



SUR LA
VITESSE DU SON.

PAR MR. LAMBERT.

Il arrive quelquefois qu'une théorie très bonne en elle-même diffère des résultats de l'expérience, uniquement parce que les expériences sont mal faites ou que la théorie y est mal appliquée. La théorie de la vitesse du son nous en présente un exemple remarquable & qui mérite d'être mis dans tout son jour. Cette vitesse, déterminée par des observations fort exactes, se trouve être de 1040 jusqu'à 1080 pieds de Paris, dans une seconde de tems. La théorie ne la donne pas immédiatement par elle-même, mais moyennant d'autres observations, parce qu'elle la dérive de l'élasticité de l'air. Et en faisant les calculs que la théorie prescrit, il semble que cette vitesse ne devroit être que tout au plus de 900 pieds par seconde. Depuis *Newton*, qui le premier eut le talent de développer cette théorie, on a été généralement d'accord qu'elle donne la vitesse du son considérablement trop petite. Mais, bien loin de rejeter la théorie comme fautive ou contradictoire, on se contenta de la ranger tout au plus au nombre de celles qu'on faisoit servir d'exemple quand on étoit d'humeur de faire voir que les plus belles spéculations des Géometres ne donnoient qu'un à peu près & différoient toujours plus ou moins de l'expérience. Ce reproche cependant n'arrêtoit point les Géometres, qui frappés de la beauté de la théorie du son s'appliquèrent à la perfectionner & à la poursuivre jusques dans tous les détails qu'elle offre. Ils imaginèrent diverses raisons assez plausibles, pourquoi & comment les résultats de leurs calculs sont différens de ceux que donne l'expérience. D'abord ils trouverent que dans la théorie on suppose l'air pur & débarrassé de toutes les
par-



particules étrangères dont il est toujours plus ou moins chargé, & qu'ils regardoient comme des véhicules propres à accélérer le son. Ensuite dans le calcul ils supposoient le diametre des particules de l'air comme infiniment petit en comparaison de leur distance mutuelle. Enfin dans le calcul ils admettoient que, dans le mouvement ondulatoire de l'air, l'éloignement de chaque particule de son point de repos ne differe qu'infiniment peu de celui de la particule qui la précède ou la suit immédiatement. J'ajouterai encore que, dans le calcul, on admet en toute rigueur, que la force élastique est en raison réciproque de la distance des particules, quoique, du moins dans un air fort comprimé, on ait lieu de croire qu'elle augmente un peu plus fortement. Voilà donc des raisons entassées l'une sur l'autre pour faire croire qu'en effet la vitesse du son doit être beaucoup plus grande que ne la donne la théorie.

Mais avec tout cela elle ne devrait être que tant soit peu plus grande. Car, en pesant bien chacune de ces raisons, on trouve sans peine qu'elles ne peuvent altérer que très insensiblement la vitesse du son. Il est vrai que le diametre des particules de l'air nous est inconnu. Mais pour peu qu'on réfléchisse que dans les machines pneumatiques des fentes presque invisibles sont assez grandes pour donner à l'air comprimé un libre passage, on se convaincra aisément, que les particules d'air doivent être d'une petitesse qui les rende invisibles. Si l'on considère ensuite que l'air est de 15 jusqu'à 16 mille fois moins dense que l'or, & que l'or nonobstant sa grande densité a encore assez de pores pour imbiber beaucoup de vif argent, on voit aisément que l'espace qui entoure une particule d'air est assez grand pour pouvoir être rempli tout au moins de 16000 autres particules d'un même diametre. Cette extreme rareté de l'air naturel peut sans contredit nous faire regarder comme admissible la proposition qui porte, que dans la théorie & dans le calcul du son on peut faire abstraction du diametre des particules de l'air. Il est encore fort douteux d'ailleurs, si c'est aux particules de l'air elles-mêmes qu'il faut attribuer l'élasticité que les phénomènes
nous



nous font voir, ou si elle ne doit pas être attribuée à la chaleur, au feu, ou à quelque matiere beaucoup plus subtile, ou même à quelque substance immatérielle. Car tant que nous nous en tenons à des matieres, quelque subtiles qu'elles soient, la question, d'où provient leur élasticité, revient toujours. Quoi qu'il en soit je rapporte ces possibilités uniquement pour faire voir que tandis que le mécanisme de l'élasticité n'est point encore démonstrativement détaillé, on peut le concevoir de plus d'une façon en sorte qu'il soit indépendant du diametre des particules de l'air. En effet la grande rareté de l'air nous doit faire considérer ses particules comme très éloignées les unes des autres, & soutenues dans cet éloignement par des forces qui sont, pour ainsi dire, étrangères à ces particules.

