Tab. I. ad Nov. Act. Erud. A. 1763. Mens. Mart. P. II. pag. 143. seq.

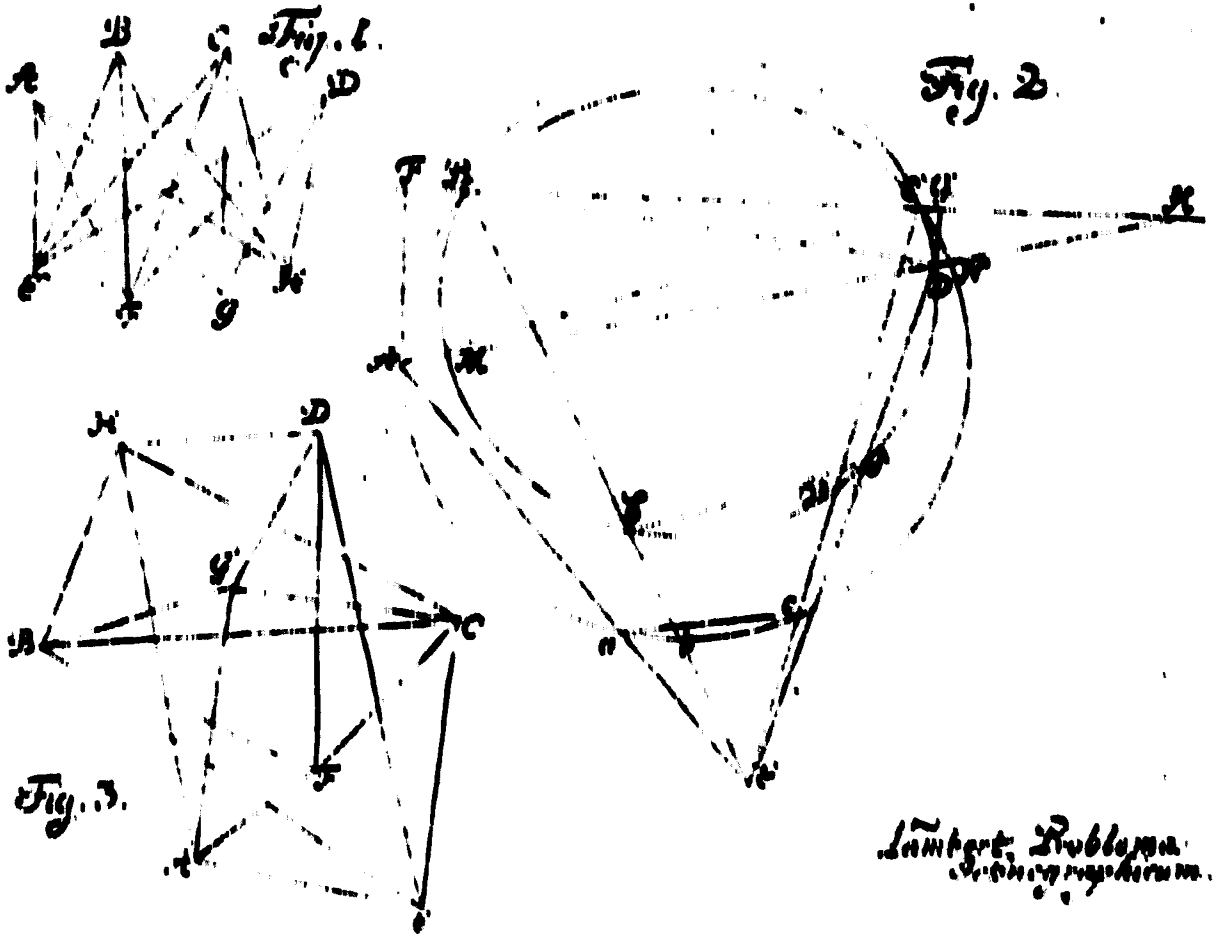

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Lambert. Problema Sciographicum.

