OBSERVATIONS
ſur les Flûtes.
PAR MR. LAMBERT.

I.

Les modifications des ſons, qui dépendent des trous des flûtes, ſont encore ce qui a le moins été examiné par les géometres. M. *Euler* s'eſt contenté de déterminer le rapport qu'il y a entre le ſon d'un tuyau cylindrique & d'une corde vibrante. Il a trouvé que ſi la corde eſt d'une même longueur, ſon poids égal à celui de l'air renfermé dans le tuyau, & ſi elle eſt tendue par un poids égal à la preſſion de l'air ſur le fond du tuyau, la corde & le tuyau rendront un même ſon. Je n'ai pas vû la theſe que Mr. *Euler* a publiée ſur ce ſujet en 1727, mais cette même théorie ſe trouve dans ſon *Tentamen novæ theoriæ muſicæ*, imprimé à St. Pétersbourg en 1739. Il en réſulte que le ton ne dépend que de la longueur du tuyau. Il faut cependant convenir qu'un tuyau fort mince & fort long donnera plutôt l'octave, ou la quinte de l'octave, que le ſon dû à la longueur entiere. Enſuite dans cette théorie on ſuppoſe que l'onde qui ſe forme dans le tuyau eſt d'une longueur égale à celle du tuyau, ou d'une de ſes parties aliquotes. Cette ſuppoſition donne des réſultats conformes à l'expérience; mais il n'eſt pas démontré que ce ſoit la ſeule qu'on puiſſe faire. De plus Mr. *Euler* ſuppoſe un tuyau ouvert par les deux bouts; or on en peut concevoir qui ſoient fermés d'un côté, ou même des deux côtés, ſoit entierement, ſoit en partie, & cela change à certains égards la comparaiſon entre les tuyaux & les cordes vibrantes. Enfin Mr. *Euler* fait cette comparaiſon de maniere qu'elle roule ſur le nombre des vibrations qui ſe font en une ſeconde. Il donne la formule pour les tuyaux & la compare à ce que lui donne l'expérience faite ſur une corde. De ſa formule on déduit ſans peine *que le nombre des vibrations pour un tuyau ſe trouve en diviſant la viteſſe du ſon par la longueur du tuyau.* Or on ſait que l'expérience donne la viteſſe du ſon beaucoup plus grande que ne l'a donnée une théorie bonne en elle-même, mais aſſez mal appliquée. C'eſt à la viteſſe réelle qu'il faut avoir égard dans ces ſortes de comparaiſons.

II.

Mr. *Daniël Bernoulli* a fait quelques grands pas de plus. Dans un Mémoire qui ſe trouve parmi ceux de l'Acad. R. des Sciences de Paris de l'année 1762, il étendit la théorie aux tuyaux bouchés d'un côté ou des deux côtés, de même qu'aux tuyaux d'orgues qu'on appelle *à cheminée*, & aux tuyaux coniques. Les ondes ſonores dans l'air ſe forment de telle ſorte que dans les points des plus grandes excurſions des particules d'air la denſité ou la diſtance entre deux particules voiſines eſt égale à la denſité naturelle de l'air, au dehors du tuyau. Si donc dans un tuyau l'onde ſonore ſe forme de maniere que les plus grandes excurſions répondent au bout ouvert du tuyau, cette onde ſe forme d'une maniere qui paroit la plus naturelle de toutes. Réciproquement ſi le tuyau eſt bouché, l'état le plus naturel de l'onde ſonore paroit être celui où l'excurſion des ondes près du bout bouché eſt nulle & la denſité ou la compreſſion des particules la plus grande. Si le tuyau eſt ouvert par les deux bouts, la plus grande denſité ſera vers le milieu de la longueur du tuyau, & l'effet le même que ſi le tuyau étoit fermé au milieu par quelque diaphragme, de ſorte qu'un tuyau ouvert par les deux bouts rendra le même ton qu'un tuyau bouché d'un côté & qui n'a que la moitié de la longueur de l'autre. Mais ſi un tuyau eſt fermé par les deux bouts, c'eſt au milieu que les excurſions ſeront les plus grandes, & les plus grandes denſités ſeront aux bouts bouchés. Ce tuyau rendra le même ſon qu'un tuyau de même longueur ouvert par les deux bouts, ou qu'un tuyau de la moitié de la longueur ouvert par un bout. Ce qui étant admis, on en déduit ſans peine quels ſeront les ſons lorſqu'en enflant le tuyau avec plus de force, la longueur de l'onde eſt réduite à une partie aliquote de celle du tuyau. Suppoſons ces tuyaux d'une même longueur, les ſons dans celui qui eſt bouché d'un côté répondront aux nombres impairs 1, 3, 5, 7 &c. & ceux des deux autres tuyaux aux nombres pairs 2, 4, 6, 8 &c. Les expériences paroiſſent en général aſſez conformes à cette théorie. Mr. *Bernoulli* ne la donne d'ailleurs que comme fondée ſur des hypotheſes. Elle ſert tout au moins pour les cas où les ondes ſonores ſe forment de la maniere la plus naturelle. Les ſons déterminés par cette théorie ſont néceſſairement poſſibles, & ſi outre ces ſons il s'en forme encore d'autres, ce ſera à des circonſtances particulieres non compriſes dans la théorie qu'il faudra avoir recours. Ainſi p. ex. ſi dans un tuyau bouché l'écho étoit aſſez fort & d'aſſez de durée pour qu'on dût y avoir égard, il eſt clair qu'au bout bouché la denſité n'auroit pas beſoin d'être la plus grande, & que les excurſions n'auroient pas beſoin d'y être nulles. Et ſi d'un autre côté on ſuppoſe que le mouvement des particules ſe fait ſuivant l'axe du tuyau, il ſemble qu'il n'eſt pas abſolument néceſſaire que la largeur de l'onde finiſſe préciſément au bout ouvert du tuyau. Avec tout cela il doit être poſſible de faire qu'elle finiſſe là.

III.

Quant aux tuyaux compoſés de deux autres de différente groſſeur, M. *Bernoulli* ſe ſert des mêmes principes. J'avoue que j'ai eu quelque peine à ſuivre ſon raiſonnement. Outre que la lettre *G* marquée dans la 10me Figure appartient à la 11me Figure, où elle doit être placée entre *D*, *F*, Mr. *Bernoulli* repréſente par cette 11me Figure un tuyau ſimple à cheminée, repréſenté dans la 10me Figure. Mais ce tuyau ſimple, quoique rendant le même ſon, eſt cenſé le rendre avec deux degrés différens de force. C'eſt une diſtinction à faire, qui ne m'a pas paru aſſez expreſſément indiquée, mais à laquelle il faut avoir recours, quand on veut bien ſaiſir le raiſonnement. Je vais l'expoſer dans l'ordre qui me paroit le plus méthodique & le plus ſimple.

IV.

Soit *ABC* un tuyau compoſé de deux autres *AB*, *BC*, fermé en *A* & enflé par l'ouverture *C*. Les excurſions des particules d'air en *CB* ſe feront comme dans un tuyau ſimple, parce que le changement qui peut réſulter de la différente amplitude de la partie *AB*, ne commence qu'à la ſéparation *B*. Ce changement ne peut regarder que les excurſions des particules d'air. Ces excurſions diminuent ſubitement en *B*, & cela en Pl. I. Fig. 1.

raison réciproque des amplitudes. C'est dans ce rapport que diminuent les vitesses & par-là même les excursions. Mais les densités ou bien la compression des particules doit rester la même en B, parce qu'il ne peut pas y avoir de saut. Tout cela fait que le tuyau composé ABC doit être comparé à deux tuyaux simples DF, GI, qui rendent le même ton quoiqu'avec des degrés différens de force, & qui par conséquent sont d'une même longueur, & bouchés d'un côté en D, G. Les excursions initiales en C, F seront les mêmes & je les désignerai par g. Faisant de plus $FE = CB$, le mouvement de l'air sera le même dans ces deux parties des tuyaux, & les excursions aux points B, E seront

$$= c \,.\, \sin\left(\frac{DE}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = c \,.\, \cos\left(\frac{BC}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

Soit $1 : nn$ le rapport des amplitudes des tuyaux CB, BA, cette excursion dans le grand tuyau en B sera réduite à la valeur

$$\frac{c}{nn} \,.\, \cos\left(\frac{BC}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right),$$

où π est la circonférence d'un demi-cercle dont le rayon est $= 1$. La partie du tuyau AB ayant donc des excursions différentes, on la comparera avec une partie égale GH du tuyau GI. Soit f l'excursion initiale en I, l'excursion au point H sera

$$= f \,.\, \sin\left(\frac{GH}{GI} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = f \,.\, \sin\left(\frac{AB}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right),$$

& cette excursion est la même que l'excursion réduite que nous venons de trouver. On aura donc la premiere équation

$$\frac{c}{nn} \,.\, \cos\left(\frac{BC}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = f \,.\, \sin\left(\frac{AB}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

De plus la densité naturelle de l'air étant $= \delta$, on aura

$$\text{la densité en } E, B = \delta\left(1 + \frac{c}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right) . \sin\left(\frac{BC}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\text{la densité en } H, B = \delta\left(1 + \frac{f}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right) . \cos\left(\frac{AB}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

Ces densités doivent être égales entr'elles. Cela donne la seconde équation

$$c \,.\, \text{ſin}\left(\frac{BC}{DF}\cdot\frac{\pi}{2}\right) = f \,.\, \text{coſ}\left(\frac{AB}{DF}\cdot\frac{\pi}{2}\right).$$

De ces deux équations on déduit

$$\frac{f}{c} = \frac{\text{coſ}\,(BC\,.\,\pi : 2\,DF)}{nn\,.\,\text{ſin}\,(AB\,.\,\pi : 2\,DF)} = \frac{\text{ſin}\,(BC\,.\,\pi : 2\,DF)}{\text{coſ}\,(AB\,.\,\pi : 2\,DF)},$$

d'où réſulte

$$\cot\left(\frac{AB}{DF}\cdot\frac{\pi}{2}\right) = nn\,.\,\text{tang}\left(\frac{BC}{DF}\cdot\frac{\pi}{2}\right).$$

De cette maniere la longueur du tuyau ſimple $DF = GI$ qu'il s'agiſſoit de trouver, eſt déterminée par n, AB, BC, c'eſt à dire par les dimenſions du tuyau compoſé AC. Ce tuyau ſimple ſera donc plus long que le tuyau AC, toutes les fois que $n > 1$. Soit cet allongement $= eE = Hh$, on aura

$$\cot\frac{\pi\,.\,AB}{2(AB + BC + eE)} = nn\ \text{tang}\,\frac{\pi\,.\,BC}{2(AB + BC + eE)}$$

ou ce qui revient au même

$$\text{tang}\,\frac{\pi(BC + eE)}{2(AB + BC + eE)} = nn\ \text{tang}\,\frac{\pi\,.\,BC}{2(AB + BC + eE)}.$$

Ces formules reviennent à celles de Mr. *Bernoulli*. Voici maintenant quelques corollaires qui pourront nous ſervir dans la ſuite.

