vulpinae calefaciant.

Capiuntur haec animalia in terris Kamtschaticis solummodo qua Oceanus a gradu 56 ad 50 eam alluit, in Penschinico mari nunquam cernuntur, neque ultra tertiam insulam Kurillicam amplius observantur, hinc et ab horum animalium venatione Oceanus a Lapatha fere vsque ad promontorium Kronotski nomen obtinuit Bobrowoie more. A multo iam tempore tam a gentilibus, quam Russis creditum et iudicatum fuit, animal hoc non esse Asiaticum, sed hospitem saltem et aduectam ab aliis terris in eo

eo loco Kamtschaticis valde vicinis, ubi capi quotannis soleant: orientali vento hyeme per biduum spirante in glacie iacentia una cum glacie aduehantur et capiuntur, quae vero mortem hyeme effugiunt, aestate circa praerupta et saxosa litora Kamtschatica et insulas Kurillicas versantur, pariunt, ibidemque manent, ob id quod natando parum valent, nec ob foramen ouale cordis clausum mare transnantes victum in profundo quaerere, vel inediam per triduum aut quadriduum tolerare possunt; Hinc et venatio illarum talis est, ut si hyems gelida, glacies multa ac saepius aduehatur, lustrarum non tantum copia hyeme, sed et a residuis aestate habeatur, et vice versa ab anno 1740 ad 1743 frigora hic locorum nulla fuerunt, nullaque glacies generari circa litora et huc aduehi potuit, propterea et lutrae paucae et venatio admodum parca fuit.

Loca propter venationem lustrarum celebria sunt ab ostio Kamtschatka usque ad Tschaschma ante 20 annos magis quam vllibi alibi, iam vero raro et admodum parcae, frequentiores iam circa promontorium Kronozki, qui locus post ostium Kamtschatkae fluii celebris euasit, et ibi iam messis parciore euasit. Circa Ostrownaia, sinum maris Awatschiensem, promontorium Lapatka, et tres priores Kurillicas insulas multum iam frequentiores capiuntur quam antea: Penschinicum mare non intraat, quamuis ibidem Gammari et reliqua conchylia si non maiori eodem tamen numero habentur, quam in Kamtschatico litore, quare vero ultra tres insulas anteriores Kurillicas non progrediantur, cum ab una ad alteram facile usque ad Iaponiam peruenire possint, triplicem agnoscit rationem.

C c c 2

1.) Leo-

1.) Leones et vrsi marini desertas insulas maximo numero inhabitantes, ob id quod luras deuorant et quouis modo laedunt, has fugant et ab iis valde timentur. 2.) Glacies nunquam eo, adeoque nec lurae aduehuntur. 3.) Distantia inter Americam et Kurillicas posteriores insulas adeo magna est, ac insulis intermediis caret, adeoque eo animalia haec natatu peruenire nequeunt; ad hoc accedit, quod animalia haec a natura non vagabunda sint, sed si commoda loca inuenerint iis veluti affixa, ita et priorum insularum incolae adeo harum venationi intenti sunt, vt raro aestate euadant, quae hyeme effugerunt.

Venantur luras omni tempore, sed ratione temporis diuersissimis modis. Hyeme et praecipue mense Februario, Martio et Aprili copiosissime capiuntur, sed stupendo labore, incredibili audacia, multorumque saepius hominum interitu: dictis mensibus flante vento Orientali intra biduum vel triduum glacies a continente Americae huc maxima copia aduehitur, vel citius glacies huc peruenit, si autumno inde ablata intra insulas in canali detenta substitit; Dum ventus fiat, venatores gentiles vbiuis circa litus et insulas in stramineis tuguriolis excubias agunt, glacies tanta copia aduehitur, vt maris superficiem a litore ad aliquot milliaria occupet, circa insulas Kurillicas promontorium Lapatka saepe cum priori insula coniungit, dum gentiles claua lignea, cultro armati, soleis ligneis lapki dictis induti, vel soli, vel cum cane ad venationem instructi, a litore in glaciem abeunt, quas offendunt luras clauis occidunt ac promptissime intra aliquot momenta exoriant, continue pedes mouendo ne mergantur, carnes relin-

relinquunt, si nimis longe a litore recesserint: canes interea alias inquirunt, cane viso et subsistente lutra pariter timore coacta subsistit seque occultare occupatur, donec venator vestigia canis sequens feram assequitur et ferit, adeo intenti sunt huic venationi, ut saepe eo usque in glacie pergant, ut continens extra conspectum sit. Si glacies cum turbine, procella et multa niue, ut plerumque solet, aduehitur, venatio hucdum largior, sed et periculiosior, dum enim venatores nec antrorsum, nec quae ante pedes foramina in glacie sint, videre possunt, canem, aut coecam solummodo fortunam sequuntur: non sine stupore audacissima haec venatio e continente aspici potest, glacies vna cum undis mox attolitur, modo deprimitur, venatores mox in monte, qui breui conuallis aut fouea fuit, ambulat, mox in altum tolluntur, mox oculis subducuntur ac merguntur. Fit autem saepe hac ratione venatio facillima et largissima, dum glacies in litore diu subsistit: lutrae durante turbine nesciae an in glacie vel continente degant, 5, 10, ad 15 stadia in continentem exeunt, arborum et fruticum strepitu seductae, putantes se versus mare properare et maris strepitum audire, hac ratione vnus saepe 30. 40 et plures occidit, ac pelle vna cum carne potitur. Dum gentiles in glacie venantur ventorum potissimum circumspicte rationem habent, ne vento aduerso in mare auehantur, quod saepe accidit, nec raro cum glacie per 3, 4, 5, 6 dies in mari oberrant, fauente fortuna et vento denuo aduehantur et salui in litus exeunt: vento ex alia plaga spirante glacies auehitur, si iuxta litus, venatores continue glaciem prosequuntur, dum enim glacies per diem aut noctem a litore auehitur, tot denuo

C c c 3

lutrae

lutrae in illam se conferunt, ut venationes posteriores saepe multum prioribus ditiores euadant: soleas ligneas propterea induunt, ne mergantur, et quo glacies, saepe nimis tenuis, corporis molem sustineat. Solea quaeuis 5 ad 6 pedes longa, 8 pollices lata, ac pedibus ope lori alligatur. Dum haec venatio in glacie contingit, ubiuis laeti nuncii habentur, priwal seu glacies aduecta, circa Kurillicas insulas, vel circa Lapatka; Kronozky et Awatſcha. Adueruntur autem in glacie una cum lutris phocae et leones marini.

Venatio autem pro tempestatis hyemalis ratione ita comparata est, quo frigidior et ventis impetuosior hyems, eo maior venatio, quo mitior eo pauperior. Licet annis 1740, 741, 742 multa glacies multaeque lutrae aduectae fuerunt, ob id tamen venatio parcissima, quod glacies nimis tenuis nec venatores sustineret.

Aestate lutrae capiuntur quatuor modis. 1.) Dormientes in mari ac supinae in dorso iacentes e cymbis hasta abscissili confodiuntur. 2.) Vel vigiles duabus cymbis in mari agitantur donec delassatae confodiantur, quippe ultra 2 minuta sub aquis absque respiratione viuere nequeunt, agitati mediocriter natant, et simul ita anhelosi fiunt, ut ulterius fugere nequeant, sed subsistere cogantur. 3.) Aestu maris imminuto saxa e mari extantia petunt, ibique somnum capiunt, ac a venatoribus clavis ligneis occiduntur. In terris Kamtschaticis ante Russorum aduentum in siccum exhibant eadem ratione, ac in terris Kurilicis propter capiendum somnum, ex quo autem propter solam pellem et avaritiam venantur, nunquam, aut rarissime,

me, aut insciae, quod in continente sint, capiuntur. 4.) Capiuntur retibus, retia autem super aquas expanduntur, et alligatis faxis firmantur in locis minus profundis, ubi fuci magna copia nasci solent, hae dam conchylia et gamma-ros inter fucos delitescentes praedantur, retibus implican- tur, vel a venatore in cymba super veniente occiduntur. Solent interdum formas ligneas exsculpere lutram quodam- modo referentes, ac carbonibus denigrare, retibus impo- nere, lutrae hanc formam videntes adnatant varios mi- rosque lusus cum illis exercent, ac hoc dolo capiuntur. Quando in reti capiuntur adeo anxiae sunt, ut anteriores pe- des sibi desperabundae praemordeant, quod si vero mascu- lus cum foemella vna capiuntur, vehementer ambo sibi pel- lem dilacerant dentibus, oculos eruunt.

A nobis vero in insula Beringii histis, retibus et elavis somno sopitae, vel lusibus veneris intentae occide- bantur.

In tanta copia ibidem habebantur, ut ab initio iis occidendis manus non sufficerent, integris gregibus litus tegebant, et ob id quod vagabunda animalia non sunt, verum hic nata et educata, tantum abest, ut hominem ti- muerint, ut ad ignem accurrerent, nec loco mouerentur, donec post multam editam stragem noscere nos et fugere didi- cerunt, nihilo tamen minus ultra octingenta a nobis occisa, fuerunt, et nisi nauigioli extracti angustia prohibuisset, triplo plura immolata fuissent.

Quan-

Quantum ad pulchritudinem animalis et praecipue pellis, forte haec lutra sola incomparabilis et sine pari nec sine stupore pilorum pulchritudine et mollitie veluti princeps omnes Oceani vasti incolas vincit. Quod ad mores tam in Oceano, quam in continente vivere amat, praecipue autem ob dulce otium incultas Oceani insulas ingentibus gregibus incolunt, propter cibum capiendum, aestu maris imminuto, loca vadosa, saxosa et fucis herbosa petunt, gammaros, musculos, mytulos, cochleas, patellas, polypos, sepias colligunt et deuorant. Fucis marinis non nisi inedia coactae pascuntur, comedunt pisces, aphyas acus et pisciculos Kamtschatico idiomate Uiky dictos, a fluctibus vernali tempore incredibili copia in litus eliminatos, nec abstinent a carnibus. Inueni lutram alterius lutrae excoriatae abiectae carnes comedentem, ita ut pamphagum animal censendum.

Hyeme partim super glacie, partim in litore iacent, aestate fluuios ingrediuntur, imo ad lacus pergunt, ac dulcibus aquis vehementer delectantur, calidi diebus conuales et recessus umbrosos intra montes petunt, ibique more simiarum varios lusus exercent: hilaritate, lusus, pedum celeritate omnia reliqua amphibia vincunt.

In continente iacent more canum, corpore contorto, antequam e mari egressi somnum capiunt, excutunt more canum aquam omnem, dein anterioribus pedibus more catorum faciem demulcent, corpus stringunt, pilos ordinant, caput ab vno latere in alterum motitant, se intuentur sibi que mire placent. Vidi mares varios lusus
cum

cum genitalibus exercentes more simiarum, adeo intenti sunt perpoliando corpori, ut dum hoc agunt, secure occidi possunt.

Cursu vix celer cursor assequi potest, fallaciter admodum et multis ambagibus currit, ubi vero viam ad mare interceptam videt, viribus exhausta et anhelosa subsistere tenetur, catorum more dorsum in arcum eleuat, ac inimicum saltu inuadere minatur, stridet instar cati ferocis, nos vero animositatis suae ventosae conscios non deterruit, vnico forti ictu dum caput petitur confestim exanimis in terram concidit, anteriorum pedum plantis oculos cooperit, etiamsi vices dorsum verberatur, ictus strenue perfert, quod si vero cauda inter currendum extensa verberatur, confestim conuerso corpore frontem percussori suo admodum ridicule offert, saepius contigit ut vno ictu caderent, ac se mortuos simularent, quam primum vero nos cum aliis occupatos videbant, repente affigebant, ex quo nobis apparebat dolosum valde animal esse, de industria saepe in angustias redegimus absque intentione nocendi, deinde paratas tenebamus clauas, iacebant illae blandientes et vndique circumspicientes, lente admodum et humiliter canum more per nos transibant, quam primum vero sese periculo liberatas videbant, ingentibus saltibus ad mare properabant.

Stantes collum extensum seruant ad corpus, ac posteriori parte alteriores stant ob pedum longitudinem.

Natant modo in ventre, modo in vno latere, modo in dorso supinae, imo stantes ad perpendicularum natant,

vna ludunt et veluti homines anterioribus pedibus sese mutuo amplexantur, osculantur, si clamam effugerunt, quasi venatori illudentes valde ridicule gesticulantur, vno pede supra caput elato hominem continue intuentur, quasi radii solis illis molesti essent, in dorso iacentes pudenda scalpunt, continue intuendo hominem, aquam subeunt vri-
nando eadem ratione, ac vrsi marini et balenae.

Concubitus celebrant omni tempore adeoque et per totum annum matres cum catulis occupatae cernuntur: num bis, num vna saltim vice pariant, discernere non audeo, vidi et aliquoties matres cum duobus catulis occidi, quorum vnus annuus, alter 3, 4 mensium erat, hoc certum est vno catulo plures nunquam. vel rarissime saltim parere, primo anno post partum non congregiuntur, sed secundo demum foetum per 8 et 9. menses in vtero gestant, hinc et perfecte absolutos edunt catulos, oculis apertis et dentibus omnibus praeditos, 4 canini solito tantum minores sunt, eadem ratione ac in vrsis, phocis et leonibus marinis vidi; catulos vix non per integrum annum vberibus lactant, amorem coniugalem constantissime seruant, nec mas plures vna foemella amplexatur, tam in mari, quam in continente vna semper degunt, catuli annui Koschloki, antequam peculiarem familiam non instituerunt, semper cum parentibus vna degunt, ita et raro foemellae absque catulis bi-trimestribus Medwiedki dictis cernuntur. Foemellae semper in continente pariunt, catulos tam in mari, quam in continente ore semper gestant, dormientes in mari illos intra pedes anteriores eadem ratione seruant ac matres infantulos, proiici-

proiiciunt eos saepe in aquam, ut natatui assuescant, lassos denuo recipiunt; ac more humano osculantur, in altum catulos proiiciunt, proiectos anterioribus pedibus veluti pilam recipiunt, imo omnes lusus exercent, quos mater prolis amantissima iucundos et tenerrimos exercere potest: in continente dormiente matre catuli mammis vel lacertis maternis adhaerentes vigiles custodias agunt, prolem amore vix credibili complectuntur; vtcunque percussores vrgent, tam in mari, quam in continente, nunquam tamen catulos ore arreptos relinquunt, nisi extrema necessitate et ipsa morte coactae, ac propterea saepius cum saluae euassissent, occiduntur, de industria aliquoties foemellis ademi catulos, illis vero ipsis peperci, hae vero instar hominis afflicti plangebant, me viuos duos catulos portantem veluti canes e longinquo sequebantur, catulos voce singulari vagitui infantum simili aduocabant, cum catuli audita voce materna pariter vagirent, subfedi in niue, accurrebant tam prope et paratae stabant catulos e manibus in niue sepositos afferre. Elapsis 8 diebus redii ad eundem locum, maximo moerore affectam vnam foemellam eodem, quo catulos rapui loco, iacentem inueni ac absque vilo fugae edito signo occidi, pelle detracta ita intra octiduum emaciata erat, ut ossa solummodo cum pauca carne superessent, quod deinceps aliquoties contigit. Accidit alio tempore, ut vna cum d. Plenisnero matrem cum filio annuo dormientem e longinquo viderem: mater nobis visis accurrebat ad filium, suscitabat et monebat ut fugeret, cum vero ille dormire nec fugere vellet, inuitum anterioribus pedibus arreptum, veluti iners saxum ad mare voluebat. Coeunt ut homines.

D d d 2

Oculis

Oculis in continente parum valent, naribus vero admodum sagaces sunt, hinc et aduerso semper vento venari debent, auribus pariter argute audiunt. Clamor lutrarum vagitui infantum prorsus similis est, absque dubio per multos annos viuunt, rixas nunquam inter se akunt, sed amice admodum inuicem viuunt. Leones et vrsos marinos valde pertimescunt, nec phocarum consortium amant, hinc et loca his animalibus frequentata ab iis sedulo vitantur.

Caro lutrarum adularum multum tenerior et sapidior phocarum carne, praestat foemellarum caro, tenerior et pinguior, pinguedo autem inter membranulas continetur, hinc duriuscula, consistens, matres praegnantes, quo propiores partui, eo pinguiores: in quo multum a terrestribus animalibus differunt: catulorum caro delicatissima est, nec a lactantis agnelli carne facile dignoscenda, siue assata siue elixata, iusculum pariter ab elixatione sapidissimum euadit. Lutrarum caro potior cibus noster in insula Beringii erat, imo medicamentum vniuersale, huius commestione a scorbuto liberati, nec nausea quemquam corripuit, licet sine pane quotidie interdum femicrudam comederemus. Epar, cor, renes sapore nihil omnino a vitulinis differunt. Gentiles in Kamtschatka et Kurillicis insulis aquilarum carni primas dant, alterum locum lutrinae assignant; Epar et renes cruda comeduat ac sapidissima iactant: penis fulcri ossi rasura tam gentiles, quam Russi vtuntur in febre tertiana, tanquam medicamento idoneo.

Pelles,

Pelles, antequam vsui cedunt sequentes experiuntur labores. 1.) A pelle detracta panniculus musculosus seorsim cultro separatur, hunc laborem Russi Slauonico vocabulo Bolon sicut exprimunt. 2.) Pellis ut ut potest maxime distenditur, etenim praeter hoc, quod magnitudo pretium auget, parata inde pellicia leuiores euadunt, minus autem quod ad pilos speciosa. 3.) Ossibus ex larorum alis pilos coordinant, et nudi per aliquot septimanas super illis dormiunt, quo lucidiores, pulchriores et mundiores euadant, hunc laborem Russi vocant Wyspat Bobr. 4.) Casacci dum a gentilibus nanciscuntur pelles, super niue eas saepius baculis verberant, si pilus fuscus aut alterius quam nigri coloris, colorem inducunt ex alumine et baccis Empetri ad consistentiam coctis cum pinguedine piscium, a quo splendorem et nigrorem nanciscuntur, cognoscitur autem fraus, dum pilus euellitur solitarius, ac triplex color apparet inductus niger in summitate et medietate pili natiuus abhinc, et denique fundus pili.

Dum lustrarum pelles praeparantur ad vsum, gentiles sequentia adhuc suscipiunt. Inungunt auersam partem pellis cum ouis piscium exsiccatis et in farinam contusis, ut Rutheni cum attenuato fermento panis, dein pellem conuolutam per aliquot dies reponunt, postea conchyliis et silicibus scalpunt, denique pumice laeuigant, ligneo vnco tam diu auersam partem terunt pariter ac manibus, donec a massa fermentata ouorum mollescat et omnis pinguedo mollis et flexilis euadat. Reliquae lustrarum pelles omnes, quae mercatoribus venduntur, rudes absque vlla praeparatione exportantur, ob id quod obseruatum fuit, has rudes colorem natium constantiorem seruare.

Tantum de lutra marina commentari volui, quantum partim oculatus testis ipse vidi, partim a gentilibus harum venationi intentis comperi.

Tab. XVI. Icones duas fieri curavi, quarum vna (fig. 1.) lutram in continente incedentem, altera (fig. 2) eandem cum catulo natantem sistit.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

OBSER-

1870

1870

OBSERVATIO
ECLIPSIS LUNAE PARTIALIS

d. 8. Aug. st. n. an 1748. Lipsiae habita

a

G. Heinso.

1. **P**aucis ante Eclipsin horis tempestatem variabilem Tab. XVII. excipiebat coeli serenitas, quae optimam non solum eclipsis observationem, verum etiam diebus sequentibus exoptatam temporis duorum horologiorum oscillatoriorum correctionem, ope altitudinum Solis respondentium quadrante consueto captarum, concessit. Observationem duplici modo peregi, tum annotando appulsus umbrae ad praecipuas Lunae maculas, tum definiendo phasium conditiones ope machinae parallacticae, cuius descriptionem in observatione eclipsis Solaris d. 25. Iulii eiusdem anni exhibui.

2. Secundum methodum priorem sequentia animadvertere licuit.

Tempore vero

10^b. 50' Penumbra valde diluta apparet circa regionem Schickardi, per tubum Gregorianum.

55. Penumbra manifesta per Tub. astron. 5. ped.

58 40'' Initium fieri creditur per Tub. astron. 5. ped. Umbra valde diluta cernitur. Initium notatum intra 30'' certum iudico.

59.50. Initium certe iam contigit, per Tubum Gregorianum.

Tom. II. Nou. Comment.

E e e

Omnes

Omnes sequentes observationes habitae sunt ope Tubi Gregoriani sub eo apparatu, quo obiecta secundum diametrum 52. vicibus iste amplificat.

11. 2. 38. Schickardus incipit immergi.
 3. 20. Schickardus totus immerfus. Vmbra paulo distinctior apparet ac circa initium eclipsis.
- 11^b. 12'. 48''. Per medium Capuani peripheria Vmbrae transit.
16. 32. Tycho incipit immergi.
 17. 44. Vmbra per medium Tychonis.
 18. 48† Tycho totus immerfus.
 Vmbra nunc bene terminatur, quae conditio in omnibus observationibus sequentibus, excepto fine, locum habuit.
20. 3. Grimaldus incipit occultari.
 24. 8. Vmbra tangit Bullialdum.
 24. 48. Vmbra per medium Grimaldi.
 25. 18. Medium Bullialdi tegitur.
 30. 38. Totus Grimaldus ad extremum suum acuminatum occultatur. Vmbra lente admodum per Grimaldum transit; quapropter observationes circa Grimaldum peractae non satis certae debent censer.
56. 43. Medium Fracastorii tegitur.
 58. 8. Totus Fracastorius occultatur.
 58. 23. Medium Grimaldi emergit.
12. 1. 49. Totus Grimaldus extra vmbrae ponitur.
 50. 59. Tycho incipit emergere.
 51. 52. Medium Tychonis.

52. 49. Tycho totus emergit.

Octo circiter minutis ante finem umbra male terminari incipit.

13. 14. 49. Finis eclipsis dubius.

15. 29. Finis certior iudicatus; quod proinde momentum pro fine pono.

15. 50. Finis certe factus est.

3. Secundum methodum posteriorem per tubum tripedalem machinae parallacticae, qui umbram optime terminatam representabat, modo consueto appulsus limborum Lunae, precedentis et sequentis, nec non cuspidum phasis cuiusque ad filum reticuli horarium notavi, interea dum limbus Lunae vel superior vel inferior directionem fili diurni sequebatur; appulsam autem peripheriam umbrae ad filum horarium attendere conditio positionis eius respectu fili non permittit. Hanc ob causam ad constructionem phasium alia elementa in subsidium erant vocanda, quae ex ordine enumerabo.

4. Ex observationibus copiosis deprehendi moram transitus disci lunaris per filum horarium $= 2'. 24'' \frac{1}{2}$ temporis solaris, quae ope diei lunaris in partes diurni conuersa exhibet diametrum lunae in eiusmodi partibus $= 34'. 49''$. quibus pro declinatione Lunae visa respondent $33'. 30''$. in partibus circuli maximi. Diameter haec referri debet ad altitudinem $23.$ graduum circiter, quam per totam eclipsin constantem assumam et *diameter altitudinis* vocabo. Erit ergo diameter Lunae horizontalis $= 33'. 16''$. partium circuli maximi, et parallaxis horizontales respondens $= 60'. 59''$. posita ratione inter horizontales diametrum et parallaxin $= 6 : 11$.

E e e 2

5. Si

5. Si dicantur parallaxis horizontalis lunae $= P$, Solis $= p$ ($= 10''$), semidiameter Solis $= s$ ($= 15'. 51''$. ex Tabulis); erit semidiameter horizontalis vmbrae $= P + p - s + \frac{1}{88} P$. (adiicitur $\frac{1}{88} P$ ob augmentum vmbrae ex atmosphaera Telluris). Igitur pro casu praesenti fiet semidiameter vmbrae horizontalis $= 60'. 59'' + 10'' - 15'. 51'' + 42'' = 46'. 0''$; in altitudine autem $23. graduum = 46'. 19''$. quae scilicet in eadem ratione augetur, qua crescit diameter altitudinis lunae. Vocabo hanc *semidiametrum vmbrae in altitudine*.

6. Ope huius, factis ob progressum vmbrae in disco Lunae debitis correctionibus, nonnullas eclipsis phases construere, earumque et centri vmbrae positiones respectu tum diurni visi, tum circuli latitudinis Lunae definire licuit. Cum autem plerique appulsus cornu sequentis phasis nimis vicini essent appulsibus limbi Lunae sequentis ad filum horarium, quae conditio exactam positionis centri vmbrae determinationem respuebat; in maiorem certitudinem non incongruum esse duxi, ex calculo *Cel. Euleri*, cum quo elementa ex obseruatione eruta prope conspirabant: in subsidium assumere horarium Lunae a Sole $= 35'. 27''$, et inclinationem orbitae Lunae ad eclipticam $= 5^\circ. 34'$; quo facto ex obseruatis appulsibus alterutrius cornu phasis constructum schema sequentes suppeditavit determinationes.

Ordo

Ordo observ. Tempus verum obseruationis, seu Momentum appulsus cornu et phasis praec. ad filum horarium Interuallum tem- poris inter appul- sus limbi ☽. praec. ad praec. ad filum horarium Distantia centri vm- brae a loco obscurat. in partibus maximae ope horae definita. Tempus verum obscurationis inde deductum. Quantitas obscurationis.