Mais je ne m'arrêterai point à poursuivre ici ces considérations, d'autant que dans la suite de ce Mémoire je n'aurai pas besoin d'en faire usage, ni d'en tirer aucun argument. Je passe donc à remarquer que les vapeurs & d'autres particules hétérogenes dont l'air est chargé, ne contribuent que très peu à changer la vitesse du son, quoiqu'elles puissent en diminuer la force & en étouffer la clarté. En effet ces particules n'étant point élastiques, & ne se soutenant dans l'air que par une certaine force de cohésion, à peu près comme de petits globules de vif argeat surnagent l'eau, ces particules, dis-je, doivent être considérées comme de petites masses lourdes, dont l'inertie s'oppose au mouvement ondulatoire de l'air, en arrête une partie, la réfléchit & la disperse, à peu près comme elles interceptent & dispersent la lumiere. C'est là tout l'effet qu'on doit en attendre, & tandis qu'elles opposent à l'air leur inertie, il est clair qu'au lieu d'accélérer le son, elles seroient plutôt capables de le retarder. Ce qui est sûr, c'est qu'elles dérangent le mouvement ondulatoire de l'air & étouffent le son en l'arrêtant & le dispersant. Aussi les expériences faites par Mrs. *Maraldi*, de la *Caille* & *Cassini* en 1738, de même que celles de M. *Bianconi* faites en 1740, nous font-elles voir que le brouillard le plus épais ne produit sur le son d'autre effet que celui que je viens de dire, & que la vitesse du son n'en est presque point altérée.

Si donc



Si donc de tout ceci il s'ensuit que la théorie du mouvement du son est bonne autant qu'elle est belle, & que les petites quantités dont on y fait abstraction, peuvent être omises sans aucune erreur perceptible; & si enfin d'un autre côté les expériences par lesquelles on a déterminé la vitesse du son, sont suffisamment exactes pour en être assuré à dix ou vingt pieds près sur 1040 pieds, on doit naturellement être d'autant plus surpris de voir que, moyennant la théorie, on ne trouve que tout au plus 900 pieds. Le moyen de se tirer de cet embarras, sans faire quelque nouveau faux-pas? Quant à moi j'en infère sans balancer, que, tandis que les expériences sont bien faites, & que la théorie est très bonne, il faut nécessairement qu'elle ait été mal appliquée, ou que dans l'application qu'on en a faite, quelques circonstances n'ayent point répondu aux conditions que présuppose la théorie. Et c'est ce que je me propose de faire voir avec toute l'évidence requise.

Pour cet effet je commence par exposer la règle que prescrit la théorie, pour trouver la vitesse du son. Et afin de le faire avec moins de circonlocutions, je supposerai, par manière d'exemple, qu'il s'agisse de déterminer cette vitesse à la surface de la mer. Voici maintenant la règle. Au lieu de l'atmosphère qui existe & dont la densité décroît à mesure qu'elle s'élève, on en suppose une autre, laquelle, sans avoir ni plus de poids ni plus de masse, ait dans toute sa hauteur une densité égale à celle qui effectivement a lieu à la surface de la mer. On prend la moitié de cette hauteur, & on calcule la vitesse qu'acqueroit un corps tombant librement par cette moitié de la hauteur. Cette vitesse est la même que celle du son qu'il s'agissoit de chercher.