V.

Si le tuyau BC eſt ſuppoſé très court relativement à AB, en ſorte que dans la derniere formule on puiſſe ſans erreur conſidérable ſubſtituer les arcs à leurs tangentes, on aura fort brievement

$$BC + eE = nn\,.\,BC,$$

ou bien

$$eC = (nn - 1)\,BC,$$

de ſorte que tant que BC eſt fort petite l'allongement du tuyau ſimple croît en même raiſon que BC, & la longueur entiere ſera à très peu près

$$AB + BC + eC = AB + nn\,.\,BC.$$

On voit encore que l'allongement eC ſera négatif toutes les fois que $n < 1$, ou que le tuyau BC ſera plus gros que AB.

VI.

En faiſant $nn = 1 + \nu$, on aura

$$\text{tang}\,\frac{\pi(BC + eE)}{2(AB + BC + eE)} - \text{t}\,\frac{\pi . BC}{2(AB + BC + eE)} = \nu . \text{t}\,\frac{\pi . BC}{2(AB + BC + eE)},$$

ce qui donne

$$\text{ſin}\,\frac{\pi . eE}{2(AB + BC + eE)} = \nu . \text{ſin}\,\frac{\pi . BC}{2(AB + BC + eE)} . \text{coſ}\,\frac{\pi(BC + eE)}{2(AB + BC + eE)}$$
$$= \tfrac{1}{2}\nu . \left[\text{ſin}\,\frac{\pi(2BC + eE)}{2(AB + BC + eE)} - \text{ſin}\,\frac{\pi . eE}{2(AB + BC + eE)}\right],$$

ou bien

$$(1 + \tfrac{1}{2}\nu) . \text{ſin}\,\frac{\pi . eE}{2(AB + BC + eE)} = \tfrac{1}{2}\nu . \text{ſin}\,\frac{\pi . (2BC + eE)}{2(AB + BC + eE)}.$$

VII.

Si donc ν eſt une quantité fort petite, on aura à très peu près

$$(1 + \tfrac{1}{2}\nu) . \frac{\pi . eE}{2(AB + BC)} = \tfrac{1}{2}\nu . \text{ſin}\,\frac{\pi . BC}{AB + BC},$$

ou bien

$$eE = \frac{2\nu}{2 + \nu} . \frac{AB + BC}{\pi} . \text{ſin}\,\frac{\pi . BC}{AB + BC}.$$

Regardant donc la longueur $AB + BC$ comme conſtante, & BC comme variable, l'allongement eE eſt un *maximum* lorſque $AB = BC$, & on a à très peu près

$$eE = \frac{4\nu}{2 + \nu} . \frac{AB}{\pi},$$

ou bien

$$eE = \nu . AC : \pi.$$

VIII.

Si le tuyau eſt compoſé de 3, 4 ou pluſieurs tuyaux de différente groſſeur, on le comparera de la même maniere à autant de tuyaux ſimples, qui rendent le même ſon, quoiqu'avec des degrés différens de force. La longueur de ces tuyaux ſimples ſe détermine par la ſomme de la longueur de toutes les parties dont le tuyau eſt compoſé & la ſomme des allongemens produits par chaque différence d'amplitude.

Soit la longueur des parties - - - - a, b, c, d, e &c. Fig. 4.
les amplitudes - - - - - - - 1, m^2, n^2, p^2, q^2 &c.
l'allongement dû aux changemens
d'amplitude - - - - - - α, β, γ, δ, &c.
la longueur du tuyau ſimple qui rend le même ſon $= \lambda$.

On aura d'abord

$$\lambda = a + b + c + d + e + \&c. + \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \&c.$$

Enſuite on aura encore les équations ſuivantes

$$m^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi a}{2\lambda} = \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha)}{2\lambda},$$

$$n^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b)}{2\lambda} = m^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta)}{2\lambda},$$

$$p^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c)}{2\lambda} = n^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c+\gamma)}{2\lambda},$$

$$q^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c+\gamma+d)}{2\lambda} = p^2 . \operatorname{t} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c+\gamma+d+\delta)}{2\lambda}.$$

ou réciproquement

$$q^2 . \cot \frac{\pi(e+\delta)}{2\lambda} = p^2 . \cot \frac{\pi e}{2\lambda},$$

$$p^2 . \cot \frac{\pi(e+\delta+d+\gamma)}{2\lambda} = n^2 . \cot \frac{\pi(e+\delta+d)}{2\lambda}.$$

&c.

Ces équations ſuffiſent toujours pour déterminer tant la longueur λ que les allongemens α, β, δ, ε &c; parce que leur nombre eſt toujours égal au nombre de ces inconnues.

IX.

Ces formules font voir fans peine que les arcs de cercle dont on emploie les tangentes croiffent dans l'ordre

1) a
$a + \alpha$

---

2) $a + \alpha + b$
$a + \alpha + b + \beta$

---

3) $a + \alpha + b + \beta + c$
$a + \alpha + b + \beta + c + \gamma$
&c.

Z

$Z + \Delta X$
$Z + \Delta Z$

---

où X dénote la fomme de la longueur des parties du tuyau compofé $a + b + c + d +$ &c, & Z la fomme $a + \alpha + b + \beta +$ &c. de forte que $Z = X + \alpha + \beta + \gamma +$ &c. On aura donc $\Delta Z - \Delta X$ l'allongement dû à la différence des amplitudes du tuyau ΔX & de celui qui le fuit immédiatement. Soit l'amplitude du tuyau $\Delta X = Y$, celle du tuyau fuivant $= Y + \Delta Y$, on aura en général

$$\frac{Y + \Delta Y}{Y} \cdot \text{tang}\left(\frac{Z + \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \text{tang}\left(\frac{Z + \Delta Z}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

Et en faifant

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X}{\theta},$$

on obtient

$$\frac{\Delta X}{\theta} \cdot \text{tang}\,\frac{Z + \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\text{fin}\,(\Delta Z - \Delta X)\pi : 2\lambda}{\text{cof}\,[(Z + \Delta X)\pi : 2\lambda] \cdot \text{cof}\,[(Z + \Delta Z)\pi : 2\lambda]},$$

ou bien

$$\frac{\Delta X}{\theta} \cdot \text{fin}\left(\frac{Z + \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \text{cof}\left(\frac{Z + \Delta Z}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \text{fin}\left(\frac{\Delta Z - \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

X.

Si les différences ΔX, ΔZ sont infiniment petites, on leur substituera les différentielles dx, dz, & on aura en faisant $Z = z$, $X = x$, après toutes les réductions faites

$$\frac{dx}{2\theta} \cdot \sin\frac{\pi z}{\lambda} = \frac{dz - dx}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2},$$

ou bien

$$dx = \frac{\pi\theta\, dz}{\lambda \cdot \sin(\pi z : \lambda) + \pi\theta}.$$

Voilà donc la formule générale pour les cas où l'amplitude du tuyau croît en raison des ordonnées y d'une ligne courbe dont les abscisses sont $= x$. Et comme

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{\theta}$$

on voit que θ est la soutangente de cette courbe.

XI.

Cette soutangente θ étant regardée comme une fonction de x, la formule différentielle ne sera pas généralement intégrable, ou bien les variables ne pourront pas être généralement séparées. Mais elles le sont dès qu'on regarde θ comme une fonction de z, de sorte que $\theta = \phi z$. Il est clair qu'après l'intégration faite on aura une équation entre x & z, d'où l'on déduira la valeur de z exprimée par x, & en substituant cette valeur dans la fonction ϕz, on aura la valeur de θ exprimée par x, c'est à dire θ égale à une fonction de x. De cette maniere on trouvera pour θ une infinité de fonctions de x, qui rendent l'équation proposée intégrable.

XII.

Lorsque $x = 0$, on aura $z = 0$, & lorsque $z = \lambda$, l'abscisse x exprimera la longueur entiere du tuyau, depuis l'embouchure jusqu'au bout opposé, qui est censé fermé. Pour ces deux cas la formule donne $\sin\frac{\pi z}{\lambda} = 0$, & par conséquent $dx = dz$, c'est à dire, tant à l'embouchure qu'au bout fermé du tuyau l'accroissement dx est égal à l'accroisſement dz, du moins toutes les fois que θ eſt une quantité finie. La même égalité entre dx, dz a lieu dans les points où θ eſt infinie. Et ſi θ eſt infinie pour tous les points, le tuyau ſera cylindrique, & on aura $dx = dz$, & par conſéquent $x = z$.

XIII.