1.	11 ^b . 33. 6''.	0'. 58 ^{1/4}	34'. 15''	} add.	12 ^b . 7. 21''.	3 ^{dig.} 40'.
2.	38. 12	0. 49	28. 10		6. 22. 4.	7
3.	42. 42	0. 42 ^{1/2}	23. 55		6. 37. 4.	25
4.	12. 8. 40.	0 18.	2. 0		6. 40. 5.	6 ^{1/2}
5.	20. 39	0 13 ^{1/4}	13. 50.		6. 49 4.	53
appulsus cornu seqv. inter appulsus limbi ☽. seqv. et cornu seqv.				} subtr.		
6.	42. 30. 0.	11	36. 10		6. 20. 3.	30
7.	57. 21	0. 30.	50. 35		6. 46. 2.	6
8.	13. 4. 34	0. 45 ^{3/4}	58. 0.		12. 6. 34.	1. 13.

7. Schematis situ erecto delineati sequentes sunt con- ditiones. S D P refert discum Lunae immotum, L eius centrum, L P semidiametrum altitudinis, P limbum praecedentem, S sequentem, D L circulum declinationis, et F L d ad L D perpendicularis diurnum centri lunae verum, L v est diurnus centri Lunae visus ex mutatione declinationis eius dato temporis interuallo facta definitus, existente $Ld : dv = 1731 : 29$, et v d ad L d perpendiculari, s p parallela ad L v tangit limbum Lunae superiorem et filum diurnum reticuli in machina paral- lactica representat, quod limbus Lunae superior in transitu per tubum machinae strinxit. P p, S s, perpendiculares sunt ad s p, et limbum Lunae in P et S tangunt ita vt s p exponat moram transitus disci lunaris per filum hora- rium ($= 2'. 24''\frac{1}{2}$. §. 2), et, verbi causa, p r inter- vallum temporis inter appulsus limbi Lunae praecedentis

E e e 3

P et

P et cornu praecedentis R in data phasi. LC refert circulum latitudinis lunae inclinatum ad circulum declinationis LD angulo CLD = $17^{\circ} 31\frac{1}{2}'$. = Complementary anguli eclipticae cum meridiano, qui loco Oppositionis \odot et \odot in ecliptica $16^{\circ} 37'$. \approx respondet. Angulus CLO aequalis est inclinationi orbitae visae \odot ad Eclipticam ($= 5^{\circ} 34'$), ut LO exhibeat rectam, ad quam semita visa centri umbrae AB in O perpendicularis est. Hanc autem AB ad tantam distantiam a centro Lunae L remoueri, ut, postquam definita fuerit cuspidis phasis positio pro quavis observatione per interuallum temporis inter appulsus limbi Lunae et cuspidis istius ad filum horarium machinae, factae ex loco cuspidis tanquam centro, ope semidiametri umbrae in altitudine, intersectiones rectae AB in 1, 2, 3 etc. non solum designent loca centri umbrae ad ea temporis momenta, quae eodem charactere in recensione §. 6. insigniuntur; verum etiam interualla intersectionum examinata ad horarium \odot a \odot rite conspirent cum interuallis temporis observationum homologarum; quo facto iustam tandem semitae visae centri umbrae positionem in schemate obtinui. Innotuerunt inde pro quavis observatione, distantia centri umbrae a loco obscurationis maximae O in partibus temporis ope horarii \odot a \odot ; phasis positione; quantitas obscurationis, ac denique tempus obscurationis maximae; prouti hae deductiones §. 6. annotatae sunt.

8. Ex eodem schemate inuenta est LC latitudo Lunae borealis in $g = 49'. 0''$, et distantia centrorum minima LO = $48'. 45''$; vnde prodit quantitas eclipsis
(=

(= summae semidiametrorum umbrae et Lunae demta distantia centrorum minima) = $46'. 19'' + 16'. 45'' - 48'. 45'' = 14'. 19''$, et in digitis eclipticis = $5.\text{dig } 7 \frac{2}{3}$ minut.

9. Momentum obscurationis maximae duplici adhuc methodo definire licuit. Primum si ponatur.

Eclipsis finis $13^b. 15'. 30''$. rotunde

Initium $10. 58. 40$

24. 14. 10

prodit tempus obscur. max. $12. 7. 5$

Deinde macularum Grimaldi et Tychois obseruatae immersiones et emersiones idem patefecerunt, postquam situs istarum in disco Lunae exploratus est ope machinae parallacticae paulo ante eclipsin, nempe hor. 10. Sit in T centrum Tychois, in G centrum Grimaldi. Ductis T θ , G γ , ad S s parallelis, ex obseruatione inueni.

$$p\theta = 1'. 39''.$$

$$\theta\tau = 1. 36 \frac{1}{2}$$

$$p\gamma = 2. 19.$$

$$G\gamma = 1. 1 \frac{1}{2}.$$

in partibus temporis, quarum $2'. 24.\frac{1}{2}$ ipsi s p seu morae transitus disci Lunaris per filum horarium respondent. Centro O descriptus iam sit arcus umbrae M Q m pro momento obscurationis maximae. Per T, G, L, ductae sint parallelae m M, G N, L l, ad semitam centri umbrae A B, quae proinde perpendiculares sunt ad L O. Cum eadem eclipsis phaenomena locum habeant, siue centrum umbrae moueatur per A B, manente Luna in L; siue centrum umbrae ponatur in O immotum, et centro Lunae tribuatur motus eiusdem celeritatis iuxta l L directio-

directionem oppositam ; in casu posteriori centrum Tycho-
nis describet rectam $M m$ ab immersione sua vsque ad
emerfionem , et tempus medium exponet momentum ,
quo Tycho fuit in t . Ast tempore obscurationis maxi-
mae , existente centro Lunae in L , centrum Tychonis est
in T ; vnde si ope horarii Lunae a \odot le exploretur tem-
pus per $t T$, idque addatur ad momentum , quo Tycho
fuit in t ; habebitur tempus obscurationis maximae. Simi-
li modo proceditur cum Grimaldo. En deductiones

Emerfio centri Tychonis	12 ^b . 51'. 52''.
Immerfio - - - - -	11. 17. 44
Tempus per $M m$ - -	1. 34. 8
Tempus per $M t$ - -	0. 47. 4
Momentum, quo Tycho fuit in t	12. 4. 48
Tempus per $T t$ ex schemate	0. 2. 25
Momentum obscur. maximae	12. 7. 13.
Emerfio centri Grimaldi	11. 58. 23
Immerfio - - - - -	11. 24. 48
Tempus per $N n$ - - -	0. 33. 35
Tempus per $N g$ - - -	0. 16. 47 rotunde
Moment. , quo Grimaldus fuit in g .	11. 41. 35
Tempus per $g G$ ex schemate	25. 30
Momentum obscur. max.	12. 7. 5

Si iam ex omnibus momentis §. 6. et 9, quae obscu-
rationem maximam concernunt , capiatur medium ; habe-
bitur tempus obscurationis maximae 12^b. 6'. 48''. 10.
Si huic adiiciantur 8'. 3'', interuallum nempe temporis
inter

inter obscurationem maximam et Oppositionem, quo centrum umbrae per OC progressum est, definitis scilicet OC per LC et CLO , et tempore per OC ex horario Lunae a Sole; innotescit tempus oppositionis verum $12^b. 14^s. 51''$.

11. Secundum ea, quae §. 9. exposita sunt; quantitas quoque eclipsis EQ ex immersionibus et emersionibus macularum Tychonis et Grimaldi, earumque positione in disco Lunae, potest erui. Sic enim pro Tychone datur tempus per $Mt = 0^b. 47^s. 4''$ et inde ope horarii \odot a $\odot Mt = 27'. 49''$. quare cum detur *semidiameter umbrae* $OM = 46'. 19'' (= OQ)$, dabitur $Ot = \sqrt{OM^2 - Mt^2} = 37' 2''$, et denique $tQ = OQ - Ot = 9'. 17''$. Sed ex positione Tychonis T respectu LO et limbi lunaris datur ex schemate $Et = 4'. 55''$; unde dabitur $EQ = Et + tQ = 14'. 12''$. in partibus circuli maximi. Simili modo pro Grimaldo ex tempore per $Ng = 0^b. 16'. 47''$. datur $Ng = 9'. 55''$; inde $Og = 44'. 23''$. et $gQ = 1'. 56''$. Ex positione autem centri Grimaldi respectu LO habetur ex schemate $Eg = 12'. 38''$; quare $EQ = 14'. 34''$. Medium ergo inter ea, quae pro EQ nunc et §. 8. inuenta sunt, sistet quantitatem eclipsis $= 14'. 21''\frac{2}{3}$ partium ab ea discrepantem, quae §. 8. definita est.

12. Versus finem Eclipsis Iupiter cum Satellitibus suis in vicinia Lunae per Tubum machinae parallacticae erat conspicuus, cuius et Satellitum positionem respectu centri et diurni veri Lunae ex transitu istorum per fila reticuli determinare licuit, prouti istam schema situ erecto repraesentat. Iupiter orientalius erat quam Luna seu

Iouis ascensio recta maior ascensione recta centri Lunae; declinatio quoque australis Iouis maior declinatione australi centri Lunae, Ioue I adiurno vero centri Lunae LF versus austrum distante. Figurae numericae 1, 2, 3, 4, stellulis ad I adscriptae designant Iouis Satellites eorundem nominum. Inueni autem.

Differentiam Ascensionum rectarum in partibus di- vrni vel aequatoris	Differentiam declinationum seu intercapedinem diurno- rum verorum in partibus circuli maximi.
---	--

	ad momentum 12 ^b .	41'.	28"	temp. vero
centri ☽nae et Sat. 2.	1°.	14'.	26"	43'.
- - - - - Sat. 4.	1.	13.	11. dub.	43. 43. dub.
- - - - - centri 2	1.	11.	41 (=LF)	44. 20. (=FI)
- - - - - Sat. 1.	1.	9.	56.	44. 50
- - - - - Sat. 3.	1.	7.	4	45. 52
	ad momentum 12 ^b .	56'.	40"	
centri ☽nae et centri 2	1°.	4	52" (=Lf)	47. 38 (=fi)

13. Denique si comparatio istituatur obseruationis Lipsiensis cum Viennensi a Cel. *Marinonio* facta prodit meridianorum differentia, vt sequitur.

	Viennae	Liepsiae	dif. meridian.
Initium Eclipsis	11 ^b .	16'. 0".	10 ^b . 58'. 40" 0 ^b . 17'. 20".
Tycho incipit tegi	32. 0	11. 16. 32.	15. 28
Tycho medius	33. 32.	17. 44.	15. 48
Tycho totus	35. 0	18. 48.	16. 12
Grimaldus tot. emer.	12. 18. 0	12. 1. 49.	16. 11
Tycho incipit emer.	13. 7. 26.	50. 59	16. 27
			Tycho

LUNAE PARTIALIS.

411

Tycho medius	8. 44	51. 52.	16. 52.
Tycho totus	9. 24	52. 49.	16. 35.
Finis Eclipsis	31. 0	13. 15.	29. 0. 15 31

Medium 0^b. 16'. 16"

Haec meridianorum differentia bene conspirat cum ea 16'. 30", quae prodit ex observata Emerfione Sat. 1^m 2 d. 20. Iulii 1746, nempe.

Viennae — — — 9^b. 16'. 48". temp. vero

Lipsiae — — — 9. 0. 18

0. 16. 30

Propius adhuc assentit determinatio differentiae meridianorum ex observato fine Elipsis nuperae Solaris d. 25. Inlii.

Erat nempe Finis Lipsiae. 1^b. 19'. 38". horol. Lipsiensis

Correctio ex schemate 0. 10. 50. add.

vt habeatur Finis Viennae 1. 30. 28. horol. Lipf.

observatus autem est Finis

Viennae 1. 46. 49. horol. Viennensis

vnde Meridianorum differ. 0^b. 16. 21

14. Cum potestas facta fuerit comparandi Observationes Eclipsium vtriusque Luminaris in Specula Imperiali Petropolitana habitas cum nostris; in eclipsi lunari, electis momentis certioribus, sequentem inuenimus meridianorum differentiam.

	Petropoli	Lipsiae	Merid. differ.
Initium	0 ^b . 10'. 34"	10 ^b . 58'. 40"	1 ^b . 11'. 54"

Vmbra ad Tychonem	0. 27. 9.	11. 16. 32.	1. 10. 37.
-------------------	-----------	-------------	------------

F f f 2

Tycho

Tycho totus emergit 2. 5. 18. 12. 52. 49. I. 12. 29
 Finis 2. 26. 43. 13. 15. 29. I. 11. 14

Medium I. 11. 34.

Ex observato fine Eclipsis Solaris d. 25. Iulii paulo ma-
 ior emergit Meridianorum differentia. Est nempe.

Finis Lipsiae 1^b. 19'. 38". horol. Lipsi.

Correctio ex schemate 0. 0. 45. subtr. vt habeatur

Finis Petropoli 1. 18. 53. horol. Lipsi

ast Finis Petropoli 2. 31. 33. horol. Petrop.

unde Meridian. differ. 1. 12. 40.

METHODVS



METHODVS OBSERVANDI ECLIPSES LUMINARIVM

AVCTORE
Nic. Popow.

Magnam operam collocarunt recentioris aevi Astronomi in machinis methodisque excogitandis, quibus in eclipsibus Luminarium phases Luminaris eclipsantis, et chordas defectivas simul prompte et accurate observare possent, varique varias adinuerunt. Sed meliore omnium successu conatus cessisse Kirchio et Hisio vulgo censentur, qui machinas micrometra dictas, unusquisque sibi propriam excogitauerunt, quarum ope phaenomena illa eclipsios in vtraque eclipsi eodem momento observari possunt, quae hodie etiam, si ad manus fuerint, solae, ut caeteris omnibus praestantiores, praesertim in eclipsibus Lunaribus, ad hunc usum adhibentur. Verumenimvero si conditiones punctorum in discis Luminarium pro hoc casu observandorum, machinarumque harum structura et methodi per eas observandi ab auctoribus earum praescriptae exactius considerentur, phaenomena illa eclipsios per has etiam machinas, vix satis accurate observari posse crediderim. Ad quatuor enim puncta, duo nempe cornua phases, duosque limbos discorum obscurantis et eclipsantis, sensibilibus a se inuicem distantia, diversisque motibus, motu scilicet: primi mobilis, motu Luminarium proprio a se inuicem, motuque angulari cornuum, si eclipsis partialis est, in diversas plagas sensibilibus mobilia, adhibitis his machinis eodem momento attendere, duasque distantias eorum a se inuicem simul actu mensurare necesse est. Kir-

F f f 3

chius

chius quidem ad hoc duo sua micrometra duosque observatores requirit, quorum alter distantiam a se inuicem cornuum phaseos, alter phasin eclipsios, seu distantiam maximam limborum disci obscurantis discique eclipsantis eodem momento temporis observare debet: Sed quia observatores non eadem dexteritate rem expediendi pollent, punctaque observanda alia facilius difficilius alia per se observari possunt, inde fit, ut dum vnus eorum cochleas micrometri ad puncta sua probe direxit, alter dirigat adhuc, et si alter bene direxerit, prior iterum dirigere debet, et sic porro; puncta enim illa, quorum distantiam mensurant, in ictu oculi elocis suis exeunt, statimque aliter tam inter se, quam respectu cochlearum ponuntur: adeo ut maxime difficile sit, multas vel accuratas id genus observationes ope micrometri huius obtinere, praesertim autem in peregrinationibus, vbi nec duo observatores bene exercitati, nec locus ad observationes a duobus observatoribus instituendas commodus facile adesse potest. Ad Hirii micrometron methodumque per illud observandi a Rostio descriptam quod attinet, in illa vnicus quidem observator ad observationem hanc instituendam requiritur, sed cui multa, eaque maxime difficilia negotia simul expedienda sunt: debet enim is, dirigendo repetitis vicibus capillum aliquem micrometri immobilem ad limbum alterutrius disci in situ capilli ad cornua phaseos parallelo, sollicitè observare temporis momentum, quando alterius disci limbus alterum capillum immobilem simul cum priori stringit, eodemque momento, quo hoc accidit, dirigere tenetur capillum micrometri mobilem ad cornua phaseos, ut eadem simul cum prioribus exacte contingat: id quod

quod describi facilius quam praestari potest. Capillus namque immobilis ad limbum disci difficulter, vel rarissime tantum, ita dirigi potest, ut et limbum tangat, et simul ad cornua phaseos parallelus sit; cornua enim phaseos in omni eclipsi partiali motu angulari, et limbus disci simul cum cornibus motu primi mobilis progressivo continuo et sensibilibus mouentur, adeo, ut capillus micrometri in situm cornibus parallelum ante contactum cum limbo sibi occursuro componi debeat; sed tempore, quod a dispositione capilli in situm cornibus parallelum ad contactum capilli cum limbo sibi occurrente superest, positio cornuum ad capillum parallela prius stabilita mutatur et limbus ad capillum saepe numero in situ capilli ad cornua obliquo non parallelo appellet, totiesque conatus ille obseruatoris eludetur. Vnde alterum negotium difficilium adhuc expeditu est; ut nempe capillus ille micrometri immobilis in contactum limbi situmque ad cornua phaseos parallelum eo ipso temporis momento adducatur, quo distantia eius ab altero capillo immobili quocunque distantiae limborum maximae aequalis est; fieri enim vi supra dictorum saepenumero potest, ut momento illo directio capillorum ad limbos discorum cornibus exacte parallela non succedat, nulliusque usus, vel non accurata obseruatio phaseos euadat. His ita comparatis tertium requisitum priorum longe difficillimum, et vix effectu possibile erit, ut nempe obseruator eodem temporis momento, quo limbos discorum capillos immobiles in situ eorundem ad cornua phaseos parallelo simul contingere obseruat, capillum mobilem ad cornua phaseos admoueat, super eaque exacte ponat. Ad hoc namque ut capillus ad cornua exacte admoueatur, tempus aliquod requiritur, sed

fed cornua phafeos tempore illo e loco fuo , quem in contactu limborum cum capillis immobilibus tenebant , motu primi mobilis lata exeunt , et ad capillum , qui ad ea dirigitur , propius accedunt , vel ab eodem longius recedunt ; adeo vt distantia eorum a limbo proximo per obferuationem hanc fumpta neceffario maior , vel minor vera , feu ea , quae in contactu limborum cum capillis fuit , effe debeat. Neque fola haec obferuatio errori obnoxia eft , fed eundem in priorem etiam obferuationem deriuat , augetque. Properare enim debet obferuator cum priori obferuatione , licet ea id minime patiat , fi accurata effe debeat , ne hanc intermittat , vel non exacte faciat , et dum animum ad vtramque eodem momento distendit , neutram debito rigore faciet. Accedit quod per micrometron hoc non omni tempore obferuationem huiusmodi inftituere liceat , fed illo tantum , quo phafis eclipfeos , feu distantia limborum eclipfantis et obfcurantis distantiae duorum capillorum immobilium quoruncunque aequalis eft. Fieri ergo potest , vt exercitatiffimus obferuator micrometro huius generis exquisitiffimo inftuctus , eclipfisque apparenti obferuandae diligentiffime intentus ob incommoditates obferuandi fupra defcriptas nullam prorfus harum obferuationum inftituere poffit ; praefertim autem fi durante eclipfi nubes vel rariffime etiam interueniant aliquodque e quatuor illis punctis ad obferuationem hanc requisitis momento obferuationi debito tegant. Numerus enim obferuationum huiusmodi in micrometro hoc , methodo eius ita ferente , exiguus tantum poffibilis eft. Cum itaque obferuatio phafium eclipfeos chordarumque defectiuarum eodem temporis momento inftituenda tam magnis difficultatibus praef-

praematur, Astronomi hodierni mutato priori consilio chordas defectiuas phasesque eclipses diuersis temporibus seorsim obseruant, et vna obseruatione pro primaria assumpta, alteram obseruationem ad idem cum priori tempus per regulam proportionum reducunt; quod vtique factu facillimum esset, si quantitas alterius quaesiti eclipses per regulam illam ad tempus obseruationis pro primaria assumptae accurata obtineri posset; incrementa enim et decrementa phasium eclipses chordarumque defectinarum tempori minime proportionalia sunt; quod tamen in determinatione illa assumi necessario debet. Porro certitudo distantiarum per cochleas in micrometris his vsitatas, licet accuratissime mensuratarum, ob constructionem cochlearum applicationemque ad tubum accuratam difficilem, in dubium mihi vocari posse videtur. Non facile enim crediderim reuolutiones cochlearum ab artifice praecise aequales aequabilesque omnino reddi, vel ab vsu iniuriisque aëris tractu temporis inuariatas persistere, aut cochleas ipsas ad axem tubi praecise perpendiculariter applicari posse. Praeterea quantitatem reuolutionis cochleae in partibus circuli maximi accuratissimam, qualis in hoc negotio requiritur, per methodos hucusque vsitatas; nempe per distantias motumque stellarum, et mensurationem obiecti in Terrae superficie assumti per interuallum cognitum ab obseruatore remoti vix haberi posse arbitror. Distantia enim duarum stellarum in partibus circuli maximi accurata non nisi difficulter, et magna ambage inueniri potest, nec eadem omni tempore manet, sed mutatur cum refractione radiorum. Arcus autem aequatoris distantiae duorum capillorum in micrometro extensorum aequalis per motum stellae alicuius

Tom. II. Nou. Comment.

G g g de-

determinandus, motum horologii et stellae per integram revolutionem stellae aequabilem, et declinationem stellae accurate definitam requirit, quorum vnumquodque fallax esse potest. Horologia enim inaequaliter incedere saepenumero obseruantur, et motum stellae ob diuersum in diuersis paralleli eius locis statum aëris, diuersae aequali tempore celeritatis esse posse veritati consentaneum est. Determinationem autem declinationis stellae accuratam altitudines poli et stellae eandem ingredients, ob refractionum quantitatem incertam, et inaequalem diuisionem graduum in limbo quadrantis, prouti hoc saepenumero obseruatur, et locum primi diuisionis graduum puncti in limbo quadrantis, ob refractiones horizontales maxime variabiles, semper fere incertum, incertae impedire possunt. Distantia autem obiecti in Terrae superficie assumpti, ob imperfectionem instrumentorum ad easdem mensurandas adhibendorum, et importunitatem locorum interiectorum, si easdem per perticas mensurare velis, quod alias tutissimum est; nunquam fere sine errore aliquo sensibili determinari potest. Vnde incertitudo phasium eclipsios, et chordarum defectiuarum per micrometra Kirchii et Hirii ad idem tempus inueniendarum, et diametrorum Luminarium apparentium partibus circuli maximi expressarum luculenter colligi potest. Concedamus etiam, per micrometra illa methodosque obseruandi ab auctoribus eorum traditas, phases Luminarium et chordas defectiuas iisdem temporis momentis et accuratissimas et quamplurimas obtineri posse, sed quid inde emolumenti in Astronomiam redundabit? Nihil fere. Ex obseruationibus enim his immediate deduci possunt tantum diameter disci obscurantis, et distantia

tia centrorum vtriusque disci: ex his autem de motu situ-
 que in coelis discorum ad se inuicem non nisi paucissimae,
 vel prorsus nullae conclusiones formari possunt. Non da-
 tur enim distantiarum illarum positio, neque ad se inui-
 cem, neque ad circulos sphaerae coelestis, qua ignota mo-
 tus quoque discorum seu Luminarium, et situs eorum ad
 se inuicem in coelis, ignoti manent. Quodsi autem per
 obseruationes has, inclinatio etiam distantiarum ad se in-
 vicem daretur, potuisset inde immediate inueniri motus
 Luminarium, vel Lunae et umbrae Terrestris a se inui-
 cem in via eorundem visâ tempore obseruationum obtinens,
 et inde initium finisque eclipticos determinari; si alteru-
 trum eorum vel vtrumque male, vel prorsus non obser-
 vatum fuerit, quod pro initio et fine eclipticos Lunaris
 vero inueniendo commodissime inferre potuisset. Si autem
 porro inclinatio distantiarum illarum ad circulos etiam sphoe-
 rae coelestis haberetur, potuisset ex his obseruationibus de-
 duci motus Luminarium a se inuicem in ecliptica ve ae-
 quatore visus, cum differentiis declinationum et latitudi-
 num, inclinatioque viae mobilium a se inuicem visae ad
 eclipticam vel aequatorem, et multa id genus alia ad per-
 ficiendam Astronomiam multum facientia. Sed positionem
 distantiarum illarum ad se inuicem nullam, ad circulos au-
 tem sphaerae coelestis vnicam tantum, ad aequatorem
 nempe perpendicularem, per micrometron Hirii hucusque
 obseruare potuerunt Astronomi. Sed et haec obseruatio
 adhibita machina parallaxica multis iisque valde operosis
 et lubricis circumstantis, cum in se, tum extra se, la-
 borante, non sine magno erroris periculo instituitur. Axis
 enim machinae huius, pro hoc casu, axi conuersionis diur-

G g g 2

nae

nae omnino parallelus, et praecise in plano meridiani locatus esse debet. Sed ad hoc altitudo poli accurata, et pavimentum obseruatorii horizonti praecise parallelum, et lineis meridianis verticalibusque primariis quam plurimis iisque accuratae ductis refertum requiritur, quorum vnum quodque maxime lubricum est: adeo vt momentum temporis, quo cornua Lunae vel Solis aequatori parallala sunt, distantiaque centrorum Lunae et vmbrae, vel Lunae et Solis, ad eundem perpendicularis est, methodo hac nunquam fere sine errore sensibili obseruari possit. Cum haec sine dubio clarissimus Heinsius, animo perpenderet, methodumque phases eclipsium et chordas defectuum, earumque positiones ad se inuicem et ad diurnos Luminarium quascunque eodem tempore prompte et accurate obseruandi in Astronomia practica merito adhuc desiderari videret, proposuit occasione eclipsios Solaris Anno 1739, Mense Augusto a se hic Petropoli obseruatae, methodum, qua omnia haec quaesita eclipsios, ope tubi Astronomici reticulo tantum ordinario instructi, absque omni vsu cochlearum, capillorumque mobilium ab vnico obseruatore, eodem temporis momento prompte haberi possunt. Verum quia in methodo hac deductiones quaesitorum illorum eclipsios per calculum ex obseruationibus eadem institutis, motus disci cornuumque phaseos per discum eclipsantem tempore obseruationis obtinens, aliunde, non ex ipsa obseruatione phasium cognitus, et non nisi molestissime, vel cum errore aliquo, vt ipse cl. autor innuit, determinandus a phasibusque obseruatis semper subtrahendus ingreditur; ne haec quidem methodus quaesita illa eclipsios obtinendi omnino tuta est. Quae cum ita se habeant, proposui mihi hic describere

describere nouam methodum eclipses Luminarium obseruandi, qua tam phases eclipses vtriusque Luminaris, quam chordae defectuum et positiones earum ad se inuicem diurnosque Luminarium quaecunque eodem momento, ab unico obseruatore, absque omni vsu cochlearum et machinae parallaxicae, vbique locorum, accurate et prompte obseruari mensurarique, et quantitas earum in numeris absque vlla correctione obseruationum, in partibus autem circuli maximi, absque obseruatione stellarum et mensuratione distantiae obiecti in Terrae superficie praecise haberi simulque locus Lunae respectu Aequatoris apparens quocunque tempore deprehendi, et transitus eius per stellas obseruari commode potest. Ea autem sequentem in modum sese habet.