rebellio: Vladimirus Russorum Dux suppetias Imp. Basilio adversus rebelles mittit. IX. Basilius Imp. adversus Samuelem Bulgarorum Regem expeditionem suscipit. Iberiam et Phoenicen peragrat. Principi Venetiarum nuptum tradit filiam Argyri, sororem Romani, qui post imperavit. X. Bulgarica trans Haemum loca a Basilii Ducibus capta. Saraceni in Coelesyriam irrumpentes compressi. XI. Castra Samuelis Bulgarorum Regis direpta. XII. Samuele mortuo, Bulgaris imperat Gabriel Romanus. XIII. Gabriele Romano occiso, Bulgarorum Rex fit Ioannes Bladisthlabus. XIV. Chazaria et Aspracania Basilio Imp. deduntur. Patzinaci in auxilium Bulgarorum adsciscuntur. Russi pro Graecis militant. XV. Io. Bladisthlabus Rex Bulgarorum caeditur. Bulgari Basilio Imp. se suaque castra dedunt. David Bulgariae Archiep. et Maria Ioannis Regis vidua, cum filiis, aliisque Optimatibus, honorifice excipiuntur. Basilius triumphans Byzantium ingreditur. XVI. Subacta Bulgaria, etiam Chrobatorum Principes, fratres duo, Basilio Imperatori se dedunt.

I. H. LAMBERT DE ICHNOGRAPHICA *campi vel regionis delineatione independenter ab omni basi perficienda, Schediasma.*

§. I.

Plurima in re ichnographica occurrunt Problemata, quae absque calculo literali omnem fere solutionem respuunt, atque proin, nisi calculus iste in subsidium vocetur, omni usu carent. Constat vero ex ipsa huius Calculi historia, eum hactenus potissimum ad res mechanicas atque astronomicas fuisse adplicatum, haud secus certe ac si praxis geometriae solis agrimensoribus esset relinquenda. At vero non desunt rationes, quae aliud suadent. Sive enim spectes problematum elegantiam; sive solutionis difficultatem, quae alioquin maximum esse solet geometris incitamentum;

mentum; five denique illum ufum, qui vel in cafibus defperatiffimis, omnemque praxin tritam refpuentibus, geometram non deferat: quidquid inquam horum fpectes, fiftet tibi geometriae praxis campum ampliffimum, in quo vires ingenii exerceas. Huius rei in praefentiarum unicum dabo exemplum, ex quo haud difficulter patebit, plurima iftius generis adhuc fupereffe, parum adhuc, vel plane non ventilata.

§. II. Quo vero problema longe univerfaliffimum, cuius folutionem hic dare conftitui, ita proponatur, ut eius difficultas, una cum maxima eaque univerfaliffima utilitate in oculos incurrat, fequentem in modum iftud proponere lubet. *Navis iuxta littora ita provehitur, ut ipfa littora, promontoria, aedes, turres, aliaque obiecta, navigantium oculis continuo obverfentur: quaeritur, qua ratione Geometra in navi conftitutus, foloque menfulae vel inftrumenti goniometrici ufu, obiecta ifta obfervare debeat, ut non modo ipfa obiecta, verum et ipfius navis iter ichnographice delineari poffit.* Per fe iam patet, hoc problema, in delineandis regionibus atque provinciis fimul adhiberi poffe, atque ampliffimum effe eius ufum.