Quand les amplitudes y vont en croiſſant comme les ordonnées d'une logarithmique, la ſoutangente θ ſera une quantité conſtante, & l'équation différentielle devient intégrable. Faiſons

$$\operatorname{tang}\frac{\pi z}{2\lambda} = \operatorname{tang}\psi$$

& nous aurons

$$\frac{\pi\, dx}{\lambda\theta} = \frac{d\operatorname{tang}\psi}{\operatorname{tang}\psi^2 + \frac{2\lambda}{\theta\pi}.\operatorname{tang}\psi + 1}$$

ce qui pour les cas où $\theta\pi > \lambda$, que je conſidererai ici principalement, donne l'intégrale

$$x = \frac{2\theta\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}.\left[\operatorname{arc.tang}\frac{\theta\pi.\operatorname{tang}\psi + \lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}} - \operatorname{arc.tang}\frac{\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\right].$$

Soit L la longueur entiere du tuyau, en faiſant $\psi = 90^\circ$ on aura $z = \lambda$, &

$$L = \frac{2\theta\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}.\left[\tfrac{1}{2}\pi - \operatorname{arc.tang}\frac{\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\right]$$

XIV.

Cette équation eſt pour les cas où l'amplitude du tuyau depuis l'embouchure va en croiſſant. Mais ſi c'eſt par le bout large qu'on l'enfle & qu'il ſoit fermé par le bout étroit, il faut prendre θ négative, & on aura

$$L' = \frac{2\theta\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}.\left[\tfrac{1}{2}\pi + \operatorname{arc.tang}\frac{\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\right].$$

Si donc pour l'un & l'autre cas la ſoutangente θ & la longueur λ ſont les mêmes, on aura $L' > L$.

XV.

Si le tuyau eſt ouvert par les deux bouts, c'eſt tout comme s'il étoit fermé vers le milieu où les excurſions deviennent nulles, & qu'on l'enflât par les deux bouts. La longueur entiere ſera

$$L + L' = \frac{2\theta\lambda\pi}{V(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)} = \frac{2\lambda}{V(1 - \lambda^2 : \theta^2\pi^2)}.$$

Quoique donc chacune des longueurs L, L' differe aſſez conſidérablement de la longueur λ, cela ſe compenſe de telle ſorte que la ſomme $L + L'$ differe d'autant moins de la longueur 2λ, que θ ſera plus grande que λ.

XVI.

Je ne m'arrêterai pas à chercher d'autres cas où la formule différentielle

$$dx = \frac{\pi\theta\, dz}{\lambda \sin(\pi z : \lambda) + \pi\theta}$$

eſt intégrable. Les amplitudes des flûtes changent aſſez peu pour que la courbe qui les repréſente puiſſe être regardée comme une portion d'une logarithmique ſans erreur conſidérable, en donnant à la ſoutangente une valeur moyenne entre celles que donneront les dimenſions de la flûte. Ces dimenſions ſont en elles-mêmes aſſez peu régulieres. Les flûtes ſont faites au tour, & le tourneur, faute de ſavoir au juſte à quoi s'en tenir, s'en tient à des à-peu-près plus ou moins vagues. Cela fait que je donnerai les dimenſions de ma flûte traverſiere auſſi exactement qu'il ſera poſſible, afin qu'on puiſſe juger d'autant mieux des expériences que j'ai faites. Mais avant que de les rapporter il conviendra de diſcuter encore quelques points préliminaires. Les différens tons de la flûte doivent être comparés à des tuyaux ſimples cylindriques, qui rendent les mêmes tons. Il ſera bon de déterminer au juſte la longueur de ces tuyaux & de les comparer aux cordes vibrantes.

XVII.

A l'imitation de ma flûte je me ſuis fait faire un tuyau cylindrique AC Fig. 2.
avec un piſton DE, dont le bout D bouchoit exactement le tuyau. M eſt l'embouchure; en B il y a un bouchon que je pouvois rapprocher

& éloigner de l'embouchure & le faire fortir entierement en ôtant le couvercle *A*. La figure eft réduite à la moitié de la grandeur réelle de l'inftrument. La longueur entiere du tuyau eft à très peu près d'un pié de Rhin, ou plus exactement de 143,9 lignes fans le couvercle. L'échelle, également réduite à la moitié, fe trouve tout au haut de la Planche. Ses divifions vont jufqu'à 280 parties, dont chacune repréfente une ligne du pié de Rhin. C'eft fur cette échelle que j'ai pris les dimenfions de la flûte repréfentée dans la 3me Figure, & qui par conféquent eft également réduite à la moitié de fa grandeur naturelle. L'embouchure dans l'un & l'autre de ces inftrumens eft de la même forme & de la même grandeur, & le diametre intérieur eft à très peu près le même. Il eft de 8,6 lignes dans le tuyau cylindrique, & c'eft auffi fa grandeur dans la flûte près de l'embouchure. Le pifton *DE* eft divifé en parties, dont chacune exprime une ligne du pié de Rhin. On voit que ces parties font numérotées de deux manieres, ce qui fait une double échelle. Celle qui eft marquée au-deffous des divifions indique de combien de lignes du pié de Rhin eft l'intervalle entre l'extrémité du pifton *D* & le bouchon placé comme on le voit dans la Figure, c'eft à dire près de l'embouchure. En faifant entrer le pifton *DE* dans le tuyau *AC* à volonté, la longueur de l'intervalle fe trouve indiquée par le point de l'échelle placé à l'entrée *C*.

XVIII.

Cet inftrument étant ainfi ajufté je fis entrer le pifton jufqu'au point requis pour qu'étant enflé par l'embouchure il rendît un ton quelconque donné par la flûte enflée pareillement par l'embouchure. On fait qu'à mefure que l'embouchure eft plus ou moins couverte par les levres, le ton devient plus aigu; mais dans l'un & l'autre cas le ton a moins de force & moins de clarté. Je me fuis fervi de ce moyen pour reconnoître quelle eft l'application des levres néceffaire pour que le ton ait le plus de force, & le plus de clarté, & c'eft fur ce pié que j'ai comparé les tons du tuyau à ceux de la flûte. Le tuyau n'étoit pas affez long pour rendre le ton *D*, le plus grave de la flûte. Ainfi je commençai par le ton *E*. Je me fervis encore d'un monochorde, qui rendoit le fon *D* lorfque la longueur de la corde vibrante

vibrante étoit de 240 parties de son échelle. Voici les résultats de ces comparaisons.

Tons de la flûte.	Longueur de la corde.	Longueur du tuyau.	La même pour l'octave.
E	210	112''',0	47''',3
F✻	$192\frac{1}{2}$	102, 6	42, 2
G	180	94, 6	38, 3
A	157	78, 4	31, 0
H	143	71, 3	28, 0
C✻	130	63, 3	23, 0
D	120	56, 6	20, 2

XIX.

Si le tuyau pouvoit être regardé comme un tuyau simple bouché par un bout, les nombres de la quatrieme colonne seroient la moitié de ceux de la troisieme. On voit qu'il s'en faut de beaucoup. La raison en doit être cherchée dans l'embouchure & dans l'application des levres. L'embouchure peut être regardée comme un petit tuyau, & ce petit tuyau rend le ton plus grave, de sorte que la longueur d'un tuyau cylindrique vraiment simple en doit être d'autant plus grande. Nous avons vu ci-dessus (§. V.) que cette longueur est (Fig. 1)

$$AB + BC + eC = AB + nn \,.\, BC.$$

Or dans notre tuyau je trouve $nn = 4$, $BC = 2''', 25$, c'est à dire égale à l'épaisseur du bois de la flûte. Cela donne

$$AB + 2''', 25 + eC = AB + 9'''.$$

AB dénote un nombre quelconque de la Table précédente. Pour avoir donc la longueur d'un tuyau vraiment simple, qui rende le même ton, ces nombres doivent être augmentés de 9 lignes. Ce n'est pas cependant que par-là les nombres de la troisieme colonne augmentés de $9'''$ deviennent doubles de ceux de la quatrieme colonne. Il faut encore tenir compte de l'application des levres, par laquelle l'embouchure est considérablement rétrécie. En effet on trouve que les nombres de la troisieme colonne ne sont le double de ceux de la quatrieme colonne que lorsque tous ces nombres ſont augmentés environ de $17'''$. Ajoûtant ces $17'''$, ces nombres deviennent

E	129, 0	64, 3
F✻	119, 6	59, 2
G	111, 6	55, 3
A	95, 4	48, 0
H	88, 3	45, 0
C✻	80, 3	40, 0
D	73, 6	37, 2

où le rapport de 2 à 1 a lieu à quelques petites différences près. On voit donc que l'application des levres rétrécit l'embouchure environ de la moitié.

XX.

Pour m'en aſſurer encore d'une autre maniere je pris un petit tuyau, par lequel je ſoufflai obliquement contre l'embouchure *M*, en ſorte que les tons avoient & le plus de force & le plus de clarté. En faiſant entrer le piſton juſqu'aux points où le tuyau rendoit les mêmes tons que dans l'expérience précédente, je trouvai que la longueur intérieure du tuyau en devint environ de 5 lignes plus grande. Ces 5 lignes étant ajoûtées aux 9 lignes que donnoit le calcul précédent, font 14 lignes, au lieu de 17. La différence n'eſt donc que de 3 lignes, & fait voir que moyennant ce petit tuyau l'embouchure eſt moins rétrécie que par l'application des levres, mais que néanmoins le rétréciſſement n'en eſt pas entierement réduit à zéro. Auſſi n'eſt-ce pas dans toute la circonférence de l'embouchure que ſe forment les vibrations des particules de l'air dont le ſon dépend, de ſorte qu'au lieu de toute l'embouchure, ce n'eſt qu'un de ſes ſegmens qu'il faut mettre en ligne de compte.

XXI.