Or je dis que cette règle, très bonne en elle-même, a éludé l'attente des Géomètres, en ce qu'elle a été mal appliquée. On voit bien que pour en faire l'application il faut commencer par déterminer la hauteur de l'atmosphère supposée également dense. Il y a deux moyens pour cela. L'un c'est de peser l'air, afin de trouver sa gravité spécifique & son rapport à la gravité spécifique du vif argent, & afin de multiplier ensuite la hauteur du mercure dans le

barometre par le nombre qui exprimoit ce rapport. C'est ainsi, par exemple, qu'ayant trouvé l'air 850 fois plus leger que l'eau, & l'eau 14 fois plus leger que le vif argent, on en conclut que l'air étoit 11900 fois plus leger que le vif argent. Ce nombre étant multiplié par la hauteur du barometre, que nous supposérons de 28 pouces mesure de Paris, donne 333200 pouces ou 27766 $\frac{2}{3}$ pieds pour la hauteur de l'atmosphere supposée également dense. La moitié de ce nombre, qui est 13883 $\frac{1}{3}$, est la hauteur par laquelle un corps doit tomber pour acquérir une vitesse égale à celle du son. Cette vitesse se trouve être de 915 pieds. Je remarque encore, qu'à la surface de la mer, l'air est presque toujours moins leger que ne l'indique le nombre 850 dont on se sert communément.

L'autre moyen dont on pouvoit se servir, c'étoit de déterminer de combien de pieds il falloit monter, en commençant à la surface de la mer, pour que le barometre descendît d'une ligne. Ce nombre de pieds étant ensuite multiplié par le nombre de lignes qui exprime la hauteur du barometre, donne la hauteur de l'atmosphere supposée également dense. Or, en comparant toutes les observations faites sur les Pyrénées, j'ai trouvé qu'à la surface de la mer il ne répond que tout au plus 72 pieds à une ligne de descente du barometre. Supposant donc la hauteur du barometre de 28 pouces ou de 336 lignes, & multipliant 336 par 72, on trouve le produit de 24192 pieds, dont la moitié 12096 donne la hauteur par laquelle un corps doit tomber pour acquérir une vitesse égale à celle du son. Cette vitesse se trouve n'être que de 855 pieds. Elle est plus petite que celle que nous avons trouvée par la premiere méthode, & la raison de la différence est, que l'air n'est pas 850 fois plus leger que l'eau, mais beaucoup moins.

J'ai rapporté ces deux façons de calculer la vitesse du son moyennant la théorie, uniquement pour faire voir de quelle maniere la théorie avoit été appliquée, & quelles étoient les données dont on se servoit dans cette application. Or je dis que ces données ne sont pas celles que la théorie exige & présuppose. Car d'abord il est clair que
toute



toute cette théorie est fondée sur la condition, que *l'air soit pur & uniformément élastique*. Il faut qu'il soit pur, non parce que les particules hétérogènes accélèrent la vitesse du son, car nous avons déjà vu qu'il n'en résulte aucun effet perceptible; mais il faut qu'il soit pur, pour qu'on puisse déterminer sa densité & la trouver exactement telle que la théorie la présuppose. Afin de mieux faire sentir combien cela importe, nous n'avons qu'à nous rappeler que c'est en pesant l'air que nous déterminons sa densité. Il est clair qu'un pied cube d'air pesera davantage à mesure qu'il sera plus rempli de vapeurs & d'autres parties hétérogènes. Comme toutes ces parties sont plusieurs centaines de fois plus pesantes que l'air, & qu'elles n'y sont suspendues que par les forces de cohésion, il s'ensuit premièrement que, quoiqu'elles augmentent fort le poids du pied cube d'air, elles n'occupent presque point d'espace, d'autant qu'elles se trouvent dans les interstices que peut-être l'air même laisseroit vuides. De là il s'ensuit, en second lieu, que l'air peut être très chargé de ces parties étrangères, sans qu'il soit obligé de leur céder la place. De là il suit encore, en troisième lieu, que la densité d'un pied cube d'air pur, considérée comme telle, reste la même, quoiqu'on remplisse cet air de parties hétérogènes & étrangères. Le poids & la densité de ce mélange augmentera sans contredit, mais ce que j'appelle la densité de l'air pur & son élasticité, restera la même; du moins s'en faut-il de beaucoup qu'elle change en raison de l'augmentation du poids.