§. III. At vero adeo difficilis eft huius problematis folutio, ut primo quidem intuitu videatur effe vel impoffibile, vel indeterminatum. Ubivis enim in mari vel lacu eligas ftationem, ex qua angulos metiri poffis, quos obiecta in littore pofita ibi efficiunt: attamen unica ftatio rem plane non abfolvit, alteram vero ftationem eligere etfi velis, fignum tamen infigere, nifi aliam navem adhibeas, non datur, unde nec angulos iftos metiri licet, quos in utraque ftatione obiecta cum linea ftationis vel bafi conficiunt. Quare cum quaevis ftatio ita fit fpectanda, ut a reliquis plane fit independens: patet, augendum effe ftationum numerum, quo in pluribus locis eorundem obiectorum angulos metiri queas. At vero haud ita facile praevideri poteft, annon, etfi infinitae adhibeantur ftationes, problema nihilo minus ita fit indeterminatum, ut fpe tua excidas. Hoc certe fieri obfervavi, fimulac obiecta funt in eadem recta. Cafum ſum enim hunc, utpote faciliorem, prius perluſtravi, quia univerſalis problematis iſtius ſolutio diutiſſime me ita vexavit, ut omne oleum omnemque operam plane reputarem amiſſam. Re tamen iteratis vicibus tentata, inveni tandem, quatuor ſtationes ſufficere, ſimulque requiri quatuor obiecta, quorum ſingula ſint in quatuor iſtis ſtationibus viſibilia, haud tamen in eadem recta ſita.

§. IV. Sint ergo quatuor obiecta A, B, C, D, quatuorque ſtationes E, F, G, H, atque pro quavis ſtatione dentur tres iſti anguli, quos obiecta ibi conficiunt, qualesque v. gr. in prima ſtatione E ſunt anguli AEB, BEC, CED. Quaeritur iam ſitus punctorum A, B, C, D, E, F, G, H. Solutio problematis erit ſequens. TAB. I. Fig. I.

§. V. Ne ſingulae quatuor ſtationes ſimul computum ingrediantur, ſint quatuor obiecta A, B, C, D, ſtatio quaelibet E. Recta BC ſtatuatur ceu baſis, atque efferatur per unitatem. Porro per terna puncta ABC, et BCD agantur duo circuli, atque ducantur rectae AC, BD, ac, ab, $\delta\beta$, $\delta\gamma$. Quo facto per proprietatem circuli notiſſimam dabuntur quatuor analogiae ſequentes, Fig. II.

$$Ea : ab = EB : BA$$
$$Ea : ac = EC : CA$$
$$E\delta : \delta\gamma = EC : CD$$
$$E\delta : \delta\beta = EB : BD$$

Unde dabitur

$$Ea = \frac{ab \cdot EB}{AB} = \frac{ac \cdot EC}{AC}$$

$$E\delta = \frac{\delta\gamma \cdot EC}{CD} = \frac{\delta\beta \cdot EB}{BD}$$

Hinc porro

$$\frac{EB}{CE} = \frac{ac \cdot AB}{ab \cdot AC} = \frac{\delta\gamma \cdot BD}{\delta\beta \cdot CD}$$

§. VI. Vocentur iam anguli

$$\begin{array}{lll} AEB = f & ABF = \omega & DCG = \phi \\ BEC = g & ACB = \nu & DBM = \mu \\ CED = h & & \end{array}$$

eritque

$$AB : AC = \sin\nu : \sin\omega$$
$$ac : ab = \sin(\omega - f - g) : \sin(\nu - f)$$
$$BD : CD = \sin\phi : \sin\mu$$
$$\delta\gamma : \delta\beta = \sin(\mu - h) : \sin(\phi - h - g)$$

Quibus valoribus in ultima aequatione §. V. substitutis prodit aequatio

$$\frac{\sin\nu . \sin(\omega - f - g)}{\sin(\nu - f) . \sin\omega} = \frac{\sin\phi . \sin(\mu - h)}{\sin(\phi - h - g) \sin\mu}$$

quae per notissimas functionum circularium resolutiones mutatur in sequentem

$$\frac{\cos(f - g) - \sin(f - g) \cot\omega}{\cos f - \sin f . \cot . \nu} = \frac{\cos h - \sin h . \cot\mu}{\cos(h - g) - \sin(h + g) \cot\phi}$$

§. VII. Dicatur iam, demissis perpendicularibus

$$\begin{array}{lll} BC = 1 & AF = P & DG = R \\ & FB = Q & CG = S \end{array}$$

atque patet fore

$$\begin{array}{ll} \cot\omega = Q : P & \cot\phi = S : R \\ \cot\nu = (Q + 1) : P & \cot\mu = (S + 1) : R. \end{array}$$