Il reſte encore un autre moyen; c'eſt de comparer le tuyau avec une corde vibrante relativement au nombre des vibrations. Mrs. *Euler* & *Bernoulli* ont fait ces ſortes de comparaiſons. Le premier trouva qu'une corde de 151 lignes du pié de Rhin, peſant $6\frac{1}{5}$ grains, étant tendue par un poids de 46080 grains, rendoit le ton *a*. Cette corde fit 392 vibrations par seconde. C'est ce qu'on trouve moyennant la formule

$$N = \sqrt{\left(\frac{2Pg}{M\lambda}\right)}$$

où *P* est le poids tendant, *M* celui de la corde ou pour mieux dire de sa partie vibrante, λ la longueur de cette corde, *g* la hauteur de la chûte des corps dans la premiere seconde $= 15\frac{5}{8}$ piés $= 2250$ lignes du pié de Rhin, *N* le nombre des vibrations. Augmentant ce nombre de 392 vibrations de sa cinquieme partie, on aura 470,4 vibrations pour la tierce mineure qui est $\bar{c}$. La moitié 235,2 sera pour le ton *c*, & le quart 117,6 pour le ton *C*, de sorte que

C	*c*	*a*	$\bar{c}$
117,6	235,2	392,0	470,4

Mr. *Bernoulli* prend pour le ton *C* 116 vibrations, ce qui ne differe pas beaucoup des 117,6 que donne l'expérience de Mr. *Euler*. Mais comme ces tons pourront ne pas répondre exactement à ceux de ma flûte, cela m'a engagé à la comparer immédiatement aux cordes vibrantes.

XXII.

Je pris une corde de cuivre jaune, de la longueur de $26\frac{1}{4}$ pouces du pié de Rhin. Elle pesoit $10\frac{1}{5}$ grains poids de Berlin. Ayant tendu une portion de cette corde par un poids de $7\frac{9}{16}$ livres ou 58080 grains, je trouvai que pour qu'elle rendît le ton $\bar{a}$ de ma flûte, l'éloignement des deux chevalets sur lesquels la corde étoit tendue dans une position presque verticale, étoit de $108\frac{2}{3}$ lignes. Par-là je trouvai que la partie vibrante de cette corde pesoit 3,487 grains. Faisant donc $M = 3{,}487$, $P = 58080$, $\lambda = 108\frac{2}{3}$, $g = 2250$, on trouve $N = 830{,}5$ pour le ton $\bar{a}$. D'où suit

$$\tfrac{6}{5}N = 996,6 \text{ pour le ton } \bar{\bar{c}}$$
$$\tfrac{3}{5}N = 498,3 \text{ pour le ton } \bar{c}$$
$$\tfrac{3}{10}N = 249,2 \text{ pour le ton } c$$
$$\tfrac{3}{20}N = 124,6 \text{ pour le ton } C$$

de sorte qu'au lieu de 117,6 ou de 1,16 vibrations, je trouvai 124,6; ce ce qui fait que les tons de ma flûte sont plus aigus d'environ un demi-ton, que ceux des instrumens qui ont servi de terme de comparaison dans les expériences de Mrs. *Euler* & *Bernoulli.*

XXIII.

Ces sortes de différences se rencontrent fréquemment dans les instrumens faits en différens pays & par différens artistes. Aussi n'est-ce pas ce qui doit nous arrêter. La plus grande difficulté est de comparer les résultats de la théorie des cordes vibrantes avec celle des tuyaux resonnans. Cette derniere théorie a été assez mal appliquée lorsqu'il s'agissoit de la faire servir à déterminer la vitesse du son. C'est ce que j'ai fait voir autre part. On l'a appliquée tout aussi mal à la détermination du nombre des vibrations des particules d'air. L'une & l'autre application doit être corrigée de la même maniere. Cette correction se trouve sans peine pour le nombre des vibrations des particules d'air par seconde. *Ce nombre se trouve en divisant la vitesse du son par la longueur du tuyau.* Et réciproquement *on trouve la longueur du tuyau en divisant la vitesse du son par le nombre des vibrations.*

XXIV.

Je prendrai donc la vitesse du son telle que l'expérience la donne, savoir d'environ 1050 piés de Paris ou 1087 piés de Rhin. Prenant de plus pour le ton $\bar{a}$ de ma flûte les $830\tfrac{1}{2}$ vibrations que m'a donnés l'expérience, je trouve la longueur répondante d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts

$$= \frac{1087}{830,5} = 1,309 \text{ piés} = 188,5 \text{ lignes.}$$

Cette longueur varie tout comme la vitesse du son, de sorte qu'il ne faut regarder cette évaluation que comme un terme moyen, la vitesse du son pouvant être & plus & moins grande que de 1087 piés de Rhin par seconde.

XXV.

La longueur de 188,5 lignes, qui répond au ton $\bar{a}$ de ma flûte, étant diminuée de sa quatrieme partie, donne la longueur 141,4 répondante au ton $\bar{d}$, & on aura en doublant ce nombre la longueur 282,8 lignes pour le ton d, qui est le ton le plus grave de ma flûte. La longueur intérieure de ma flûte n'est que de 275,0 lignes. La différence provient tant de l'embouchure que de la diminution de sa largeur intérieure.

XXVI.

Retenant la longueur de 188,5 lignes pour le ton $\bar{a}$ de ma flûte, la moitié de cette longueur 94,3 est pour un tuyau bouché par un bout. Or les expériences rapportées ci-dessus (§. XVIII.) donnent, moyennant la réduction indiquée (§. XIX.) pour ce même ton, la longueur d'un tuyau vraiment simple & bouché par un bout, $=$ 95,4 lignes. Ce qui supposeroit la vitesse du son d'une $\frac{1}{87}$ partie plus petite que celle que j'ai mise pour base. Voilà donc tout ce que cette comparaison des tuyaux & des cordes vibrantes a pu nous apprendre.

XXVII.

Je m'en suis donc tenu aux 17 lignes trouvées au §. XIX. & j'ai numéroté les parties marquées sur le piston DE en sorte que les nombres de l'échelle supérieure se trouvent de ces 17 parties plus reculés que ceux de l'échelle inférieure. De cette maniere l'échelle supérieure marque la longueur d'un tuyau vraiment simple bouché par un bout & rendant les mêmes sons que le tuyau AC, qui à cause de l'embouchure M cesse d'être simple.

XXVIII.

En retirant le bouchon B & le piston DE, le tuyau tout seul fournira encore quelques expériences. D'abord on comprend sans peine qu'en fermant l'embouchure M on a un tuyau simple ouvert par les deux bouts. En enflant ce tuyau par l'un de ces deux bouts & d'un peu loin on n'entend qu'un son sourd, mais qui néanmoins peut très bien être comparé avec le monochorde. J'ai trouvé qu'il répond à 122 ou 124 de ses parties, de ſorte que ce ſon paroit être tant ſoit peu plus grave que le ſecond *d* de la flûte (§. XVIII). Or en écartant des nombres du §. XIX. les petites irrégularités qui s'y trouvent, ce ton *d* pour un tuyau fermé par un bout ſuppoſe une longueur de 72 lignes, de ſorte que la longueur d'un tuyau ouvert par les deux bouts doit être de 144 lignes. Or c'eſt préciſément la longueur du tuyau *AC*. Ce tuyau ouvert par les deux bouts doit donc rendre le ſecond *d* de la flûte. L'expérience donne un ton tant ſoit peu plus grave, probablement parce qu'en l'enflant même d'un peu loin il reſte une partie de l'ouverture, qui ne contribue en rien à l'enflement.

XXIX.

En fermant l'embouchure *M* & l'un des des deux bouts du tuyau, & en l'enflant par l'autre bout, le ſon ſera encore ſourd. J'ai trouvé qu'il répond à environ 242 parties du monochorde, ce qui revient à très peu près au *d* le plus grave de la flûte, ou à l'octave du ton de l'expérience précédente.

XXX.

Laiſſant les deux bouts du tuyau ouverts & enflant le tuyau par l'embouchure *M* de maniere qu'on en tire un ſon clair & fort, j'ai trouvé que ce ton répond à 112 ou 113 parties du monochorde. En l'enflant avec plus de force, le ton répondit à environ 57 parties. Et en augmentant encore la force, mais en rétréciſſant l'embouchure, le ton répondit à environ 40 parties. Or comme 120 parties du monochorde répondent à un tuyau de 144 lignes ouvert par les deux bouts, l'un & l'autre rendant le ſecond *d* de la flûte, on n'aura qu'à augmenter les parties du monochorde d'une cinquieme partie ou dans le rapport de 5 à 6, pour avoir en lignes du pié de Rhin la longueur répondante des tuyaux ſimples ouverts par les deux bouts & rendant les mêmes tons. Ainſi les nombres 113, 57, 40, que cette expérience donne, étant augmentés d'une cinquieme partie, donnent 135,6; 68,4; 48 lignes pour la longueur des tuyaux ſimples qui rendent les mêmes tons. En conſidérant cette expérience & ces nombres de plus près il ſemble que l'onde ſonore ne s'étendoit que depuis l'ouverture *C* juſqu'à l'embouchure *M*. Cette longueur eſt de 119 lignes. Ajoûtant à ces 119 les 17 lignes que demande le petit tuyau formé par l'embouchure (§. XIX), la somme $=$ 136 lignes est la longueur d'un tuyau simple qui rend le même son. L'expérience donne 135,6 lignes, ce qui ne differe presque point. Prenant la moitié des 136 lignes, elle est $=$ 68 lignes pour le second ton ou l'octave. L'expérience donna 68,4, ce qui encore fait une très petite différence. Ainsi les deux premiers tons que donna cette expérience s'expliquent très bien par la supposition que l'onde ne s'étendoit que jusqu'à l'embouchure. Quant au troisieme ton il ne se trouva pas être l'octave de la quinte du premier ton, ni la quinte du second. La raison en est que l'embouchure devoit être très considérablement rétrécie. Cela fait qu'au lieu d'ajoûter 17 lignes aux 119, il faut ajoûter 25. La somme sera 144, dont le tiers donne 48, ce qui répond à l'expérience; ou pour mieux dire c'est l'expérience qui exige qu'au lieu de 17 on ajoûte 25. Car comme il n'y a gueres moyen d'évaluer le rétrécissement de l'embouchure qui dépend de l'application des levres, par des observations immédiates, il ne reste d'autre moyen que de l'évaluer par les effets. Et à cet égard il suffit de savoir que cette embouchure doit être regardée comme un petit tuyau, qui rend le son d'autant plus grave qu'il a moins d'amplitude. C'est ce que la formule du §. V. demande, comme nous l'avons vu au §. XIX.