Si donc on pouvoit d'une façon quelconque déterminer le poids de toutes les parties hétérogènes qui se trouvent dans un pied cube d'air, il faudroit soustraire ce poids de celui de tout le pied cube, afin d'avoir le poids d'un pied cube d'air pur. Ce poids étant ensuite comparé avec celui d'un pied cube de mercure, donneroit le rapport ou le nombre avec lequel il faudroit multiplier la hauteur du barometre, pour avoir celle de l'atmosphère supposée également dense.

Voici encore une autre manière d'envisager la chose. Prenons d'abord l'atmosphère telle qu'elle est, chargée de matières étrangères



& même de nuées & d'un brouillard des plus épais. Que la hauteur du barometre soit de 28 pouces, à la surface de la mer, & la vitesse du son de 1040 pieds, comme elle résulte des observations de Mrs. *Maraldi*, *la Caille* & *Cassini de Thuri*. Supposons maintenant, que toutes ces particules aqueuses & étrangères se changent tout d'un coup en air pur & élastique. Il ne sera pas difficile de prévoir ce qu'il en arrivera. Je dis 1°. que la hauteur du barometre & la vitesse du son à la surface de la mer resteront les mêmes; car ce changement n'altère ni le poids de toute la masse, ni l'élasticité à la surface de la mer, à moins que dans les particules étrangères il n'y en ait eu, qui de leur nature pouvoient altérer ou diminuer l'élasticité de l'air, auquel cas leur changement en air pur produiroit une augmentation dans la vitesse du son, ce qui favoriseroit encore mieux ce que je me suis proposé d'établir dans ce Mémoire. En second lieu, je dis que chacune de ces particules étant changée en air pur se dilate dans un espace plusieurs centaines de fois plus grand que celui qu'elle occupoit avant ce changement: & comme par ce changement elle devient élastique, il s'ensuit, en troisieme lieu, qu'au lieu qu'auparavant elle n'avoit fait que comprimer l'air inférieur par son poids, elle élève maintenant l'air supérieur par son élasticité. La conséquence en est, que toute l'atmosphère, de même que celle qu'on suppose être également dense, sera élevée; de sorte que, pour que le barometre baisse d'une ligne, il faudra monter beaucoup davantage qu'il ne le falloit auparavant, lorsque l'atmosphère étoit encore chargée de particules, qui sans l'élever ne faisoient que l'abaisser par leur poids.

Voilà donc l'état de l'atmosphère tel qu'il est présupposé dans la théorie du son. Cet état n'existe point, parce que l'air est toujours plus ou moins chargé de particules étrangères. C'est donc par le calcul qu'il faudra réduire l'état réel de l'atmosphère à cet état supposé, afin de trouver les données nécessaires pour calculer la vitesse du son, laquelle, dans l'un & l'autre de ces deux états, est la même à la surface de la mer, ou en tel autre endroit qu'on mettra pour base dans cette réduction.

J'ajouterai encore, que, si au lieu de supposer que les particules étrangères soient changées en air pur & élastique, on suppose simplement qu'elles soient anéanties; l'air pur qui reste s'élevera néanmoins. Car par cet anéantissement l'atmosphère se trouve débarrassée d'un poids qui, sans rien contribuer à sa dilatation, ne faisoit que l'abaisser en la comprimant. Et quoique, dans le cas de cet anéantissement, la hauteur du barometre à la surface de la mer diminue, de même que la densité de l'air, la hauteur de l'atmosphère supposée également dense ne laissera pas d'être augmentée.

Voici encore une autre maniere de se figurer ce que je viens de dire. Concevons à la surface de la mer une filée verticale de particules: il est clair que dans cette filée deux particules voisines quelconques sont comprimées & rapprochées l'une de l'autre par la somme du poids de toutes celles qui se trouvent au dessus d'elles. Considérons donc les deux particules les plus basses ou qui sont contiguës à la surface de la mer, & leur distance multipliée par le nombre de toutes les particules qui se trouvent dans la filée, donnera la hauteur de l'atmosphère supposée également dense, dont on fait usage pour calculer la vitesse du son. Cependant cette hauteur ne sera pas la véritable, dès que dans cette filée verticale il se trouve outre les particules d'air encore des particules aqueuses ou d'autres encore plus pesantes. Car ces particules ne sont pas équivalentes à un nombre égal de particules d'air, mais à un nombre beaucoup & même plusieurs centaines de fois plus grand. Ce n'est donc pas au nombre, mais au poids de toutes les particules qu'il faut avoir égard, & il est clair qu'on pourroit le faire moyennant la hauteur du barometre, si le poids & la distance des deux particules d'air contiguës à la surface de la mer étoit donnée. On pourroit encore le faire immédiatement par des expériences, si, depuis la surface de la mer jusqu'à la hauteur par exemple de 100 pieds, l'air étoit sans aucun mélange de matieres hétérogenes. Car en élevant un barometre par ces 100 pieds, son abaissement marqueroit les poids de toutes les particules d'air qui se trouvent dans une colonne de 100