Quibus valoribus in ultima aequatione §. praecedentis substitutis erit

$$\frac{P . \cos(f + g) - Q \sin(f + g)}{P . \cos f - (Q + 1) \sin f} = \frac{R . \cos h - (S + 1) . \sin h}{R . \cos(h + g) - S . \sin(h + g)}$$

§. VIII. Haec aequatio resolvitur in sequentem

$$\begin{array}{lll} 0 = + QS . \sin(f + g) . \sin(g + h) & - QR \sin(f + g) \cos(g + h) & - PS \cos(f + g) \sin(g + h) \\ \quad - QS . \sin f . \sin h & + QR \sin f . \cos h & + PS \cos f . \sin h \\ \quad - Q \sin f . \sin h & - S \sin f . \sin h & + P \cos . f . \sin h \\ & - \sin f . \sin h & \end{array}$$

+PR.

$$+PR \,.\, \text{coſ}\,(f+g)\; ſ\,(g+h)$$
$$-PR \,.\, \text{coſ}\, f \,.\, ſ\, h$$
$$+\;\; R \;\; ſ\, h \,.\, \text{coſ}\, h.$$

Quae haud difficulter contrahitur in ſequentem

$$o = (QS-PR)\, \text{ſin}\,g \,.\, ſ\,(f+g+h) - (PS+QR)\; ſ\,g \,.\, \text{coſ}\,(f+g+h)$$
$$+ R\; ſ\,f \,.\, \text{coſ}\,h + P\, \text{coſ}\,f \,.\, \text{ſin}\,h - (Q+S+1)\; ſ\,f \,.\, ſ\,h.$$

§. IX. Hanc aequationem cum quatuor ingrediantur incognitae P, Q, R, S, patet quatuor requiri ſtationes, quo determinari poſſint. Facilius vero abſolvitur computus, ſi primo quaerantur valores

$$R : P$$
$$(Q+S+1) : P.$$
$$(PS+QR) : P.$$
$$(QS-PR) : P.$$

Quippe his inventis haud difficulter reperiuntur P, Q, R, S. Quod quomodo fieri poſſit, iam exemplo docebimus. Sint quatuor obiecta A, B, C, D, ſtationes vero E, F, G, H, quarum poſitionem data opera ſecus ac in ſecunda figura ſumimus, quo intelligi poſſit, qua ratione anguli pro vario earum ſitu ſint ſumendi. Sit ergo pro ſtatione

Ima	IIda
$f = AEB = +22^\circ, 30'$	$AFB = +63^\circ, 48'$
$g = BEC = +60, 44$	$BFC = +107, 38$
$h = CED = -18, 40$	$CFD = -42, 20$
$f+g+h = AED = +64, 34$	$AFD = +129, 6$

IIIa	IVa
$AGB = +66^\circ, 20'$	$AHB = +31^\circ, 30'$
$BGC = +205, 58$	$BHC = +277, 52$
$CGD = -70, 38$	$CHD = -32, 56$
$AGD = +201, 40$	$AHD = +275, 26.$

Quoniam itaque (§ 8.)

$$Q+S+1 = P.\frac{\text{coſ}\,f \,.\, ſ\,h}{ſ\,f \,.\, ſ\,h} + R.\frac{ſ\,f \,.\, \text{coſ}\,h}{ſ\,f \,.\, ſ\,h} \cdot (PS+QR)\frac{ſ\,g \,.\, \text{coſ}\,(f+g+h)}{ſ\,f \,.\, ſ\,h}$$
$$+ (QS-PR)\,\frac{ſ\,g \,.\, ſ\,(f+g+h)}{ſ\,f \,.\, ſ\,h}$$