XXXI.

Le tuyau étant fermé par les deux bouts & enflé par l'embouchure rendit les sons répondans à 228; 85; 57 parties du monochorde. Prenant de ces nombres les $\frac{3}{5}$ parties on aura 136,8; 51,0; 34,2 pour la longueur des tuyaux simples bouchés & rendans les mêmes tons. Le premier de ces nombres 136,8 revient aux 136 que donne le premier ton de l'expérience du §. précédent. Il faudra donc également en inférer que l'onde ne s'étendit que jusqu'à l'embouchure. Mais il n'en est pas de même des deux autres tons, où la force avec laquelle le tuyau devoit être enflé pouvoit très bien pousser l'onde jusqu'au bout fermé *A*. En effet ajoûtant à la longueur entiere du tuyau $=$ 144 les 17 lignes que demande l'embouchure & son rétrécissement (§. XIX), on aura 161, dont le tiers eſt $53\frac{2}{3}$, & la cinquieme partie $32\frac{1}{5}$. On voit que ces deux quotiens different très peu des nombres 51,0 & 34,2 que donne l'expérience. Et cela ſuffit, parce qu'en appliquant les levres à l'embouchure pour tirer du tuyau un ſon clair & fort, il n'y a gueres moyen de le faire en ſorte que l'embouchure puiſſe toujours être conſidérée comme un petit tuyau ayant toujours les mêmes dimenſions. Ce que je puis dire, c'eſt que dans cette expérience l'application des levres m'a paru ſenſiblement la même pour tous les trois tons. Il n'en étoit pas ainſi dans l'expérience précédente.

XXXII.

Ce changement de l'application des levres n'a ſouvent d'autre effet que de hauſſer ou de baiſſer le ton, de ſorte qu'il reſte également clair & également fort. Mais il y a bien des cas où le ſon devient entierement ſourd pour peu qu'on change l'application des levres, & où par conſéquent cette application demande un degré bien déterminé. Cela arrive encore dans l'expérience que voici. En fermant de la main le bout *C*, & en enflant le tuyau par l'embouchure *M*, le bout *A* reſtant ouvert, j'en tirai trois tons qui répondoient à 212; 73; 46 parties du monochorde, & qui par conſéquent répondent à des tuyaux ſimples fermés par un bout, dont la longueur eſt de 127,2; 43,8; 27,6 lignes. Quant au premier de ces tons je ne pouvois le tirer du tuyau qu'en laiſſant l'embouchure fort ouverte & qu'en preſſant le bout du tuyau *C* fortement contre la paume de la main, ce qui dans beaucoup d'autres cas n'eſt pas ſi néceſſaire, & ne l'étoit pas même dans cette expérience à l'égard des deux autres tons. L'onde dans cette expérience ne s'étendit que depuis le bout fermé *C* juſqu'à l'embouchure *M*. Car un tuyau ſimple fermé par un bout & rendant le même ton, doit néceſſairement être plus long que ne l'eſt l'onde formée dans le tuyau *AC* enflé par l'embouchure *M*, & fermé par le bout *C*. Or le premier ton ne ſuppoſe pour le tuyau ſimple qu'une longueur de 127,2 lignes telle que l'expérience la donne. Or 127,2 lignes font une longueur moindre que celle du tuyau entier *AC*. Donc l'onde ne pouvoit pas s'étendre juſqu'en *A*. Or en ſuppoſant qu'elle s'étendoit juſqu'en *M*, ſa longueur n'eſt que de 119 lignes. Souſtrayant ces 119

de

de 127,2 lignes, le reste est = 8,2 lignes, au lieu des 17 lignes que demanderoit une ouverture plus étroite de l'embouchure *M*. Cela répond à l'expérience, parce qu'en effet pour tirer du tuyau ce ton il falloit laisser l'ouverture *M* beaucoup plus grande que dans la plûpart des autres cas. Quant au second ton, qui répond à un tuyau simple de la longueur de 43,8 lignes, en triplant cette longueur elle devient = 131,4 lignes, dont soustrayant 119 lignes le reste est = 12,4, ce qui approche d'avantage des 17 lignes que donnoient les expériences rapportées ci-dessus (§. XVIII). Enfin quant au troisieme son, en multipliant la longueur répondante du tuyau simple = 27,6 lignes par 5, on obtient 138 lignes, dont soustrayant 119, il reste 19 lignes, au lieu de 17, ce qui fait voir que l'ouverture *M* étoit plus rétrécie qu'à l'ordinaire.

XXXIII.

En fermant le tuyau de la main par le bout *A*, l'autre bout *C* restant ouvert, & en l'enflant par l'embouchure *M*, j'en tirai deux tons qui répondoient à 123 & 70 parties du monochorde. Ces nombres étant augmentés dans le rapport de 5 à 6, donnent 147,6 & 84 lignes pour la longueur des tuyaux simples ouverts par les deux bouts & rendant les mêmes tons. Cette expérience est bien plus problématique que les précédentes. On voit que la longueur du tuyau simple qui rend le même ton que le premier des deux que je viens de rapporter, est = 147,6 lignes. Cette longueur ne surpasse la longueur entiere *AC* que de 3,6 lignes. Si donc l'onde s'étendoit depuis *C* jusqu'en *A*, cela supposeroit l'ouverture *M* beaucoup plus grande que ce qu'elle est en elle-même & indépendamment de l'application des levres. A cet égard donc l'onde ne sauroit s'étendre jusqu'en *A*. Si au contraire elle ne s'étendoit que jusqu'en *M*, la longueur *MC* n'étant que de 119 lignes, en la soustrayant de 147,6 on aura pour reste 28,6 lignes, ce qui supposeroit un rétrécissement de l'embouchure beaucoup plus grand qu'il n'a été en effet. Il faudra donc établir que l'onde se terminoit quelque part entre *M*, *A*. Il convient de remarquer que l'onde du côté *A* se termine par les plus grandes excursions, & ces excursions ne sauroient avoir lieu près du bout bouché *A*, à moins qu'on n'admette que les particules ſont réfléchies en A. Mais il y a plus d'apparence que près de A il ſe forme une petite onde fort courte & que le tuyau n'eſt pas enflé de telle ſorte que cette onde puiſſe faire entendre quelque ſon. Ce ſon étant extrémement aigu demanderoit une ouverture M extrémement petite. Il y a une anomalie aſſez ſemblable par rapport au ſecond ton. Ce ton répond à celui d'un tuyau ſimple ouvert par les deux bouts & long de 84 lignes. En doublant ce nombre on aura 168 lignes. Or en ſuppoſant même que par la force du ſouffle la double onde formée par ce ton fût pouſſée jusqu'en A, en ſouſtrayant de ces 168 lignes la longueur entiere $AC = 144$ lignes, on aura pour reſte 24 lignes pour l'allongement dû au rétréciſſement de l'embouchure M. Mais je n'ai pas trouvé que le rétréciſſement ait été ſi fort. Je dois dire encore que dans ce cas le changement d'embouchure ne fit pas fort varier le ton. Il ſemble donc que l'onde s'étendit juſqu'au dehors du bout ouvert C, en quoi je ne vois aucune impoſſibilité (§. I). Il faut toujours que les vibrations produites dans le tuyau ſe communiquent à l'air extérieur. Et quoique le ſon qui en réſulte ſe répande à la ronde, on ſait cependant que ſa propagation ſe fait avec le plus de force le long de l'axe du tuyau. Or dans le cas préſent c'eſt au bout ouvert C que les excurſions ſont les plus grandes; mais il n'eſt pas démontré que ce *maximum* doit ſe trouver exactement à l'ouverture C.

XXXIV.

En fermant le tuyau par le bout A, & l'enflant par le bout C, le trou M reſtant ouvert on n'en tire qu'un ton ſourd, & ce ton répond à 111 parties du monochorde, ce qui ſuppoſe un tuyau ſimple ouvert par les deux bouts, dont la longueur eſt de 133,2 lignes. Ce ton doit être le même que celui qu'on obtiendroit en enflant le tuyau par le trou M ſans le rétrécir par l'application des levres, c'eſt à dire d'un peu loin. Auſſi j'ai trouvé que la différence eſt très petite ou même nulle. Si donc l'onde ne s'étend que juſqu'en M ou un peu au delà, de ſorte que ſa longueur ſoit $= 119 + x$ lignes, en ſouſtrayant cette longueur de celle du tuyau ſimple $= 133,2$, le reſte $= 14,2 - x$ lignes eſt dû tant à l'embouchure *M* considérée comme un petit tuyau, qu'à l'allongement de l'onde au delà de *M*. L'effet dû à l'embouchure *M* ne va gueres au delà de 9 lignes (§. XIX); on aura donc $x = 4'', 2$.

XXXV.