§. 1. Etnbo quadrantis portatilis cuiuscunque eximatur annulus metallicus *A C E H*. qui in foco tubi positus Tab. XVIII
 capillos extensos ordinarie gerit, periferiamque circuli in Fig. I.
 margine suo interiore ducti in octo partes aequales punctis *A, B, C, D, E, F, G, H*, diuisam habet, et per puncta diuisionum *A* et *E*, *C* et *G*, extendantur duo capilli tenuissimi *A E* et *C G*, qui ad angulos rectos sese in centro tubi *m* interfecabunt. Item per puncta *B* et *D*, *H* et *F*, extendantur similes capilli *B D* et *H F*, et erunt hi ad capillum *A E*, et interse paralleli. Deinde distantia capillorum *A E* et *B D* diuidatur in quatuor partes ad sensum aequales, extensis in eadem tribus capillis, *op, qr, st*, inter se et ad capillos *A E, B D, H F*, exacte parallelis. Simili modo diuidatur distantia capillorum, *A E* et *H F* etiam in quatuor partes itidemque interse, et prioribus ad sensum aequales, ductis capillis *li, uv*, et *xy*, inter se et ad reliquos parallelis, annulusque cum
G g g 3
capillis

capillis hoc modo extensis aptetur in foco tubi ita , vt pro lubitu circumuerti possit cum omni sistemate capillorum. Et constructa erit machina ad phases Luminarium, chordasque defectiuas , et positiones chordarum ad se in vicem diurnosque Luminarium ab vnico obseruatore eodem momento accurate obseruandas requisita.

§. 2. Priusquam ad modum eclipses Luminarium per machinam hanc obseruandas exponendum accedam , conuenit prius describere methodum , qua distantiae capillorum illorum parallelorum in partibus circuli maximi absque mensuratione distantiae in Terrae superficie assumendae , obseruationeque stellarum determinari possint : scilicet : mensurentur repetitis vicibus , circino maiori , radii trium vel quatuor circulorum concentricarum in limbo quadrantis , in cuius foco capilli hi aptati sunt , ductorum , et aperture circini pro quolibet radio factae applicentur seorsim ad scalam in partes aequales exactissime diuisam , et numerus partium scalae unicuique radio respondens seorsim notetur. Deinde eligatur inspiciendo per tubum quadrantis nota aliqua distincta in aedificiis urbis , vel alibi in Terrae superficie sita , ad eamque , posito quadrante et capillo *G C* in situ exacte verticali , dirigatur capillus *B D* ita vt eandem per tubum quadrantis usam exacte tegat , vel stringat. Notentur in hoc situ quadrantis atramento , vel alio quocunque colore , penna vel penicillo , excepto , puncta periferiarum in limbo quadrantis ductarum mensuratorum radiorum , in quibus capillus cum pondusculo e centro quadrantis libere suspensus easdem secat. His summa circumspectione peractis dirigatur ad eandem notam in eodem

eodem situ ad horizontem quadrantis et capilli GC , capillus HF , ita, vt ad eandem eodem profus modo ponatur, quo antea ponebatur capillus BD , et notentur in hoc etiam situ eodem modo puncta earundem periferiarum, in quibus capillus pondere operatus et e centro quadrantis pendens easdem interfecat. Mensurentur deinde circino distantiae punctorum in vnaquaque periferia atramento vel colore notatorum, et applicentur aperturæ circini ad eandem scalam, vt innotescat numerus partium scalæ vnicuique distantie punctorum respondens. Tandem numeri hi distantiarum in periferiis mensuratarum adscribantur radiis periferiarum correspondentibus supra mensuratis et seorsim notatis, et reperta eruat omnia requisita ad distantiam capillorum BD et HF in foco tubi quadrantis extensorum in partibus circuli maximi inueniendam. Quodsi enim concipiamus a centro quadrantis ad vtrumque punctum in eadem periferia notatum ductos esse seorsim duos radios eiusdem circuli distantes a se inuicem in periferiis suis per chordas supra mensuratas; habebimus hoc modo tria vel quatuor triangula, prouti nempe radii tres vel quatuor mensurati sunt, æquicrura et similia, in quibus omnia latera, crura nempe radiis, et bases chordis supra mensuratis æquales dantur. Poterit ergo hinc per trigonometriam planam inueniri in quouis triangulo angulus ad centrum quadrantis, mensura distantie capillorum BD et HF in partibus circuli maximi quaesita, hæcque accurata erit, si magnitudo anguli ad centrum ex quolibet triangulo, vel duobus aut tribus deducta, præcisè eadem deprehendatur, vel media ex illis, quæ parum inter se differunt, sumatur.

Schol.

Schol. In methodo determinandi primum diuisionis graduum punctum in limbo quadrantis notatorum, omnium optima, quae sc. per inuersionem quadrantis fit, requiruntur multae commodae notae in aedificiis vrbis, vel alibi in Terrae superficie sitae, ad quas capillus horizontaliter in tubo extensus dirigi debet, quae tamen non vbi-que facile, praesertim autem in peregrinationibus adesse possunt, ob quarum defectum primum illud punctum per alias methodos non ita certas determinatur, incertumque prodit, et incertitudinem hanc suam in altitudines etiam stellarum, per quadrantem huiusmodi obseruatas deriuat. Optime autem huic incommodo per methodum supra descriptam succurretur, si nempe in tubo quadrantis loco vnus capilli horizontalis, plures ad capillum verticalem perpendiculares et inter se paralleli extendantur, et loco multarum ad vnam tantum eandemque notam, quae iam vbi-que facillime dari potest, singuli successiue in vtroque situ quadrantis eodem modo dirigantur. Hinc enim primum illud diuisionis graduum punctum aequae certum, vel adhuc certius determinabitur, quam vbi capillus ad diuersas notas diuersis modis, sed in vtroque situ quadrantis iisdem, dirigitur.

§. 3. His ita praeparatis, dum tempus eclipsos instat, obseruetur repetitis vicibus tempus transitus diametri Luminaris eclipsaturi per capillum A E, tempusque transitus limbi antecedentis eiusdem Luminaris per distantias capillorum parallelorum omnium inter se, in situ capilli G C ad diurnum Luminaris parallelo, et tempora transituum limbi per vnamquamque distantiam capillorum, nec non

non diametri Luminaris per capillum A E seorsim notentur; et nota erit hoc modo ratio diametri Luminaris et caeterarum distantiarum omnium ad distantiam capillorum B D et H F in partibus circuli maximi datam; unde diametri etiam et omnium reliquarum distantiarum quantitas in partibus circuli maximi innotescet, illatione instituta: ut se habet tempus transitus limbi antecedentis Luminaris per distantiam capillorum B D et H F, ad tempus transitus eiusdem per vnamquamque distantiam binorum capillorum a se inuicem, vel ad tempus transitus diametri Luminaris per capillum A E; ita partes circuli maximi distantiae illi capillorum B D et H F respondentes supra inuentae, ad partes circuli maximi vnicuique distantiae capillorum vel diametro Luminaris eclipsaturi respondentes.

Schol. Eodem modo potest distantia duorum quorumlibet capillorum parallelorum inter se in alio quouis tubo ad filum tibi horizontalem perpendiculariter extensorum in partibus circuli maximi determinari, si transitus eiusdem limbi Luminaris, vel stellae alicuius tam in quadrante, quam in tubo alio in situ capillorum horizontalium ad diurnum Luminatis, vel stellae parallelo per distantias capillorum parallelorum eadem hora obseruetur, similisque illatio instituat.

§. 4. Post haec in eclipsibus Solis, obseruato initio eclipsos, dirigatur capillus *op*, in plaga orientali capilli A E ponendus, ad cornua phaseos, ut eadem exacte stringat; id quod facillime fiet, vertendo intra tubum circum-

Tom. II. Nou. Comment.

H h h

lura

lum cum capillis, et eodem momento, quo capillus ad cornua bene directus est, immoto tubo sistemateque capillorum numerentur oscillationes horologii incipiendo a nullo, quod clara voce pronunciatum socio pro signo erit tempus horologii currens annotandi, continueturque numeratio oscillationum, donec limbus umbrosus Lunae capillum op , eidemque proximum BD attingat, limbus autem luminosus Solis, in hoc casu, limbus Solis sequens, ad duos capillos sibi proximos verbi gratia, ad uv , et li , vel loco li , ad alium quemcunque commodius observandum appellat, quorum appulsuum tempora a contactu cornuum cum capillo op , numerata seorsim notentur; et data erunt omnia requisita ad phasim eclipses Solaris, diametrum disci Lunaris, et positionem chordae defectivae ad diurum Solis in initio observationis, seu tempore contactus cornuum cum capillo op , determinandas necessario.

Fig. 2.

§. 5. Representet enim circulus $ACEGA$ cum lineis parallelis inter se, et ad lineam GC perpendicularibus, campum tubi cum sistemate capillorum supra descritto, sitque circulus $w d K$, Sol eclipsans, alter vero circulus $w c K$ Luna Solem obscurans, in eo situ ad se inuicem capillosque tubi, quem tempore contactus cornuum cum capillo op , seu in initio observationis habent. Ducatur a medio chordae defectivae $w K$, a , linea ad , parallela ad capillum GC ; haec, quia per centra utriusque circuli transit, marginem umbrosam Lunae $w c K$, marginemque luminosum Solis $w d K$ secabit in punctis c , et d , tam a se inuicem, quam a chorda defectiva $w K$ in initio

initio observationis remotissimis, et in appulsu limborum ad capillos parallelos vltimis, ob lineas $f d$, et $a c$, in segmentis discorum, Solaris $m f n d$, et Lunaris $w a K c$, omnium linearum similiter ducendarum maximas, maximasque etiam hypothenuſas iisdem respondentes, per quas puncta limborum ad chordas $m n$, et $w K$ moueri possunt, quoties diurni Lunae et Solis oblique ad lineam $G C$, vel eidem parallelem $p d$ ponuntur; consequenter linea $c d$ mensuram partis lucidae Solis ab eclipsi liberae, linea autem $a c$, quantitatem segmenti vmbrosi Lunae in disco Solari conspicui tempore illo exhibebit: quae si darentur, possent inde, adhibita diametro Solis § 3^{to} in partibus temporis inuenta, phasis eclipseos, et diameter Lunae facile determinari. Hunc in finem concipiamus lineam $d e g$; parallelam diurno centri Solis et ad lineam $G C$ obliquam, esse eam, iuxta quam punctum disci Solaris d in tubo tempore observationis spectatum mouetur, lineam autem $c R$ per punctum c ductam diurno Lunae parallelam, et ad $G c$ itidem obliquam, esse eam, per quam punctum disci Lunaris c , eodem tempore in tubo incedit, et motu suo ad capillum $o p$ in b , ad $B D$ autem in R pro vti punctum d suo motu ad capillum $u v$ in e , et ad $A E$ in g , appellit. Ex observatione phaseos dantur tempora, seu oscillationes horologii, quibus punctum disci Lunae c , celeritate Lunae in linea diurno eiusdem parallela hanc distantias $c b$ et $b R$ emetitur; nec non tempora quibus punctum disci Solaris d , celeritate Solis in linea diurno eiusdem parallela incedendo lineas $e d$, et $e g$ percurrit. Ex observatione autem § 3^{to} descripta dantur etiam tempora, quibus centrum disci Solaris in diurno Solis latum distan-

H h h 2

tias

tias rectas, seu breuissimas capillorum parallelorum omnium inter se iuxta lineam $G C$ percurrit, consequenter et tempus, quo idem punctum distantiam cognominem seu breuissimam capillorum $u v$ et $A E$, $o p$ et $B D$, hoc est lineas $h f$ et $a P$, oscillationibus horologii ceu partibus aequalibus diuersarum scalarum expressis, ob triangulum $h g d$ simile triangulo $f e d$ per constructionem; inferatur primo, vt linea $e g$ se habet ad lineam $h f$, ita $e d$, ad $f d$, distantiam breuissimam puncti d a capillo $u v$ eidem proximo, oscillationibus horologii ad motum centri Solis relatis expressam. Addatur linea haec $d f$ ad distantiam capillorum $u v$ et $o p$ per § 3^{ti}um in iisdem partibus datam, summaque, seu linea $a d$, subtrahatur a diametro Solis ibidem et eodem modo data, et restabit mensura segmenti Solaris $w z K$, in initio obseruationis obscurati. Deinde pro linea $a c$, in iisdem partibus inuenienda, ob triangula $P c R$, et $a c b$, itidem similia per constructionem, inferatur. Vt $R b$ se habet ad $a P$, ita $b c$ ad $a c$, mensuram segmenti umbrosi Lunae in initio obseruationis in Sole conspicui quaesitam. Addatur linea haec $a c$, ad segmenti Solaris mensuram $a z$ supra inuentam, summa dabit quantitatem partis Solis in initio obseruationis obscuratae oscillationibus horologii ad motum centri Solis relatis, ceu partibus aequalibus scalae expressam. Data hoc modo quantitate phaseos iisdem partibus expressa, in quibus diameter Solis per obseruationem § 3^{to} descriptam datur; fiat denno illatio; vt diameter Solis Spho citato data se habet ad 12. digitos, ita quantitas phaseos modo inuenta ad digitos sibi respondentes. *Quod erat primum.* Porro pro diametro disci Lunae inuenienda, (Fig. 3.) re-

presen-

presentet circulus $w d K$ discum Solis eclipsantis, cuius radius $m d = m w$ per § 3^{um} datur, $d c$ sit pars disci Solaris ab eclipsi libera, $c a$ sinus versus, seu mensura segmenti umbrosi Lunae in Sole in initio observationis conspiciui, $w K$ chorda defectiua, $w c K l$ discus umbrosus Lunae, cuius radius $w l = c l$ quaeritur. Subtrahatur a linea $a d$, supra data radius Solis $d m$, et restabit linea $m a$. Ducatur a centro m , ad verticem chordae defectiuae w radius Solis $m w$, et formabitur inde triangulum rectangulum $m a w$, in quo hypotenusa $m w$, et cathetus $m a$ dantur, vnde alter etiam cathetus $w a$, seu semichorda defectiua inuenietur. Vocetur illa a , sinus versus $c a$ sit $= b$, et radius disci umbrosi Lunae $c l = x$. Hinc linea $a l = x - b$. In triangulo itaque rectangulo $w a l$, datis $w a = a$, et $a l = x - b$, inuenietur $w l^2 = w a^2 + a l^2$, siue, $x^2 = a^2 + x^2 - 2 b x + b^2$, hoc est, $x = \frac{a^2 + b^2}{2b}$. Radius itaque disci umbrosi inuenitur, si summa quadratorum semichordae defectiuae, et sinus versi segmenti umbrosi per duplanti radicem quadrati posterioris diuidatur. Idem autem in partibus circuli maximi determinabitur illatione instituta: vt distantia capillorum $B D$ et $H F$ § 3^{to} in partibus temporis inuenta, se habet ad partes circuli maximi eidem respondentes § 2^{do} definitas; ita radius disci umbrosi supra in iisdem partibus temporis inuentus, ad partes circuli maximi eidem competentes quaeritas quod erat secundum Tandem 3^{io}. Quoniam Sol in distantia ab aequatore non adeo magna incedit, punctaque disci Solaris omnia, a diurno centri Solis parum tantum, et remotissima etiam solummodo per 16'. gradus distant, motus eorum omnium intra pauca minuta tem-

H h h 3

poris,

poris, seu durante obseruatione phaeos factus pro aequali assumi potest motui centri Solis, idque sine ulla errore in corollariis inde deducendis assignando, quippe qui reuera ita se habet, et tempore transitus Solis per campum tubi nulla, vel non nisi prorsus contemnenda differentia in motu eorum obseruari, idque rarissime tantum, et difficillime potest. Quodsi itaque concipiamus lineam dg , a puncto d eadem celeritate percursum esse, qua centrum Solis in diurno suo incedendo distantiam bf ex obseruatione § 3ⁱⁱⁱ percurrit, poterit hoc modo inclinatio etiam chordae defectivae ad diurnum Solis determinari. In triangulo nempe rectangulo gbd , datis lateribus bd , et gd , summis nempe linearum bf et fd , ge et ed supra datarum, inueniatur angulus bgd , ob parallelismum linearum AE et op , aequalis angulo aod , inclinationi diurni Solis ad chordam defectiuam wK , inferendo scilicet: ut gd se habet ad db , ita sinus totus ad sinum anguli $gdb = doa$, hoc est ad sinum inclinationis chordae defectivae ad diurnum Solis quaesitae, quo dato datur ex tabulis inclinatio etiam ipsa. *Quod erat tertium et ultimum.*

Schol. 1^{um}. supposuimus in antecedentibus idem punctum limbi Lunaribus c (Fig. 2) durante obseruatione phaeos ad capillos parallelos tubi omnium ultimum appellere, quod in initio obseruationis ab iisdem directo capillo op ad cornua phaeos remotissimum erat, idemque praecise segmentum defectiuum Lunae ex obseruationibus illis deduci, quod initio obseruationis obtinebat; Id quod dubium adhuc mouere alicui poterit; cum durante obseruatione phaeos et magnitudo phaeos et positio eius!

Eiusdem ad sistema capillorum continuo mutantur, Luna motu diuerso a Sole incedente. Euanescet vero omne hoc dubium, si consideremus Lunam hic solam et quasi lucidam nullo respectu ad Solem habito spectari, et loco cornuum phaeos respectu disci Lunarís continuo mutabilia puncta in ipso limbo disci Lunarís respectu eiusdem immobilia cornibus in initio obseruationis subiecta considerari: scilicet namque huiusmodi punctorum limbi Lunarís omnium immotae sunt, et eundem situm ad capillos tubi immotos per integram obseruationum seruant, et partes earum, quas puncta tempore obseruationis vtut exiguo percurrunt, pro lineis rectis, motusque punctorum eodem tempore pro aequabili sine omni errore sensibili haberi possunt, et praeterea linearum bR et $b.c$ non magnitudo ipsa, sed ratio tantum ad lineas Pa et $a.c$ requiritur, quam vtique supeditat obseruatio. Adeo vt nihil prorsus impediat, quo minus idem punctum limbi Lunarís c ad capillos tubi parallelos durante obseruatione omnium vltimum appellat, quod in initio obseruationis ab iisdem remotissimum erat, pro segmento defectiuo Lunae in initio obseruationis obtinente hac methodo inueniendo prorsus non opus sit, neque celeritatem ipsam Lunae a Sole diuersam neque phaeos variabilitatem attendere.

Schol. 2^{dum} Conuenit in praxi lineam eg satis magnam, et si licet non vnam sed duas obseruare, vt error in obseruatione vnus forte admissus et eo insensibilior in linea fd , et inclinatione chordae defectiuae ad diurnum Solis determinanda, seu angulo bgd inueniendo euadat, et per alteram ambasque simul denuo minuatur, vel prorsus

sus tollatur. Quoniam autem sub initium eclipses mediocri maioris chorda defectiva ad diurnum Solis parum inclinata est, consequenter diurnus Solis ad capillum $G E$ situm satis obliquum habet, indeque margo luminosus Solis distantiam aequalem capillorum parallelorum seu quartam partem distantiae capillorum $B D$ et $A E$ satis cito percurrit, unde linea $e g$ cum eaque $g d$ non satis magna euadet, si appulsus limbi luminosi Solaris ad duos tantum capillos, limbo Solis luminoso in initio obseruationis phases proximos obseruetur, et hinc error, licet satis parvus, in obseruatione lineae $e g$ commissus sensibilem rationem ad lineam $g d$ habebit, erroremque aliquem in inclinatione chordae defectivae et linea $d f$ producet. In hoc itaque casu, sub initium nempe eclipses mediocri maioris appulsus limbi luminosi Solis non ad duos capillos in initio obseruationis eidem continue proximos, sed ad tres eosdemque per duas intercapedines a se inuicem remotos, ad primum nempe primum, proximumque tertium, et primum quintum: verbi gratia, ad $u v$, $A E$, et $q r$ intermissis, capillis proximo secundo $i j$, et proximo quarto $s t$ obseruari debet, vt obtineatur propositum. Idem desine etiam eclipses huiusmodi tenendum est. In reliquis autem casibus eclipsium et circa medium earundem, chorda defectiva capillisque parallelis tunc ad situm diurno Solis parallelum sensim sensimque vergentibus, et parte diurni Solaris inter duos capillos proximos interiacente eo maiori prodeunte, motum limbi Solaris pro distantis $e g$, satis magnis obtinendis, per singulas tantum aequales distantias capillorum parallelorum, post eius appulsu ad capillum in initio obseruationis eidem proximum, verbi gratia

tia per $u l$ et $l A$ vel etiam per alterutram tantum earum obseruare sufficiet.

Schol. 3^{ium} Diximus in antecedentibus motum diurnum vnus cuiuscunque puncti in disco Solari assignabilis intra pauca minuta temporis factum pro aequali assumi posse motui diurno centri Solis, sine vlllo errore sensibili in corollariis inde deducendis assignando, id quod adhuc dubium aliquod mouere alicui forte poterit. Lubet itaque veritatem asserti huius exemplo probare, quod eandem omnium casuum in eclipsibus Solaribus possibilitium maxime oppugnet. Nimirum proponamus nobis in eclipsi Solari, quae ipso tempore solstitii brumalis contingit, vbi Sol maximam omnium declinationem, puta $23^{\circ} 30'$, maximamque etiam diametrum apparentem, nempe $32' 43''$ habet, obseruatam esse phasin eclipsios, in qua linea $d g$, a puncto d tempore obseruationis percursa, deprehensa est 4 minutorum primorum temporis, ob solitam angustiam camporum in tubis omnium cognominum linearum maxima, eaque tripla lineae $d b$, distantis binorum quorumvis proximorum et interse parallelorum capillorum in tubo extensorum iis existentibus, quarum vnamquamque centrum Solis in linea $G C$ incedendo $30''$ temporis percurrit. His positis inuenietur inclinatio distantiae centrorum vtriusque disci ad diurnum Solis, seu angulus $g d b$, $70^{\circ} 31\frac{1}{2}'$, et distantia a diurno centri Solis versus polum australem puncti d $15' 25''$. Punctum itaque hoc ea celeritate latum, qua in diurno suo mouetur, percurreret diurnum centri Solis $24^b 2' 52''$, hoc est singulis horis $7''$ temporis minus spatium in coelis emetietur.

Tom. II. Nou. Comment.

I i i

tur

tur quam centrum Solis. Ad distantiam itaque capillorum parallelorum in tubo percurrentem, quam punctum d , 4 minutis primis, seu $240''$ temporis absoluit, centrum Solis $239\frac{9}{17}''$ impendet. (ponamus defectum illum esse rotunde $\frac{1}{2}''$). Quodsi itaque motus puncti d tempore 4' factus pro aequali accipiatur motui centri Solis eodem tempore facto, error inde in linea $g d$ committetur $\frac{1}{3}''$ temporis hoc est, linea $d g$, a puncto disci Solaris d tempore 4' percurſa, non erit $240''$ motus centri Solaris, vti eam assumendum esse supra diximus, sed tantum $239\frac{1}{2}''$. Hoc itaque numero loco $240''$ pro linea $d g$ substituto caeteris manentibus, inuenietur in triangulo $b d g$ inclinatio distantiae centrorum vtriusque disci ad diurnum Solis vera, seu angulus $b d g$ verus $70^\circ 29'$, vnde differentia, inclinationum distantiae centrorum ad diurnum Solis in vtroque casu inuentorum, seu error in determinatione anguli $b d g$, ex suppositione illa proueniens erit $2' 30''$. Ponamus porro distantiam centrorum vtriusque disci tempore obseruationis illius deprehensam esse $120''$ temporis, et inuenietur inde (resoluto nempe triangulo aequicruro, cuius vtrumque crus est $120''$, et angulus ad centrum Solis, ab iisdem comprehensus, est error ille inclinationis modo inuentus $2' 30''$) differentia locorum Lunae in coelis, seu in via eiusdem a Sole visa $\frac{4}{17}$ secundi temporis, seu $1\frac{1}{4}''$ secundi gradus paralleli centri Solis, differentia autem altitudinum supra diurnum centri Solis locorum illorum Lunae $\frac{1}{15}''$ temporis, seu $\frac{1}{3}''$ gradus eiusdem paralleli, et distantia altitudinum illarum in diurno Solis a se inuicem itidem $1\frac{1}{4}''$ gradus eiusdem paralleli; quorum vnumquodque vtique nullius est momenti, et nullus

Ius error sensibilis in loco Lunae in coelis inde prodit, consequenter nec in aliis corollariis inde deducendis prodire potest; idque eo minus, quod errores illi loci Lunae in coelis omnium, qui esse possunt, maximi et tantum non prorsus impossibiles sunt. Coeterum si quem forte errores hi sollicitum teneant de vero loco Lunae in coelis inveniendi, et certitudine corollariorum inde deducendorum, is inuenta ad tempus obseruationis phaseos declinatione Solis poterit angulum $h d g$ verum modo nuper descripto inuestigare, et omnia quaesita eclipseos exinde deducenda accuratissima iam obtinebit.

