

besten, wenn man sie für jeden Monat besonders bestimmt. Man nehme z. E. den Ort der Erdbahn, wo die Erde den 1 Jan. ist. Aus diesem als aus einem Gesichtspunct entwerfe man die Bahn des einen auf die Ebene der Bahn des andern nach den Regeln der Perspective, so wird die Entwerfung allemal ein Kegelschnitt seyn. Und, von diesem wird die Bahn des andern Planeten entweder gar nicht, oder in zween oder höchstens in vier Punkten durchschnitten werden. Es sind also für jeden Tag des Jahres höchstens vier Punkte möglich, wo die beyden Planeten seyn müssen, wenn eine Bedeckung möglich seyn soll. Man begreift ohne Mühe, daß auch die nähern Zusammenkünfte nahe bey diesen Punkten Statt finden.

## Ueber die grösste Ausweichung der untern Planeten. Von Hrn. Lambert.

Es sey CTB die Bahn des obern Planeten, CSB deren längere Axe, <sup>Tab. II.</sup> S die Sonne, DVA die Bahn des untern, DA deren längere Axe. Die Planeten seyn in T, V, und es ist die Frage, diese Punkte so zu bestimmen, daß der Winkel STV am grössten sey. Kürze halber setze ich, die Neigung der Bahnen gegeneinander = 0, und dann den Winkel der Axe DSC =  $\alpha$

erner für den

	obern	untern Planeten.
Die halbe grössere Axe	A	a
Die halbe kleinere	B	b
Die Eccentricität	E	e
Das Semilatus rectum	BB : A	bb : a

Endlich die Winkel  
 $CST = v$   
 $DSV = v.$

Dieses vorausgesetzt, hat man

$$TSV = v - \frac{a - V}{bb}$$

$$SV = \frac{a + e \cos v}{BB}$$

$$ST = \frac{A + E \cos V}{BB}$$

#### 14 Samml. der neuesten in die astronom. Wissenschaften

Und für einerley Zeittheilchen  $d\tau$ ,

$$d\tau = dV \frac{(a + e \cos v)^2 B^3 \sqrt{A}}{(A + E \cos V)^2 b^3 \sqrt{a}}$$

Und endlich

$$\begin{aligned} \text{tang. STV} &= \frac{b^2 f(v-a-V)}{a + e \cos v} : \left[ \frac{BB}{A + E \cos V} - \frac{bb \cos(v-a-V)}{a + e \cos v} \right] \\ &= \frac{f(v-a-V) (A + E \cos V)}{BB (a + e \cos v) - bb (A + E \cos V) \cos(v-a-V)} \end{aligned}$$

Da nun der Winkel STV ein Maximum seyn soll, so wird auch

$$\text{tang STV} = \text{Maxim.}$$

Und beydes kann auf mehrerley Arten geschehen, weil die Winkel  $\alpha, v, V$  so wohl einzeln als zusammen genommen, als veränderlich angesehen werden können. Aufs allgemeinste erhält man, indem man  $d(\text{STV}) = 0$  setzt, die Gleichung

$$\begin{aligned} 0 &= [B^2 a \cos(v-a-V) + B^2 e \cos(\alpha+V) \\ &\quad - b^2 (A + E \cos V)] (A + E \cos V) dv \\ &+ [b^2 (A + E \cos V)^2 - AB^2 \cos(v-a-V) (a + e \cos v) \\ &\quad - EB^2 \cos(v-a-2V) (a + e \cos v)] dV \\ &+ [b^2 (A + E \cos V) - B^2 \cos(v-a-V) (a + e \cos v)] (A + E \cos V) d\alpha. \end{aligned}$$

Diese Formel giebt folgende Fälle.

#### I.

Wenn der Winkel STV unter allen der größte seyn soll, so muß ein jedes der drey Glieder der Gleichung an sich  $= 0$  seyn. Alsdenn giebt das dritte Glied die Gleichung

$$\cos(v-a-V) = \frac{bb (A + E \cos V)}{BB (a + e \cos v)} = \frac{SV}{ST}$$

Und so wird  $SVT = 90^\circ$ .