Enfin en fermant le bout *C*, & enflant le tuyau par l'autre bout *A*, le trou *M* restant ouvert, on obtient un ton sourd que j'ai trouvé répondre à 106 ou 107 parties du monochorde, quoiqu'avec l'incertitude si ce ton ne répondoit pas plutôt à 214 parties. Car il n'y avoit gueres moyen de démêler si c'étoit le ton ou son octave que le tuyau rendoit. Aussi ne peut-on gueres dire si le tuyau ouvert en *A* & en *M*, mais fermé en *C*, doit être regardé comme un tuyau ouvert par un bout ou par les deux bouts. Il faudra cependant se décider pour le premier de ces deux cas, le trou *M* étant de beaucoup trop éloigné du bout *C*. Les 214 parties répondent à un tuyau simple fermé par un bout, dont la longueur est de 128,4 lignes. Cela fait voir que quoiqu'on enfle le tuyau par le bout *A*, l'onde cependant ne commence qu'en *M*, & que l'effet doit être le même que lorsqu'on enfle le tuyau par *M* sans rétrécir cette ouverture. Or la distance *MC* étant $=$ 119 lignes, on voit qu'en ajoûtant les 9 lignes dues au petit tuyau représenté par l'ouverture *M*, on aura 128 lignes pour la longueur du tuyau simple fermé par un bout & rendant le même ton. L'expérience donne 128,4 lignes, ce qui differe très peu.

XXXVI.

Les expériences que je viens de rapporter depuis le §. XXVIII jusqu'ici comprennent toutes les variations qu'admettent les trois ouvertures *A*, *M*, *C*, entant qu'on peut les laisser ouvertes, ou en fermer une ou deux, & les enfler par une ouverture quelconque qu'on n'aura pas fermée. Dans la plupart de ces expériences le rétrécissement de l'ouverture *M* suffit pour en rendre raison. Il n'y en a que deux où il semble qu'il faut avoir recours à l'allongement de l'onde au delà du trou *M* ou au delà de l'ouverture *C*. Et si les nombres calculés ne répondent pas à toute rigueur aux nombres que donnent les expériences, les différences sont si petites qu'on a plutôt lieu d'être surpris de ce qu'elles ne sont pas beaucoup plus grandes.

Car il y a des cas où en couvrant de plus en plus l'embouchure *M* des levres, on peut rendre le ton plus grave d'une tierce majeure ou même d'une quarte. Mais comme ces tons ne font pas également clairs, j'ai déjà remarqué ci-dessus que la clarté & la force du son doivent décider de la maniere dont il faut appliquer les levres. Mais on comprend sans peine que dès qu'il s'agit de le faire au point de ne pas manquer d'un *comma*, c'est pousser l'exactitude au delà de ce qu'on peut raisonnablement attendre. On comprend aussi d'où vient qu'encore que les flûtes soient faites sans une théorie bien exacte, un habile joueur de flûte peut par un simple changement de l'embouchure en modifier les tons tout aussi exactement que peut le faire un chantre bien exercé. Mais une bonne théorie aidera toujours à construire les flûtes de telle sorte que ce changement ne soit nécessaire que tout au plus en passant d'une octave à l'autre.

XXXVII.

Le tuyau *ABC* nous offre encore une autre expérience, qui regarde la distance du bouchon *B* de l'embouchure *M*. La Figure représente ce bouchon comme il étoit dans les expériences du §. XVIII. Je l'ai reculé de 12 lignes de plus, afin de voir quels seroient les tons répondans aux différens raccourcissemens du tuyau, qu'on obtient en faisant entrer le piston *DE* de plus en plus. Voici le résultat.

Parties du monochorde.	longueur intér. du tuyau.	la même pour l'octave.
218	125‴	56‴
200	115	51
$182\frac{1}{2}$	103	45 —
$168\frac{1}{2}$	95	42 —
152	85	36
137	75	$30\frac{1}{2}$
128	67	$26\frac{1}{2}$

Or afin que les longueurs pour l'octave soient la moitié de celles pour les tons, il faudra les augmenter toutes d'environ 13 lignes. Mais au lieu de 13 lignes nous avons trouvé ci-dessus 17 (§. XIX). Je laisserai indécis si la différence de 4 lignes, qui est celle de 13 à 17, doit être attribuée à ce que l'embouchure *M* dans l'expérience préſente étoit moins couverte par les levres, ou ſi l'onde ne s'étendoit pas tout à fait juſqu'au bouchon *B*, mais qu'il y manquât 4 lignes. L'un & l'autre cas eſt également poſſible. Il eſt même aſſez vraiſemblable qu'ils ont eu lieu tout à la fois. L'onde près de l'embouchure *M* paroit ſe diviſer en deux branches, dont l'une monte par le trou *M* comme par un petit tuyau, & dont l'autre s'étend vers le bouchon *B*, & il n'eſt pas néceſſaire qu'elle s'étende entierement juſques-là. Elle peut reſter de quelques lignes en arriere, & en ce cas il ſe formera entr'elle & le bouchon une petite onde, qui ne forme aucun ſon qu'on puiſſe entendre. Exceptons cependant le cas où cette petite onde s'étend depuis le bouchon *B* juſqu'à l'embouchure *M*. Ce cas a lieu lorſqu'on fait entrer le piſton autant qu'il faut pour que l'embouchure *M* ſe trouve préciſément au milieu entre le bouchon & le piſton. Il eſt clair que dans ce cas le tuyau peut être conſidéré comme compoſé de deux autres ouverts par un bout. Les plus grandes excurſions ſe feront dans l'embouchure, & les plus grandes denſités ſeront aux extrémités près du bouchon & du piſton. Je dois encore dire que dans cette expérience il étoit très difficile de trouver juſqu'à quel point il falloit faire entrer le piſton pour que le tuyau enflé par l'embouchure *M* rendît un ton égal à celui du monochorde. En répétant l'expérience je trouvai des différences de pluſieurs lignes, ſans que j'en euſſe pu attribuer la cauſe uniquement à la différence de l'application des levres, quoique du reſte elle y influât beaucoup. Cette variabilité étoit plus grande à meſure que les tons étoient moins graves, ou bien à meſure que le piſton étoit plus près de l'embouchure.

XXXVIII.

Je paſſe aux expériences faites avec la flûte. J'ai dit ci-deſſus que la troiſieme Figure la repréſente réduite à la moitié de ſa grandeur. J'ai marqué aux jointures de ſes différentes parties, les diametres intérieurs en lignes du pié de Rhin & leurs parties décimales. Chaque partie eſt un conoïde tronqué. On voit que dans la premiere piece l'amplitude décroit aſſez peu, qu'elle décroit beaucoup plus dans la ſeconde piece, qu'enſuite elle diminue aſſez peu dans la troiſieme, & qu'enfin dans la quatrieme elle va en augmentant. J'ai encore marqué au deſſus de chaque trou ſa diſtance depuis le bouchon *B*. Au deſſous de ces trous j'ai marqué les tons *d*, *d*※, *e*, *f*※, *g*, *a*, *h*, *c*※, qui ſont ceux que la flûte rend lorſque les trous ſont ouverts de ſuite. C'eſt à dire

les trous ouverts	donnent le ton & l'octave du ton
nul - - - - - - - - -	*d*
e - - - - - - - - -	*e*
e, *f*※ - - - - - - - -	*f*※
e, *f*※, *g* - - - - - - -	*g*
e, *f*※, *g*, *a* - - - - - -	*a*
e, *f*※, *g*, *a*, *h* - - - - -	*h*
e, *f*※, *g*, *a*, *h*, *c*※ - - -	*c*※.

A cet égard donc il ſemble que la flûte eſt faite le plus immédiatement pour le ton fondamental *d* dur. Car quant aux autres tons & demi-tons *f*, *g*※, *a*※, *c*, les trous ouverts ne ſe ſuivent pas immédiatement, & ſe ſuivent d'une autre maniere lorſqu'il s'agit des octaves.

XXXIX.

On peut laiſſer ces ſept trous ouverts un à un, deux à deux, trois à trois &c. Cela donne 128 variations ou combinaiſons différentes. Il y en a bien d'avantage ſi on veut les étendre aux cas où les trous ne ſont ouverts qu'en partie. J'ai eſſayé la plus grande partie de ces combinaiſons, afin de déterminer au moyen du monochorde la valeur des tons qu'elles donnent, & la longueur d'un tuyau ſimple ouvert par un bout qui rend le même ton. Je déſignerai par • les trous fermés, & par o les trous ouverts, de même que l'embouchure, & je placerai ces ſignes ſuivant l'ordre des trous.

I. Cas.

o • • • • • • •

Ce cas eſt unique, les ſept trous étant fermés tous enſemble. La flûte donne d'abord le ton *d*, le plus grave qu'elle puiſſe donner. Ce ton répond à celui d'un tuyau ſimple bouché par un bout, dont la longueur eſt de 144 lignes, plus ou moins ſuivant la différente élaſticité de l'air. Je m'en tiendrai aux 144 lignes, comme à un nombre rond & en même tems harmonique. En enflant la flûte ſucceſſivement avec plus de force j'en tirai encore les tons 72, 48, 36, qui ſont l'octave, la quinte de l'octave, & la double octave. Je ne puis dire que l'embouchure ait été également ouverte pour ces tons. Elle alla en diminuant. La flûte dans ce cas eſt un tuyau ouvert par les deux bouts, & l'embouchure tient lieu d'un petit tuyau, dont l'effet eſt le même que ſi la flûte étoit allongée de 17 & même de plus de lignes, lorſque l'embouchure eſt rétrécie d'avantage. A cet égard il reſte ordinairement une incertitude de quelques lignes de plus & de moins. Or quant au ton 144, les excurſions ſont les plus grandes à l'embouchure & à l'extrémité de la flûte, & la plus grande denſité ſe trouve vers le milieu aux environs du trou *c**. Depuis l'embouchure juſques vers ce point de la plus grande denſité l'amplitude intérieure va en décroiſſant. Cela rend la longueur de cette partie de la flûte plus grande que ſi elle étoit cylindrique. Au contraire depuis l'extrémité *C* juſques vers le point de la plus grande denſité, l'amplitude décroiſſant d'abord un peu s'agrandit enſuite aſſez conſidérablement. Cela rend cette partie de la flûte moins longue que ſi elle étoit cylindrique. Il y a là à très peu près une compenſation, de ſorte que la longueur entiere de la flûte reſte à peu près la même que ſi elle étoit cylindrique. Cette longueur depuis *B* juſqu'en *C* eſt de 275 lignes. Il faudra en rabattre quelques lignes, parce que les plus grandes excurſions tombent entre *B* & *M* (§. XXXIII); enſuite il faut ajoûter environ 17 lignes à cauſe du rétréciſſement de l'embouchure. Par là la longueur d'un tuyau ſimple ouvert par les deux bouts & rendant le même ton, ſera à très peu près de 288 lignes, c'eſt à dire le double de la longueur = 144 lignes, qui répond au même ton *d*, lorſque le tuyau n'eſt ouvert que par un bout.