§. 6. Eodem modo phases vterius obseruentur quotquot libuerit, dirigendo semper capillum $o p$ ad cornua phaseos, appulsusque limborum vmbrosi Lunae et luminosi Solis ad duos capillos seorsim notando, donec sagitta segmenti vmbrosi Lunae in Sole conspicui distantiae capillorum $o p$ et $q r$ aequalis euadat, vel donec phasis ita comparata fuerit, vt directo capillo $o p$ ad cornua phaseos limbus vmbrosus Lunae eodem tempore capillum $q r$ stringat; quod vbi euenerit, eo ipso momento numerentur oscillationes horologii eodem vt supra modo, donec limbus luminosus Solis capillos sibi proximos, puta li et $A E$ vel alios commodius et vtilius obseruandos attingat. Ex temporibus appulsuum horum inueniatur vt supra distantia limbi luminosi Solis a capillo sibi proximo li in capillo $G C$ numerata, quae ad distantiam capillorum $o p$ et li addita prodet partem luminosam Solis ab eclipsi liberam, in initio obseruationis obtinentem; qua data, phasis etiam ipsa, et positio chordae defectivae ad diurnum

nam Solis facile inuenietur. Praeterea data quantitate segmenti umbrosi Lunae in disco Solari conspicui, aequali distantiae capillorum op et qr diameter quoque Lunae determinabitur vt supra. Deinde sinu verso segmenti umbrosi Lunae maiori facto distantia capillorum op et qr , in phasibus vltius obseruandis capillo op ad cornua phaseos semper directo, notandus erit appulsus limbi umbrosi Lunae iam ad capillos qr et op , non vero ad op et $B D$, vt supra factum, et sic porro ad maximam vsque obscurationem, seu situm chordae defectivae diurno Solis parallelum. Post haec instituantur iterum obseruationes obscurationum Solis decrecentium cum inclinatione chordae defectivae ad diurnum Solis, et sinu verso segmenti umbrosi in discum Solis temporibus obseruationum porrecto, notando appulsus, prius limbi luminosi Solis, deinde limbi obscuri Lunae, statu eclipseos tunc ita ferente eodem prorsus modo, quo supra obscurationes crescentes obseruatae sunt, continuenturque vsque ad finem eclipseos, et absoluta erit obseruatio eclipseos Solaris.

Schol. Quoniam in methodo hac circa maximam obscurationem, vbi nempe segmentum lucidum speculi ecliptici aut septentrionale aut meridionale est, per quadrantem horae et amplius obseruatio talis institui, et plerumque maxima etiam obscuratio actu determinari non potest. Illo itaque tempore, quod alias recreationi obseruatoris optime concedetur, si lubet, dirigatur capillus tubi transuersus ad cornua phaseos, transitusque limbi Solaris per duos $c p i o$; obseruetur modo sequenti; sit sc: (Fig. 5.) circulus $acbbma$, discus Solis, $aibna$,
discus

discus Lunae, segmentum lucidum septentrionale *anbhc a*. Dirigatur capillus tubi transuersus ad cornua phaeos, apteturque spectaculum eclipticum in tubo ita, vt cornu phaeos alterutrum in interfectionem aliquam capillorum parallelorum cum capillo transuerso, verbi gratia in *a* cadat. A tempore contactus cornu cum interfectione illa capillorum *a* numerentur oscillationes horologii, donec limbus disci Solaris *c* in diurno suo *c d f* latus per capillos tubi parallelos *o p* et *B D* transeat. Ex temporibus appulsuum limbi ad capillos *o p* et *B D* in *d* et *f*, distantiaque capillorum recta, seu linea *g e* data, inueniatur distantia recta limbi *e c*, a capillo proximo *o p* in initio obseruationis obtinens et angulus *e c d* vt supra § 5^{to} factum. Subtrahatur distantia haec *e c* a distantia capillorum recta *o p* et *q r*, et restabit distantia recta *c l* limbi Solaris a capillo *q r* tempore obseruationis obtinens. Subtrahatur distantia haec *c l* a radio disci Solaris, et restabit semichorda defectiua *at*, tempore obseruationis obtinens, cuius inclinatio ad diurnum Solis aequalis angulo *e c d* per supra dicta datur. Ex semichorda defectiua *at*, et diametro disci Solaris inueniatur linea *t b*, e radio autem disci Lunaris ex antecedente vel sequente obseruatione proxima, methodo superiori instituta dato, et eadem semichorda defectiua, determinetur sagitta defectiua *t n*, qua subtracta a linea *t b* restabit phasis eclipseos *b n* in initio obseruationis obtinens quaesita; et sic porro. Obscuratio autem maxima accuratius et optime semper determinatur ex obseruationibus eidem proximis, immediate autem accurata obseruari nisi rarissime tantum potest: incertum enim est obseruatori temporis momentum quo eadem contingit.

§. 7. Ex obseruationibus eclipsios Solaris hoc modo institutis possunt deduci sequentia. 1^{mo} Motus Lunae a Sole visus cum directione eiusdem ad diurnum Solis tempore inter duas quascunque obseruationes intercedenti respondens. Ex qualibet namque obseruatione phaseos dantur semidiametri Lunae et Solis, quantitasque phaseos partibus aequalibus temporis expressae, nec non inclinatio chordae defectiuae ad diurnum Solis; vnde distantia etiam centrorum Lunae et Solis, et inclinatio eiusdem ad diurnum Solis tempore obseruationis phaseos obtinentes facile inuenientur: si pro prima e summa semidiametrorum vtriusque mobilis quantitas eclipsios subtrahatur, pro secunda autem inclinationis chordae defectiuae ad diurnum Solis complementum ad angulum rectum sumatur. His autem ad tempora duarum quorumlibet obseruationum datis, postoque Sole tempore inter obseruationes intercedente in loco prioris obseruationis immobili, facili negotio inuenitur propositum. Representet enim linea AB diurnum Solis, circulus $GPgF$ Solem, sitque in vna obseruatione EP chorda defectiua, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis EPK , HI radius Lunae, OK radius Solis, ol quantitas eclipsios, et erit HK distantia centrorum cum inclinatione eiusdem HKP ad diurnum Solis AB . In secunda obseruatione chordam defectiuam representet linea GT , cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis GtK , sitque radius Lunae In , magnitudo eclipsios on , et erit distantia centrorum IK , cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis IKP . Excessus huius inclinationis supra priorem inclinationem, seu differentia earundem, erit angulus IKH . Per extrema distantiarum KH et KI , seu puncta

Fig. 4.

puncta H et I ducatur linea HI, et formabitur inde triangulum HKI, in quo per observationes, deductionesque superiores dantur duo latera HK et IK cum angulo intercepto HKI. Quare resoluendo hoc triangulum dabitur etiam latus HI, motus Lunae a Sole visus tempore inter observationes assumptas intercedente in via Lunae a Sole visa HID factus, et angulus KHA inclinatio eiusdem ad HK positione ad diurnum Solis datam, unde ad ipsum etiam diurnum inclinatio eius facile deducetur, si nempe angulorum datorum KHI et HKA differentia sumatur. Hinc 2^{do} potest facile determinari tempus initii aut finis eclipsos ob rationes quascunque non observatum, itemque tempus et quantitas maximae obscurationis: si nempe duae observationes phasium phaenomeno inveniendae proximae assumantur, ad earumque tempora distantiae centrorum cum inclinatione earundem ad se inuicem inveniuntur, et inde motus mobilium a se inuicem visus in via eorundem visa tempore inter observationes intercedente factus, cum inclinatione eiusdem ad distantiam centrorum phaenomeno quaesito proximam determinetur ut supra, distantiaque phaenomeni in linea motus mobilium a se inuicem visi a distantia centrorum phaenomeno quaesito proxima inde deducatur; reliqua vero eodem modo fiant ut in computo eclipsium Solarum iuxta methodum Keplèri in iisdem casibus fieri assolet. Quod si 3^{to} meridiis eclipsi spectatae proximis altitudines meridianae Solis obseruentur, ex differentia earum et meridierum illorum determinabitur inclinatio diurni Solis ad parallelum aequatoris, quem Sol in meridie eclipsi proximo tenuit, simulque ad ipsum etiam aequatorem, et motus Solis in declina-

declinationem diurnus. Si autem porro in loco observationis altitudo etiam aequatoris cognita fuerit, ex altitudinibus illis Solis poterit facili negotio deduci declinatio Solis in utroque meridie. His autem cognitis declinatio Solis ad quodlibet etiam diei tempus, seu ad tempus cuiuslibet observationis phaseos inuenietur. Ex ea vero et obliquitate eclipticae ad aequatorem datis inclinatio quoque eclipticae ad diurnum Solis pro quolibet diei tempore determinabitur. Et quia inclinationes ad diurnum Solis distantiae centrorum Lunae et Solis, nec non viae Lunae a Sole visae tempore inter duas quascunque observationes per centrum intercedente obtinentis per *nrum* *1^{um}* Spha huius dantur, et per haecenus dicta inclinatio diurni Solis ad eclipticam et aequatorem determinata est, inclinationes earundem ad eclipticam quoque et aequatorem eiusque parallelos omnes nullo negotio dabuntur. Denique 4^{to} datis per supra dicta ad tempora duarum quarumlibet observationum phaseos distantis centrorum Lunae et Solis, cum inclinationibus earundem ad eclipticam parallelosque, aequatoris per centrum Solis temporibus observationum transeuntes, positoque Sole in loco primae observationum assumptarum, quo ad motum eius diurnum in longitudinem, immobili, possunt inueniri ad tempus vtriusque observationis differentiae declinationum ascensionumque rectarum nec non latitudinum et longitudinum Lunae et Solis, et motus Lunae a Sole tempore inter observationes assumptas intercedente in ecliptica et parallelo aequatoris per centrum Solis in prima illa observatione transeunte factus, indeque momentum coniunctionis mobilium in ecliptica et aequatore visae determinari; si nempe observationes ta-

les

les assumantur, in quarum altera inclinatio distantiae centrorum Lunae et Solis ad eclipticam et parallelum Aequatoris angulo recto proxime minor, in altera proxime maior est.

§. 8. Quoniam in corollariis ex obseruatione eclipses Lunaris hoc loco describendae decucendis motu Lunae proprio ad aequatorem relato durante eclipsi facto opus erit, conuenit prius, antequam modum obseruationem hanc instituendi exponam, describere methodum, qua motus ille Lunae respectu aequatoris obseruari debeat, vt idem pro omni tempore eclipses cognitus habeatur. Nimirum in sistemate capillorum § 1^{mo} descripto extendantur a punctis *H* et *B* per centrum tubi ad puncta *D* et *F* duo capilli obliqui *DH* et *BE* ad angulos rectos sese in centro tubi *c* secantes, ad capillos autem *AE* et *CG* sub angulis semirectis itidem in tubi centro inclinati, et aptetur sistema capillorum in foco tubi cuiuscunque ita, vt idem in tubo pro lubitu circumuerti possit. His praemissis dirigatur 1^{mo} tubus ad Lunam plenam horis aliquot ante eclipsin ita, vt limbus eius apparens inferior in capillo *GC* promoueatur per integram eius apparitionem in tubo, obserueturque in hoc situ Lunae ad capillum *GC* transitus disci Lunaris per capillum *AE*, et temporis momentum quando margo Lunae antecedens capillum sistematis vltimum verbi gratia *BD*, vel alium quemcunque commodius obseruandum attingit, et immoto tubo sistemateque capillorum expectetur, donec stella aliqua fixa tubum ingrediatur (quod ob multitudinem stellarum post quadrantem vel dimidium horae facile fiet) ingressaque ad

Tom. II. Nou. Comment

K k k

duos

duos capillos parallelos a se inuicem satis remotos verb. gr. H F. et A E , capillumque obliquum alterutrum appellat, quorum appulsuum tempora a contactu limbi antecedentis Lunae cum papillo sistematis ultimo, vel quocunque alio numerata seorsim notentur. Deinde 2^{do} obseruetur transitus stellae huius per distantias capillorum tubi parallelorum inter se omnes in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo, et tempora transituum per vnamquamque distantiam seorsim etiam notentur. Et dabitur ex his obseruationibus 1^{ma} Diameter Lunae oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressa; Nec non 2^{da} Inclinatio diurni Lunae ad parallelum stellae, et denique 3^{ta} Differentia declinationum et ascensionum rectarum Lunae et stellae, seu locus Lunae respectu aequatoris tempore contactus marginis Lunae antecedentis cum capillo sistematis ultimo B D; vel alio quocunque assumpto obseruationi commodius inseruiente obtinens.

§ 9. Quoniam enim per obseruationem 1^{am} datur transitus marginis Lunae antecedentis per distantiam capillorum parallelorum A E et B D, et transitus disci Lunaris per capillum A E vtrumque in situ capilli G C ad diurnum Lunae parallelo, et per obseruationem 2^{am} transitus stellae per eandem distantiam capillorum in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo, fiat itaque illatio: vt tempus transitus marginis Lunae per distantiam capillorum A E et B D ex obseruatione illa 1^{ma} datum, se haeret ad tempus transitus stellae per eandem distantiam ex obseruatione 2^{da} cognitum, ita tempus transitus disci Lunaris per capillum A E ex prima itidem obseruatione notum

notum ad oscillationes horologii motum stellae exprimentes, eidem transitui, vel disco Lunae respondentes quaesitas. *Quod erat primum* Pro 2^{do} autem et 3^{tio}, sit circulus maior cum lineis parallelis inter se et ad lineam G C perpendicularibus campus tubi cum sistemate capillorum, § 8. descripto, in eo situ respectu coeli, qui in observatione 1^{ma} Sphi antecedentis requirebatur, hoc est in situ capilli G C ad diurnum Lunae parallelo, circulus minor Luna plena, quae, margine suo inferiore in linea G C progrediendo, contingat limbo antecedente capillum tubi ultimum B D in M, prouti in observatione ista 1^{ma} requiritur. Et eodem momento, quo appulsus hic celebratur, ponatur stella tubum postea ingressura in S, ab eaque per campum tubi ducatur linea S a parallelum stellae representans, per quam stella incedendo ad capillum tubi parallelorum primum H F appellat in e, ad secundum priori parallelum A E in f, et ad tertium obliquum in a. His positis demittatur a centro Lunae L in parallelum stellae S a perpendicularis L d, et erit ea differentia declinationum; linea autem d S inter perpendicularem illam, et stellam S intercepta, erit differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae tempore contactus limbi Lunae M cum capillo B D obtinentes, quas ex observationibus Sphi antecedentis institutis, in partibus aequalibus temporis ad motum stellae relatis hoc loco determinate volo. Hunc in finem agatur 1^{mo} per punctum a, linea a g parallela lineae G C, et orientur inde duo triangula f l a, et e g a rectangula et similia per constructionem, in quibus per observationem primam Sphi antecedentis dantur lineae a y, et f e, tempora nempe transituum

K k k 2

tuum

tuum stellae S tubum iam ingressae a capillo H F ad capillum A E , et ab hoc ad capillum obliquum H D , oscillationibus horologii definita , et per obseruationem secundam eiusdem Sphi linea $lg = cb$ iisdem partibus , oscillationibus nempe eiusdem horologii expressa , quibus durantibus eadem stella S ab eodem capillo H F ad eundem A E , in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo transit , vnde linea etiam al in iisdem partibus inuenitur , inferendo , vt linea fe se habet ad lineam lg ; ita af , ad al , quaesitam , aequalem lineae cm eidem parallelae et inter easdem parallelas lc et am interceptae.

2^{do} Data autem hac linea al , et ex supra dictis linea af , in triangulo alf rectangulo ad l , inuenietur linea fl , et angulus afl , cuius complementum ad rectum erit angulus fal , inclinatio diurni stellae ad diurnum Lunae tempore contactus limbi antecedentis Lunae M cum capillo B D obtinens ;

quaesitorium secundum. 3^{io} Subtrahatur semidiameter Lunae V o supra ex obseruatione 1^{ma} Sphi antecedentis in oscillationibus horologii ad motum stellae relatis deducta , a distantia capillorum V c , ibidem et in iisdem partibus data , et restabit linea oc , cuius differentia a linea mc , aequali lineae al , numero 1^{mo} inuentae , dabit lineam $mo = an$, eidem parallelae et inter easdem parallelas am et no interceptae. Qua data 4^{to} inuenientur latera ni et ai trianguli ani , similis triangulo alf , inferendo sc. pro primo , vt $al:lf = an:ni$; pro secundo autem vt $al:af = an:ai$. Deinde 5^{to} subtrahatur linea ni nuper inuenta , a linea am , aequali mc (ob angulos ad a et c , trianguli cma semirectos et aequales) aequali al , numero primo datae , et restabit linea gi , qua porro ad radium Lunae L o addita ,

dita, habebitur linea Li , hypothenuſa trianguli Ldi .
 6^{to} Quodſi iam triangulum hoc reſtangulum Ldi , datis in eo, praeter reſtangulum ad d , angulo Lid , aequali ſuo altero afl , ſupra per numerum ſecundum inuento, et latere Li numero quinto definito, reſoluator, inuenietur inde latus Ld , differentia declinationum Lunae et ſtellae, tempore contactus limbi antecedentis Lunae M cum capillo BD obtinens oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſa, *quaefitorum* ſpho antecente numero tertio *propoſitorum primum*, et praeterea latus di . Componatur tandem latus hoc di cum linea ai ſupra numero quarto inuenta, ſummaque ſubtrahatur a tempore, quod a contactu limbi antecedentis Lunae M cum capillo BD ad appulſum ſtellae ad capillum obliquum HD in a praeterlapſum eſt, reſiduum dabit lineam dS , differentiam aſcenſionum reſtarum Lunae et ſtellae iisdem partibus expreſſam, et eodem tempore obtinentem, in numero tertio ſphi antecedentis *ultimo quaefitam*. 7^{mo} Inuentis hoc modo differentiiſ declinationum et aſcenſionum reſtarum Lunae et ſtellae in partibus temporis ad motum ſtellae relatis, partes etiam circuli maximi iisdem differentiiſ competentes inuenientur, illatione inſtituta, vt tempus tranſitus ſtellae per diſtantiam capillorum BD et HF in ſitu capilli GC ad diurnum ſtellae parallelo per obſeruationem 2^{am} ſphi antecedentis datum, ſe habet ad partes circuli maximi eidem diſtantiae capillorum reſpondentes per § 2^{dum} inuentas; ita differentia declinationum, vel aſcenſionum reſtarum Lunae et ſtellae in partibus temporis numero 6^{to} data ad partes circuli maximi eidem reſpondentes, pro differentia declinationum, quae arcus circuli maximi eſt, ve-

K k k 3

ras

ras. 8^o Quoniam autem stella non in circulo maximo, vel non in aequatore ipso, sed in circulo eidem parallelo, eodemque minori moueri supponitur, numerus partium circuli maximi pro differentia ascensionum rectorum supra inuentas, numero partium paralleli stellae eidem competenti minor erit, idque in ratione diametri paralleli stellae ad diametrum aequatoris vti notum est. Quare pro numero partium paralleli stellae differentiae illi ascensionum rectorum respondente inueniendo, denuo illatio institui debet; vt sc: se habet cosinus declinationis stellae seu radius paralleli stellae ad sinum totum, vel radium aequatoris; ita partes circuli maximi differentiae ascensionum rectorum respondentes supra inuentae, ad partes paralleli stellae eidem differentiae ascensionum competentes. 9^o Datis hoc modo differentiis declinationum et ascensionum rectorum centri Lunae et stellae, nec non declinatione et ascensione rectorum stellae, quae aliunde datae supponuntur, declinatio quoque et ascensio rectorum centri Lunae ad tempus obseruationis per se innotescunt. Quodsi loca Lunae ad stellam hunc in modum repetendo obseruationem primam §pho antecedente descriptam, posteriori eadem semper manente, aliquot vicibus ante initium eclipsios et durante eclipsi definiantur, datur inde motus Lunae apparens iuxta aequatorem et ab aequatore quolibet tempore eclipsios obtinens, et ex eo locus centri Lunae respectu aequatoris ad quodcunque eclipsios momentum quaerendus.

Schol Quodsi posito, margine Lunae inferiori supra capillum G C, in situ eiusdem ad diurnum Lunae parallelo, per quadrantem vel dimidium horae nulla stella
ad

ad obseruationem modo supra descripto instituendam idonea appareat, poterit margo Lunae superior ad capillum G C ceteris paribus admoueri, et in hoc situ stella desiderata expectari, cum qua iisdem obseruationibus institutis, quae in § pho describuntur, positio Lunae ad eam simulque respectu aequatoris, eodem modo vt in § pho hoc factum est, determinabitur.

§. 10. Fieri autem fortassis potest, vt nulla stella Lunam sequens, in sitibus Lunae ad capillum G C supra descriptis post dimidium etiam horae tubum ingrediatur, per sistemaque capillorum transeat. In eo casu quaeratur in coelis inspiciendo per tubum ante Lunam in vicinia eiusdem stella, eandem circiter cum Luna declinationem habens, vel ita ad Lunam posita, vt si per medium tubi transeat, tubusque immotus relinquatur, Luna quoque tubum ante dimidium horae ingredi, capillosque sistematibus attingere possit. Quod vbi euenerit; eligatur in disco Lunae, dum eadem tubum primo post stellam transgreditur, punctum satis distinctum et medio tubi proximum, obserueturque 1^{mo} transitus puncti huius per distantias inter se capillorum omnes, in situ capilli G C ad diurnum puncti parallelo, et tempora transituum per vnamquamque distantiam seorsim notentur, simulque inueniatur puncti huius locus in disco Lunae, seu positio eiusdem in coelis respectu centri Lunae, eodem modo quo positiones macularum Solarium in disco Solis vulgo obseruantur, vt sc. perpendicularis e puncto illo in diurnum centri Lunae demissa, et distantia perpendiculari huius a centro Lunae in eodem diurno, nec non diameter disci Lunae oscillationibus horologii ad motum Lunae relatis expressae.

pressae innotescant, et notetur tempus huius obseruationis. Similiter obseruentur 2^{do} transitus stellae per vnamquamque etiam distantiam capillorum in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo. Inueniaturque 3^{ti}o diameter Lunae in partibus temporis ad motum stellae relatis, eodem modo, quo idem §9^{no} factum est. His praemissis 4^{to} dirigatur tubus cum sistemate capillorum ad stellam ita, vt eadem in capillo G C per integram eius apparitionem in tubo immoto promoueatur, noteturque temporis momentum quando ea modo descripto lata ad capillum tubi vltimum verb. gr. B D appellit; et 5^{to} immoto tubo sistemateque capillorum expectetur, donec punctum illud in disco Lunae supra definitum, tubum ingrediatur, ad capillumque obliquum alterutrum, et praeter vnum capillorum parallelorum quemcunque ad capillum etiam B C appellat, quorum appulsuum omnium tempora seorsim notentur: Et dabitur ex his obseruationibus positio centri Lunae ad stellam, tempore appulsus puncti illius in disco Lunae assumpti ad capillum B D obtinens.

Fig. 7.