Das erste Glied giebt

$$\cos(v-a-V) = \frac{bb (A + E \cos V) - BB e \cos(\alpha+V)}{aBB}$$

Da nun, wenn  $v$  allein als veränderlich angesehen wird, die Linie TV nothwendig die Bahn in V berühren muß, wenn  $STV = \text{max.}$  seyn soll, und die erste Bedingung  $SVT = 90^\circ$  giebt, so folgt, daß wenn beyde Bedingungen zugleich Statt finden sollen, der Punkt in die Sonnenferne A treffen, und demnach  $v = 180^\circ$  seyn müsse. Dieser Umstand giebt

$$(a-e) B^2 \cos(\alpha+V) = -b^2 (A + E \cos V)$$

Endlich

Endlich giebt das zweyte Glied die Gleichung

$$(a - e) B^2 \operatorname{cof}(\alpha + V) = -Ab - \frac{Ebb \operatorname{cof}(\alpha + 2V)}{\operatorname{cof}(\alpha + V)}$$

welche mit der nächstvorhergehenden verglichen,

$$\operatorname{cof}(\alpha + 2V) = \operatorname{cof} V \operatorname{cof}(\alpha + V)$$

giebt. Hieraus folgt, daß  $V = 0$  feyn müßte. Und dieses giebt

$$-\operatorname{cof} \alpha = \frac{SA}{SC}$$

Also muß für die größte mögliche Ausweichung die größte Sonnennähe  $C$  des obern Planeten, die größte Sonnenferne  $A$  des untern und die Sonne  $S$  einen in  $A$  rechtwinklichten Triangel bilden, und demnach die Distanz  $CA = \sqrt{(CS^2 - SA^2)}$  feyn.

### II.

Wenn man den Winkel  $DSC$  als beständig anfiehet, wie er sich dann in der That in langer Zeit nur wenig ändert, so wird  $d\alpha = 0$ . Damit fällt in der allgemeinen Gleichung das dritte Glied weg. Setzt man die beyden andern Glieder jedes für sich  $= 0$ , so erhält man die *zwo* Gleichungen

$$\operatorname{cof}(v - \alpha - V) = \frac{bb(A + E \operatorname{cof} V)}{BBa} - \frac{e}{a} \operatorname{cof}(\alpha + V)$$

$$b^2(A + E \operatorname{cof} V)^2 - A \cdot B^2 (\operatorname{cof} v - \alpha - V) (a + e \operatorname{cof} v) = B^2 E \operatorname{cof}(v - \alpha - 2V) (a + e \operatorname{cof} v)$$

Woraus sowohl  $v$  als  $V$  bestimmt wird, so daß der Winkel  $STV$  unter allen, die bey der gegebenen Lage der Bahnen möglich sind, der größte sey. Die Rechnung wird aber nicht wenig weidläufig.

### III.

Sieht man endlich nur  $v$  als veränderlich an, so bleibt auch nur das erste Glied der allgemeinen Gleichung. Und dieses giebt

$$\operatorname{cof}(v - \alpha - V) = \frac{bb(A + E \operatorname{cof} V)}{BBa} - \frac{e}{a} \operatorname{cof}(\alpha + V)$$

woraus für jeden Punkt  $T$ , der den größten Winkel  $STV$  gebende Punkt  $V$  gefunden wird. Es ist hier allemal  $TV$  eine Tangente der Bahn des innern Planeten, und kann demnach wenn man beyde Bahnen zeichnet, sehr wohl bestimmt werden.

\* \* \*

Wenn die äußere Bahn die von der Erde vorstellt, so hängt die Lage des Punkts  $T$  von der Jahreszeit ab. Die größte Ausweichung der untern Pla-

56 *Samml. der neuesten in die astronom. Wissenschaften*

neten mag demnach so veränderlich seyn als sie will; so hat sie in gleicher Jahrszeit einerley Gröſſe, und geschieht in einerley Grade der Eccliptic. Dieses dauert mehrere Jahre durch ohne merkliche Aenderung, weil das Fort- rücken der Sonnenferne B, A und der Nachtgleiche sehr langsam ist. Eben diese Beziehung auf die Jahrszeiten hat auch in Anſehung der übrigen Erscheinungen der Planeten Statt. Wenn z. E. die untere ♁ auf einen bestimmten Tag des Jahres fällt, so fallen auch die beyden Stillstände und die beyden grössten Ausweichungen nebst der obern ♁ auf bestimmte Tage des Jahres. Z. E. für den Mercur.