ſub-

ſubſtitutis valoribus habebitur pro ſingulis quatuor ſtationibus

$Q+S+1 = 2{,}4142\,P - 2{,}9600\,R + 3{,}0587\,(PS+QR) - 6.4320\,(QS-RP)$
$\ldots\ldots = 0{,}4921 \,.\, - 1{,}0977 \,.\, - 0\,9947 \ldots\ldots - 1{,}2240 \ldots\ldots$
$\ldots\ldots = 0{,}4383 \,.\, - 0{,}3515 \,.\, + 0\,4709 \ldots\ldots - 0{,}1871 \ldots\ldots$
$\ldots\ldots = 1{,}6318 \,.\, - 1{,}5438 \;\; - 0{,}3907 \ldots\ldots - 3.4653 \ldots\ldots$

Quibus aequationibus a prima ſubtractis remanet

$0 = 1{,}9221\,P - 1{,}8623\,R + 4{,}0534\,(PS+QR) - 5.2080\,(QS-RP)$
$0 = 1{,}9759 \,.\, - 2{,}6085 \,..\, + 2{,}5878 \ldots\ldots - 6\;2449 \ldots\ldots$
$0 = 0{,}7824 \,.\, - 1.4162 \,..\, + 3.4494 \ldots\ldots - 2{,}9667 \ldots\ldots$

Quodſi porro ſinguli coefficientes per ultimos dividantur, prodit

$0 = 0{,}3691\,P - 0{,}3576\,R + 0{,}7783\,(PS+QR) - (QS-RP)$
$0 = 0{,}3164\,P - 0{,}4177 \,.\, + 0{,}4144 \ldots\ldots - \ldots\ldots$
$0 = 0{,}2637\,P - 0{,}4774 \,.\, + 1{,}1627 \ldots\ldots - \ldots\ldots$

Subtrahatur utraque poſterior a prima, remanet

$0 = 0{,}0527\,P + 0{,}0601\,R + 0{,}3639\,(PS+QR)$
$0 = 0{,}1054 \,.\, + 0{,}1198 \,.\, - 0{,}3844 \ldots\ldots$

Unde diviſione inſtituta fit

$0 = 0{,}1448\,P + 0{,}1652\,R + (PS+QR)$
$0 = 0{,}2742 \,.\, + 0{,}3117 \,.\, - \ldots\ldots$

Quibus aequationibus additis prodit

$0 = 0{,}4190\,P + 0{,}4769\,R.$

Adeoque gradatim regrediendo

1°. $R = -0{,}8786\,.\,P$
2°. $PS+QR = -0{,}0003\,.\,P$
3°. $QS-RP = +0{,}6831\,.\,P$
4°. $Q+S+1 = +0{,}6202\,.\,P.$

Hinc iam porro

5°. $S - 0{,}8786\,Q = -0{,}0003$ (N°. 1, 2.)
6°. $S + Q = -1 + 0{,}6202\,P$ (N°. 4.)
7°. $1{,}8780\,Q = -0{,}9997 + 0{,}6202\,P$ (N°. 5. 6.)

8°. Q

$$8^{o}.\qquad Q = -0,5321 + 0,3301\,P \qquad (N^{o}.\ 7.)$$
$$9^{o}.\qquad S = -0,4679 + 0,2901\,P \qquad (N^{o}.\ 6.\ 8.)$$
$$10^{o}.\ QS = 0,2490 - 0,3088\,P + 0,0957\,PP. \qquad (N^{o}.\ 8.\ 9.)$$
$$11^{o}.\ QS = \qquad + 0,6831\,P - 0,8786\,PP. \qquad (N^{o}.\ 1.\ 3.)$$
$$12^{o}.\quad 0 = + 0,2490 - 0,9919\,P + 0,9743\,PP \qquad (N^{o}.\ 10.\ 11.)$$
$$13^{o}.\quad P^{2} - 1,0181\,P = -0,2555. \qquad (N^{o}.\ 12.)$$

Hinc tandem uterque valor ipsius P

$$P = +0,5690.$$
$$P = +0,4490.$$

Ex his valoribus primum retinebimus, quippe cui figura tertia respondet. Erit ergo hoc valore successive substituto

$$P = +\ 0,5690.$$
$$R = -0,4998.$$
$$Q = -0,3543.$$
$$S = -0,3028.$$

Valores Q, S sunt negativi, quia perpendiculum ex obiectis A, D cadit intra loca vel obiecta B, C. Atque valor R negativus est, quia obiectum D est supra rectam B C.