§. 11. Representet enim circulus ACEG cum lineis parallelis inter se et ad lineam GC perpendicularibus, lineaque obliqua BF ad angulos semirectos intersectis capum tubi cum sistemate capillorum §8^{vo} descripto, sitque circulus XNtL, cuius centrum L, Luna, M punctum pro obseruatione in disco Lunae assumptum, linea q r diurnus eius, in quo idem incedendo ad capillum parallelorum primum AE in r, ad obliquum BF in d, et ad parallelum vltimum BD in M appellit, linea autem SG diurnus stellae cum capillo G C congruens, et stella in S: omnia in eo situ ad se inuicem capillosque tubi,

tubi, quem tempore contactus puncti M cum capillo BD habuerunt. Demittatur a centro Lunae L in diurnum vel parallelum stellae SG perpendicularis Le , et sistet ea differentiam declinationum, linea autem Se inter perpendicularem illam et stellam S intercepta, differentiam ascensionum rectorum centri Lunae et stellae, tempore appulsus puncti M ad capillum BD exhibebit; quae nunc in partibus temporis ad motum stellae relatis determinandae sunt. Hunc in finem ducatur 1^{mo} a puncto M ad lineam obliquam BF recta Mb parallela ad capillum GC , a punctoque d , demittatur in eandem perpendicularis da , et formabuntur inde duo triangula rectorangula et similia per constructionem Mrg et Mda , in quibus per observationem 5^{tam} Sphi antecedentis, latera Mr , Md , et per observationem 1^{am} eiusdem Sphi latus Mg oscillationibus horologii ad motum puncti M relatis expressa dantur; unde linea quoque Ma , cum angulis amd , et mda et perpendicularum da , (ob angulos adh et abd semirectos et aequales per construct:) aequale lineae ab etiam dabuntur, et summa laterum Ma , da , exprimet lineam Mb aequalem lineae nf , a perpendiculari bf ex linea nc relectae. Quoniam autem 2^{do} linea nc per observationem 1^{am} Sphi antecedentis in iisdem cum linea Mb partibus datur, dabitur quoque differentia earum $fc = fb$, ob angulos fbc et $fc b$ semirectos et aequales per constructionem. Data autem bf datur etiam Mn eidem parallela et aequalis, ob parallelas inter se, Mb et nc easdem intercipientes. Porro 3^{tio} ducatur per centrum Lunae L linea tu , parallela lineae qr diurnum centri Lunae representans, et in eam e puncto

M demittatur perpendicularis $M p$, imganturque puncta M et L recta $M L$, et formabitur inde triangulum $M p L$, in quo perpendicularum $M p$, et distantia eius a centro Lunae $p L$ per observationem 1^{am} Sphi antecedentis dantur, unde linea quoque $M L$ et angulus $p L M$ inueniuntur. 4^{to} Subtrahatur angulus $p L M$ nuper inuentus ab angulo $p L e \doteq M d a$ nro primo dato (ob lineas nempe $t u$ et $q r$ parallelas interse, lineamque $L e$ eandem secantem lineae $M d$ parallelam) et restabit angulus $M L o$. 5^{to} In triangulo rectangulo $M o L$ datis per nrum 3^{ium} hypotenusa $M L$ et per nrum 4^{um} angulo $M L o$ inuenientur latera $L o$ et $M o \doteq n e$ partibus temporis ad motum puncti M relatis expressa. 6^{to} Addatur linea $L o$ ad lineam $o e \doteq M n$ nro 2^{do} datae, et prodibit linea $L e$ differentia declinationum centri Lunae et stellae motu puncti M expressa. 7^{mo} Vt autem lineae hae $L e$ et $n e$ in partibus temporis ad motum stellae relatis habeantur, fiat illatio: vti se habet tempus transitus puncti M per lineam $n c$, supra ex obseruatione 1^{am} Sphi antecedentis datum, ad tempus transitus stellae per eandem lineam ibidem ex obseruatione 2^{da} cognitum, ita linea $L e$ nro 6^{to}, vel $n e$ nro 5^{to}, in oscillationibus horologii ad motum puncti M relatis data, ad oscillationes horologii motum stellae exprimentes eidem competentes quaesitas; et dabitur hoc modo differentia declinationum centri Lunae et stellae seu linea $L e$ motu stellae expressa; *quaesitorum primum*, nec non linea $n e$. Tandem 8^{mo} addantur oscillationes horologii lineam $n e$ exprimentes nuper inuentae ad oscillationes horologii a contactu stellae S cum capillo $B D$ ad occursum puncti M eidem capillo

capillo intercedentes lineam $S n$ componentes, et prodi-
bit linea $S e$, differentia ascensionum rectorum centri Lu-
nae et stellae motu stellae expressa tempore contactus
puncti M cum capillo $B D$ obtinens, *quaesitorum alterum
et ultimum*; quibus datis datur positio centri Lunae ad stel-
lam simulque locus eius respectu aequatoris tempore pro-
posito obtines. Ad partes autem circuli maximi lineae
hae eodem profus modo reducentur, quo idem in
§9no *nris* 8^{mo} et 9^{mo} factum est. Quodsi loca Lunae ad
stellam repetendo observationes *nro* 4^{to} et 5^{to} in § pho
antecedente descriptas, tribus prioribus iisdem semper ma-
nentibus, hunc in modum durante eclipsi Lunae aliquot
vicibus definiantur, poterit inde facili negotio inueniri lo-
cus centri Lunae respectu aequatoris ad quodlibet tempus
eclipseos; vt prius.

§. 12. Quodsi autem posito capillo $G C$ in diurno
stellae, Luna tubum post dimidium horae non ingredia-
tur, vel capillos sistematis ad locum eius determinandum
requisitos non attingat, in eo casu, institutis prius ob-
seruationibus in §pho 10^{mo} *nris* 1^{mo}, 2^{do} et 3^{to} descriptis,
demittatur stella prope capillum $A E$, quoad saluis re- Fig. L.
quisitis fieri potest, infra capillum $G C$ in quocunque eius
ad diurnum stellae situ, vel attollatur caeteris paribus su-
pra eundem, et loco obseruationis 4^{tae} §pho. citato de-
scriptae obseruetur eius appulsus ad tres capillos sistema-
tis, vnum nempe obliquum et duos parallelas a se inui-
cem satis remotos, inter quos ad capillum $B D$, iisdem-
que obseruationibus cum puncto, seu macula, Lunae
assumpta institutis, quae *nro* 5^{to} §phi citati describuntur,
et momento appulsus maculae ad capillum $B D$ pro mo-

L I I 2

mento

Fig. 8.

mento obseruationis, vt prius, assumpto, positio centri Lunae ad stellam vel eius locus respectu aequatoris momento obseruationis obtinens ad modum praecedentium solutionum facile determinari poterit. Sc: fit circulus ACEG cum lineis parallelis et transuersis campus tubi cum sistemate capillorum §8^{mo} descripto, in quo circulus minor NtL est Luna, cuius centri L positio ad capillum GC seu lineae Le et ne oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressae momento obseruationis obtinentes ad modum in §11^{mo} descriptum ex iisdem datis inueniendae dantur, linea So diurnus seu parallelus stellae S, in quo eadem incedendo ad capillum parallelorum primum AE in o, ad obliquum HD in r, et ad BD in a appellit. Ducta a puncto a, linea abg, parallela ad GC lineae obliquae HD in b occurrente, demissoque in eam a puncto r perpendicularo rd, formabuntur inde duo triangula rectangula et similia aog, et ard per constructionem; in quibus per obseruationes superiores dantur lineae ao, or, et ag, oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressae, vnde linea quoque ad, in iisdem partibus, et anguli dar et ard cum iisque perpendicularis rd=db, (ob angulos drb, et dbr semirectos per construct: et aequales) inuenientur. Summa linearum modo inuentarum ad et dr seu db, dabit lineam ab, cuius differentia a linea nc per obseruationem 1^{dam} data, lineam an, vt prius manifestabit. Porro in triangulo rectangulo atp, a linea Le ad diurnum vsque stellae producta lineamque ag in t ad angulos rectos secante formato, latere eius at=ne et angulo tap=dar datis, latera tp et ap inuenientur. Addatur lat. stp,
ad

ad lineam $an = te$, et prodibit linea ep , quae porro ad lineam Le addita lineam Lp producet. His inuentis demittatur a puncto L ad parallelum stellae perpendicularis Lg , et formabitur inde triangulum rectangulum Lgp , in quo praeter rectum ad g dantur per praemissas determinationes hypotenusam Lp , et angulus Lpg aequalis suo alterno ard , unde latus quoque Lg , differentia declinationum centri Lunae et stellae tempore appulsus maculae M ad capillum BD obtinens, et linea pg partibus temporis ad motum stellae relatis expressae dabuntur. Tandem addantur oscillationes horologii lineam ap supra datam exprimentes ad similes oscillationes a contactu stellae S cum capillo BD ad occursum maculae M eidem capillo intercedentes lineam Sp componentes, et prodibit linea Sp , a qua subtracto latere pg nuper inuento, restabit linea Sg ; differentia ascensionum rectarum centri Lunae et stellae momento observationis obtinens itidem motu stellae expressa: quibus datis datur positio centri Lunae ad stellam quaesita. Eodem modo loca Lunae ad stellam ulterius determinabuntur, si duae observationes posteriores *nr*is nempe 4^{to} et 5^{to} ϕ hi huius memoratae repetantur, tres enim priores constantes sunt, et semel definitae per integram durationem eclipsios eadem obtinent, et poterit hinc locus Lunae respectu aequatoris per regulam proportionum ad quodlibet tempus eclipsios inter observationes huiusmodi intermedium definiiri vt prius.

Schol. I^{mo} Quodsi posito margine Lunae inferiori supra capillum GC in situ eiusdem ad diurnum Lunae parallelo, prouti in Scholiq. §9ni describitur, stella Lu-

L 1 1 3

nam

nam sequens tubum ante quadrantem vel dimidium horae ingrediatur quidem, sed in parte eius inferiori, capillosque sistematis ad locum Lunae respectu stellae determinandum requisitos non attingat, in eo casu poterit margo ille Lunae supra capillum GC , quoad salvis requisitis fieri potest, eleuari, et positio ad stellam maculae alicuius exiguae in disco Lunae assumptae limboque inferiori proximae, modo supra descripto, observari. Huius enim positione ad centrum Lunae cognita, quod facillime semper fiet, positio quoque centri Lunae ad stellam inuenietur vt supra. Idem de simili apparitione stellae in parte tubi superiore, margine superiori Lunae infra capillum GC similiter posito, tenendum est.

Schol. 2^{da} Iisdem modis possunt observari transitus Lunae per stellas quocunque alio tempore, vel in quacunque Lunae phasi, si observationem diametri Lunae excipias, quae tunc ob phasim non omnis apparet, et consequenter modo in §8^{vo} nro 1^{mo} descripto observari nequit. In illis itaque casibus pro diametro Lunae observanda, dirigatur capillus GC ad cornua phaseos, vel in situm iisdem proxime parallelum, et immotis in hoc situ capillis et tubo observetur appulsus alterutrius cornu, exempli gratia S , ad duos capillos proximos, puta qr , et op , in f et d , et alterius cornu I ad vnum capillum verb. gr. xy , tempore contactus primi cornu S cum capillo primo qr , eidem proximum, et poterit hinc diameter Lunae eodem modo, in iisdemque partibus determinari, quo eandem supra §9^{no} in plenilunio definiimus, inferendo sc: ob triangula dnf , et gmI ad n et m rectangula et similia per constr: vt tempus transitus cornu

Fig. 9.

cornu S a capillo qr ad capillum op , iuxta diurnum Lunae Sd , seu linea df , se habet ad lineam dn , per observationem 2^{dam} § 8^{vi} inueniendam; ita tempus a contactu cornu S cum capillo qr , ad occursum cornu alterius I in diurno Lunae gI lati, capillo sibi proximo xy praeter lapsum, seu linea verb. gr. Ig , ad distantiam breuissimam cornu I a capillo xy , seu lineam Im , tempore contactus cornu S cum capillo qr obtinentem: quae ad distantiam rectam capillorum qr et xy per observationem 2^{dam} § 8^{vi} inueniendam addita, si cornu S ad capillum qr prius, quam cornu I appullerit, vel ab eodem subtracta, si idem hoc serius fecerit, prodet diametrum Lunae oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressam et quaesitam; quae tamen in partes temporis ad motum Lunae relatas reduci debet, quotiescunque positio puncti alicuius in disco Lunae quaerenda veniet. Coeterum, quoniam in his casibus ubi sc: Luna per stellam transit, diurnus quoque stellae per Lunam necessario transire debet, vnde differentia declinationum et ascensionum rectarum Lunae et stellae ex observationibus § 8^{vo} descriptis paulo aliter deducendae venient, quam idem § 9^{no} factum est. Lubet itaque hic modum describere, quo in his casibus positio illa centri Lunae ad diurnum stellae, seu differentiae declinationum et ascensionum rectarum Lunae et stellae determinari debent, antequam ad observationem eclipsium Lunarium exponendam accedam. Nimirum sit in Fig. 10. positio Lunae oML et diurni stellae Se ad capillos tubi ea, quae ante propositam occultationem stellae a Luna tempore contactus limbi Lunae M , margine suo o , in capillo GC inceden-

Fig. 10. 3
tis,

tis, cum capillo H F obtinet, appellatque stella S in diurno suo S e incedendo ad capillum obliquum B F in *a*, ad primum parallelorum A E in *f* et ad secundum u V in *e*, fit praeterea linea L d, a centro Lunae L in diurnum stellae S e perpendiculariter demissa, differentia declinationum, et S d differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae tempore contactus limbi Lunae M cum capillo H F obtinentes quaerendae. Quare ducta linea e g parallela ad G C, demissoque a centro Lunae L ad eandem G C perpendicularo L o, quaeratur primo, in triangulis e l f, et e g a hinc formatis rectangulis et similibus per constr. [datis per obseruationes modo in §8^{vo} nr̄is 1^{mo} et 2^{do} descripto instituendas lateribus eorum e f, f a, et e l = b c] linea a m, inferendo vt e f : e l = f a : l g = c m = a m, ob angulos m c a et m a c semi-rectos et aequales per constructionem: Deinde 2^{do} resoluitur triangulum rectangulum e g a, lateribus eius e g, et e a, datis, per compositionem nempe linearum e l, et l g, e f et f a nro 1^{mo} datum deducendis, et inuenientur inde anguli e a g, a e g, et latus a g. Porro 3^{tio} datis ex obseruationibus §8^{vi} saepe citatis, distantia capillorum H F et u v, seu linea V h et per obseruationem Scholii huius radio Lunae V o, dabitur earum differentia, seu linea h o = e n eidem parallelae et inter easdem parallelas e b et L O interceptae. Qua data 4^{to} lineae quoque e i et n i, ob triangula e n i, et e g a similia per construct. lineasque e g et g a per nr̄um 2^{um} datas inuenientur, inferendo sc: pro prima, vt e g : e a = e n : e i; pro secunda autem vt e g : a g = e n : n i. 5^{to} Datis per numeros 1^{um} et 2^{um} lineis a m, et a g, et per nr̄um

nrum 4^{tum} linea *ni*, deducatur linea *io*, subtrahendo sc: in hoc casu, lineam *ag* a linea *am*, ad residuumque $gm = no$ addendo lineam *ni*. Quodsi 6^{to} linea haec *io* a radio Lunae *Lo* subtrahatur, restabit linea *Li*. Qua data 7^{mo}, in triangulo *Ldi* rectangulo ad *d*, datis latere *Li*, et angulo *Lid*, suo alterno *eag* per *nrum* 2^{dum} inuento aequali, determinabitur latus *Ld*, differentia declinationum Lunae et stellae oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressa, tempore contactus limbi Lunae *M* cum capillo *HF* quaesita, nec non latus alterum *di*. Addatur tandem 8^{vo} latus hoc *di* ad lineam *ei*, *nro* 4^{to} inuentam, summaque seu linea *de*, subtrahatur a linea *es*, seu tempore, quod a contactu limbi Lunae *M* cum capillo *HF* ad appulsum stellae ad capillum *uv* in *e* intercedit, residuum vel linea *dS* erit differentia ascensionum rectorum Lunae et stellae quaesita, seu eodem tempore obtinens iisdemque partibus cum linea *Ld* expressa; quibus datis locus Lunae ad stellam per se patet. Quodsi instante occultatione stellae a Luna, vel statim post emerfionem stellae loca Lunae ad stellam methodis hactenus expositis aliquot vicibus inueniantur, poterit inde positio viae Lunae a stella visae ad diurnum stellae, motusque Lunae ad stellam horarius in via illa et tempus minimae distantiae centri Lunae a stella, vel appulsus Lunae ad stellam, seu emerfio stellae determinari, si alterutrum eorum obseruari non potuerit.

Schol. 3^{tium} Quoniam in methodis loca Lunae laudata obseruandi supra §§phis 8^{vo} et 10^{mo} descriptis pro qualibet obseruatione positio capilli *GC* ad diurnum Lunae vel stellae parallela requiritur, quae simplici tractatio-

Tom. II. Nou. Comment.

M m m

ne

ne tubi nonnisi taediosissime obtineri potest, necessario itaque ad huiusmodi obseruationes machina parallaxica opus erit. Cum autem in methodo §12^{mo} descripta ad easdem obseruationes instituendas repetita directione capilli G C ad diurnum Lunae vel stellae opus non sit, poterunt eadem methodo hac absque omni vsu machinae paracticae absolui facillime, licet calculus inde prolixior aliquantulum prodeat, et deficiente machina omnes obseruationes locorum Lunae hac methodo institui, quocunque ex supra descriptis modo stella ad Lunam ponatur.

Schol. 4^{um} Praeterea quoniam diameter Lunae motusque eius in diurno, Luna diuersas altitudines supra horizontem tenente, ob variationem parallaxeos eiusdem inde oriundam mutantur aliquantulum, et maiores vel minores euadunt; conuenit in praxi post absolutas obseruationes locorum Lunae ad stellam, diametrum Lunae motumque eiusdem in diurno, et situm maculae in disco eius denuo obseruare, modis in §8^{vo} et §10^{mo} descriptis, tempusque obseruationis uti prius annotare, ut innotescant, si quae sunt, differentiae eorum tempore inter obseruationes eorundem intercedente factae, et inde verae quantitates priorum, verusque situs posterioris ad tempus cuiuslibet obseruationis loci Lunae ad stellam definiantur.

§. 13. Descriptis haecenus methodis loca Lunae respectu aequatoris determinandi in corollariis ex eclipsi Lunae obseruata deducendis necessaria, ad ipsas eclipses Lunae accedo. Pro iis itaque obseruandis attendatur in primis diligenter ad ea, quae §3^{tio} dicta sunt. Deinde obseruato initio eclipsos dirigatur, vertendo intra tubum circu-

circulum cum sistemate capillorum modo §1^{mo} descritto, capillus HF in plaga occidentali capilli AE ponendus ad cornua phaseos, vt eadem axacte stringat; et eodem momento, quo capillus ad cornua bene directus est, immoto tubo sistemateque capillorum numerentur oscillationes horologii, eodem prorsus modo, quo idem §4^{to} factum est, donec limbus vmbrae Terrestris capillos *xy* et *uv* sibi proximos attingat, limbus autem luminosus Lunae ad capillos *qr* et BD, proximum nempe primum et proximum tertium appellat, quorum appulsuum tempora a contactu cornuum cum capillo HF numerata seorsim notentur. Et data erunt omnia requisita ad phasin eclipses Lunaris, diametrum vmbrae Terrestris, et positionem chordae defectivae ad diurnum Lunae tempore contactus cornuum cum capillo HF determinandis necessaria.

§. 14. Representet enim circulus ADEG cum lineis parallelis inter se et ad lineam GC perpendicularibus campum tubi cum sistemate capillorum §1^{mo} descritto, sitque circulus *dWK* Luna eclipsans, alter vero circulus *WnK* vmbra Terrestris Lunam obscurans, in eo situ ad se invicem capillosque tubi, quem tempore contactus cornuum phaseos cum capillo HF habent. Ducatur a medio chordae defectivae *m*, linea *md*, parallela ad capillum GC, quae, quia per centra vtriusque circuli transit, marginem vmbrae *WnK*, marginemque luminosum Lunae *WdK* secabit in punctis *n*, et *d*, a chorda defectiva *WK* in initio obseruationis remotissimis, eritque linea *nd* mensura partis lucidae Lunae ab eclipsi adhuc liberae, linea autem *mn* quantitatem segmenti vmbrae in disco Lunae eodem tempore conspicui exhibebit. Vt autem lineae hae in

M m m 2

parti-

partibus diametri Lunae per §3^{diu} datis determinari possint, concipiamus per punctum d , ductam esse lineam $d e b$ diurno Lunae parallelam, eam, per quam punctum disci Lunaris d in tubo tempore obseruationis spectatum mouetur, motuque suo ad capillos $q r$ et $B D$ in punctis e et b appellit, lineam autem $n R$ per punctum n ductam diurno vmbrae parallelam, et ad lineam $d e b$ obliquam esse eam, per quam punctum disci vmbrae n eodem tempore in tubo mouetur, motuque suo lineas fibi proximas $x y$ et $u v$ in punctis b et R attingit. Ex obseruatione superiori phasæos dantur tempora, seu oscillationes horologii, quibus durantibus punctum disci vmbrosi n , motu diurno vmbrae in circulo eius diurno latum, distantias $n b$ et $b R$ percurrit, nec non tempora, quibus punctum disci Lunaris d , motu diurno Lunae in circulo eius diurno incedendo, lineas $e d$, $e b$, emetitur. Ex obseruatione autem §3^{io} descripta dantur etiam tempora, quibus centrum Lunae in diurno suo latum distantias rectas capillorum omnium inter se in linea $G C$ incedendo traicit, consequenter et tempora, quibus idem distantiam rectam capillorum $q r$ et $B D$ seu lineam $g f$, nec non similem distantiam capillorum $x y$ et $u v$, seu lineam $a P$ emetitur. Lincis itaque $e d$, $e b$, itemque $b R$, $b n$ nec non $g f$, et $a P$ oscillationibus horologii, ceu partibus aequalibus diuersarum scalarum expressis, ob triangulum $h d g$ simile triangulo $e d f$ per constructionem, inferatur primo, vt $e b$, se habet ad $g f$, ita $e d$, ad $d f$, distantiam puncti d , a capillo $q r$ eidem proximo, oscillationibus horologii ad motum centri Lunae relatis expressam. Subtrahatur linea haec $d f$ a distantia recta capillorum $H F$ et $q r$ §3^{io} in iisdem partibus data, differentiaque seu linea $m d$, subtrahatur a diametro Lunae

Lunae ibidem et eodem modo data, et restabit linea mT , mensura segmenti Lunaris in initio obseruationis obscurati. Deinde pro linea mn in iisdem partibus inuenienda, inferatur porro, ob triangula PnR et anb itidem per constructionem similia, vt Rb se habet ad aP ; ita b n ad an , distantiam puncti n a capillo xy eidem proximo quaesitam. Subtrahatur linea haec an a distantia capillorum HF et xy in iisdem partibus §3^{to} data, et restabit linea mn , mensura segmenti umbrae in disco Lunae, tempore contactus cornuum cum capillo HF , conspicui. Addatur linea haec mn ad lineam mT , segmentum Lunare supra inuentum, summa dabit quantitatem eclipseos in initio obseruationis, seu tempore contactus cornuum cum papillo HF conspectam, oscillationibus horologii ad motum centri Lunae relatis expressam. Eadem autem in partibus duodecimis disci Lunaris nec non inclinatio chordae defectiuae ad diurnum Lunae, diameterque umbrae Terrestris per supra data eodem modo inuenientur, quo easdem §5^{to} similibus datis definiuimus.

§. 15. Eodem modo phases vltius obseruentur, quotquot libuerit, dirigendo sc: semper capillum HF ad cornua phaseos, appulsisque limborum umbrae Terrestris et Lunae ad duos capillos iuxta Schol 1^{mum} §5^{ti} eligendos notando, donec cornua phaseos in situm diurnis Lunae vel umbrae Terrestris parallelum peruenerint, tempusque transitus alterutrius limbi per distantiam duorum proximorum capillorum inde nimis longum et ad obseruationes phasium inutile deprehendatur. In quo casu missis his obseruationibus, obseruetur transitus maculae Lunaris cuiuscunque per distantiam capillorum parallelorum a se inuicem in tubo

M m m 3

remo-

remotissimorum in situ capilli G C ad diurnum maculae parallelo, vt innotescat celeritas Lunae in diurno eius durante eclipsi obtinens. Post haec vbi cornua phaseos a situ ad diurnos mobilium parallelo sensibilibiter declinauerint, incipiantur obseruationes phasium crescentium, eodem modo quo supra phases decrecentes obseruatae sunt, continuenturque ad finem vsque eclipseos, et absoluta erit obseruatio phasium eclipseos Lunaris chordarumque defectiuarum et positionum earundem ad diurnum Lunae *ab obseruatore primo*. Praeterea durantibus his obseruationibus phasium iubeatur *vnus Socius* tubo cum sistemate capillorum supra §8^{vo} descripto instructus obseruare loca Lunae respectu aequatoris modo in eodem §9^{vo}, seu in §§phis 10^{mo} et 12^{mo} descripto, quotiescunque obseruationem suam repetere potest. *Alter vero Socius* per quadrantem in gradus suos graduumque partes sexagesimas exacte diuisum, et ad altitudines accurate obseruandas compositum, eodem tempore obseruet per singula tria vel quatuor minuta temporis altitudines limbi luminosi Lunae notando semper tempus obseruationis suae. Praesertim autem curet eam altitudinem, si possibilis sit, quam accuratissime sumere, momentumque eiusdem annotare, quam Luna habet cornibus phaseos in situ ad horizontem verticali existentibus, vel quando cornua phaseos a capillo verticali in tubo quadrantis extenso simul tegi possunt. Quodsi autem huiusmodi positio cornuum ad horizontem in eclipsi apparente impossibilis sit, eadem attentione curet eam altitudinem obseruare, momentumque eiusdem annotare: quam Luna habet cornibus phaseos situm horizonti parallelum habentibus, vel quando cornua phaseos a capillo tubi horizontali simul tegi possunt. Si haec omnia probe obseruata fuerint,

rint, et vterque focius obseruationes suas non interrupto ordine per integram durationem eclipseos instituerit, absoluta erit obseruatio eclipseos Lunaris in omnibus eius partibus.