♁ inf.	Stat.	elong. m.	♁ sup.	el. max.	Stat.	♁ inf.
Jan. 9	Jan. 21	Febr. 2	Mart. 19	Apr. 14	Apr. 25	Mai 1
Jan. 26	Febr. 8	Febr. 21	Apr. 5	Mai 2	Mai 14	Mai 25
Febr. 11	Febr. 25	Mart. 10	Apr. 22	Mai 21	Jun. 3	Jun. 15
Febr. 20	Mart. 6	Mart. 20	Apr. 30	Jun. 1	Jun. 14	Jun. 27
Mart. 9	Mart. 23	Apr. 6	Mai 16	Jun. 19	Jul. 3	Jul. 16
Mart. 28	Apr. 11	Apr. 26	Jun. 2	Jul. 8	Jul. 22	Aug. 5
Apr. 16	Apr. 30	Mai 14	Jun. 17	Jul. 26	Aug. 9	Aug. 22
Mai 1	Mai 18	Jun. 2	Jul. 2	Aug. 17	Aug. 26	Sept. 10
Mai 25	Jun. 7	Jun. 20	Jul. 18	Aug. 30	Sept. 13	Sept. 25
Jun. 15	Jun. 27	Jul. 19	Aug. 4	Sept. 18	Sept. 30	Oct. 12
Jun. 27	Jul. 8	Jul. 30	Aug. 13	Sept. 27	Oct. 10	Oct. 21
Jul. 16	Jul. 27	Aug. 5	Aug. 29	Oct. 15	Oct. 27	Nov. 6
Aug. 5	Aug. 15	Aug. 23	Sept. 16	Nov. 3	Nov. 13	Nov. 23
Aug. 22	Sept. 2	Sept. 8	Oct. 4	Nov. 20	Nov. 29	Dec. 10
Sept. 10	Sept. 18	Sept. 25	Oct. 22	Dec. 7	Dec. 16	Dec. 29
Sept. 25	Oct. 5	Oct. 11	Nov. 12	Dec. 25	Dec. 31	Jan. 9
Oct. 12	Oct. 23	Oct. 28	Dec. 4	Jan. 11	Jan. 18	Jan. 26
Nov. 6	Nov. 16	Nov. 24	Jan. 5	Febr. 6	Febr. 12	Febr. 20
Nov. 23	Dec. 3	Dec. 12	Jan. 26	Febr. 23	Mart. 1	Mart. 9
Dec. 10	Dec. 19	Dce. 29	Febr. 13	Mart. 11	Mart. 19	Mart. 18
Dec. 29	Jan. 4	Jan. 15	Mart. 3	Mart. 28	Apr. 6	Apr. 16

Diese Tafel habe ich Kürze halber aus den Zanottischen Ephemeriden 1751-1762 zusammengetragen, und nur überhaupt die Tage angesetzt. Denn es hätte ebenfalls die geocentrische Länge und Breite beygefügt werden

den können, und eben so auch das Maafs der größten Ausweichungen. Die Tage der ersten Columnne haben die Tage der übrigen Columnnen zur Folge. Fällt demnach eine untere  $\int$  ☿ ☽ zwischen zween Tage der ersten Columnne, so wird auch bey den folgenden Columnnen interpolirt. Diese Tafel dient demnach sehr gut, wenn man sich die Erscheinungen des Mercuris, wie sie auf einander folgen, auf eine leichte Art vorstellen will. Man kann eben solche auch für die übrigen Planeten verfertigen. Und legt man sie als durch die Erfahrung hinlänglich bewähret zum Grunde, so thun sie bey einem strengern Beweise des Copernicanischen Lehrgebäudes, so fern es sich nemlich erweisen läßt, sehr gute Dienste.

Mitteltst einer Zeichnung habe ich die größten Ausweichungen des Mercuris für die Tage, da die Sonne im 13 Grade eines jeden Zeichens ist, folgendermaassen gefunden.

Tage des Jahres.	Größe Ausweichung des ☿	
	des Morgends.	des Abends.
3. Jan.	23° 0'	19° 0'
1. Febr.	25 36	18 5
3. Mart.	27 38	18 4
2. Apr.	28 7	19 8
3. Mai	27 3	21 3
3. Jun.	24 33	23 55
5. Jul.	21 16	26 36
5. Aug.	19 10	27 34
5. Sept.	17 47	27 0
6. Oct.	17 48	25 17
5. Nov.	18 47	23 5
5. Dec.	20 42	23 0

Den 13ten Grad eines jeden Zeichens wählte ich deswegen, weil schon seit vielen Jahren die Sonnenferne des ☿ im 13ten Grad  $\uparrow$  ist.