§. X. Resumamus iam aequationes

$$R = -0,8786.\,P$$
$$PS + QR = -0,0003.\,P$$
$$QS - PP = +\ 0,6831.\,P$$
$$Q + S + 1 = +\ 0,6202.\,P$$

Atque facile patet, quatuor hos coefficientes a stationibus E, F, G, H non pendere, verum eosdem prodire, quaecunque fuerint illae stationes. Etenim hae aequationes simpliciter definiunt situm quatuor obiectorum A, B, C, D, ad rectam B C relatum.

§. XI. Quoniam vero his aequationibus resolutis duplex prodit valor literarum P, Q, R, S, patet, retenta recta B C, duplicem pro utroque obiecto A, D reperiri situm, atque vi §. praecedentis, utrumque esse a stationibus independentem. Facile vero ostendi potest, utrumque situm

 utrius-

Fig. II. utriusque obiecti A, D esse in eadem recta AD, et quidem in punctis istis A, M, D, N, ubi recta AD utrumque circulum ABC, BCD secat.

§. XII. Etenim primo notabimus, angulum AKB esse talem, ut sit

$$\text{tang. } AKB = \frac{AF - DG}{FG} = \frac{P - R}{Q + S + 1}$$

Qui valor vi §. X. est constans.

§. XIII. Porro est

$$(AF - DG) : AF = FG : FK$$

unde

$$FK = \frac{P(Q+S+1)}{P-R}$$

Hinc

$$BK = \frac{P(Q+S+1)}{P-R} - Q = \frac{QR + PS + P}{P-R}$$

Qui valor vi §. X. itidem est constans. Unde patet, rectam AD pro utroque valore P, Q, R, S manere eandem.

§. XIV. Porro, quoniam R est in ratione constanti ipsius P (§. X.) patet debere esse

$$KN : KD = KM : KA$$

adeoque

$$KD \,.\, KM = KA \,.\, KN$$

§. XV. Porro est

$$\sin(\phi + \omega) = \frac{PS + QR}{AB}$$

$$\operatorname{cosin}(\phi + \omega) = \frac{QS - PR}{AB}$$

unde

$$\operatorname{tang}(\phi + \omega) = \frac{PS + QR}{QS + PR}$$

Quae quantitas cum itidem sit constans (§. X.), patet, summam

mam angulorum $\phi+\omega$ eſſe conſtantem, ſive eandem pro utroque literarum P, Q, R, S valore.

§. XVI. Quoniam vero arbitrarium eſt, utrum recta BC vel AD, vel AB, vel BD, vel AC, vel denique DC, pro baſi calculi aſſumatur; facile patet, alios prodire valores literarum P, R, Q, S, ſimulac ex his lineis rectis aliam aſſumas, ad quam referantur. Hac vero ratione datis quatuor obiectis dabuntur inſuper 12. alia puncta, quorum bina pro binis obiectis ſubſtitui poſſunt. Niſi ergo recte inſtituatur problematis ſolutio, nihil facilius eſt, quam ad aequationem octavi vel ſedecimi gradus delabi, quae quidem ſingula iſta 16. puncta exhibebit. Contra ea difficilius ea eligentur, quae in caſu quodam propoſito vere obtinent, quippe 12. excludi debent, cum tantum quatuor obiecta ſint quaerenda, ea nempe, quae reapſe obſervata ſunt. Ea vero ſolutione, quam hic exhibuimus, res omnis ad aequationem quadraticam reducitur, atque radix ea, quae in caſu quovis propoſito obtinet, haud difficulter ab altera dignoſcitur, quippe plerumque haec non angulos in calculo adhibitos, verum eorum complementa ad 180. gr. ſupponit. Poteſt quoque quintum quoddam obiectum in ſubſidium vocari.