§. 16. Quodsi ad tempus vnus cuiuslibet obseruationis phaseos ex obseruatione phaseos iuxta § 14. inclinatio chordae defectiuae ad diurnum Lunae, quantitasque disci Lunae obscurata, et radius vmbrae; hinc autem per *nrum* 1^{mum} §7^{mi} distantia centrorum Lunae et vmbrae in partes circuli maximi per *nrum* 2^{dum} §5^{ti} reducenda, eiusque inclinatio ad diurnum Lunae deducantur, et ad idem tempus ex obseruationibus primi Socii differentiae declinationum ascensionumque rectorum Lunae et stellae itidem in partibus circuli maximi, cum iisque declinatio et ascensio recta centri Lunae verae, nec non inclinatio diurni Lunae ad parallelum stellae per *nros* 2^{dum} 6^{tam} 7^{mum} 8^{vum} et 9^{num} §9ⁿⁱ inuentae; ex obseruationibus autem secundi Socii altitudo centri Lunae, per reductionem seu regulam proportionum, si quae simul cum phasi obseruatae non fuerint, determinantur; poterunt ex his requisitis datis deduci sequentia. 1^{mo} Motus Lunae ab vmbra visus in via Lunae ab vmbra visa, tempore inter duas quasunque obseruationes phasium intercedente factus, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Lunae et initium vel finis eclipseos Lunaris, si alterutrum eorum vel vtrumque male, vt plerumque fit, aut prorsus non obseruatum fuerit, nec non tempus et quantitas maximae obscurationis, itemque motus Lunae ab vmbra in aequatore quocunque tempore eclipseos obtinens, et denique coniunctio mobilium in aequatore visa; idque eodem prorsus modo quo eadem quaesita similibus datis supra in eclipsibus Solis §7^{mo} *nris* 1^{mo} 2^{do} et

4^{to}

4^{to} determinata sunt. 2^{do} Inclinationo semitae visae centri Lunae tempore inter duas quascunque observationes phasium intercedente a Luna emensae ad semitam centri umbrae visam eodem tempore ab umbra percursum. Dantur enim 1^{mo} in requisitis ϕ huius ad quamlibet observationem phaseos declinatio Lunae et differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae partibus circuli maximi expressae, cum iisque simul motus Lunae in parallelo stellae itidem partibus circuli maximi expressus, et variatio, seu incrementum vel decrementum declinationis Lunae tempore inter observationes phasium assumptas intercedenti respondentes; unde motus etiam Lunae in parallelo eius per differentiam declinationum minorem transeunte, et in semita eiusdem apparente eodem tempore facti iisdemque partibus expressi, cum inclinatione semitae ad parallelum Lunae descriptum dabuntur: si pro primo ex declinatione stellae et declinatione Lunae declinationi stellae, temporibus observationum assumptarum proxima, radii parallelorum stellae et Lunae inueniantur, illatioque instituat, ut radius paralleli stellae se habet ad radium paralleli Lunae modo descripti; ita motus Lunae in parallelo stellae per tempus inter observationes phasium intercedens factus, ad motum Lunae in parallelo eiusdem laudato eodem tempore factum quaesitum. Pro secundo autem triangulum STE rectangulum ad T, lateribus eius ST, motu nempe Lunae in parallelo eiusdem stellae proximo nuper inuento, et ET, variatione declinationis Lunae tempore inter observationes phasium assumptas intercedente facta, ex requisitis ϕ huius datis deducenda, resoluetur, latusque eius tertium SE, et inclinatio eiusdem ad lineam

Fig. 12.

lineam ST , seu angulus EST inueniantur; illud enim est motus Lunae in semita eius, hic autem inclinatio semitae ad parallelum Lunae quaesiti. Praeterea 2^{do} in iisdem requisitis dantur, ad tempus vtriusque obseruationis assumptae, distantiae centrorum Lunae et vmbrae etiam partibus circuli maximi expressae, earumque inclinationes ad diurnum Lunae, et inclinatio diurni Lunae ad parallelum stellae, vel quemcunque parallelum alium, hoc est et ad parallelum Lunae supra descriptum, vnde; si nempe haec data cum supra inuentis componantur, inclinatio etiam illarum ad parallelum Lunae ST supra descriptum, et ad semitam Lunae SE dabitur. Datis autem his, facili negotio consequetur propositum. Representet enim linea ST partem paralleli Lunae temporibus assumptarum obseruationum phasium parallelo stellae proximi a Luna interuallo obseruationum percursum supra *nro* 1^{mo} inuentam. **FIG. 13.** Sitque ET variatio declinationum Lunae, SE motus Lunae in semita eiusdem cum inclinatione semitae ad parallelum Lunae EST , ibidem et ad idem tempus datae, et lineae SM , EI fistant distantias centrorum Lunae et vmbrae a se inuicem ad tempora earundem obseruationum per *nrum* 2^{dum} inuentas, ad parallelos aequatoris ST , et Ee , quos Luna iisdem temporibus tenuit, sub angulis MST , et IEe , ad semitam autem Lunae SE , sub angulis MSE et IES per eundem *nrum* datis inclinatas. Linea MI puncta distantiarum extrema M et I coniungens, erit semita centri vmbrae visa, cuius quantitas MI , et inclinatio ad semitam Lunae SE quaeritur. Hunc in finem iungantur puncta M et E linea recta ME ,
 Tom. II. Nou. Comment. **N n n** et

et formabitur inde triangulum rectilineum MSE , in quo datis per supra dicta lateribus MS et SE cum angulo intercepto MSE inuenientur anguli SEM et SME , nec non latus ME . Subtrahatur angulus SEM ab angulo IES supra dato, et restabit angulus MEI . Iam in triangulo MEI itidem rectilineo datis lateribus ME et EI cum angulo intercepto MEI inuenietur angulus $E MI$ cum latere MI , quod motum centri vmbrae in semita eiusdem apparente, tempore inter obseruationes assumptas elapso factum et quaesitum prodit. Tandem addatur angulus $E MI$ nuper inuentus ad angulum EMS , vt prodeat angulus IMS , hoc enim ad angulum MSE addito, summaque eorum a 180° subtracta in residuo prodibit inclinatio semitarum visarum SE et MI , centri Lunae et centri vmbrae ad se inuicem quaesita. 3^o Quodsi in loco obseruationis altitudo aequatoris cognita fuerit, poterit hoc requisito cum prioribus datis composito ad tempus cuiuslibet obseruationis phaseos altitudo etiam centri vmbrae supra horizontem apparens, nec non declinatio et ascensio recta eiusdem apparentes inueniri. Dantur enim in requisitis ϕ huius ad quamlibet obseruationem phaseos altitudo et declinatio centri Lunae L apparentes, quae ad polos mundi et horizontis P et Z productae cum altitudine aequatoris, seu distantia poli mundi a vertice, formabunt triangulum sphaericum ZPL , in quo datis omnibus eius lateribus, angulus ad centrum Lunae PLZ , quem circulus declinationis cum circulo altitudinis format, definietur. Praeterea in iisdem requisitis datur ad quamlibet obseruationem phaseos distantia centrorum Lunae et

Fig. 14.

vm.

vmbrae partibus circuli maximi expressa, et inclinatio distantiae illius ad diurnum Lunae, et diurni Lunae inclinatio ad parallelum stellae, omnesque parallelos alios, consequenter et ad parallelum per centrum Lunae L in obseruatione assumpta transeuntem, vnde inclinatio etiam distantiae illius ad parallelum Lunae descriptum, cum eaque simul ad circulum declinationis per centrum Lunae eodem tempore transeuntem; quippe quae inclinationis illius est complementum ad rectum, innotescet. Quoniam autem per supra dicta inclinatio circuli declinationis ad circulum altitudinis in centro Lunae tempore obseruationis obtinens datur, dabitur etiam inclinatio distantiae illius ad circulum altitudinis cum eaque simul complementum eius ad rectum, seu inclinatio eiusdem distantiae ad almucantharatum per centrum Lunae eodem tempore transeuntem. Data autem hoc modo inclinatione distantiae centrorum ad almucantharatum tempore obser- Fig. 19.
 vationis assumptae per centrum Lunae transeuntem, et distantia centrorum ipsa, differentia etiam altitudinum centri Lunae a centro vmbrae inuenietur. Quaerendo nempe in triangulo LMV rectangulo ad M, latere eius LV, distantia sc: centrorum Lunae et vmbrae, et angulo VLM inclinatione eiusdem ad almucantharatum LM per centrum Lunae tempore obseruationis assumptae transeuntem datis, latus VM eidem aequale. Hac autem et altitudine centri Lunae datis, altitudo quoque centri vmbrae ipsa nullo negotio dabitur. Quodsi porro loco inclinationis distantiae centrorum ad almucantharatum inclinatio eiusdem ad parallelum centri Lunae supra inuenta substituatur, si-

N n n 2

mile.

mileque triangulum resoluatur, determinabitur inde differentia declinationum VM et ascensionum rectarum LM Lunae et vmbrae tempore obseruationis assumptae obtinentes partibus circuli maximi expressae; quarum prima immediate vera ex resolutione hac prodibit, altera vero in partes circuli paralleli reducenda erit per *nrum* 8^{um} §9ⁿⁱ, antequam pro vera habeatur. Datis autem hoc modo differentiis Declinationum et ascensionum rectarum centri Lunae a centro vmbrae; et ex requisitis §phi huius declinatione et ascensione recta centri Lunae, declinatio etiam et ascensio recta centri vmbrae per se innotescunt. Quodsi autem ad haec ex theoria Solis ad tempus obseruationis phaseos ascensio recta Solis et depressio eiusdem infra horizontem dentur, dabitur inde 4^{to} ad idem tempus parallaxis etiam centri vmbrae in disco Lunari conspicuae, idque duplici methodo; prima nempe, si a depressione Solis infra horizontem altitudo centri vmbrae apparens supra *nro* 3^{io} inuenta subtrahatur; secunda autem, si differentia ascensionis rectae centri vmbrae, ab ascensione recta puncti centro Solis oppositi inueniatur, ex complementisque altitudinis supra horizontem, et declinationis centri vmbrae supra inuentarum, nec non altitudinis poli, angulus ad centrum vmbrae, quem circulus declinationis per centrum vmbrae transiens cum circulo altitudinis per idem centrum transeunte facit, determinetur; his enim cum complemento declinationis apparentis vmbrae cognitis parallaxis quoque centri vmbrae, seu differentia altitudinum eiusdem supra horizontem verae et visae dabitur. Representet enim circulus $ZPHO$ meridianum,

in.

Fig. 16.

in quo P polus, Z zenith E Q autem aequatorem, in quo V principium numerationis ascensionis rectae, fitque H O horizon loci, in quo observatio instituta est, et A centri umbrae locus apparens, V verus tempore observationis, quae loca in eodem erunt circulo verticali, quoniam parallaxis phaenomenon deprimat tantum. Per A et V traducti intelligantur declinationum circuli P A B, P V D, aequatori in B et D occurrentes, et exprimet linea B D differentiam ascensionum rectarum centri umbrae, verae, seu e centro Terrae visae, aequalis ascensioni rectae puncti Soli oppositi, et apparentis *nro* superiori inuentae, qua data angulus quoque B P D, quem arcus hic B D mensurat, dabitur. In triangulo sphaerico A P Z dantur tria latera, nempe P Z complementum altitudinis poli, A Z complementum altitudinis apparentis centri umbrae per numerum superiorem determinatae, et A P complementum apparentis declinationis eiusdem ibidem datae, dabitur ergo per resolutionem huius trianguli Z A P angulus. Porro in triangulo V A P dantur duo anguli modo inuenti, V A P et V P A, cum latere intercepto A P, inuenietur igitur latus A V, parallaxis altitudinis centri umbrae tempore observationis obtinens quaesita prorsus vt habet D. Gregorius Data autem parallaxia litudinis centri umbrae in disco Lunari conspicuae, et altitudinibus centrorum Lunae et umbrae. 5^{to} Parallaxisquoque centri Lunae ad quamlibet observationem phaeseos inuenietur. Ex parallaxi enim altitudinis umbrae in disco Lunae conspicuae, et altitudine umbrae apparente inuenietur distantia umbrae, cum eaque Lunae etiam a centro Terrae, et radius Terrae ubique constans est, accedit

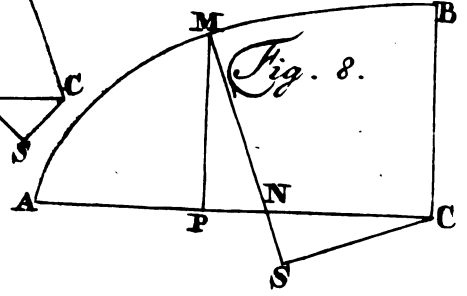
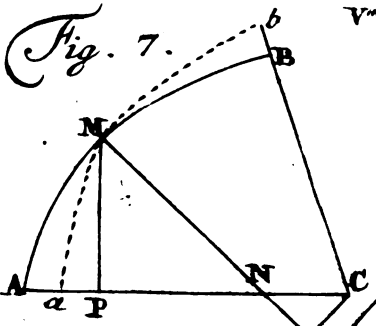
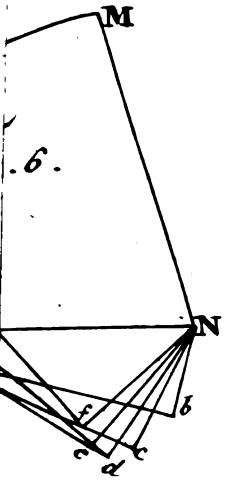
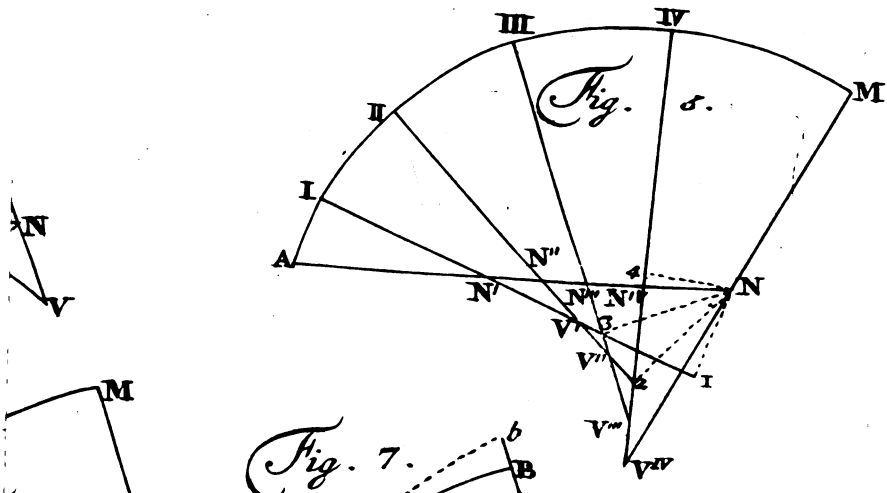
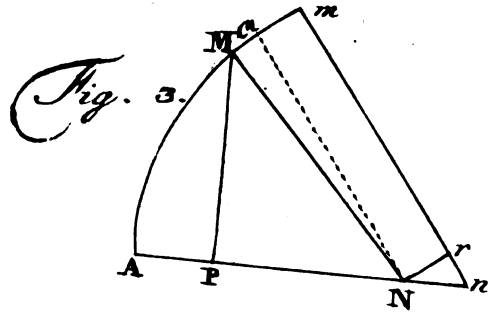
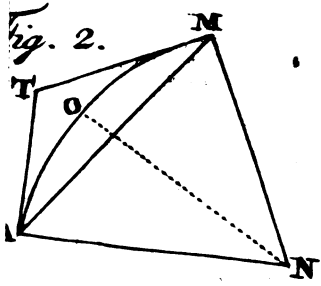
N n n 3

com-

complementum altitudinis centri Lunae supra horizontem ex antecedentibus notum, vnde facile consequitur quaesitum. Optime autem et facillime omnium determinari potest parallaxis centri Lunae iuxta primam methodum ex obseruatis altitudinibus centri Lunae supra horizontem, cornibus phaseos situm verticalem, vel parallelum ad horizontem habentibus; in primo enim casu altitudo centri vmbrae supra horizontem apparens aequalis est altitudini centri Lunae momento illo obseruatae, ex eademque data immediate datur; in secundo autem casu ex distantia centrorum ad idem tempus per obseruationem inuenta vel per regulam proportionum deducta altitudineque centri Lunae nullo negotio consequetur. Denique 6^{to} datis ad tempus cuiuslibet obseruationis phaseos altitudine declinatione et ascensione centri Lunae apparentibus, itemque parallaxi altitudinis Lunae declinatio et ascensio recta centri Lunae verae inuenientur. His autem cognitis et obliquitate eclipticae ad aequatorem data, latitudo quoque et longitudo centri Lunae verae facile determinabuntur. Quodsi autem ad tempora duarum quarumlibet obseruationum phaseos latitudines et longitudes Lunae verae definiantur, determinabitur inde inclinatio orbitae Lunarum ad eclipticam vera, locus nodi orbitae Lunarum verus, et distantia centri Lunae a nodo in vtraque obseruatione phaseos obtinens itidem vera. Quodsi tandem 6^{to} ex qualibet obseruatione phaseos, quotquot earum durante eclipsi obseruatae sunt, semidiameter apparens vmbrae, et distantia centri Lunae a centro Terrae, ex eaque parallaxis centri Lunae horizontalis inueniantur, et ex iis in series seor-

seorsim dispositis, semidiameter apparens vmbrae, et parallaxis horizontalis centri Lunae omnium accuratissimae, ex consensu nempe plurium mutuo cognoscendae, eligantur, ex differentia earum determinabitur semiangulus conii vmbrosi Terrae tempore eclipsos verus, qui porro ex semidiametro apparente Solis eodem tempore obtinente, subductus parallaxin Solis tempore obseruationis eclipsos obtinentem veram producet. Haec de eclipsibus Lunae.

FINIS.



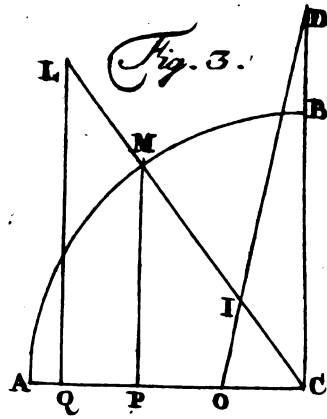
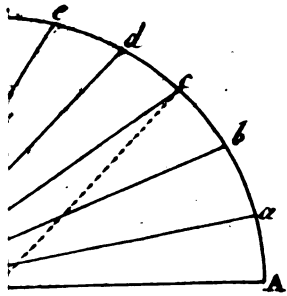


Fig. 4.

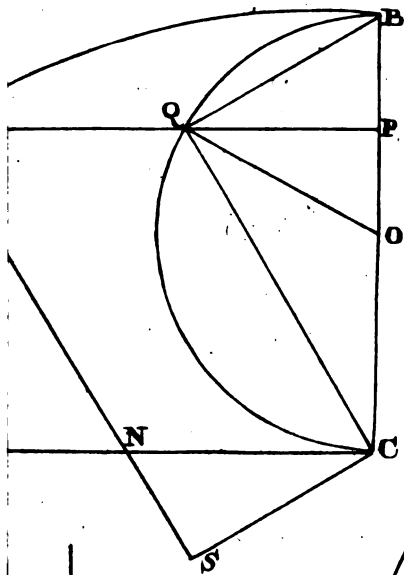
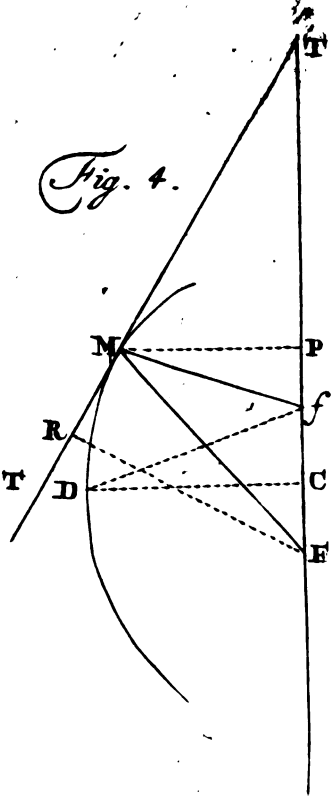
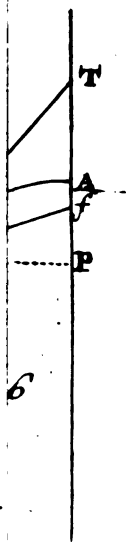
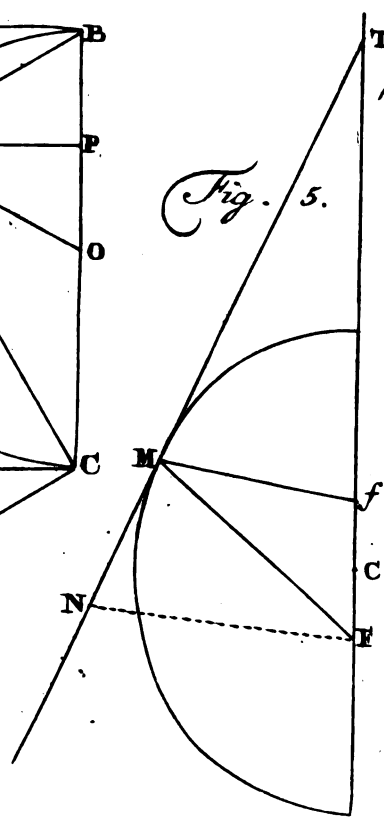
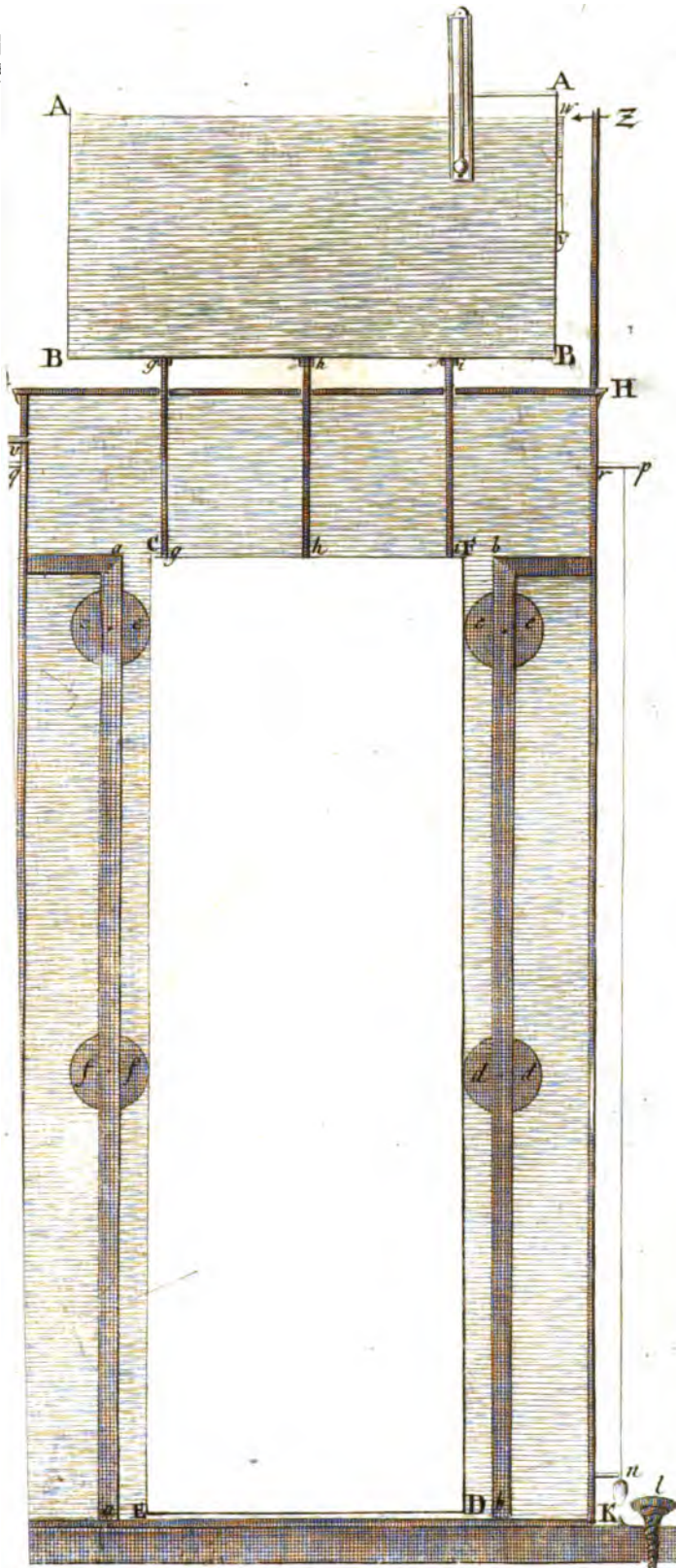


Fig. 5.



6



Scala 10 dig. londinens.