XL.

Le ſecond cas eſt celui où on laiſſe un trou ouvert, ce qui peut ſe faire de 7 manieres, comme il ſuit.

1	o	•	•	•	•	•	•	o	136, 68, 45
2	o	•	•	•	•	•	o	•	128, 64, 43, 25
3	o	•	•	•	•	o	•	•	120, 60, 30
4	o	•	•	•	o	•	•	•	111, 59, 37
7	o	•	•	o	•	•	•	•	99, 46
8	o	•	o	•	•	•	•	•	90, 44, 29
9	o	o	•	•	•	•	•	•	72, 36

Les nombres à la fin de chacune de ces lignes marquent les tons que j'ai pu tirer de la flûte en l'enflant par l'embouchure M avec différens degrés de force, ou bien ces nombres indiquent la longueur d'un tuyau simple ouvert par un bout & rendant le même ton. Le premier nombre de chaque ligne étant posé $= N$, les nombres suivans semblent devoir être $\frac{1}{2}N$, $\frac{1}{3}N$, $\frac{1}{4}N$, $\frac{1}{5}N$ &c. du moins à très peu près. Cela n'a pas généralement lieu. Par exemple dans la seconde ligne il manque le nombre $\frac{1}{4}N = 32$, qui est la double octave du ton e indiqué par $N = 128$. Dans la quatrieme ligne le ton 59 est plus grave que l'octave du ton $N = 111$, & ne se produit qu'avec peine & fort foiblement.

XLI.

Dans tous ces 7 cas particuliers le trou qu'on laisse ouvert doit être considéré comme un petit tuyau, de même que l'embouchure M. L'effet de l'un & de l'autre est, que le tuyau simple qui rend le même ton, en devient plus long à mesure que l'ouverture du trou est moins grande. Ensuite si d'un côté les plus grandes excursions tombent entre l'embouchure M & le bouchon B, elles tomberont tout de même de l'autre côté un peu au delà du trou qu'on laisse ouvert. On ne peut gueres évaluer tout cela que par les effets. Quant au trou d*, lorsqu'il est ouvert, le ton le plus grave est $= 136$. En doublant ce nombre on a 272 lignes. Or la distance depuis B jusqu'à ce trou est $= 246$ lignes. Cela donne un allongement $= 272 - 246 = 26$ lignes. De ces 26 lignes il y en en a environ 17 qui sont dues à l'embouchure, & il en reste encore 9 qui sont dues tant au trou *d*※ qu'à ce que l'onde ne s'étend pas entierement jusqu'en *B* & qu'elle va au delà du trou *d*※.

En laissant le trou *e* ouvert, le ton le plus grave est = 128, & en doublant ce nombre on a 256 lignes. Or la distance de ce trou depuis le bouchon *B* est = 220 lignes. Ce qui donne un allongement de 36 lignes, plus grand de 10 lignes que celui que nous venons de trouver pour le trou *d*※. En calculant de la même maniere les allongemens dus aux autres trous on les trouve

pour le trou	*d*※ - - - -	26 lignes
	e - - - -	36
	f※ - - - -	38
	g - - - -	37
	a - - - -	41
	h - - - -	40
	c※ - - - -	22.

On voit par là que l'allongement de l'onde pour les 5 trous intermédiaires est considérablement plus grand que pour les trous *d*※, *c*※, qui sont les deux extrêmes. On peut remarquer à cet égard que le trou *c*※ donne l'octave du ton *d*, qu'on tire de la flûte lorsque tous les trous sont fermés. Dans ce dernier cas il se forme deux ondes dans toute la longueur de la flûte, en sorte que les plus grandes excursions ont lieu non seulement en *M* & *C*, mais aussi quelque part vers le trou *c*※. Comme pour le ton le plus grave *d* l'embouchure est le moins fermée, je poserai l'allongement qui lui est dû = 13 lignes. Ces 13 lignes étant ajoûtées à la longueur de la flûte *BC* = 275 lignes, on a la somme 288, qui désigne la longueur d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts. La moitié 144 est pour l'octave. Or cette octave se tire de la flûte, soit qu'on l'enfle avec plus de force, soit qu'on ouvre le trou *c*※. Or la distance *Bc*※ étant = 122 lignes, on ajoûtera environ 13 lignes pour l'allongement dû à l'embouchure;

on ajoûtera encore environ 9 lignes, parce que le trou *c*✱ produit l'effet d'un petit tuyau. Et la somme sera 122 + 13 + 9 = 144, ce qui répond au ton *d*, octave du ton *d*, qui est le ton le plus grave que la flûte puisse rendre. On auroit même dû ajoûter d'avantage; mais je ne l'ai pas fait, d'un côté parce que l'onde ne s'étend pas entierement jusqu'au bouchon, quoiqu'il ne puisse gueres s'en falloir au delà d'une ou de deux lignes; de l'autre côté parce que les allongemens 13 + 9 lignes ne sauroient être déterminés à toute rigueur. Il suffit de remarquer que ces allongemens ont entr'eux un rapport assez juste. Le trou *c*✱ est un peu plus petit que l'embouchure *M*. Mais cette embouchure est rétrécie par l'application des levres, tandis que le trou *c*✱ reste pleinement ouvert. Voilà donc comment j'ai cru pouvoir rendre raison de la petitesse de l'allongement dû au trou *c*✱. Quant aux autres trous on ne sauroit établir qu'ils produisent dans la flûte une double onde. Celle qui s'y forme s'étend depuis le bouchon *B* ou environ jusqu'au trou qu'on laisse ouvert, & même un peu au delà. A la suite de cette onde il doit bien s'en former une autre; mais cette autre onde s'étend jusqu'au dehors du bout ouvert de la flûte *C*, comme si elle étoit en plein air. On sait que le son se propage avec le plus de force le long de l'axe du tuyau, c'est à dire dans la direction suivant laquelle les excursions se font dans le tuyau. J'observerai encore que ce n'est pas la grandeur absolue des trous, mais leur rapport à l'amplitude intérieure de la flûte près de chaque trou, qui entre en considération. Dans ma flûte les trous sont en grande partie de figure ovale, & décroissent comme l'amplitude de la flûte, quoique pas tout à fait dans le même rapport. Voici les dimensions en lignes du pié de Rhin & leurs parties décimales.

Trou.	Diametre in-tér. de la flûte.	Diametres extérieurs des trous.		Rapport des amplitudes nn	Epaisseur du bois.	Allonge-ment.
M	9''',0	4''',1	3'',9	5, 1	2, 3	7, 8
C✱	7, 8	3, 2	3, 0	6, 3	2, 0	8, 4
h	7, 4	3, 0	3, 0	5, 9	2, 0	7, 9
a	7, 0	3, 0	3, 0	5, 4	2, 0	7, 2
g	6, 6	3, 0	3, 0	4, 8	2, 7	8, 6
f✱	6, 3	3, 0	3, 0	4, 4	2, 7	7, 9
e	6, 1	2, 8	2, 7	5, 0	2, 7	9, 0
d✱	6, 0	2, 9	2, 9	4, 3	2, 7	7, 7

Les diametres des trous ſont ceux que les trous ont extérieurement. Ils s'élargiſſent en dedans, en ſorte que l'amplitude intérieure eſt environ double de l'amplitude extérieure. Les nombres nn de la cinquieme colonne ſe trouvent en diviſant les quarrés des diametres intérieurs de la flûte par le produit des deux diametres des trous. Entant qu'on veut prendre un terme moyen entre l'amplitude extérieure & intérieure des trous, il faudra diminuer les nombres nn environ d'un tiers, ou bien n'en prendre que les deux tiers. L'épaiſſeur du bois marquée dans la ſixieme colonne exprime la longueur de l'axe de chaque tuyau. Multipliant cette longueur par les $\frac{2}{3}nn$, on aura l'allongement répondant d'un tuyau ſimple qui rend le même ton (§. V. XIX). Cet allongement eſt en général d'environ 8 lignes. Mais il devient plus grand à meſure que les trous ſont moins ouverts, quoique du reſte à l'égard des flûtes traverſieres ce ne ſoit que l'embouchure *M* dont on faſſe varier l'ouverture par la différente application des levres.

XLII.

Le troiſieme cas général eſt celui où on laiſſe deux trous ouverts. Cela peut ſe faire de 21 manieres. Je les ai toutes examinées. En voici la liſte.

1	○	○	○	●	●	●	●	●	80, 40, 27
2	○	○	●	○	●	●	●	●	80, 40
3	○	○	●	●	○	●	●	●	80, 36
4	○	○	●	●	●	○	●	●	81, 36
5	○	○	●	●	●	●	○	●	81½, 39, 25
6	○	○	●	●	●	●	●	○	86, 70, 41, 35
7	○	●	○	○	●	●	●	●	88, 44, 29
8	○	●	○	●	○	●	●	●	86, 43, 29
9	○	●	○	●	●	○	●	●	88, 42, 29
10	○	●	○	●	●	●	○	●	89, 44, 29
11	○	●	○	●	●	●	●	○	91, 43
12	○	●	●	○	○	●	●	●	98, 49, 33
13	○	●	●	○	●	○	●	●	97, 50, 29
14	○	●	●	○	●	●	○	●	97, 52, 43, 23
15	○	●	●	○	●	●	●	○	98, 46, 33
16	○	●	●	●	○	○	●	●	111, 56, 37
17	○	●	●	●	○	●	○	●	107, 63, 28
18	○	●	●	●	○	●	●	○	102, 56, 35
19	○	●	●	●	●	○	○	●	119, 59, 40
20	○	●	●	●	●	○	●	○	119½, 59, 41
21	○	●	●	●	●	●	○	○	127½, 64, 43

XLIII.