§. XVII. Invento vero ſitu obiectorum A, B, C, D, determinandus inſuper eſt ſitus ſtationum E, F, G, H. Problema hoc pro quavis ſtatione peculiariter ſolvitur, atque trium obiectorum A, B, C ſitus ſufficit. Quem in finem ponatur angulus $ECA = \Psi$. eritque

$$BE : BC = \sin(\Psi+\nu) . \sin g$$

$$BE : AB = \sin(\Psi+\nu+f+g-\omega) : \sin f.$$

adeoque

$$BE = \frac{BC . \sin(\Psi+\nu).}{\sin g} = \frac{AB . \sin(\Psi+\nu+f+g-\omega)}{\sin f}$$

Unde porro

$$\frac{BC}{\sin g} : \frac{AB}{\sin f} = \sin(\Psi+\nu+f=g-\omega) : \sin(\Psi+\nu)$$

Quare

Quare componendo

$$\left(\frac{BC}{\sin g}+\frac{AB}{\sin f}\right):\left(\frac{BC}{\sin g}-\frac{AB}{\sin f}\right)=\frac{\sin(\Psi+\nu+f+g-\omega)+\sin(\Psi+\nu)}{\sin(\Psi+\nu+f+g-\omega)-\sin(\Psi+\nu)}=$$

$$=\frac{\mathrm{tang}(2\Psi+2\nu+f+g-\omega):2}{\mathrm{tang}(f+g-\omega):2}$$

Hinc

$$\mathrm{tang}\left(\frac{2\Psi+2\nu+f+g-\omega}{2}\right)=\frac{\mathrm{tang}\left(\frac{f+g-\omega}{2}\right)\cdot\left(\frac{BC}{\sin g}+\frac{AB}{\sin f}\right)}{BC:\sin g-AB:\sin f}$$

Hoc ergo modo facile dabitur angulus ECA, quo dato reliqua haud difficulter innotefcunt, ita ut his hic immorari diutius plane fit fuperfluum.

§. XVIII. Problema hactenus folutum cum fit univerfalisfimum, haud inutile erit fi cafus quosdam fpeciales exponamus, qui fub eo continentur. Quem in finem refumemus aequationem §. VIII.

$$0=(QS-PR)\,\mathrm{f}g.\mathrm{f}(f+g+h)-(PS+QR)\,\mathrm{f}g.\cos(f+g+h)$$
$$+R\,\mathrm{f}f.\cos h+P\cos f.\sin h-(Q+S+1)\,\mathrm{f}f.\mathrm{f}h.$$

§. XIX. Diximus iam fupra, problematis folutionem evadere irritam, fimulac fingula quatuor obiecta fint in eadem recta. Hoc iam facile oftendetur. Etenim hoc cafu eft $P=R=0$, unde erit

$$0=QS.\sin g\,\sin(f+g+h)-(Q+S+1)\sin f.\sin h.$$

adeoque

$$\frac{Q.S}{Q+S+1}=\frac{\sin f.\sin h}{\sin g.\sin(f+g+h)}=\mathrm{const.}$$

Unde nihil fequitur, nifi theorema mere trigonometricum, dari nempe inter angulos f, g, h, relationem quandam univerfalem, fimulac loca A, B, C, D, fint in eadem recta.

§. XX. Ponamus obiectum D effe infinite remotum, aequatio generalis abibit in fequentem

$0=$

$$o = (Q \cot\varphi - P)\,sg.\,s(f+g+h) - (P.\cot\varphi + Q)\,sg.\cos(f+g+h)$$
$$+ sf.\cos h - sf.\,sh.\cot\varphi.$$

Quam aequationem cum tres incognitae Q, P, $\cot\varphi$ ingrediantur, patet, tres requiri stationes. Casus hic obtinet si loco obiecti D adhibeas solem, stellas, polum etc. atque ultimo hoc casu recta ED erit linea meridiana.