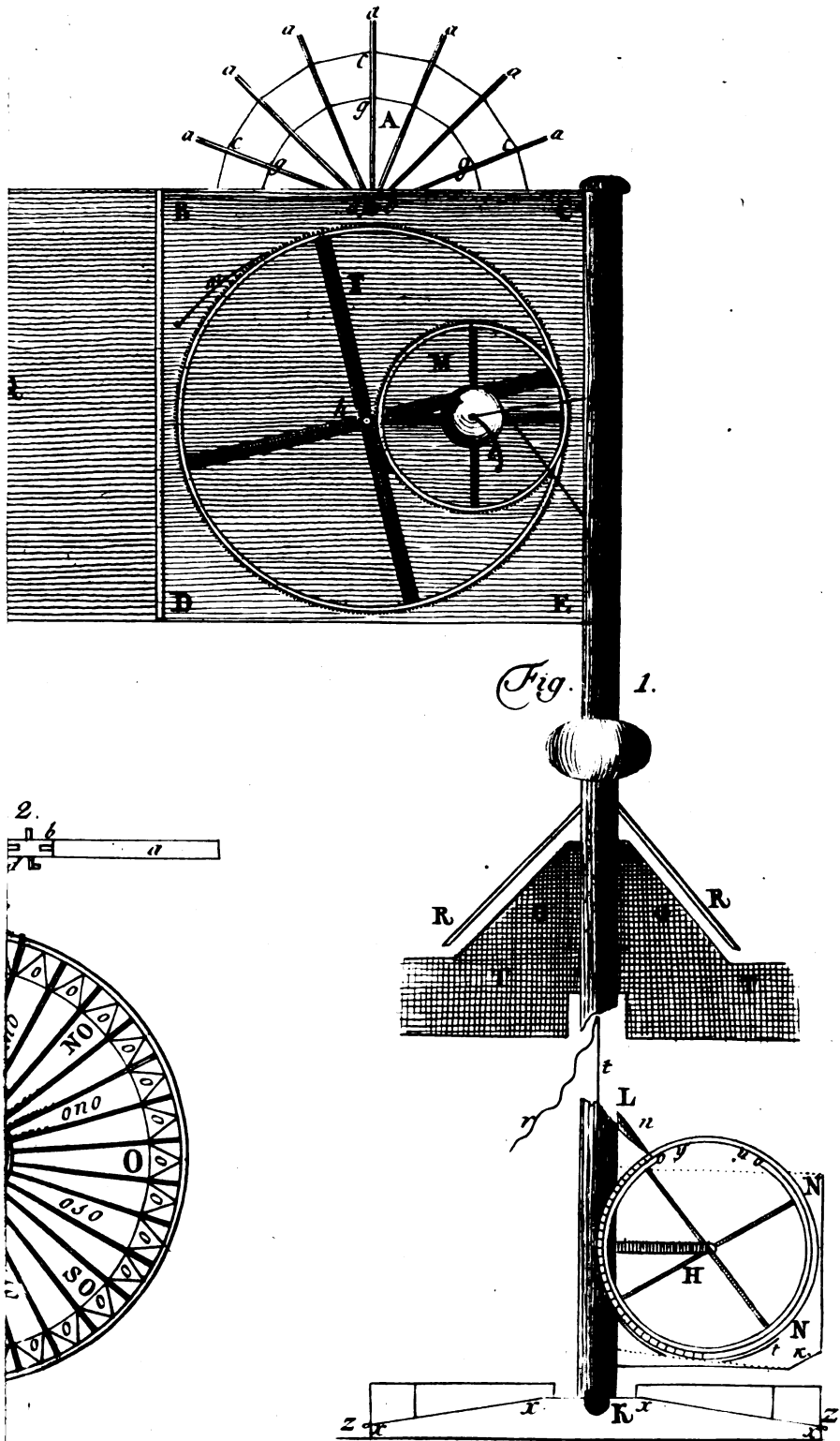
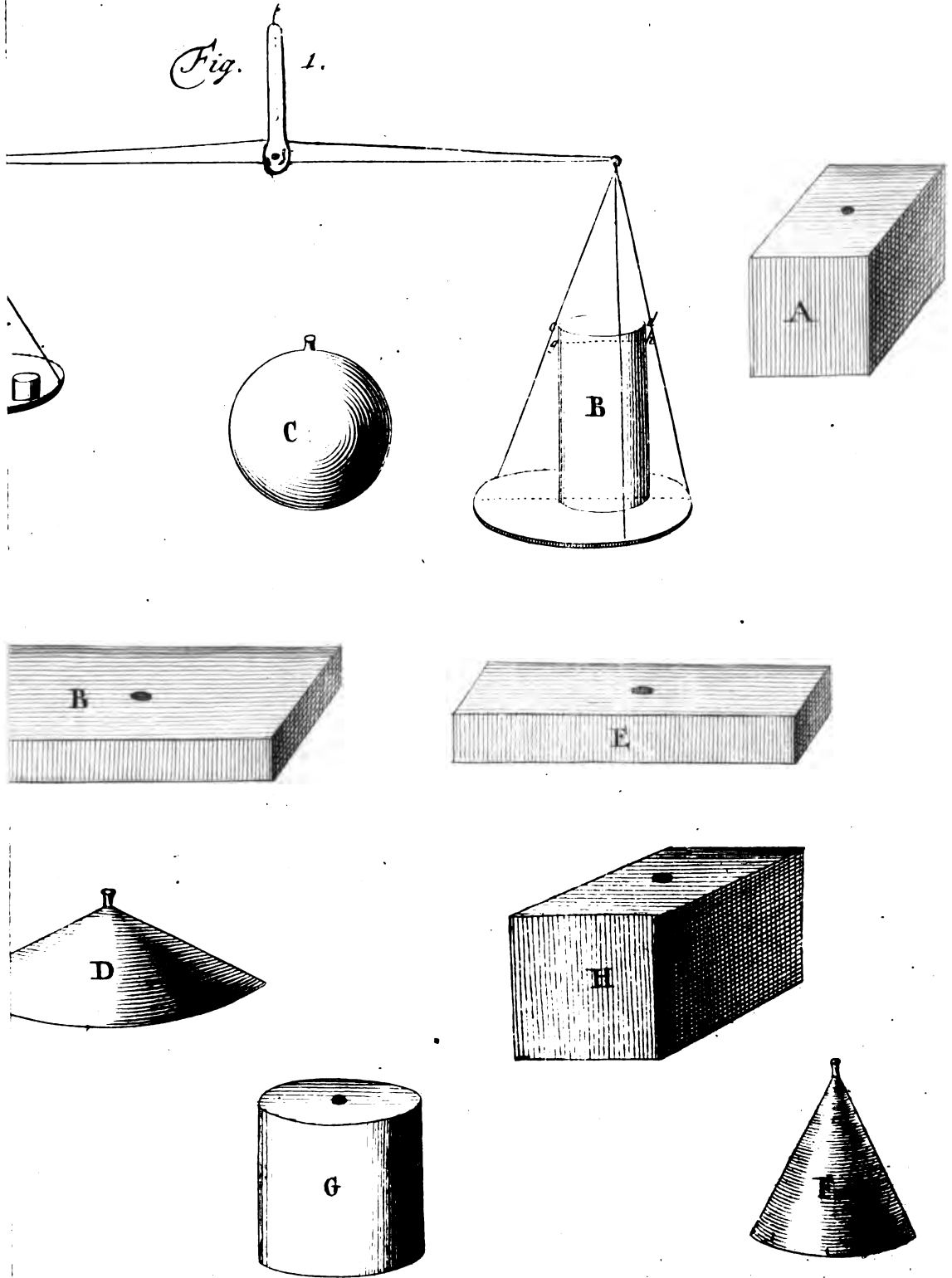
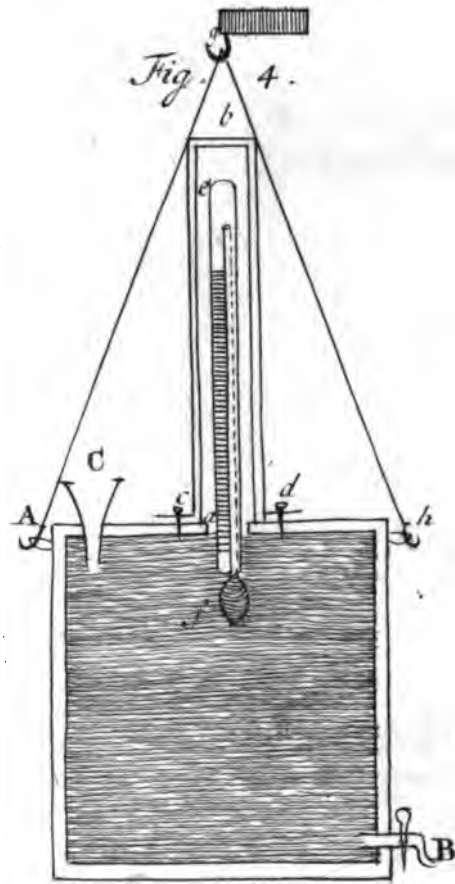
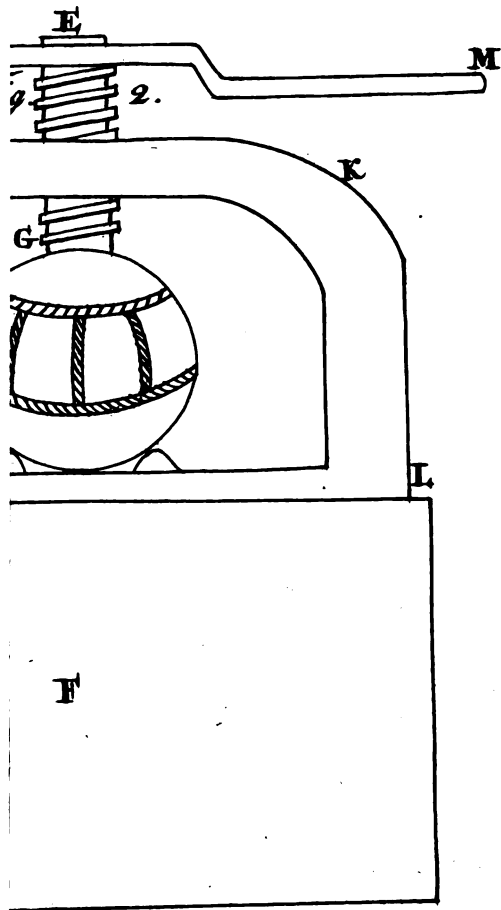
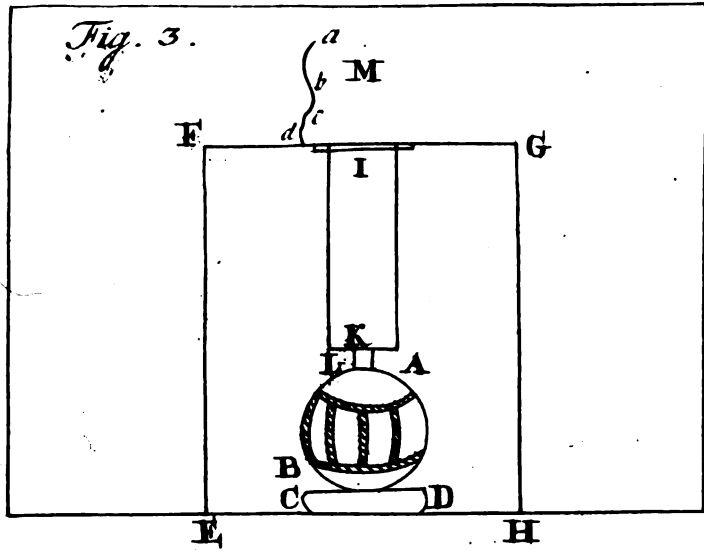
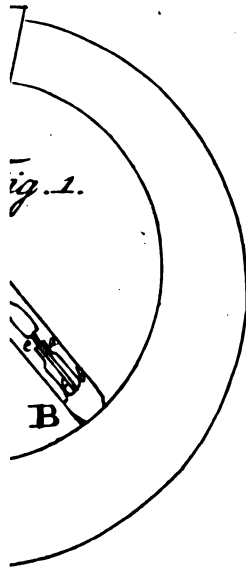


Fig. 1.







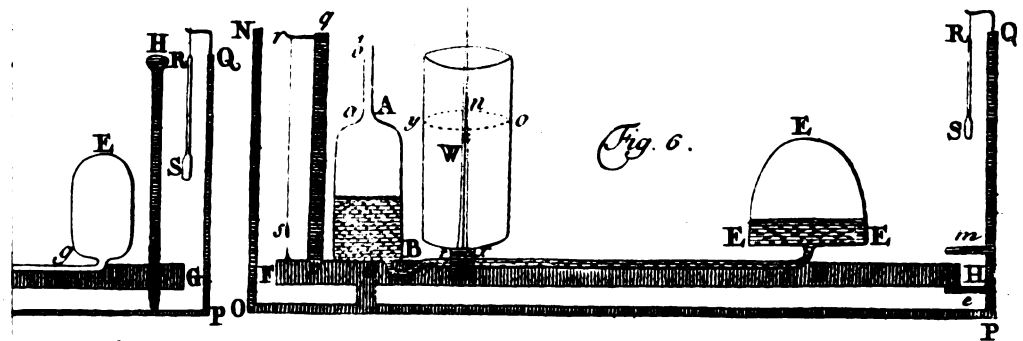
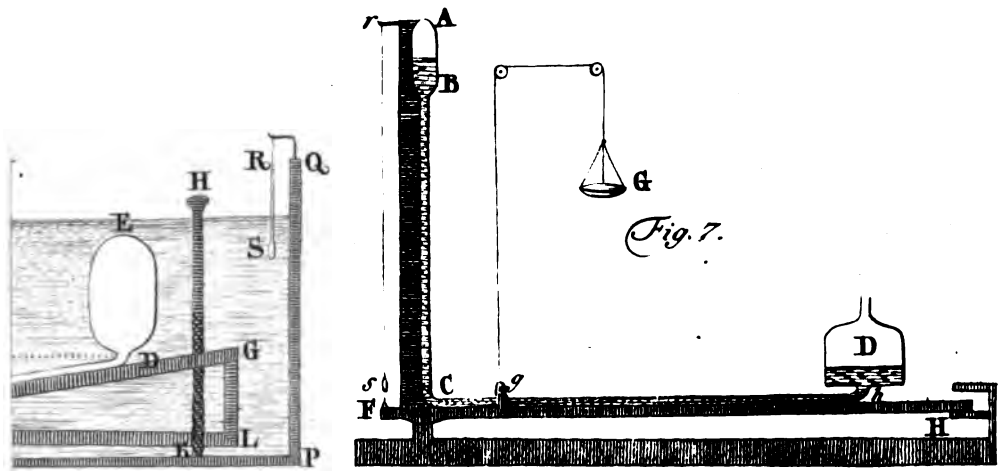
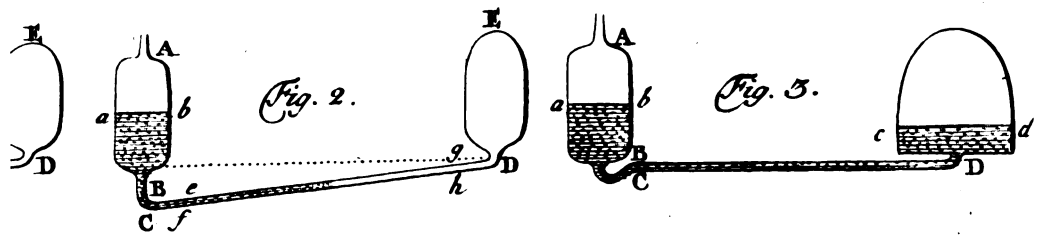


Fig. 9.



Fig. 10.

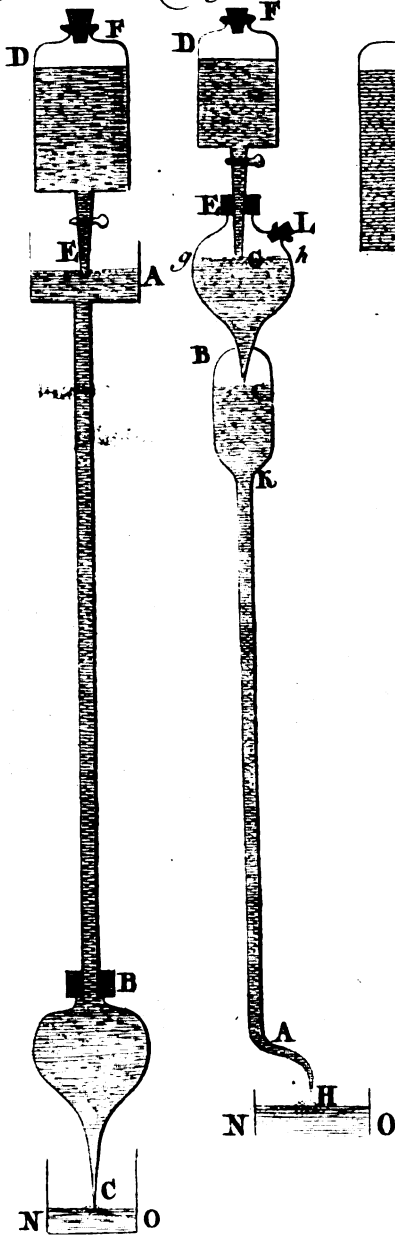
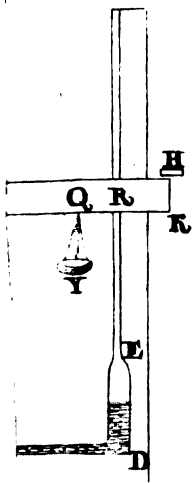
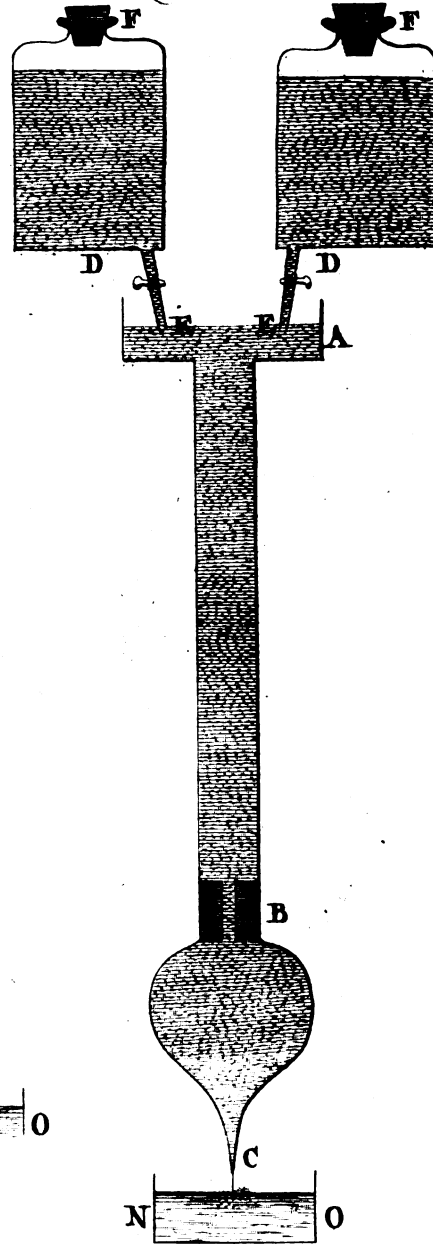
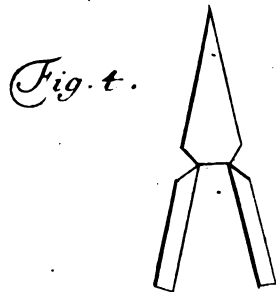
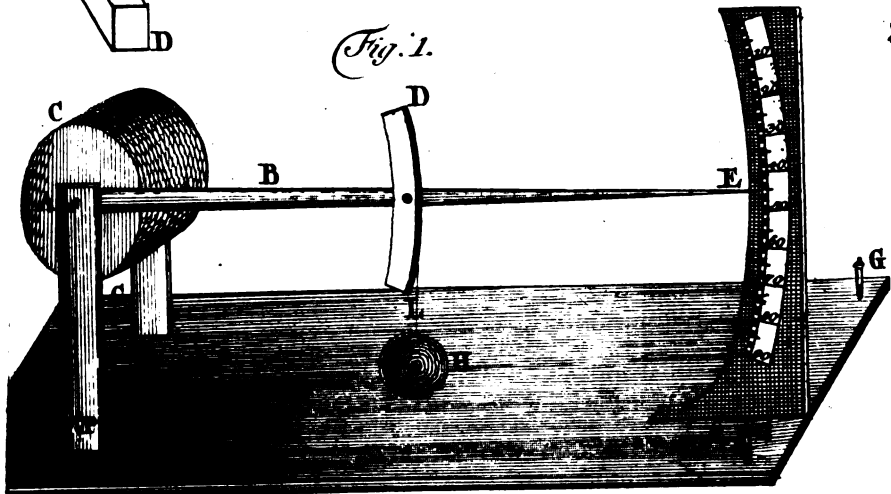
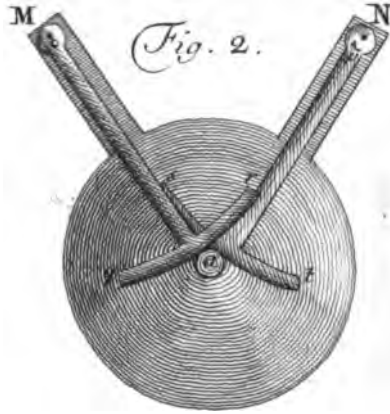
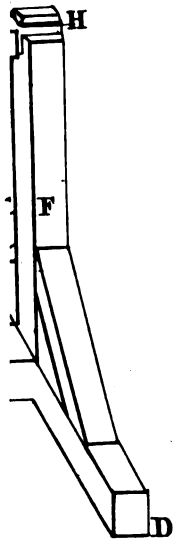
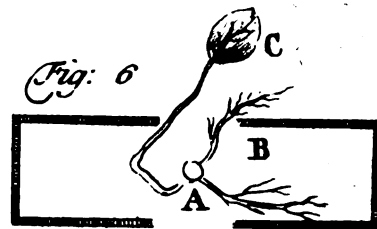
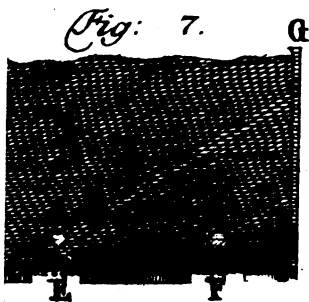
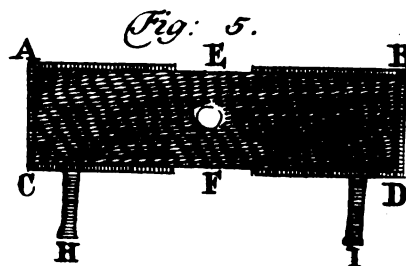
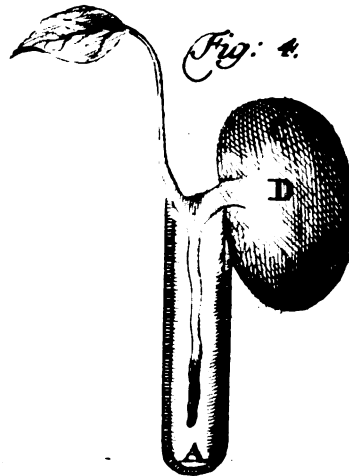
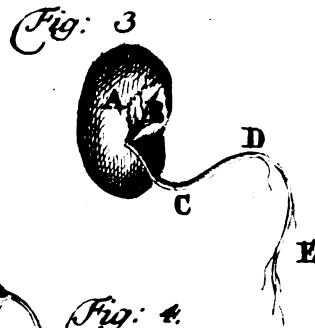
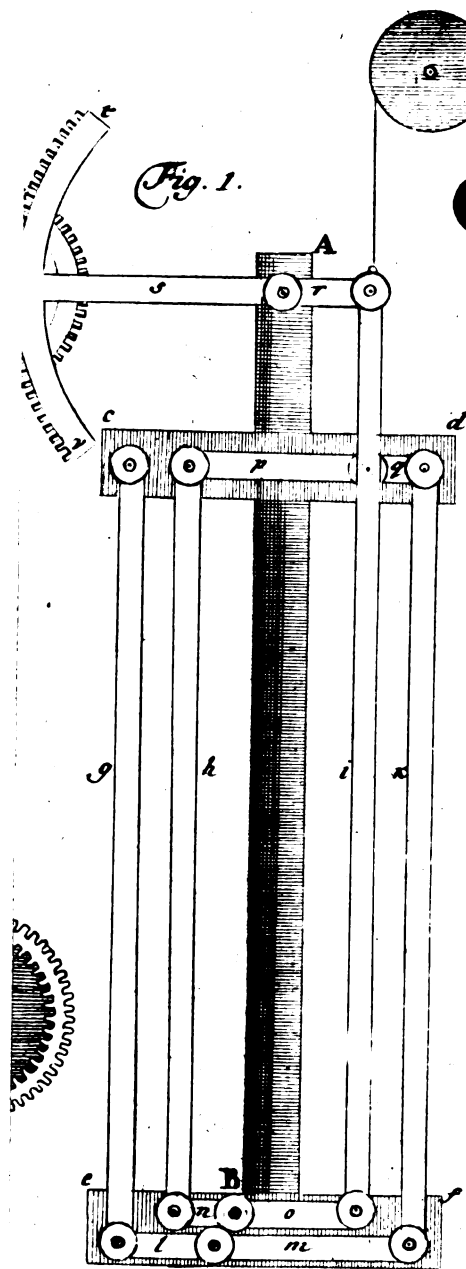


Fig. 11.







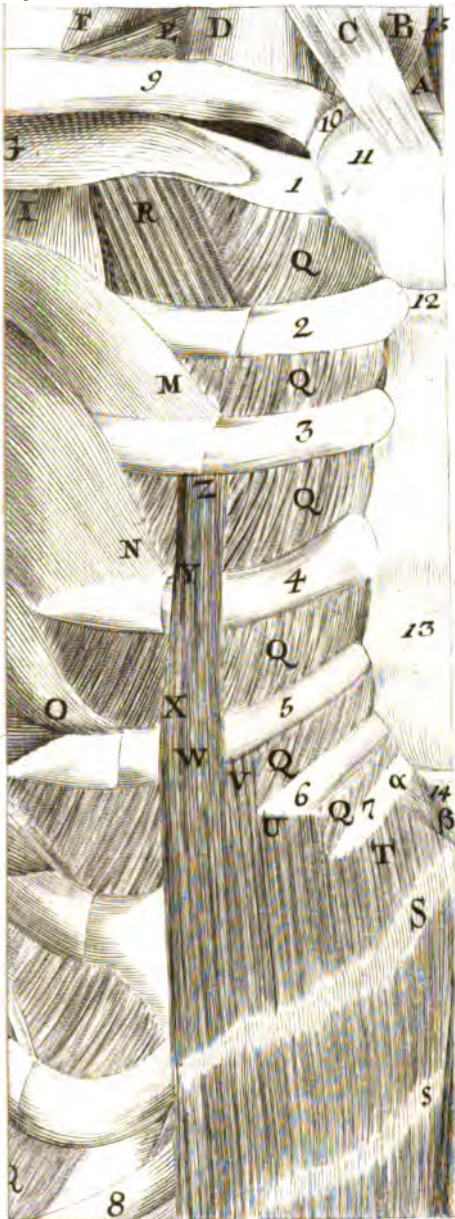


Fig. 1.