En comparant cette Table avec celle du §. XL, à l'égard des tons les plus graves, on trouvera ſans peine que des deux trous ouverts celui qui eſt plus éloigné de l'embouchure ne contribue que très peu à varier le ton. Il faut cependant en excepter le cas où les trous *c*✱, *h* ſont ouverts. Le ton le plus grave que la flûte rend alors eſt = 80, tandis que ſi on ne laiſſe ouvert que le trou *c*✱ le ton eſt = 72, & par conſéquent plus aigu d'un ton entier. Cette ſingularité s'explique également, parce que dans ce dernier cas il ſe forme une double onde dans la flûte. Ce même trou *c*✱ offre encore une autre ſingularité dans le cas où il eſt ouvert conjointement avec le trou *d*✱. Car dans ce cas la flûte non ſeulement rend le ton 86 avec le ton 41 qui eſt, ou peu s'en faut, ſon octave, mais elle rend encore le ton 70 avec ſon octave 35. Ces deux derniers ſont plus aigus que les deux premiers, & la différence eſt environ d'une tierce mineure. Les tons 70, 35 ſont, ou peu s'en faut, les mêmes que ceux que donne le trou *c*✱ lorſqu'il eſt ouvert tout ſeul, de ſorte que dans ces cas le trou *d*✱ n'entre que peu ou point du tout en ligne de compte, & qu'il ſe forme une double onde tout de même que lorſque le trou *d*✱ eſt fermé. Il ne paroit pas en être de même par rapport aux tons 86, 41. Ces tons different de plus d'une octave. En doublant 86 on a 172, qui eſt la longueur d'un tuyau ſimple ouvert par les deux bouts & rendant le même ton. Or la diſtance *Bc*✱ eſt = 122, & la diſtance *c*✱*d*✱ = 124. Souſtrayant ces nombres de 172 on aura les reſtes 50 & 48, qu'on pourroit regarder comme les allongemens dus aux trous. Or ces allongemens ne vont gueres au delà de $17 + 8 = 25$. Il reſteroit donc 25 lignes de trop tant pour l'onde *Bc*✱ que pour l'onde *c*✱ *d*✱. Donc les deux ondes s'étendroient de 50 lignes au delà du trou *d*✱. Or la diſtance *d*✱*d* n'eſt que de 29 lignes. Donc la ſeconde onde doit s'étendre en dehors de la flûte. Peut-être même n'y a-t-il qu'une ſeule onde qui ſe faſſe entendre. Car les tons 86, 41 m'ont toujours paru avoir beaucoup moins de force, & la flûte ne les rendoit que lorſque je l'enflois avec moins de force & en rétréciſſant l'embouchure un peu d'avantage. Je dis *un peu;* car il s'en faut de beaucoup qu'il eût fallu la rétrécir au point de faire baiſſer le ton d'une tierce mineure. J'ajoûterai encore que je n'ai jamais pu tirer de la flûte les deux tons 86, 70, ou les deux tons 70, 35 tout à la fois.

XLIV.

Il y a une autre ſingularité dans le cas où on laiſſe ouverts les trous *a*, *e*. La flûte rend alors les tons 97, 52, 43, 23. L'octave du ton 97 ſeroit $48\frac{1}{2}$; mais au lieu de ce ton la flûte en rend deux, qui sont 52 & 43, qui different entr'eux environ d'une tierce mineure. Ces deux tons ne peuvent être tirés de la flûte tout à la fois. Du moins je n'y ai jamais pu réussir. Il faut donc qu'encore dans ce cas les ondes puissent se former de deux manieres. Pour tirer de la flûte le ton 52 il faut l'enfler avec beaucoup moins de force que lorsqu'on en veut tirer le ton 43. Aussi ce dernier a-t-il plus de clarté & de force que l'autre.

XLV.

Quant aux autres cas, la liste fait voir que dans tous ceux où les trous ouverts se suivent immédiatement, les tons qu'on tire de la flûte en l'enflant avec différens degrés de force, suivent d'assez près les rapports $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$; mais qu'ils different d'avantage de ces rapports lorsque les deux trous ouverts sont plus éloignés l'un de l'autre. Il y a cependant des cas qu'il faut excepter, où ce rapport se soutient assez. Mais il y en a d'autres où il n'a pas lieu du tout. Tel est le 17^{me} cas, qui donne les tons 107, 63, 28, au lieu de 107, $53\frac{1}{2}$, $35\frac{2}{3}$. Le ton 63, au lieu d'être l'octave de 107, n'en est que la sixieme majeure. Et le ton 28, au lieu d'être la quinte de l'octave de 107, en est la double octave.

XLVI.

Le quatrieme cas en général est celui où on laisse ouverts trois trous, ce qui peut se faire de 35 manieres. En faisant l'essai j'ai trouvé qu'il est assez indifférent de laisser le troisieme trou ouvert ou non. J'entends par ce troisieme trou celui qui d'entre les trois qu'on laisse ouverts, est le plus éloigné de l'embouchure *M*. Il en est de même lorsqu'on laisse ouverts 4, 5, 6 trous. Dans chaque cas particulier les deux trous qui entre ceux qu'on laisse ouverts sont les plus proches de l'embouchure, déterminent le ton de telle sorte que les trous suivans ne le font varier que très peu ou point du tout. Et s'ils produisent quelque petite différence, c'est qu'ils rendent le ton un peu plus aigu & quelquefois aussi plus clair. Je me dispenserai de rapporter ici tout le détail. On voit en général que l'onde s'étend un peu au delà du premier trou ouvert, & que les trous suivans achevent d'en déterminer la longueur & la raccourcissent, à l'exception du cas où on ne laiſſe ouverts que les trous *c*♯, *h*; car alors le ton eſt beaucoup plus grave que lorſqu'on laiſſe ouvert le trou *c*♯ tout ſeul.

XLVII.

J'ai deſſiné au bas de la troiſieme Figure l'échelle $\alpha\beta\delta$, afin d'y marquer la longueur des tuyaux ſimples ouverts par les deux bouts, qui rendent les douze demi-tons de la premiere octave. Cette longueur ſe compte depuis le point α juſqu'aux points où ſont marquées les lettres qui dénotent ces tons. Pour marquer ces points j'ai calculé les longueurs conformément au tempérament moyen. Voici comment. Je mets pour baſe que l'embouchure produit un allongement de 17 lignes, & que la plus grande excurſion eſt éloignée du bouchon *B* d'environ trois lignes. La différence 17 — 3 = 14 lignes priſe ſur l'échelle qui eſt au haut de la Planche étant tranſportée de β vers α, donne le commencement de l'échelle $\alpha\beta\delta$. Et en faiſant $\alpha\delta$ = 288 lignes, priſes ſur la même échelle, le point δ marquera l'autre bout d'un tuyau ſimple ouvert par les deux bouts, & rendant le ton *d*, qui eſt le plus grave de la flûte. Or les longueurs répondantes aux autres demi-tons, ſuivant le tempérament moyen, de même que leurs octaves, ſe déterminent d'après les nombres de la Table ſuivante.

Tons.	Tons.	I. Octaves.	II. Octaves.	III. Octaves.	IV. Octaves.	V. Octaves.
d	288,0000	144,0000	72,0000	36,0000	18,0000	9,0000
d♯	271,8359	135,9180	67,9590	33,9795	16,9894	8,4949
e	256,5788	128,2894	64,1447	32,0723	16,0361	8,0181
f	242,1782	121,0891	60,5445	30,2723	15,1311	7,5656
f♯	228,5857	114,2928	57,1464	28,5732	14,2866	7,1433
g	215,7562	107,8781	53,9395	26,9698	13,4849	6,7424
g♯	203,6468	101,8234	50,9117	25,4558	12,7279	6,3640
a	192,2170	96,1085	48,0542	24,0271	12,0135	6,0068
a♯	181,4286	90,7143	45,3571	22,6786	11,3393	5,6696
h	171,2058	85,6028	42,8014	21,4007	10,7003	5,3502
c	161,1635	80,5817	40,2908	20,1454	10,0727	5,0364
c♯	152,5627	76,2813	38,1406	19,0703	9,5351	4,7676
d	144,0000	72,0000	36,0000	18,0000	9,0000	4,5000

Si le tuyau eſt ſuppoſé bouché par un bout, ce ſeront les nombres de la troiſieme colonne qui en indiquent la longueur, & les nombres des colonnes ſuivantes en marqueront les octaves. C'eſt ce que j'obſerve ici, parce que dans les expériences précédentes j'ai preſque toujours ſuppoſé des tuyaux ſimples fermés par un bout. Du reſte j'ai fait uſage du tempérament égal, parce que c'eſt le plus uniforme, & non parce que les tons de la flûte y répondent exactement. La variabilité qui dépend de l'embouchure, fait qu'il n'y a gueres moyen d'évaluer au juſte les tons de la flûte. C'eſt auſſi la grande raiſon pourquoi dans les expériences précédentes l'évaluation de la longueur des tuyaux ſimples laiſſe une incertitude d'une ou de deux lignes. Ainſi l'échelle *aδ* ſert ſimplement pour voir en gros, de combien les trous marqués par *c*✻, *h*, *a* &c. (§. XXXVIII.) ſont moins éloignés du bouchon *B*, que ne le ſont les points répondans *c*✻, *h*, *a* &c. de l'échelle du point 𝔊. J'avertirai encore que les trous *f*✻, *e*, & même encore le trou *d*✻, étant ouverts, le ton que la flûte rend eſt très ſenſiblement plus grave qu'il ne devroit être comparativement aux autres tons.

EXPÉ-