§ XXI. Quodsi rectae AB, DC ad BC sint normales, erit $Q = S = o$, adeoque aequatio generalis abibit in hanc
$$o = -PR.\,sg.\,s(f+g+h) + R\,sf.\cos h + P\cos f.\,sh - sf.\,sh.$$
Duabus itaque opus erit stationibus, atque unica opus erit, simul ac fuerit $P = R$. Quo casu quadrilaterum A B C D est rectangulum, cuiusmodi sunt aedes, horti, agri quamplurimi, quorum ergo situs et figura unica statione determinatur.

§. XXII. Quodsi tria obiecta sint in eadem recta, v. gr. B, C, D, erit $R = o$, adeoque
$$o = QS\,sg.\,s(f+h+g) - PS\,sg.\,s(f+g+h)$$
$$+ P\cos f.\,sh - (Q+S+1)\,sf.\,sh.$$
Tribus ergo opus erit stationibus, quae ad duas reducuntur, simul ac recta AB sit ad BC normalis. Quo casu ob $Q = R = o$, erit
$$o = -PS\,sg.\,s(f+g+h) + P\cos f.\,sh - (S+1)\,sf.\,sh.$$
Casus hic datur ubi duas tantum vides aedium facie.

§. XXIII. Quodsi dentur anguli, sub quibus latera AB, CD, AD ad rectam BC inclinantur, ut sit $AKB = \lambda$, erit
$$P = Q.\operatorname{tang}\omega$$
$$R = S\operatorname{tang}\varphi$$
$$Qt\omega - St\varphi = (Q+S+1)\,t\lambda$$
unde
$$Q = \frac{S(t\varphi + t\lambda) + t\lambda}{t\omega - t\lambda}$$
$$P = \frac{S(t\varphi + t\lambda) + t\lambda}{1 - t\lambda.\cot\omega}$$

Quare his valoribus ſubſtitutis, aequatio univerſalis abit in quadraticam, quam nonniſi S ingreditur, ut adeo figura quadrilateri A B C D hoc caſu unica ſtatione determinetur.

§. XXIV. Quodſi recta AD ad BC ſit normalis, erit $Q+S+1 = 0$, adeoque cum detur Q per S, erit

$$0 = -(SS+S+PR)\,\text{ſ}\,g\,\text{ſ}(g+h+f) - (PS+RS+R)\,\text{ſ}\,g\,.\,\text{coſ}(f+g+h) + R\,\text{ſ}\,f\,.\,\text{coſ}\,h + P\,.\,\text{coſ}\,f\,.\,\text{ſin}\,h.$$

Ut adeo tribus opus ſit ſtationibus, quo figura et ſitus obiectorum et ſtationum determinari poſſit.

§. XXV. Hactenus dicta ſpeciminis loco hic proponere lubuit, a iſam forſan Geometris daturus, problema hactenus ſolutum, vicisſimque eius ſolutiones curatius perluſtrandi. Reliqua, quae ſeſe mihi in rimanda geometriae praxi, obtulerunt problemata, una cum praeſenti in ſyſtema redigere, atque germanica lingua orbi erudito offerre conſtitui, quod una cum aliis diſſertationibus, ad amplificandum matheſeos uſum quicquam facientibus, proximis Nundinis Lipſienſibus in lucem prodibit publicam. Dignum interea videbatur hoc, quod hiſce pagellis evolvi, problema, quod peculiariter proponeretur. Solutionem dedi mere algebraicam. Quodſi tamen ingenii vires quis exercere cupiat, id agat, ut elegantem et concinnam ſiſtat huius problematis constructionem, atque videat, an ope interſectionis circuli et rectae, vel duorum circulorum, eam abſolvere poſſit?

Johann David Michaelis, Fragen.

i. e.

IOH. DAV. MICHAELIS, REGI MAGNAE BRITtanniae et Elect. Hannov. a Conſiliis Profeſſ. Philoſ. et Directoris Soc. Scient. Quaeſtiones Societati doctorum Virorum in Arabiam iter parantium propoſitae.

Francofurti ad Moenum, pag. 390. octonis.

Praeter Praefationem a doctiſſimo Auctore libello praemiſſam, nullam est inſtructio Regis, ſive potius deſcriptio pro-