K 3

pieds,



pieds, & cet abaiffement auroit à toute la hauteur du mercure le même rapport que celui qui est entre les 100 pieds & la hauteur d'une atmosphere fupposée également denfe.

Mais comme l'atmosphere est toujours chargée de vapeurs & d'autres particules étrangères, nous ne pouvons pas nous fervir de ce moyen pour trouver cette hauteur. Au contraire il est très possible de la trouver moyennant la viteffe du fon, ce qui fervira en même tems pour faire une fupputation de la quantité moyenne des vapeurs & des particules étrangères dont l'air est chargé à la furface de la mer. Cette viteffe a été trouvée en Angleterre par Mrs. *Halley*, *Flamsteed* & *Derham* de 1080 pieds de Paris, & en France en 1739 de 1040 pieds de Paris. Je m'en tiendrai à ce dernier nombre, & en en divifant le quarré 1081600 par 31,2, je trouve 35816 pieds pour la hauteur de l'atmosphere, fupposée également denfe & débarrassée de toutes particules étrangères. Le calcul rapporté ci-deffus pour l'air tel qu'il est, ne donnoit cette hauteur que de 24192 pieds, ce qui n'étant que la $\frac{2}{3}$ partie du nombre précédent, fait voir que les particules étrangères dont l'air est chargé, abaiffent l'atmosphere très confidérablement, & en forte qu'à la furface de la mer, la hauteur du barometre restant la même, une colonne de 25 pieds de hauteur pefe tout autant que, dans une atmosphere d'air pur, peferoit une colonne de 37 pieds de hauteur & d'une même bati. D'où il fuit réciproquement, que le poids d'un pied cube d'air naturel est au poids d'un pied cube d'air pur comme 37 à 25. Donc, en fupposant même que les particules étrangères n'occupent que les interftices de l'air pur, il s'enfuit que tout ce furplus du poids dérive de ces particules étrangères, & que par conféquent elles font la $\frac{2}{3}$ partie ou environ le tiers de tout le poids d'un pied cube d'air pris à la furface de la mer; ce qui, le pied cube pefant 684 grains, donne 222 grains pour le poids des particules aqueufes, métalliques, falines, terrestres &c. qui fe trouvent dans un pied cube d'air, & l'air pur ne fera que de $684 - 222 = 462$ grains.



Comme toutes ces particules, encore qu'on ne les suppose ni salines ni métalliques, mais simplement aqueuses, ne laissent pas d'être 700 ou 800 fois plus pesantes qu'un nombre égal de particules d'air, on voit bien que ces particules étrangères qui nagent dans l'atmosphère doivent être fort dispersées. Car soit dans un certain espace le nombre des particules d'air pur $= a$, leur poids $= pa$, celui des particules étrangères $= b$, & leur poids sera $= 800.pb$. Donc la somme ou le poids total $= (a + 800b)p$. Or nous avons vu que le poids des particules étrangères est $\frac{2}{3}$ de ce poids total, donc il sera

$$800bp = \frac{2}{3}(a + 800b)p$$

ce qui donne

$$a = 784b;$$

de sorte que contre 784 particules d'air on ne pourra compter que tout au plus une particule étrangère & aqueuse. On n'en comptera pas même une sur 1000 ou 2000, si parmi ces particules étrangères il s'en trouve beaucoup de salines & de métalliques; & il est clair que ce rapport croîtra à mesure qu'on s'éleve vers les régions supérieures de l'air.