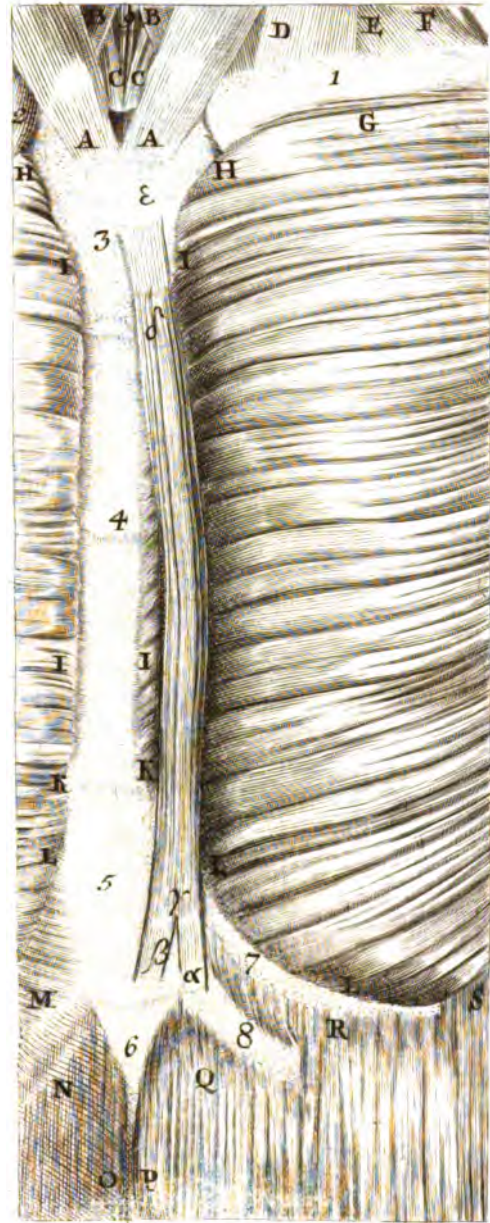


Fig. 2.

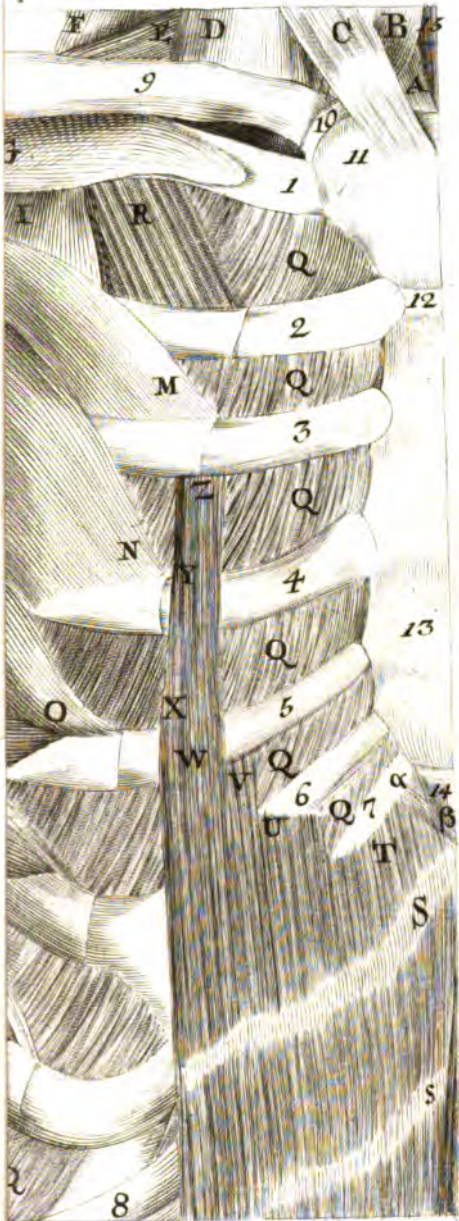


Fig. 1.

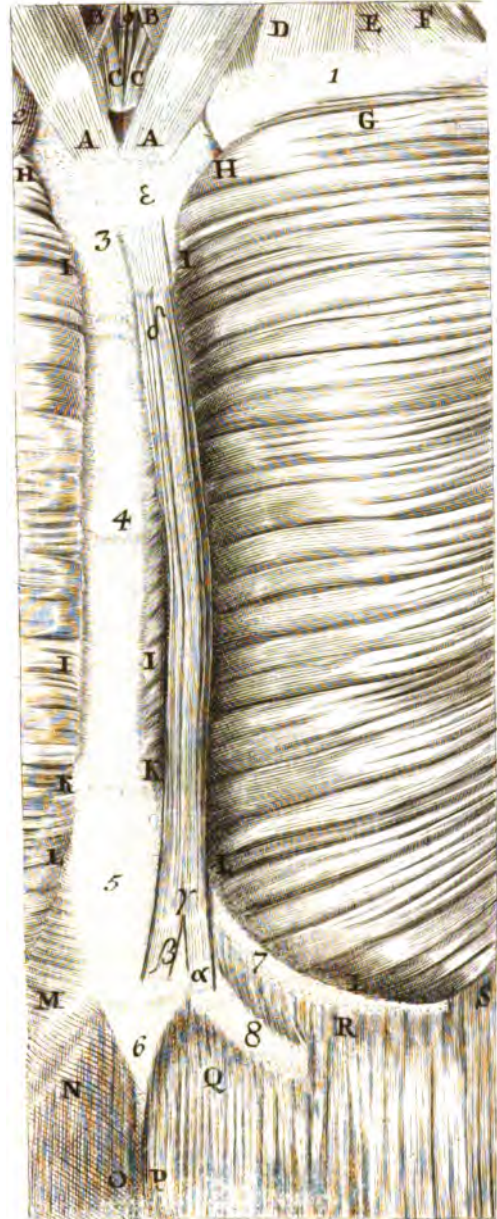
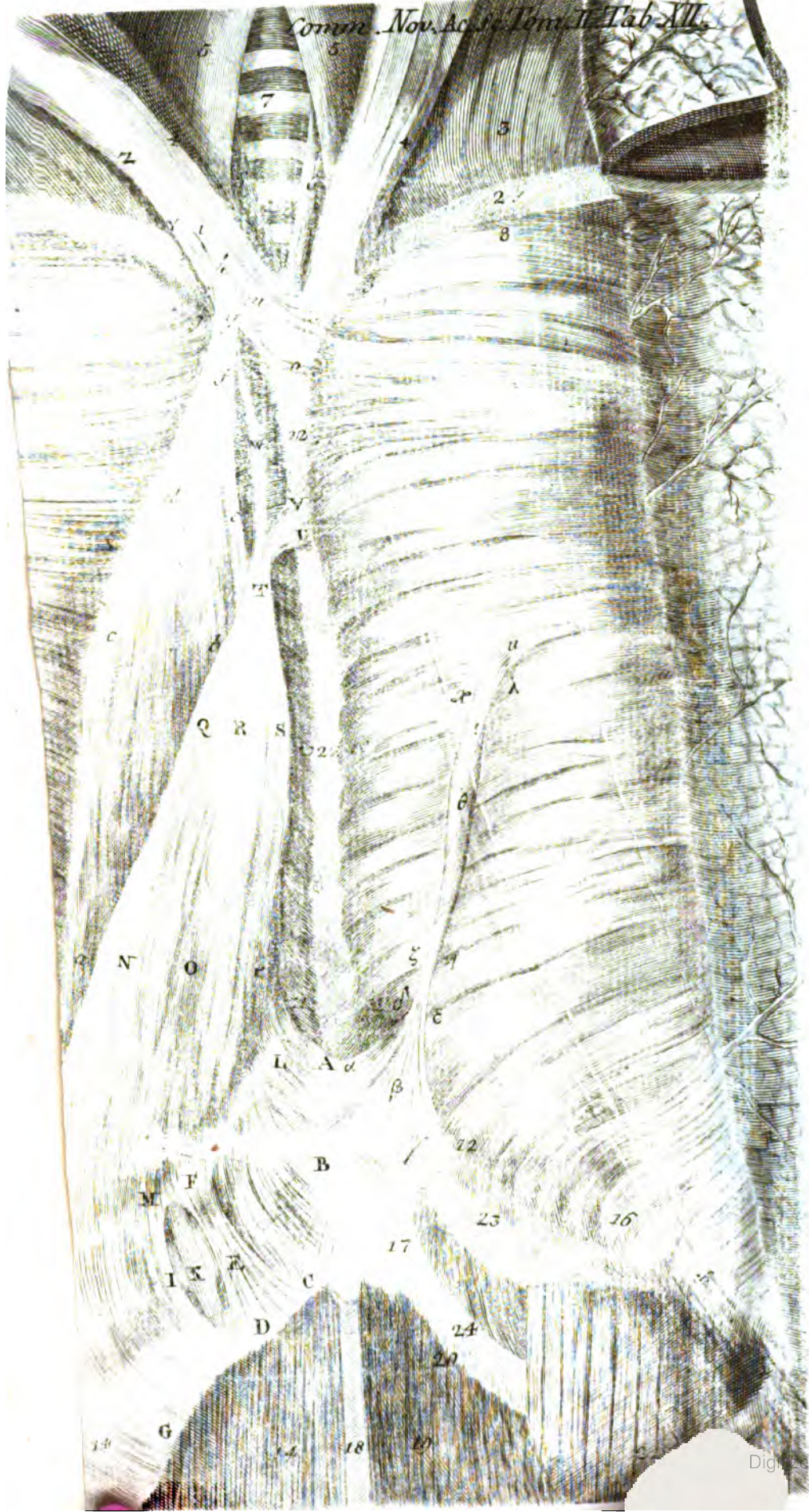


Fig. 2.





1877



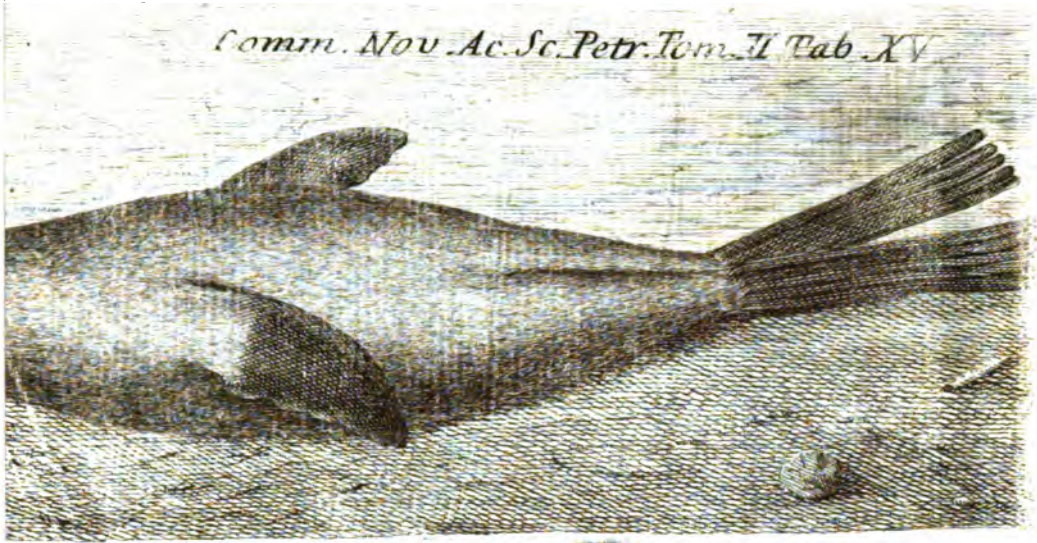
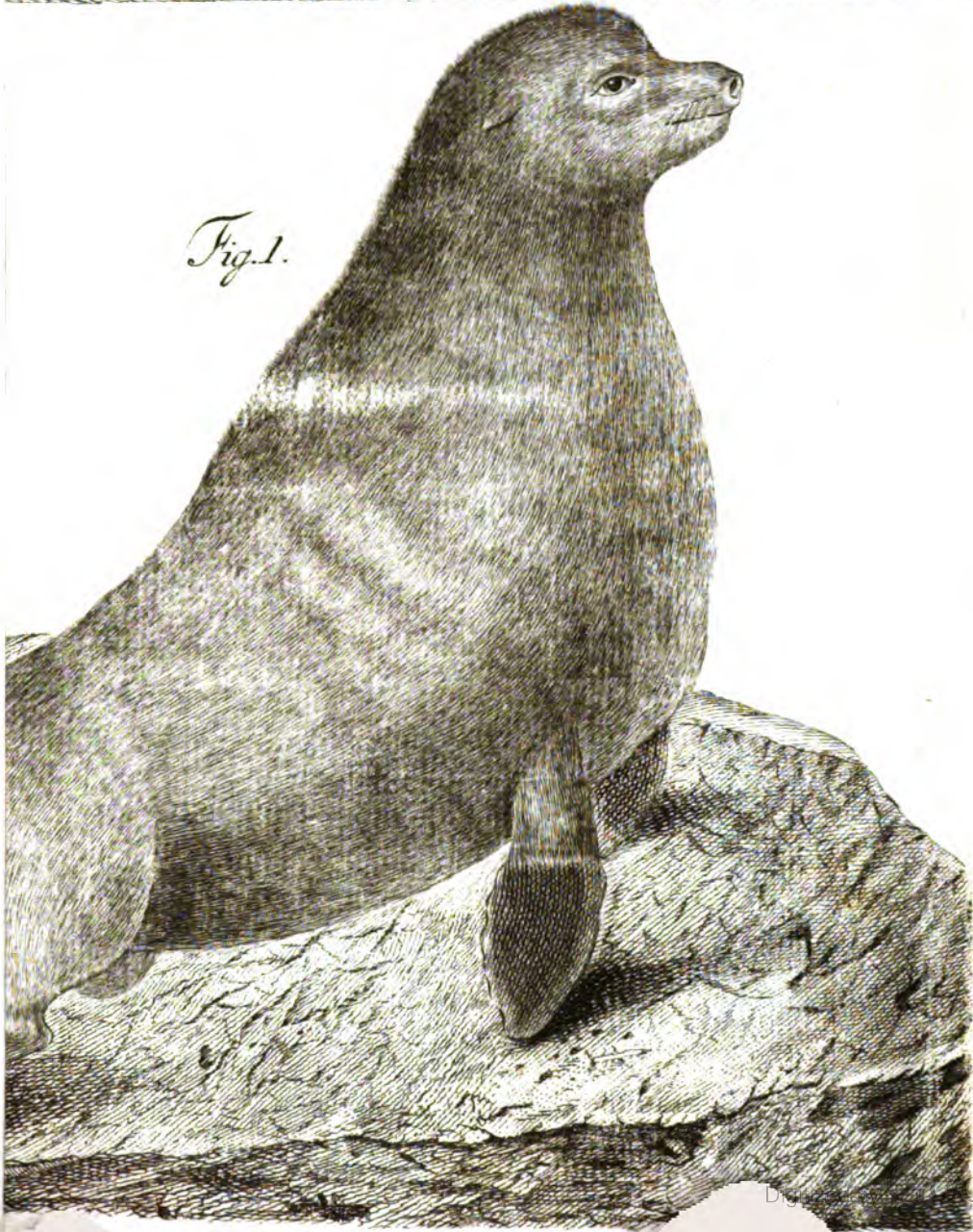
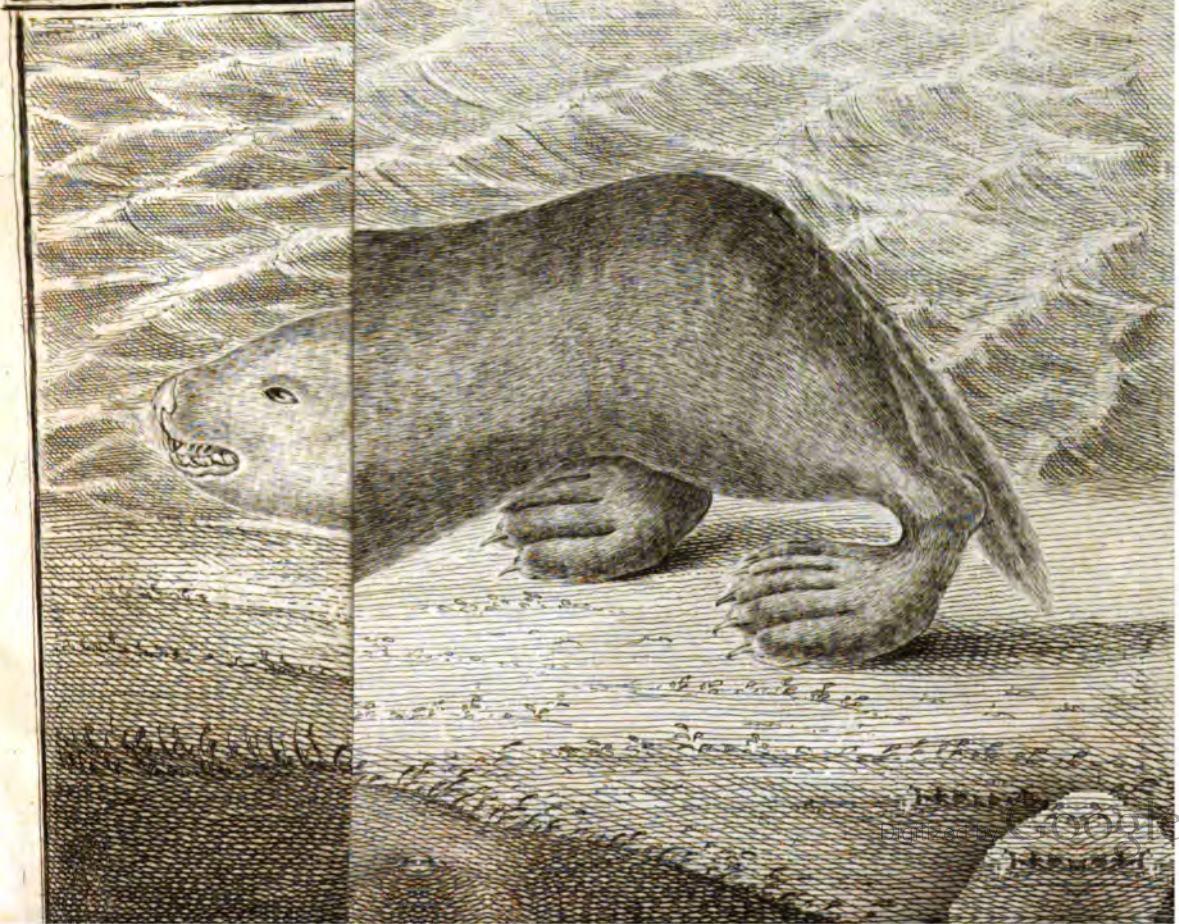
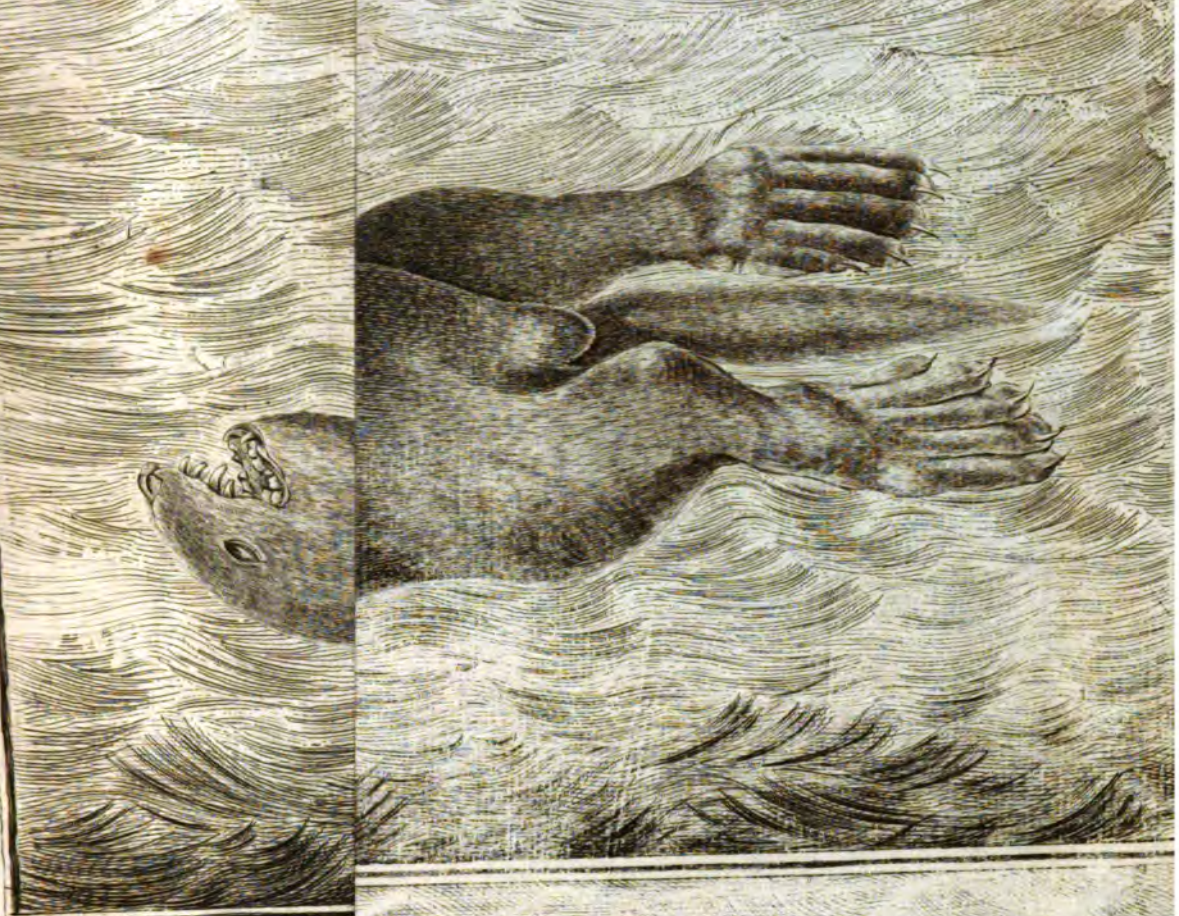
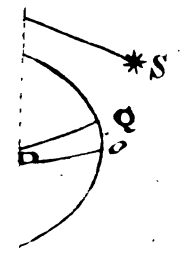
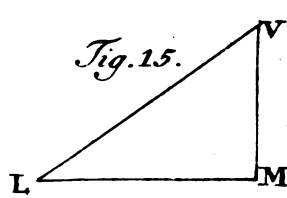
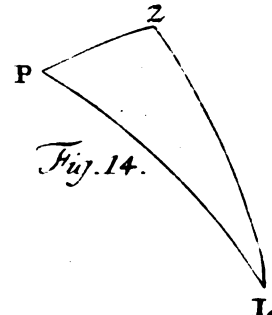
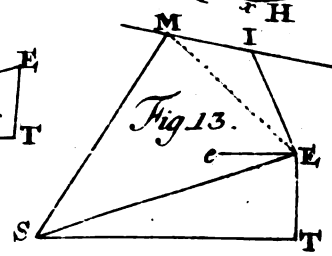
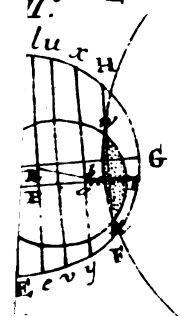
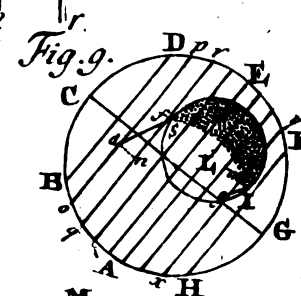
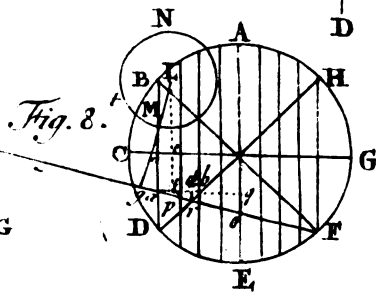
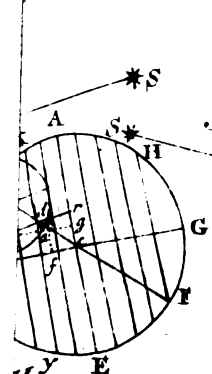
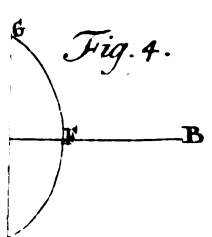
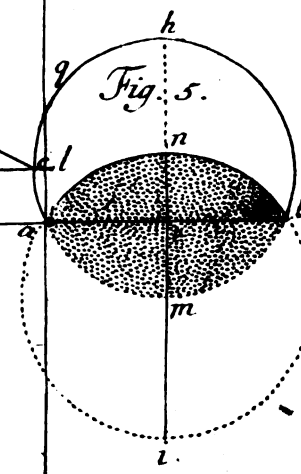
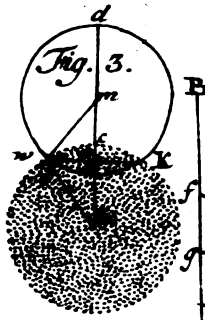
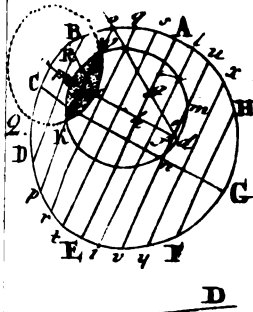


Fig. 1.







UNIVERSITY OF MICHIGAN



3 9015 08116 4520

